



**SEZGİSEL KÜMELERE DAYALI BULANIK REGRESYON ANALİZİ VE  
UYGULAMALARI**

**Ayşenur AKIN VARGELOĞLU**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
İSTATİSTİK ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**MAYIS 2020**

Ayşenur AKIN VARGELOĞLU tarafından hazırlanan “SEZGİSEL KÜMELERE DAYALI BULANIK REGRESYON ANALİZİ VE UYGULAMALARI” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi İstatistik Ana Bilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

**Danışman:** Prof. Dr. Hamza GAMGAM

İstatistik Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

.....

**İkinci Danışman:** Dr. Öğr. Üyesi Mükerrerem Bahar BAŞKIR

Matematik Ana Bilim Dalı, Bartın Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

.....

**Başkan:** Prof. Dr. Çağdaş Hakan ALADAĞ

İstatistik Ana Bilim Dalı, Hacettepe Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

.....

**Üye:** Prof. Dr. Bülent ALTUNKAYNAK

İstatistik Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

.....

**Üye:** Prof. Dr. H. Hasan ÖRKÜ

İstatistik Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

.....

Tez Savunma Tarihi: 28/05/2020

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

.....

Prof. Dr. Sena YAŞYERLİ

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Ayşenur AKIN VARGELOĞLU

28/05/2020



SEZGİSEL KÜMELERE DAYALI BULANIK REGRESYON  
ANALİZİ VE UYGULAMALARI  
(Yüksek Lisans Tezi)

Ayşenur AKIN VARGELOĞLU

GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Mayıs 2020

ÖZET

Gerçek yaşam problemlerinde karşılaşılan belirsizliklerin analizi için bulanık mantığa dayalı yöntemlerin kullanımı hızla artmaktadır. Belirsizlikler içeren karmaşık sistemlerin modellenmesinde, klasik regresyon analizinin alternatifi olarak bulanık regresyon analizi kullanılmaktadır. Öte yandan, sezgisel bulanık regresyon analizi ile bir sistemin girdi ve çıktı değişkenleri arasındaki belirsizlikler daha detaylı bir şekilde incelenebilmektedir. Bu tez çalışmasında, en küçük karelere dayanan sezgisel bulanık regresyon analizi, teorik yapısı ve uygulamaları ele alınmıştır. Sezgisel bulanık kümelere dayalı regresyon analizi yöntemi ile daha iyi tahmin ediciler elde edilmesi amaçlanmıştır. Literatürde bulunan çeşitli veri setleri için klasik, bulanık ve sezgisel bulanık regresyon modelleri tahmin edilmiştir. Ayrıca sezgisel bulanık regresyonun gerçek yaşamda uygulanabilirliğinin gösterilmesi amacı ile bir işletmenin tedarikçi seçim problemi ele alınmıştır. Klasik, bulanık ve sezgisel bulanık regresyon modellerine ilişkin tahmin ediciler, iyi bilinen performans ölçütlerinden artık kareler ortalamasının karekökü kriterine göre değerlendirilmiştir. Yapılan değerlendirmeler, sezgisel bulanık regresyon modellerinin daha iyi sonuçlar verdiğini göstermiştir. Ayrıca, sezgisel bulanık regresyon modellerinin geçerlilikleri, çapraz doğrulama yöntemi kullanılarak incelenmiştir.

Bilim Kodu : 20506  
Anahtar Kelimeler : Sezgisel Bulanık Küme, Bulanık Regresyon, En Küçük Kareler  
Sayfa Adedi : 100  
Danışman : Prof. Dr. Hamza GAMGAM  
İkinci Danışman : Dr. Öğr. Üyesi Mükerrrem Bahar BAŞKIR

FUZZY REGRESSION ANALYSIS BASED ON INTUITIONISTIC SETS  
AND ITS APPLICATIONS

(M. Sc. Thesis)

Ayşenur AKIN VARGELOĞLU

GAZİ UNIVERSITY  
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

May 2020

ABSTRACT

There is increasing-interest in fuzzy logic-based methods for analyzing uncertainties in real-life problems. As an alternative of classical regression analysis, fuzzy regression analysis is utilized to model complex systems containing uncertainties. Besides, uncertainties between input and output variables of any given system can be examined in detail using intuitionistic fuzzy regression analysis. In this thesis study, intuitionistic fuzzy regression analysis based on the least squares, its theoretical structure and applications are examined. It is aimed to obtained better estimators in virtue of the regression based on intuitionistic fuzzy sets. Classical, fuzzy and intuitionistic fuzzy regression models were fitted for various datasets in the literature. Furthermore, supplier selection problem of a company was investigated in order to demonstrate the feasibility of applying intuitionistic fuzzy regression analysis in real-life. The estimators of classical, fuzzy and intuitionistic fuzzy regression models were evaluated according to root of mean residual square as the well-known performance criterion. Evaluations show that intuitionistic fuzzy regression models give better results than the others. In addition, validities of intuitionistic fuzzy regression models were investigated by using the cross-validation method.

Science Code : 20506  
Key Words : Intuitionistic Fuzzy Sets, Fuzzy Regression, Least Squares  
Page Number : 100  
Supervisor : Prof. Dr. Hamza GAMGAM  
Co-Supervisor : Assist. Prof. Dr. Mükerrerem Bahar BAŞKIR

## TEŞEKKÜR

Tez çalışmam boyunca engin bilgi ve tecrübeleri ile bana yol gösteren değerli danışman hocam Prof. Dr. Hamza GAMGAM'a teşekkür ve şükranlarımı sunarım. Yüksek lisans eğitimim ve tez çalışmamın her aşamasında bilgi, öneri ve akademik yönüyle bana yol gösteren, güleryüzünü, samimiyetini ve hoşgörülü kişiliğini örnek aldığım çok değerli eş danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Mükerrrem Bahar BAŞKIR'a akademik ve kişisel hayatıma katkıları için sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Bugünlere gelmemde emeklerini asla ödeyemeyeceğim, çalışkanlığını örnek aldığım sevgili babam Emin AKIN'a, fedakârlıkları ve sevgisi ile bizi her zaman saran canım annem Nuran AKIN'a ve tüm aileme teşekkürlerimi sunarım. Hayatıma girdiği günden beri saygı, sevgi ve desteğini her zaman hissettiğim, umutsuzluğa kapıldığım anlarda beni hiç yalnız bırakmayan çok kıymetli eşim Mesut VARGELOĞLU'na tüm kalbimle teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

|                                                                 | Sayfa |
|-----------------------------------------------------------------|-------|
| ÖZET .....                                                      | iv    |
| ABSTRACT.....                                                   | v     |
| TEŞEKKÜR.....                                                   | vi    |
| İÇİNDEKİLER .....                                               | vii   |
| ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....                                       | ix    |
| ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....                                         | x     |
| RESİMLERİN LİSTESİ .....                                        | xii   |
| SİMGELER VE KISALTMALAR.....                                    | xiii  |
| 1. GİRİŞ.....                                                   | 1     |
| 2. MATERYAL VE METOT .....                                      | 9     |
| 2.1. Bulanık Küme Teorisi .....                                 | 9     |
| 2.1.1. Bulanık küme özellikleri.....                            | 10    |
| 2.1.2. Bulanık kümeler için cebirsel işlemler.....              | 14    |
| 2.1.3. Bulanık sayı.....                                        | 15    |
| 2.1.4. LR tipi bulanık sayı ve $\alpha$ - kesit gösterimi ..... | 15    |
| 2.1.5. Üçgensel bulanık sayı .....                              | 16    |
| 2.1.6. Yamuksal bulanık sayı .....                              | 17    |
| 2.1.7. Bulanık sayılarda aritmetik işlemler .....               | 17    |
| 2.1.8. Genişleme prensibi.....                                  | 20    |
| 2.2. Sezgisel Bulanık Kümeler.....                              | 20    |
| 2.2.1. Sezgisel bulanık kümelerin tanıtılması .....             | 20    |
| 2.2.2. Sezgisel bulanık küme özellikleri .....                  | 22    |
| 2.2.3. Sezgisel bulanık kümelerin geometrik gösterimi.....      | 23    |
| 2.2.4. Sezgisel bulanık sayıların tanıtılması.....              | 26    |

|                                                                            | <b>Sayfa</b> |
|----------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 2.2.5. Sezgisel bulanık sayılar arasındaki mesafe .....                    | 30           |
| <b>3. BULANIK REGRESYON ANALİZİ.....</b>                                   | <b>33</b>    |
| 3.1. Bulanık Regresyon Modelleri .....                                     | 33           |
| 3.1.1. Olabilirlik modeli (tanaka modeli).....                             | 34           |
| 3.1.2. Bulanık en küçük kareler modeli .....                               | 41           |
| <b>4. SEZGİSEL BULANIK REGRESYON ANALİZİ .....</b>                         | <b>49</b>    |
| 4.1. Sezgisel Bulanık Regresyon Modeli .....                               | 49           |
| 4.2. Sezgisel Bulanık Regresyon Model Parametrelerinin EKK Tahminleri..... | 50           |
| <b>5. UYGULAMA.....</b>                                                    | <b>57</b>    |
| 5.1. Sayısal Örnek-1: XY Veri Seti.....                                    | 57           |
| 5.2. Sayısal Örnek-2: Toprak Veri Seti .....                               | 66           |
| 5.3. Sayısal Örnek-3: Kuyu Veri Seti.....                                  | 73           |
| 5.4. Sayısal Örnek-4: Tedarikçi Seçim Problemi .....                       | 80           |
| 5.5. Model Sonuçlarının Değerlendirilmesi .....                            | 86           |
| <b>6. SONUÇ VE ÖNERİLER .....</b>                                          | <b>91</b>    |
| <b>KAYNAKLAR .....</b>                                                     | <b>93</b>    |
| <b>EKLER.....</b>                                                          | <b>97</b>    |
| EK-1. Tedarikçi veri seti.....                                             | 98           |
| <b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>                                                      | <b>99</b>    |

## ÇİZELGELERİN LİSTESİ

| Çizelge                                                                                | Sayfa |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Çizelge 2.1. Bulanık kümelerde cebirsel işlemler .....                                 | 14    |
| Çizelge 2.2. Sezgisel bulanık küme işlemleri .....                                     | 23    |
| Çizelge 3.1. Literatürde yer alan bazı BRA çalışmaları için bir sınıflandırma.....     | 47    |
| Çizelge 5.1. XY veri seti için sezgisel bulanık girdi-çıkı ve ilgili yayılımları ..... | 57    |
| Çizelge 5.2. XY veri seti için klasik regresyon analizi sonuçları .....                | 58    |
| Çizelge 5.3. Toprak karakteristiği veri seti .....                                     | 67    |
| Çizelge 5.4. Toprak veri seti için klasik regresyon analizi sonuçları .....            | 67    |
| Çizelge 5.5. Kuyu veri seti için merkez ve yayılımlar.....                             | 73    |
| Çizelge 5.6. Kuyu veri seti için klasik regresyon analizi sonuçları .....              | 74    |
| Çizelge 5.7. Tedarikçi seçim problemi klasik regresyon analizi sonuçları.....          | 80    |
| Çizelge 5.8. Regresyon modelleri için AKOK değerleri .....                             | 86    |
| Çizelge 5.9. Çapraz geçerlilik sonuçları .....                                         | 88    |

## ŞEKİLLERİN LİSTESİ

| Şekil                                                                                                                                                              | Sayfa |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Şekil 2.1. $\hat{A}$ bulanık kümesi için örnek $\alpha$ - kesit gösterimi .....                                                                                    | 11    |
| Şekil 2.2. Bulanık küme özelliklerinin örnek gösterimi .....                                                                                                       | 14    |
| Şekil 2.3. Üçgensel bulanık sayının örnek gösterimi .....                                                                                                          | 16    |
| Şekil 2.4. Yamuksal bulanık sayının örnek gösterimi .....                                                                                                          | 17    |
| Şekil 2.5. Üçgensel bulanık sayı için örnek $\alpha$ - kesitlerin gösterimi .....                                                                                  | 18    |
| Şekil 2.6. Sezgisel bulanık küme geometrik gösteri .....                                                                                                           | 22    |
| Şekil 2.7. Sezgisel bulanık kümelerin olanaksız gösterimi .....                                                                                                    | 22    |
| Şekil 2.8. Sezgisel bulanık kümelerin genel geometrik gösterimi .....                                                                                              | 24    |
| Şekil 2.9. Sezgisel bulanık kümelerde birleşim işlemi için geometrik gösterim .....                                                                                | 24    |
| Şekil 2.10. Sezgisel bulanık kümelerde kesişim işlemi için geometrik gösterim .....                                                                                | 24    |
| Şekil 2.11. “+” Cebirsel toplam için geometrik gösterim .....                                                                                                      | 25    |
| Şekil 2.12. “.” operatörü için geometrik gösterim .....                                                                                                            | 25    |
| Şekil 2.13. 2D – gösterimi .....                                                                                                                                   | 26    |
| Şekil 2.14. 3D – gösterimi .....                                                                                                                                   | 26    |
| Şekil 2.15. $\tilde{A}$ üçgensel sezgisel bulanık sayısının ait olma ve ait olmama dereceleri için örnek $\alpha$ - kesit gösterimi .....                          | 27    |
| Şekil 3.1. Bulanık parametreler için üç boyutlu gösterimi .....                                                                                                    | 35    |
| Şekil 3.2. Bulanık parametrenin iki boyutlu gösterimi .....                                                                                                        | 35    |
| Şekil 3.3. Bulanık regresyon aralığı .....                                                                                                                         | 38    |
| Şekil 3.4. h-düzeyi ile model bulanık katsayısı gösterimi .....                                                                                                    | 39    |
| Şekil 3.5. $\hat{Y}_i$ 'nin $\hat{Y}_i$ ile uyum ölçüsü .....                                                                                                      | 40    |
| Şekil 3.6. Celmins'in uyum ölçüsü gösterimi .....                                                                                                                  | 46    |
| Şekil 4.1. EKK tahmin yöntemi algoritma adımları akış şeması .....                                                                                                 | 53    |
| Şekil 5.1. XY verisi için (a) ait olma ve ait olmama; (b) ait olma; (c) ait olmama dereceleri için $\hat{\tilde{Y}}_2$ ve $\tilde{Y}_2$ 'nin örnek gösterimi ..... | 64    |

| Şekil                                                                                                                                                                                               | Sayfa |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Şekil 5.2. Toprak verisi için (a) ait olma ve ait olmama; (b) ait olma; (c) ait olmama dereceleri için $\hat{Y}_{12}$ ve $\tilde{Y}_{12}$ 'nin örnek gösterimi .....                                | 71    |
| Şekil 5.3. Kuyu verisi için (a) ait olma ve ait olmama; (b) ait olma; (c) ait olmama dereceleri için $\hat{Y}_{23}$ ve $\tilde{Y}_{23}$ 'ün örnek gösterimi .....                                   | 78    |
| Şekil 5.4. Tedarikçi seçim problemi için (a) ait olma ve ait olmama; (b) ait olma; (c) ait olmama dereceleri için $\hat{Y}_9$ ve $\tilde{Y}_9$ 'un örnek gösterimi.....                             | 84    |
| Şekil 5.5. Gözlenen ve yeniden tahmin edilen çıktılar (a) XY, (b) kuyu, (c) toprak, (d) tedarikçi veri setleri; hesaplanan uzaklıklar (e) XY, (f) kuyu, (g) toprak, (h) tedarikçi veri setleri..... | 88    |
| Şekil 5.6. Kutu grafikleri ve potansiyel aykırı değerler (a) XY, (b) toprak, (c) kuyu, (d) tedarikçi veri seti.....                                                                                 | 89    |

## RESİMLERİN LİSTESİ

| Resim                                                                                                                                                                                                | Sayfa |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Resim 5.1. Bulanık regresyon için Matlab R2019a kod penceresi örnek gösterimi (XY veri seti), (a) program kodları; (b) katsayılar ve çıktı değerleri .....                                           | 60    |
| Resim 5.2. Sezgisel bulanık regresyon için Matlab R2019a kod penceresi örnek gösterimi (XY verisi), (a) kod penceresi ekran çıktısı; (b) kodların gösterimi; (c) tahmin edilen çıktı gösterimi ..... | 65    |
| Resim 5.3. Toprak veri setine ait Matlab 2019a kod penceresi ekran görüntüleri: (a) sezgisel bulanık regresyon, (b) bulanık regresyon sonuçları .....                                                | 72    |
| Resim 5.4. Kuyu veri setine ait Matlab 2019a kod penceresi ekran görüntüleri: (a) sezgisel bulanık regresyon, (b) bulanık regresyon sonuçları .....                                                  | 79    |
| Resim 5.5. Tedarikçi veri setine ait Matlab 2019a kod penceresi ekran görüntüleri: (a) sezgisel bulanık regresyon, (b) bulanık regresyon sonuçları .....                                             | 85    |

## SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

### Kısaltmalar

### Açıklamalar

**AKOK**

Artık Kareler Ortalamasının Karekökü

**BRA**

Bulanık Regresyon Analizi

**EKK**

En Küçük Kareler

**SBK**

Sezgisel Bulanık Küme

**SBR**

Sezgisek Bulanık Regresyon

**SBS**

Sezgisel Bulanık Sayı

**ÜBS**

Üçgensel Bulanık Sayı

**YBS**

Yamuksal Bulanık Sayı



## 1. GİRİŞ

Gerçek yaşamda karşılaşılan olaylar ve/veya sistem yapılarına yönelik sonuç çıkarımında modelleme çalışmaları önemli bir yere sahiptir. Bir sistemin bileşenleri olarak çıktı ve bazı girdi değişkenler arasındaki fonksiyonel bağıntıyı oluşturma ve ilgili tahminleri yapmada regresyon analizi sıklıkla kullanılmaktadır. Öte yandan, bir sistemin girdi ve çıktı değişkenlerine ilişkin veri yapısı, veri toplama araçları ve karar verici algısı kaynaklı belirsizlikler bulunmaktadır. Zadeh (1965) bu belirsizliklerin analizinde etkili olan bulanık mantık ve üyelik derecelerini önermiştir. Karar almada, bulanık mantığa dayalı çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Mühendislik, sağlık, ekonomi, eğitim gibi birçok alanda karşılaşılan belirsizliklerin analizinde bu yöntemlerden yararlanılmaktadır. Bulanık ortamdaki sistem yapısını modelleme çalışmaları içerisinde klasik regresyon analizinin bir alternatifi olarak bulanık regresyon analizi Tanaka (1980) tarafından literatüre mal edilmiştir. Bulanık regresyon analizi ile sonuç çıkarım çalışmalarına duyulan ihtiyacın temelini:

- Bulanık ortamda toplanan verinin modellenmesi,
- İnsan yargısını içeren bir sistemin modellenmesi,
- Klasik regresyon analizi varsayımlarının sağlanmaması,

oluşturmaktadır. Bu bağlamda, bir sistem bileşenlerine (girdi ve çıktı değişkenlere) ait veri yapısının ve/veya ilgili bileşenler arasındaki ilişkinin tanımlanmasında kesin olmayan (bulanık) durumlar ile karşılaşılmaktadır. İnsan yargısı temellerine dayanan karar alma süreçlerinde algı farklılıkları kaynaklı belirsizlikler meydana gelmektedir. Ortam koşullarına veya insan yargısına dayanan bulanık verinin, klasik regresyon analizinin alternatifi olan bulanık regresyon analizi ile modellenmesi gerekmektedir. Bulanık veri ve belirsizlikleri kaynaklı klasik regresyon analizi varsayımlarının sağlanmaması durumunda bulanık regresyon analizi ile ilgilenilmektedir. Bu üç temel durumda, bulanık regresyon analizi ile sistem yapısı, içerdiği belirsizlik giderilerek modellenmektedir.

Klasik regresyon analizi uygulamalarında kesin veri yapısı ile çalışılırken, bulanık regresyon uygulamalarında sistem bileşenlerinin en az birinin bulanık veri yapısı içerdiği modelleme çalışmaları yapılmaktadır. Bulanık regresyon analizi yöntemleri genel olarak iki başlık altında incelenmektedir:

- i) doğrusal/doğrusal olmayan programlama yöntemi (olabilirlik modeli)
- ii) en küçük kareler (EKK) yöntemi (EKK modeli).

İlk olarak, Tanaka, Uejima ve Asia (1982), doğrusal programlama yöntemi ile bir regresyon modelinde bulanık katsayıların tahmini üzerine çalışmışlardır. Doğrusal programlamaya dayalı bulanık regresyon modelinin temelinde, model parametrelerinin bulanıklaştırılması ile hatalar tüm modele yayılmaktadır. Ayrıca, doğrusal programlama modeli kısıtları aracılığı ile tahmin edilen çıktı gözlenen çıktıyı kapsayacak şekilde bulanık regresyon analizi gerçekleştirilmektedir. En küçük kareler (EKK) tekniğine dayanan bulanık regresyon analizi, Diamond (1988) tarafından önerilmiştir (Wang ve Tsaur, 2000b). EKK-bulanık regresyon analizinde, bulanık model parametrelerinin tahmini merkez, sol ve sağ yayılımlardan oluşan iki bulanık sayı için Diamond (1988)'in önerdiği uzaklık ölçüsü kullanılarak gerçekleştirilmektedir. Celmins (1987), uyum ölçüsüne dayanan alternatif bir EKK yaklaşımı önermiştir. Bulanık regresyon analizi çalışmalarında, sistem bileşenlerine ilişkin veri yapıları iki durumda ele alınmaktadır:

- i) Sistem girdileri kesin, çıktı bulanık
- ii) Sistem çıktı ve girdilerinin her ikisinde bulanık veri yapısında olduğu durumlardır.

Bahsedilen kesin ve/veya bulanık (kesin olmayan) veri yapılarına göre sistem bileşenleri arası fonksiyonel bağıntı ve tahmin belirlenmektedir. Öte yandan, bulanık kümelerde ait olma (üyelik) dereceleri, yapısı kaynaklı belirsizlikler içermektedir. Bulanık küme teorisi ve uygulamalarında belirsizliği daha detaylı ve gerçekçi bir yaklaşımla ele alan sezgisel bulanık teori Atanassov (1986) tarafından literatüre sunulmuştur. Bulanık kümelerin genelleştirilmiş hali olan sezgisel bulanık kümelerde ait olma ve ait olmama dereceleri birlikte incelenmektedir. Sezgisel bulanık ortamda regresyon analizi ile ilgili az sayıda çalışma bulunmaktadır (Bkz. Poleshchuk ve Komarov (2012), Parvathi, Malathi, Akram ve Atanassov (2013), Arefi ve Taheri (2015)). Bunlar içerisinde dikkat çekici olan Arefi ve Taheri (2015) çalışmalarında, sistemi oluşturan girdi-çıktı ve sistem yapısını ortaya koyan regresyon modeli parametrelerinin bütününde sezgisel bulanık sayıları içeren en küçük kareler tekniğine dayalı tam-sezgisel bulanık regresyon modeli önermişlerdir.

Bu tez çalışmasında, Atanassov'un sezgisel bulanık küme teorisinin entegre edildiği en küçük kareler tekniğine dayanan regresyon analizi yöntemi incelenmektedir. Bahsedilen

tam-sezgisel bulanık modelin teorik yapısı ve uygulamadaki etkisi, literatürde kullanılan çeşitli veri setlerinin yanı sıra bir işletmenin tedarikçi seçimi problemine uygulanmaktadır. Böylece, sezgisel bulanık regresyon analizi yönteminin karar almada uygulanabilirliği ve yenilikçi etkisi ortaya konulmaktadır. Ayrıca, sezgisel bulanık regresyon modeli hesaplamaları, Matlab R2019a programında oluşturulan kod penceresi ile gerçekleştirilmektedir. Sezgisel bulanık kümelerle dayanan regresyon analizinde, gözlenen ve tahmin edilen sezgisel bulanık çıktılar durulaştırılarak kesin değerlere dönüştürülmektedir. Böylece, sezgisel bulanık regresyon analizinden elde edilen sonuçlar ile klasik ve bulanık regresyon analizleri sonuçları karşılaştırılmaktadır.

Literatürde yer alan bulanık ve sezgisel bulanık regresyon analizi ile ilgili çalışmaların bazıları aşağıda verilmektedir:

Tanaka ve diğerleri (1982), bulanık doğrusal regresyon analizi ile ilgili ilk uygulamayı gerçekleştirmişlerdir. Bulanık regresyon analizinde gözlenen çıktı ile tahmin edilen çıktı değerleri arasındaki sapmaların belirsizlikten kaynaklandığı belirtilmiştir. Parametre tahminleri doğrusal programlama problemi yardımı ile elde edilmiştir. Bulanık doğrusal regresyon modeli ile prefabrik evlerin fiyat mekanizması incelenmiştir.

Celmins (1987), bulanık veriler ve model arasındaki uyum kriterine dayanan yeni bir yaklaşım önermiştir. Bulanık en küçük kareler regresyonu için uyum kriterini kullanmıştır.

Diamond (1988), en küçük kareler yönteminin genelleştirilmiş hali olan bulanık-EKK regresyon modeli önermiştir. Tahmin edilen ile gözlenen değerler arasındaki bulanık mesafeyi minimum yaparak parametre tahminlerini elde etmiştir.

Sakawa ve Yano (1992), bulanık girdi ve çıktıların ele alındığı bulanık doğrusal regresyon modeli için çok-amaçlı programlama problemleri belirlemişlerdir. Bu çok-amaçlı problemlerde iki bulanık sayı arasındaki eşitlikler için üç indeks kullanılmıştır. Bu yaklaşımın belirsizlik çözümlemesindeki katkısı sayısal örneklerle gösterilmiştir.

Yang ve Ko (1997), klasik regresyon analizi için ağırlıklandırılmış-bulanık-EKK yöntemini önermişlerdir. Optimizasyon problemi olarak ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemini incelenmiştir.

Bardossy (1990) çalışmasında, bulanık regresyon modelini doğrusal programlama problemi olarak ele almıştır. Farklı belirsizlik ölçülerini kullanarak en iyi tahmin edicileri elde etmeye çalışmıştır.

Savic ve Pedrycz (1991) çalışmalarında, bulanık doğrusal regresyon probleminin çözümlenmesinde minimum bulanıklık kriterini kullanmışlardır. Önerilen yöntem iki aşamada gerçekleşmektedir. Regresyon modeli doğrusal programlama problemi olarak ele alınmış ve toplam yayılım minimum yapılmak istenmiştir.

Chang ve Lee (1996) çalışmalarında, bulanık regresyon analizinde ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemini kullanmışlardır. Ağırlıklandırma işlemini üyelik dereceleri yardımı ile gerçekleştirmişlerdir. Önerilen yöntemin etkili bir hesaplama aracı olduğu sayısal örnekler ile gösterilmiştir.

Wang ve Tsaur (2000), bağımlı (çıktı) ve bağımsız (girdi) değişkenlerinin kesin sayılardan oluşmadığı durumlarda EKK yöntemine dayalı bulanık regresyon modeli önermişlerdir.

Özelkan ve Duckstein (2000), yağış ve akış modeli çalışmalarında çok amaçlı regresyon modelini önermişlerdir. Çok amaçlı regresyon modeli ile daha iyi sonuçlar elde edildiği örneklerle gösterilmiştir.

Lee ve Chen (2001), bağımlı ve bağımsız değişkenlerin bulanık olduğu durumlarda doğrusal olmayan programlama yöntemine dayanan bulanık regresyon modeli önermişlerdir.

Chang (2001), simetrik ve simetrik olmayan üçgensel bulanık sayıları kullanarak melez bulanık-EKK yöntemine dayalı modeller elde etmiştir. Bu modeller ile diğer bulanık ve klasik modeller karşılaştırılarak incelenmiştir.

Chang ve Ayyub (2001), bulanık regresyon analizinde üç farklı yaklaşım incelemişlerdir. Bu yaklaşımlar; bulanıklığı en küçükmeye dayanan bulanık regresyon analizi, en küçük hata karelere dayanan bulanık regresyon analizi ve belirli aralık değerleri ile ifade edilen bulanık regresyon analizidir. Bu yaklaşımların tahmin edicileri ile en küçük kareler yöntemine dayanan klasik regresyon tahmin edicileri karşılaştırılarak incelenmiştir.

Yang ve Lin (2002), girdi-(bağımsız) ve çıktı-(bağımlı) değişkenlerinin bulanık sayılar olduğu durumlarda bulanık doğrusal en küçük kareler regresyonuna dayalı iki yöntem önermişlerdir. Kümeleme analizini kullanarak aykırı değerleri ve heterojen veri kümesini belirlemişlerdir. Önerdikleri yöntemlerin parametre tahmininde etkili olduklarını belirtmişlerdir.

Kao ve Chyu (2002), bulanık regresyon modelini oluşturmak için iki adımdan oluşan yeni bir yöntem önermişlerdir. Birinci adımda gözlem değerleri bulanıklaştırılarak EKK yöntemi uygulanmıştır. İkincide, hata terimi bulanıklaştırılmış ve elde edilen sonuçlar incelenmiştir.

Mohammadi ve Taheri (2004), en küçük kareler yöntemini kullanarak toprağın karakteristik özellikleri arasındaki ilişkiyi modelleyen yeni bir yaklaşım önermişlerdir. Bu yaklaşım bulanık çıktılar ve gözlenen bulanık girdiler arasındaki mesafenin en küçüklenmesine dayanmaktadır. Elde edilen bulanık modellere güvenilirlik analizi uygulanmıştır.

Şanlı ve Apaydın (2004), girdi-çıkıtı değişkenleri üçgensel bulanık sayılar ve veri setinde aykırı değerler olması durumunda regresyon modeli tahmini için yeni bir yaklaşım önermişlerdir. Önerilen yaklaşımın tahmin edicileri, klasik ve sağlam (robust) yöntemden elde edilen tahmin ediciler ile karşılaştırılmıştır.

Pehlivan ve Apaydın (2005), yapay sinir ağları ve simpleks yöntemlerini kullanarak bulanık doğrusal programlama problemini ele almışlardır. Elde edilen bulgular, yapay sinir ağları yönteminin avantajlarını ortaya koymuştur.

Hong ve Hwang (2006), model girdi ve çıktı değişkenlerinin bulanık sayı olduğu durumda bulanık çok değişkenli doğrusal olmayan regresyon modeli önermişlerdir. En küçük kareler destek vektör makinaları kullanılarak optimizasyon problemi çözümlenmiş, elde edilen sonuçlar ile önerilen modelin avantajları belirlenmiştir.

Nasibov (2007) çalışmasında, bulanık sayılar arasında ND1 ile belirtilen yeni bir uzaklık tanımlamıştır. ND1 mesafesine bağlı olarak bulanık en küçük kareler regresyon modelini önermiştir. Elde edilen sonuçlar ile önerilen modelin avantajları tespit edilmiştir.

Başer (2007) çalışmasında, klasik EKK yöntemine dayanan London Chain-Ladder yöntemine alternatif olarak melez bulanık-EKK yöntemi regresyon çözümlemesini

incelenmiştir. Yapılan uygulama ile melez regresyon ve klasik yöntemler kullanılarak elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Melez bulanık-EKK regresyonun diğer yöntemlere göre avantajlı olduğu belirlenmiştir.

Arabpour ve Tata (2008), EKK yöntemine dayalı bulanık regresyon modelleri önermişlerdir. Yapılan simülasyon çalışması ile gözlem değerleri üçgensel veya yamuksal bulanık sayı olduğu durumlarda daha iyi tahminler elde edilmiş ve toplam hata oranında düşüş gözlenmiştir.

Türkşen (2008) çalışmasında, bulanık sistem modellerinin geliştirilmesi için en küçük kareler yöntemine dayalı bulanık fonksiyonlar önermiştir. Önerilen yaklaşım ile klasik en küçük kareler tahmin yöntemi karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, en küçük kareler yöntemine dayalı bulanık fonksiyonlar ile daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Yanartaş (2009), bulanık regresyon analizinde kullanılan bulanık-EKK ve doğrusal programlamaya dayalı yöntemleri incelemiştir. Girdisi kesin-çıkıtısı bulanık ve girdisi bulanık-çıkıtısı bulanık sayı olan regresyon modellerinden elde edilen sonuçları karşılaştırmalı olarak incelemiştir.

Yu ve Lee (2010), ikinci dereceden programlama (Quadratic Programming) yaklaşımı ile bulanık girdi ve çıktı değişkenlerindeki belirsizliği incelemek için parçalı regresyon modeli önermişlerdir. Kuadratik programlama yaklaşımı ile doğrusal programlamaya göre daha çeşitli yayılma katsayıları tespit edilmiştir.

Başkır (2011), önemli bir kalite yönetim aracı olarak geliştirilmiş bulanık kalite fonksiyon yayılım yaklaşımı önermiştir. Önerilen yaklaşımda, karar verici kanaat uzay değerlendirmeleri için  $\alpha$ -kesite dayalı bulanık öbekleme algoritması geliştirilmiştir. Ayrıca, sistem model yapısı için bulanık fonksiyon-EKK değerlendirmeleri ile üyelik-ağırlıklı model ele alınmıştır. Önerilen yaklaşım ile bir işletmenin tedarikçi seçim problemi incelenmiştir.

Poleshchuk ve Komarov (2012), aralıklı tip-2 bulanık kümeler için en küçük kareler yöntemine dayalı regresyon modeli önermişlerdir. Model uygunluğunu test etmek için standart sapma, hibrit korelasyon sayısı, tahminlerin hibrit standart hatasını kullanmışlardır.

Parvathi, Malathi, Akram ve Atanassov (2013), sezgisel simetrik üçgensel bulanık sayıları kullanarak sezgisel bulanık regresyon modeli önermişlerdir. Doğrusal programlama problemi (DPP) çözümlenerek modelin katsayıları elde edilmiştir. Sezgisel bulanık regresyon analizinin bulanık doğrusal regresyon analizine göre avantajlı olduğu tespit edilmiştir.

Arefi ve Taheri (2015), model bileşenleri ve katsayılarının sezgisel bulanık sayılar olduğu durumlarda tam sezgisel bulanık regresyon modelini önermişlerdir. Model parametrelerinin tahmininde en küçük kareler yöntemi kullanılmıştır. Uygulama çalışmasında, toprağın fiziksel ve kimyasal özellikleri arasındaki ilişki sezgisel bulanık regresyon modeli ile incelenmiştir. Elde edilen modeller karşılaştırılırken uyum iyiliği testleri ve çapraz doğrulama yöntemi kullanılmıştır.

Bu tez çalışmasının ikinci bölümünde, bulanık ve sezgisel küme teorisi temel tanımları, özellikleri, aritmetiksel işlemleri, uzaklık ölçüsü yer almaktadır. Üçüncü bölümde, bulanık regresyon analizi genel yapısı, bileşenleri, model tahmininde kullanılan yaklaşımlar verilmektedir. Dördüncü bölümde, EKK tekniğine dayanan sezgisel bulanık regresyon analizi yöntemi ayrıntılı olarak anlatılmaktadır. Beşinci bölümde, EKK tekniğine dayanan sezgisel bulanık regresyon analizi uygulamaları, durulaştırma işlemi, AKOK ölçütü, çapraz geçerlilik ve Matlab R2019a kod pencereleri tanıtımı ile birlikte aktarılmaktadır.



## 2. MATERYAL VE METOT

### 2.1. Bulanık Küme Teorisi

Aristoteles mantığı olarak da kabul edilen klasik mantık iki değerli karar verme yapısına sahiptir. Klasik mantıkta önermeler yalnızca “doğru” ya da “yanlış” olarak ifade edilmektedir. Buna karşın gerçek yaşamda karşılaşılan problemler tam kesinlik içermemektedir. 20. yüzyılın başlarından itibaren anlaşılması güç, yoruma dayalı ve belirsizlik içeren karmaşık sistemlerin çözümlenmesinde klasik mantık kuramına alternatif olarak çok değerli mantık sistemleri kullanılmaya başlanmıştır. 1920’de Alman fizikçi Heisenberg’in “doğru” ve “yanlış” olguları arasına “orta” olgusunu eklemesi ile üç değerli mantığa geçiş yapılmıştır. Polonyalı mantık bilim insanı Lukasiewicz’in “doğru” ve “yanlış” olguları arasında sonsuz farklı değer olduğundan bahsetmesi ile çok değerli mantığa geçilmiştir (Başkır, 2011; İçen, 2010).

Belirsizlik kavramını ele alan bulanık mantık Zadeh (1965)’in “Bulanık Kümeler” makalesi ile literatüre kazandırılmıştır. Bulanık mantık, Aristo mantığının iki değerli karar verme yapısına karşın doğruluğun ve yanlışlığın derecesini de kapsayan çoklu karar verme yapısına sahiptir. Bulanık mantıktaki önermelerde “doğru” ya da “yanlış” olma durumu dışında sonsuz durum gerçekleşebilmektedir. Matematiksel olarak bulanık mantıkta önermeler  $[0,1]$  aralığındaki gerçel sayılardan sonsuz değer alabilir. Bulanık küme teorisine dayanan bulanık mantık insan düşünce ve davranışlarındaki belirsiz kavramların özgün bir şekilde incelenerek, matematiksel olarak ifade edilmesine olanak sağlayan mantık sistemidir (Baykal ve Beyan, 2004: 39,40; Başkır, 2011).

Klasik küme kuramında bir elemanın bir kümeye ait olma veya ait olmama durumu söz konusudur.  $X$  evrensel küme ve  $A \subset X$  olsun.  $\forall x \in X$  için karakteristik fonksiyon

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

olarak gösterilir.

Burada,  $x, A$ 'nın elemanı ise  $\varphi_A$  fonksiyonu 1 değerini alırken, elemanı değilse  $\varphi_A$  fonksiyonu 0 değerini almaktadır.  $\varphi_A(x)$  fonksiyonu,

$$\varphi_A : X \rightarrow \{0,1\}$$

şeklinde tanımlanır.

Bulanık mantığa dayanan bulanık küme teorisinde elemanın kümeye ait olma (üyelik) derecesi ile ilgilenilmektedir. Bir eleman bir kümeye belirli aitlik dereceleri ile üye olmaktadır.  $X$  evrensel kümesinde  $\forall x \in X$  için  $X$ 'deki bulanık  $\hat{A}$  kümesi  $\hat{A} = \{(x, \mu_{\hat{A}}(x)), x \in X\}$  biçiminde gösterilir. Burada,

$$\mu_{\hat{A}} : X \rightarrow [0,1]$$

bulanık kümeler için üyelik derecesini gösterir (Hanss, 2005). Bulanık kümelerde bir elemanın üyelik derecesi 1'e yaklaştıkça kümeye aitliği artmaktadır. Üyelik derecesi 0 olduğunda ise kümeye ait olmamaktadır (Dubois ve Prade, 1980; Klir ve Yuan, 1993).

$X$  evrensel küme olsun.  $\hat{A} = \{(x, \mu_{\hat{A}}(x)), x \in X\}$  bulanık kümesinin gösterimi

$$\hat{A} = \begin{cases} \sum_{i=1}^n \mu_{\hat{A}}(x) / x_i & X\text{-Kesikli} \\ \int_{x \in X} \mu_{\hat{A}}(x) / x_i & X\text{-Sürekli} \end{cases}$$

gibidir. Burada,  $\sum$  ve  $\int$  ifadeleri toplam ve integral anlamında kullanılmamaktadır. Bu ifadeler evrensel kümenin kesikli ve sürekli olduğu durumlarda üyelik fonksiyonlarının bir araya gelmesini ifade etmektedir (Zimmermann, 2001; Başkır, 2011).

### 2.1.1. Bulanık küme özellikleri

Bu bölümde, bulanık kümelere ait bazı özellikler tanıtılmaktadır. Bulanık küme özellikleri Zadeh (1965, 1996, 2002), Özkan (2003), (Baykal ve Beyan, 2004), Hanss (2005), Türkşen

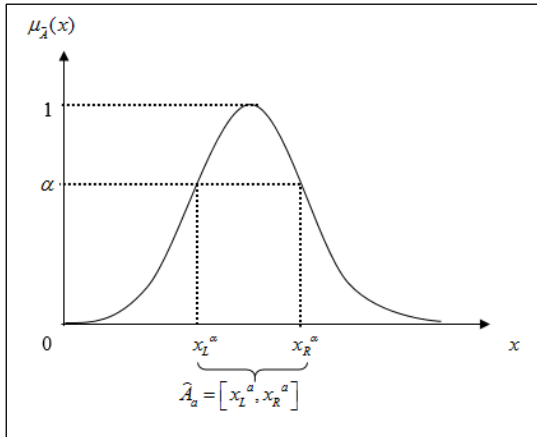
(2006, 2008), İçen (2010), Başkır (2011)'in yaptığı çalışmalardan yararlanılarak anlatılmıştır.

Tanım 2.1. ( $\alpha$  -kesit kümesi) Bulanık  $\hat{A}$  kümesinde elemanların üyelik değerleri  $\alpha$  'ya eşit veya  $\alpha$  'dan büyük olanların oluşturduğu kümedir. Bu küme,

$$\hat{A}^\alpha = \{\forall x \in X \mid \mu_{\hat{A}}(x) \geq \alpha, \alpha \in [0,1]\}$$

ile gösterilir.

$\hat{A}$  bulanık kümesinde,  $[0,1]$  aralığında seçilen  $\alpha$  - kesit için oluşturulan aralık gösterimi Şekil 2.1'de verilmiştir.



Şekil 2.1.  $\hat{A}$  bulanık kümesi için örnek  $\alpha$  - kesit gösterimi

Burada,  $\hat{A}$  için  $\alpha$  -kesitin alt sınırı  $x_L^\alpha$ , üst sınırı  $x_R^\alpha$  ile gösterilmiştir.

Güçlü  $\alpha$  -kesit kümesi matematiksel gösterimi ise

$$\hat{A}^\alpha = \{\forall x \in X \mid \mu_{\hat{A}}(x) > \alpha, \alpha \in [0,1]\}$$

dir.

Tanım 2.2. (Kernel kümesi) Bulanık  $\hat{A}$  kümesinde üyelik değeri 1'e eşit olan elemanların oluşturduğu kümedir. Kernel kümesi,

$$\text{Kernel}(\hat{A}) = \{\forall x \in X \mid \mu_{\hat{A}}(x) = 1\}$$

dir.

Tanım 2.3. (Destek kümesi) Bulanık  $\hat{A}$  kümesinde üyelik değeri 0'dan büyük elemanlardan oluşan kümedir ve matematiksel gösterimi,

$$\text{Destek}(\hat{A}) = \{\forall x \in X \mid \mu_{\hat{A}}(x) > 0\}$$

biçimindedir.

Tanım 2.4. (Sınır kümesi) Bulanık  $\hat{A}$ 'nın sınır kümesi gösterimi,

$$\text{Sınır}(\hat{A}) = \{\forall x \in X \mid 0 < \mu_{\hat{A}}(x) < 1\}$$

biçimindedir.

Tanım 2.5. (Yükseklik) Bulanık  $\hat{A}$  kümesinde yükseklik üyelik değerinin en büyük olduğu değerdir.  $\forall x \in X$  için yüksekliğin matematiksel gösterimi,

$$\text{Yükseklik}(\hat{A}) = \sup(\mu_{\hat{A}}(x))$$

dir.

Tanım 2.6. (Normallik) Bulanık  $\hat{A}$  kümesi için yükseklik 1'e eşit ise bulanık normal küme olarak adlandırılır. Normallik için matematiksel gösterim,

$$\text{Normal}(\hat{A}) = 1, \exists x \in X$$

biçimindedir.

Tanım 2.7. (Normal altı bulanık küme) Bulanık  $\hat{A}$  kümesinde  $\text{Yükseklik}(\hat{A}) < 1$  ise normal altı bulanık kümedir.

Normal hale getirmek için,

$$\text{Normal}(\hat{A}) = \frac{\mu_{\hat{A}}(x)}{\text{Yükseklik}(\hat{A})}, \forall x \in X$$

işlemi uygulanır.

Tanım 2.8. (Merkez  $(\hat{A})$ )  $\hat{A}$  bulanık küme olmak üzere, üyelik değerleri en büyük elemanlardan oluşan bir küme ele alınsın.  $\hat{A}$  'nın merkezi,

1-  $\forall x \in X$  için  $\sup\{\mu_{\hat{A}}(x)\}$  sonlu sayıda olduğunda en büyük üyelik değerlerinin ortalamasıdır.

2-  $\forall x \in X$  için  $\sup\{\mu_{\hat{A}}(x)\}$  sonsuz sayıda olduğunda üyelik değeri en büyük olan noktaların en büyüğü ya da en küçüğüdür.

Tanım 2.9. (Dışbükeylik)  $x_1, x_2 \in X$  ve  $\lambda \in [0,1]$  olmak üzere,

$$\mu_{\hat{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_{\hat{A}}(x_1), \mu_{\hat{A}}(x_2)) \quad \text{ise} \quad \hat{A} \quad \text{bulanık kümesi dışbükeydir.}$$

$\alpha$  - kesitlerin her biri dışbükey ise  $\hat{A}$  'nın kendisi de dışbükeydir (Zadeh, 1965).

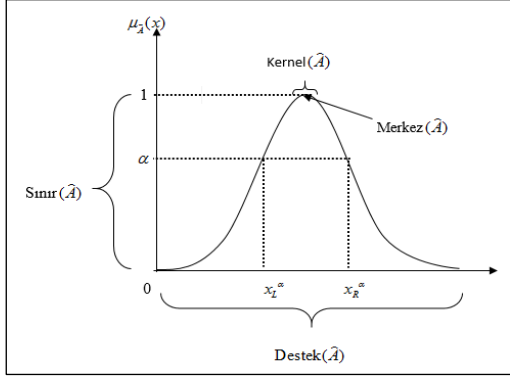
Bulanık kümelerde tanımlı De Morgan üçlüsü,

1. Kesişim:  $\mu_{\hat{A} \cap \hat{B}}(x) = \min(\mu_{\hat{A}}(x), \mu_{\hat{B}}(x))$
2. Birleşim:  $\mu_{\hat{A} \cup \hat{B}}(x) = \max(\mu_{\hat{A}}(x), \mu_{\hat{B}}(x))$
3. Tümlleme:  $\mu_{\hat{A}^c}(x) = 1 - \mu_{\hat{A}}(x)$

biçiminde ifade edilmiştir (Zadeh, 1965).

Tanım 2.10. (Monotonluk) Üyelik derecesi bire eşit olan elemana yakın sağ ve soldaki elemanların üyelik derecesi bire yakınsa ilgili üyelik fonksiyonu monotondur (Şen,2001).

$\hat{A}$  bulanık küme olmak üzere, yukarıda tanımlanan bazı küme özelliklerinin grafiksel gösterimi Şekil 2.2’de verilmektedir.



Şekil 2.2. Bulanık küme özelliklerinin örnek gösterimi

### 2.1.2. Bulanık kümeler için cebirsel işlemler

$X$  evrensel küme olsun.  $\hat{A}, \hat{B} \subset X$  bulanık kümeleri için üyelik fonksiyonları sırasıyla,  $\mu_{\hat{A}}$  ve  $\mu_{\hat{B}}$ ’dir. Üyelik fonksiyonları kullanımı ile bulanık kümeler için cebirsel işlemler Çizelge 2.1 ile verilmektedir (Zadeh, 1965; Özkan, 2003).

Çizelge 2.1. Bulanık kümelerde cebirsel işlemler

|                 |                                                                                                                                        |
|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Eşitlik         | $\hat{A} = \hat{B} \Leftrightarrow \mu_{\hat{A}}(x) = \mu_{\hat{B}}(x), \forall x \in X$                                               |
| Kapsama         | $\hat{A} \subset \hat{B} \Leftrightarrow \mu_{\hat{A}}(x) \leq \mu_{\hat{B}}(x), \forall x \in X$                                      |
| Kesişim         | $\mu_{\hat{A} \cap \hat{B}}(x) = \min(\mu_{\hat{A}}(x), \mu_{\hat{B}}(x)) = \mu_{\hat{A}}(x) \wedge \mu_{\hat{B}}(x), \forall x \in X$ |
| Birleşim        | $\mu_{\hat{A} \cup \hat{B}}(x) = \max(\mu_{\hat{A}}(x), \mu_{\hat{B}}(x)) = \mu_{\hat{A}}(x) \vee \mu_{\hat{B}}(x), \forall x \in X$   |
| Tümleme         | $\bar{\hat{A}}: \hat{A}$ bulanık kümenin tümleyeni, $\forall x \in X$ için $\mu_{\bar{\hat{A}}}(x) = 1 - \mu_{\hat{A}}(x)$             |
| Cebirsel Toplam | $\mu_{\hat{A} \oplus \hat{B}}(x) = \mu_{\hat{A}}(x) + \mu_{\hat{B}}(x) - \mu_{\hat{A}}(x)\mu_{\hat{B}}(x), \forall x \in X$            |
| Cebirsel Fark   | $\mu_{\hat{A}(-)\hat{B}}(x) = \mu_{\hat{A} \cap \bar{\hat{B}}}(x) = \min(\mu_{\hat{A}}(x), \mu_{\bar{\hat{B}}}(x)), \forall x \in X$   |
| Cebirsel çarpım | $\mu_{\hat{A} \odot \hat{B}}(x) = \mu_{\hat{A}}(x) \cdot \mu_{\hat{B}}(x), \forall x \in X$                                            |
| Cebirsel kuvvet | $k \geq 0, \forall x \in X$ için $\mu_{\hat{A}^k}(x) = (\mu_{\hat{A}}(x))^k$                                                           |

### 2.1.3. Bulanık sayı

$\hat{A}$  bulanık kümesi,

- Normal bulanık küme
- Dışbükey bulanık küme
- Destek kümesi sınırlı
- $\hat{A}$ 'nın her bir  $\alpha$  - kesiti, gerçel sayı doğrusunun kapalı aralığında

ise bir bulanık sayı olarak tanımlanmaktadır. Bulanık sayılar bulanık kümelerin özel hali olarak ifade edilmektedir (Pedrycz, 1989; Başkır, 2011).

### 2.1.4. LR tipi bulanık sayı ve $\alpha$ - kesit gösterimi

Literatürde en sık kullanılan bulanık sayılardan biri Dubois ve Prade (1980)'nin önerdiği LR tipi bulanık sayılardır. LR tipi bulanık sayılarda  $L(x)$  ve  $R(x)$  ise bulanık sayının, sırasıyla, sol ve sağ kısımlarını gösteren karakteristik fonksiyonlardır (Dubois ve Prade, 1980).  $\hat{A}$  ile gösterilen bir LR tipi bulanık sayısı için üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\hat{A}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{x-a}{b-a}\right), & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ R\left(\frac{d-x}{d-c}\right), & c \leq x \leq d \\ 0, & \text{d.d} \end{cases}$$

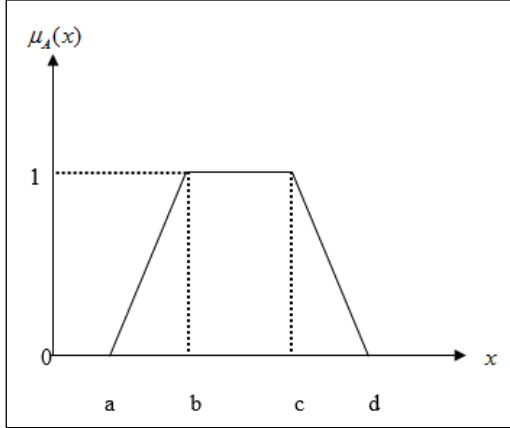
dir.

Burada,  $L, R: [0,1] \rightarrow [0,1]; L(0) = R(0) = 0$  ve  $L(1) = R(1) = 1$ 'dir. LR tipi bulanık sayılarda  $\hat{A} = (a, b, c, d)$  ile gösterilen yamuksal bulanık sayı ile  $b = c$  için  $\hat{A} = (a, b, c)$  ile gösterilen üçgensel bulanık sayı kullanımları yaygındır.



### 2.1.6. Yamuksal bulanık sayı

$\hat{A} = (a, b, c, d)$  şeklinde dörtlü sayı ile tanımlanan yamuksal bulanık sayıda,  $b$  ve  $c$  değerleri üyelik değerinin bire eşit olduğu noktaları,  $a$  ve  $d$ , sırasıyla, alt ve üst limitleri göstermektedir.  $\hat{A}$  yamuksal bulanık sayısının örnek gösterimi Şekil 2.4' ile verilmektedir.



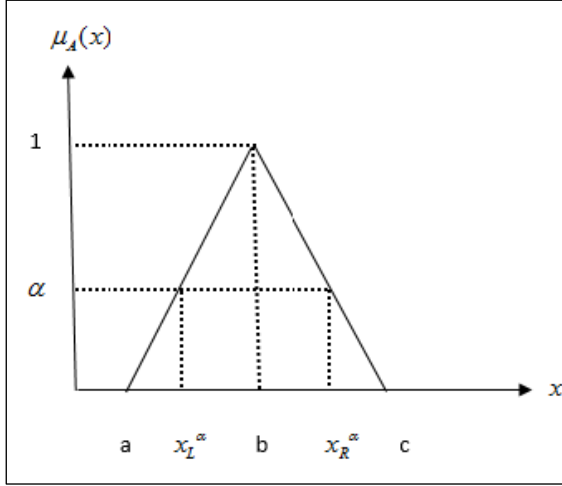
Şekil 2.4. Yamuksal bulanık sayının örnek gösterimi

Yamuksal bulanık sayının üyelik fonksiyonu Eş. 2.2 ile verilmektedir.

$$\mu_{\hat{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \\ 0, & x < a \text{ veya } x > d \end{cases} \quad (2.2)$$

### 2.1.7. Bulanık sayılarda aritmetik işlemler

Bulanık sayılarla aritmetiksel (cebirsel) işlemler için  $\alpha$  –kesitlerin kullanımı yaygındır.  $\alpha$  - kesitlerle yapılan cebirsel işlemler ile daha duyarlı sonuçlar elde edilmektedir (Kaufmann ve Gupta 1985).



Şekil 2.5. Üçgensel bulanık sayı için örnek  $\alpha$  - kesitlerin gösterimi

$\hat{A} = (a, b, c)$  üçgensel bulanık sayının  $\alpha$  -kesitleri,  $\forall \alpha \in [0,1]$  için  $[x_L^\alpha, x_R^\alpha]$  olmak üzere,

$$\left[ \begin{array}{l} x_L^\alpha = a + \alpha(b - a) \\ x_R^\alpha = c - \alpha(c - b) \end{array} \right]$$

ile tanımlanır.

Burada  $x_L^\alpha$  ve  $x_R^\alpha$  sırasıyla,  $\alpha$  - kesit aralığının alt sınır ve üst sınır değerleridir. Benzer şekilde,  $\hat{A} = (a, b, c, d)$  yamuksal bulanık sayısı için  $\alpha$  -kesit aralığı  $[x_L^\alpha, x_R^\alpha] = [a + \alpha(b - c), d - \alpha(d - c)]$  biçiminde elde edilir (Kaufmann ve Gupta 1985).

$\hat{A}$  ve  $\hat{B}$  iki üçgensel bulanık sayıları ele alınsın.  $\alpha$  - kesitleri, sırasıyla,  $\hat{A}^\alpha = [x_L^\alpha, x_R^\alpha]$  ve  $\hat{B}^\alpha = [y_L^\alpha, y_R^\alpha]$  olmak üzere, cebirsel işlemler:

Toplama

$$\hat{A}^\alpha + \hat{B}^\alpha = [x_L^\alpha, x_R^\alpha] + [y_L^\alpha, y_R^\alpha] = [x_L^\alpha + y_L^\alpha, x_R^\alpha + y_R^\alpha]$$

Çıkarma

$$\hat{A}^\alpha - \hat{B}^\alpha = [x_L^\alpha - y_L^\alpha, x_R^\alpha - y_R^\alpha]$$

Çarpma

$$\hat{A}^\alpha \times \hat{B}^\alpha = [x_L^\alpha \times y_L^\alpha, x_R^\alpha \times y_R^\alpha]$$

Bölme

$$\hat{A}^\alpha / \hat{B}^\alpha = [x_L^\alpha / y_L^\alpha, x_R^\alpha / y_R^\alpha]$$

$$k > 0 \text{ için } k\hat{A}^\alpha = [kx_L^\alpha, kx_R^\alpha]$$

biçimindedir (Kaufmann ve Gupta 1985).

Klir, Clair ve Yuan (1997), çarpma ve bölme işlemlerini aşağıdaki gibi tanımlamaktadır.

Çarpma

$$[x_L^\alpha, x_R^\alpha] \times [y_L^\alpha, y_R^\alpha] = \left[ \begin{array}{l} \min(x_L^\alpha y_L^\alpha, x_L^\alpha y_R^\alpha, x_R^\alpha y_L^\alpha, x_R^\alpha y_R^\alpha), \\ \max(x_L^\alpha y_L^\alpha, x_L^\alpha y_R^\alpha, x_R^\alpha y_L^\alpha, x_R^\alpha y_R^\alpha) \end{array} \right]$$

Bölme

$$[x_L^\alpha, x_R^\alpha] / [y_L^\alpha, y_R^\alpha] = \left[ \begin{array}{l} \min(x_L^\alpha / y_L^\alpha, x_L^\alpha / y_R^\alpha, x_R^\alpha / y_L^\alpha, x_R^\alpha / y_R^\alpha), \\ \max(x_L^\alpha / y_L^\alpha, x_L^\alpha / y_R^\alpha, x_R^\alpha / y_L^\alpha, x_R^\alpha / y_R^\alpha) \end{array} \right]$$

Skalarla Çarpım

$$k[x_L^\alpha, x_R^\alpha] = \begin{cases} [kx_L^\alpha, kx_R^\alpha] & , k \geq 0 \\ [kx_R^\alpha, kx_L^\alpha] & , k < 0 \end{cases}$$

### 2.1.8. Genişleme prensibi

$\forall x_i \in \hat{A}_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) için  $\mu_{\hat{A}_i}(x_i)$ ,  $\hat{A}_i$  bulanık kümenin üyelik fonksiyonu olsun. Buna göre,  $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \dots, \hat{A}_n$  bulanık kümelerin kartezyan çarpımı;

$$\mu_{\hat{A}_1 \times \hat{A}_2 \times \dots \times \hat{A}_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \min[\mu_{\hat{A}_1}(x_1), \dots, \mu_{\hat{A}_n}(x_n)] \text{ dir.}$$

$y = f(x)$ ,  $x$  değişkeninin  $f$  altındaki görüntüsü olmak üzere,  $x$  bulanık bir sayı veya bulanık bir küme olursa veya hem  $x$  hem de  $f$  'nin kendisi aynı anda bulanık olursa  $y$  'deki bulanıklık Zadeh'in genişleme prensibi ile bulunur.

$X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ ;  $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \dots, \hat{A}_n$  sırasıyla,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  üzerinde tanımlı bulanık kümeler ve  $x_1 \in \hat{A}_1, x_2 \in \hat{A}_2, \dots, x_n \in \hat{A}_n$  olsun.  $f(x_1, x_2, \dots, x_n): X \rightarrow Y$  olsun.  $Y$  'de  $\hat{B}$  bulanık kümesi  $f$  ve  $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \dots, \hat{A}_n$  'den genişleme prensibine göre,

$$\mu_{\hat{B}}(y) = \begin{cases} \text{maks}(\min(\mu_{\hat{A}_1}(x_1), \dots, \mu_{\hat{A}_n}(x_n))), & f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0, & \text{d.d} \end{cases}$$

olur.  $f$  tek değişkenli ve 1-1 fonksiyon ise genişleme prensibi  $\mu_{\hat{B}}(y) = \mu_{\hat{A}}(x) = \mu_{\hat{A}}(f^{-1}(y))$ ;  $f^{-1}(y) \neq \emptyset$  olur.

$f$  bulanık ise;  $\mu_{\hat{B}}(y) = \left\{ \text{maks}(\min(\mu_{\hat{A}}(x), \mu_R(x, y))), \quad x \in f^{-1}(y) \right\}$  olur.  $\mu_R(x, y) \rightarrow x$  ile  $y$  'yi bağlayan fonksiyonun üyelik derecesidir (Hanss, 2005).

## 2.2. Sezgisel Bulanık Kümeler

### 2.2.1. Sezgisel bulanık kümelerin tanıtılması

Bulanık küme teorisi gerçek hayattaki belirsizlikleri ele almakta etkin bir yöntem olmasına rağmen bazı durumlarda yetersiz kalmaktadır. Sezgisel bulanık küme teorisi, bulanık küme teorisindeki belirsizliklerin daha detaylı ve gerçekçi bir yaklaşımla ele alınabilmesi için

Atanassov tarafından literatüre kazandırılmıştır. Bulanık kümelerin genelleştirilmiş hali olarak tanımlanan sezgisel bulanık kümelerde ait olma ve ait olmama dereceleri birlikte incelenmektedir. Bu durum, bulanık küme teorisine göre belirsizliklerin daha gerçekçi bir yaklaşımla ele alınarak, hassas sonuç çıkarımına olanak sağlamaktadır. Sezgisel bulanık kümelerde ait olma, ait olmama ve belirsizlik derecelerinin toplamı birdir (Atanassov, 1999; Arefi ve Taheri, 2015). Burada, belirsizlik derecesi bir elemanın bir kümeye ait olup olmamasındaki belirsizlik durumudur. Belirsizlik derecesinin sıfır olduğu durumda sezgisel bulanık kümelerin, bulanık kümelere eşit olduğu söylenebilir.

Tanım 2.11.  $X$  boş olmayan evrensel küme olmak üzere,  $\tilde{A}$  sezgisel bulanık kümesinin ait olma - ait olmama derecelerinin matematiksel gösterimleri, sırasıyla,

$$\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1] \text{ ve } \nu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$$

biçimindedir (Atanassov ve Gargov, 1989).

$\tilde{A} = \{ \langle x, \mu_{\tilde{A}}, \nu_{\tilde{A}} \rangle : x \in X \}$  sezgisel bulanık kümesinde  $\forall x \in X$  için  $0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x) + \nu_{\tilde{A}}(x) \leq 1$  dir (Atanassov, 1999).

Tanım 2.12. Atanassov'un sezgisel bulanık kümelerinde,  $x$  elemanının  $\tilde{A}$  kümesine ait olup olmama durumuna ilişkin tereddüt, belirsizlik veya hassasiyet derecesi tanımlanmakta ve  $\pi_{\tilde{A}}(x)$  ile gösterilmektedir. Belirsizlik derecesi ( $\pi_{\tilde{A}}(x), x \in X$  için) matematiksel ifadesi Eş. 2.3'te verilmektedir.

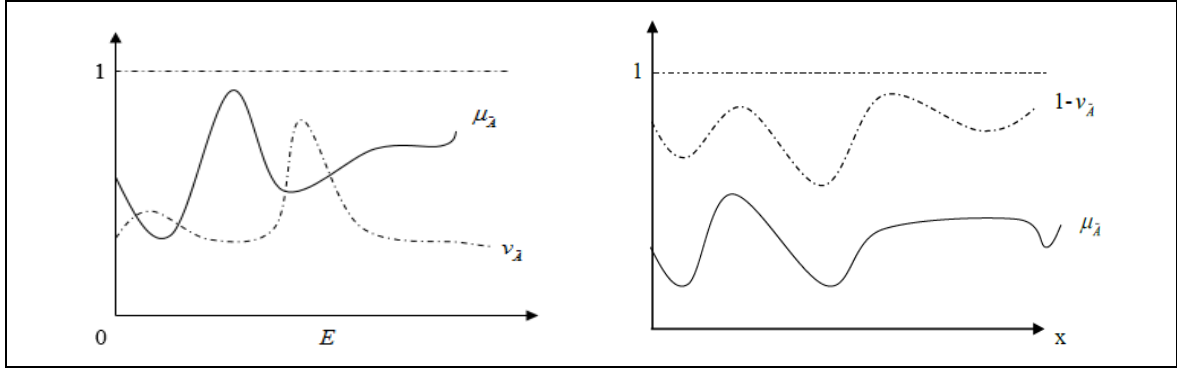
$$\pi_{\tilde{A}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) - \nu_{\tilde{A}}(x) \quad (2.3)$$

Tanım 2.13.  $\ell = (\mu_{\tilde{A}}(x), \nu_{\tilde{A}}(x), \pi_{\tilde{A}}(x))$  sezgisel bulanık sayı ve  $\mu_{\tilde{A}}(x), \nu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$  olmak üzere;

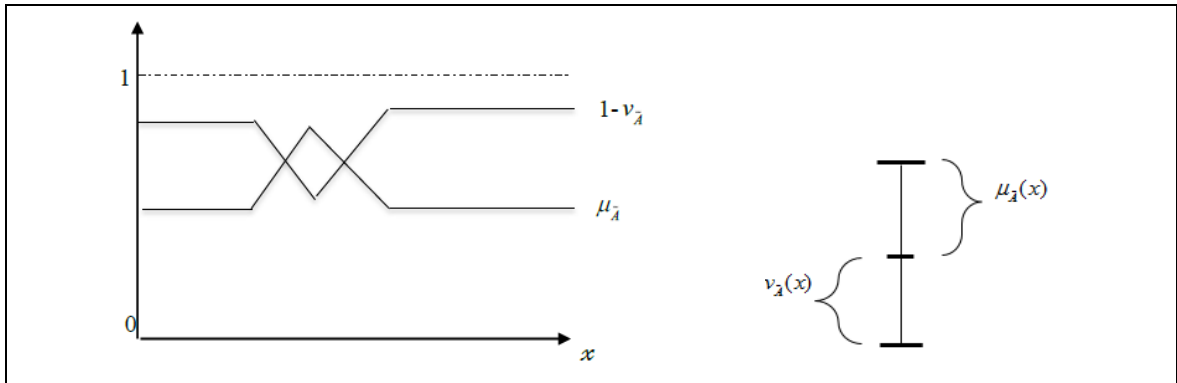
$$0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x) + \nu_{\tilde{A}}(x) \leq 1 \text{ ve } \pi_{\tilde{A}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) - \nu_{\tilde{A}}(x)$$

dir (Atanassov ve Gargov, 1989; Arefi ve Taheri, 2015).

$X$  evrensel küme ve  $\tilde{A} = \{ \langle x, \mu_{\tilde{A}}, \nu_{\tilde{A}} \rangle : x \in X \}$  sezgisel bulanık küme olmak üzere ait olma ve ait olmama dereceleri, sırasıyla,  $\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$  ve  $\nu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$  olarak tanımlanmaktadır. Sezgisel bulanık kümeler için bazı geometrik gösterimler Şekil 2.6’da verilmektedir. Sezgisel bulanık kümenin olanaksız gösterimi ise Şekil 2.7 ile gösterilmektedir (Atanassov,1999).



Şekil 2.6. Sezgisel bulanık küme geometrik gösteri



Şekil 2.7. Sezgisel bulanık kümelerin olanaksız gösterimi

### 2.2.2. Sezgisel bulanık küme özellikleri

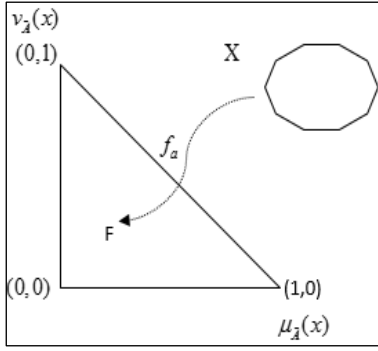
$X$  evrensel küme olmak üzere  $\tilde{A}$  ve  $\tilde{B}$  sezgisel bulanık kümelerdir.  $\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}}$  sırasıyla,  $\tilde{A}$  ve  $\tilde{B}$  bulanık sayıları için üyelik fonksiyonlarıdır. Sezgisel bulanık kümelerde işlemler üyelik fonksiyonları yardımı ile yapılmaktadır.  $\forall x \in X$  için bazı sezgisel bulanık küme işlemleri Çizelge 2.2’ de verilmektedir (Atanassov,1999).

Çizelge 2.2. Sezgisel bulanık küme işlemleri

|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Eşitlik         | $\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}} = \mu_{\tilde{B}} \text{ ve } v_{\tilde{A}}(x) = v_{\tilde{B}}(x)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Kapsama         | $\tilde{A} \subset \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}} \leq \mu_{\tilde{B}} \text{ ve } v_{\tilde{A}}(x) \geq v_{\tilde{B}}(x) \quad \tilde{A} \supset \tilde{B} \Leftrightarrow \tilde{B} \subset \tilde{A}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| Kesişim         | $\tilde{A} \cap \tilde{B} = \{ \langle x, \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)), \max(v_{\tilde{A}}(x), v_{\tilde{B}}(x)) \rangle \mid x \in X \}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Birleşim        | $\tilde{A} \cup \tilde{B} = \{ \langle x, \max(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)), \min(v_{\tilde{A}}(x), v_{\tilde{B}}(x)) \rangle \mid x \in X \}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Tümleme         | $\bar{\tilde{A}}: \tilde{A}$ -sezgisel bulanık kümenin tümleyeni, $\forall x \in X$ için<br>$\bar{\tilde{A}} = \{ \langle x, v_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{A}}(x) \rangle \mid x \in X \}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Cebirsel toplam | $\tilde{A} + \tilde{B} = \{ \langle x, \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{A}}(x), v_{\tilde{A}}(x) \cdot v_{\tilde{B}}(x) \rangle \mid x \in X \}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Cebirsel çarpım | $\tilde{A} \cdot \tilde{B} = \{ \langle x, \mu_{\tilde{A}}(x) \mu_{\tilde{B}}(x), v_{\tilde{A}}(x) + v_{\tilde{B}}(x) - v_{\tilde{A}}(x) \cdot v_{\tilde{B}}(x) \rangle \mid x \in X \}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| Diğer işlemler  | $\tilde{A} @ \tilde{B} = \{ \langle x, \frac{\mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x)}{2}, \frac{v_{\tilde{A}}(x) + v_{\tilde{B}}(x)}{2} \rangle \mid x \in X \}$ $\tilde{A} \$ \tilde{B} = \{ \langle x, \sqrt{\mu_{\tilde{A}}(x) \mu_{\tilde{B}}(x)}, \sqrt{v_{\tilde{A}}(x) v_{\tilde{B}}(x)} \rangle \mid x \in X \}$ $\tilde{A} * \tilde{B} = \{ \langle x, \frac{\mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x)}{2(\mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) + 1)}, \frac{v_{\tilde{A}}(x) + v_{\tilde{B}}(x)}{2(v_{\tilde{A}}(x) + v_{\tilde{B}}(x) + 1)} \rangle \mid x \in X \}$ $\tilde{A}(x) \tilde{B} = \{ \langle x, 2 \cdot \frac{\mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x)}{\mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x)}, 2 \cdot \frac{v_{\tilde{A}}(x) + v_{\tilde{B}}(x)}{v_{\tilde{A}}(x) + v_{\tilde{B}}(x)} \rangle \mid x \in X \}$ $\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x) = 0 \text{ ise } \frac{\mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x)}{\mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x)} = 0$ $v_{\tilde{A}}(x) = v_{\tilde{B}}(x) = 0 \text{ ise } \frac{v_{\tilde{A}}(x) \cdot v_{\tilde{B}}(x)}{v_{\tilde{A}}(x) + v_{\tilde{B}}(x)} = 0$ $\tilde{A} \subset \tilde{B} \text{ ve } \tilde{B} \subset \tilde{A} \text{ ise } \tilde{A} = \tilde{B} \text{ dir.}$ |

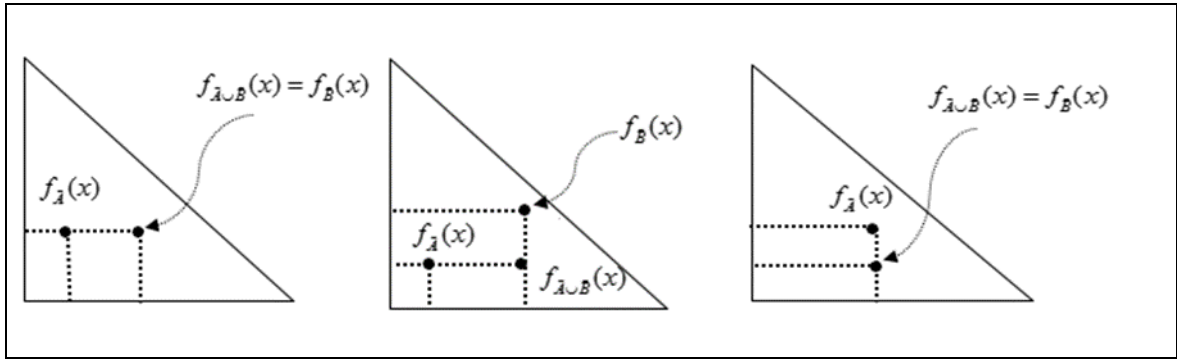
### 2.2.3. Sezgisel bulanık kümelerin geometrik gösterimi

$X$  evrensel küme ve  $\tilde{A}$  ve  $\tilde{B}$  sezgisel bulanık kümeler olmak üzere, geometrik gösterim ve sezgisel bulanık kümelerle yapılan kesişim, birleşim, toplama, işlemlerine ait gösterimler aşağıda anlatılmaktadır (Atanassov,1999).



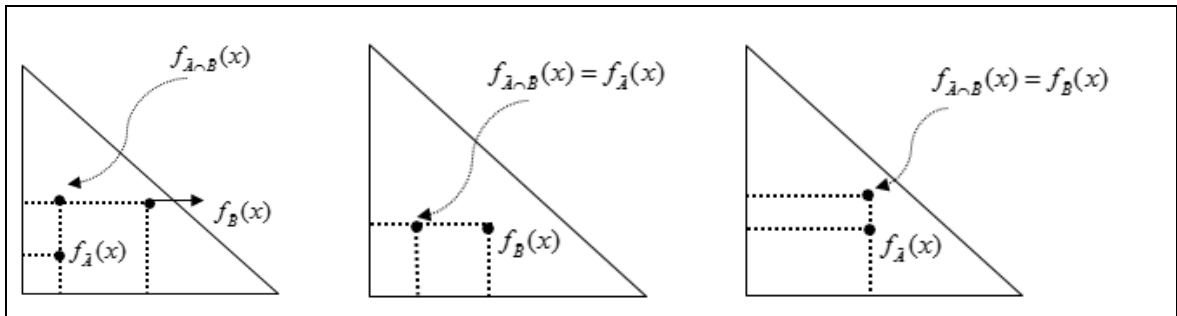
Şekil 2.8. Sezgisel bulanık kümelerin genel geometrik gösterimi

a) Sezgisel bulanık kümeler için birleşim işlemi:  $f_{\tilde{A} \cup \tilde{B}} \in F$  için koordinatlar:  $\langle \max(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)), \min(v_{\tilde{A}}(x), v_{\tilde{B}}(x)) \rangle$  ile tanımlanır (Atanassov,1999). Sezgisel bulanık küme birleşim işlemi için geometrik gösterim Şekil 2.9 ile verilmektedir.



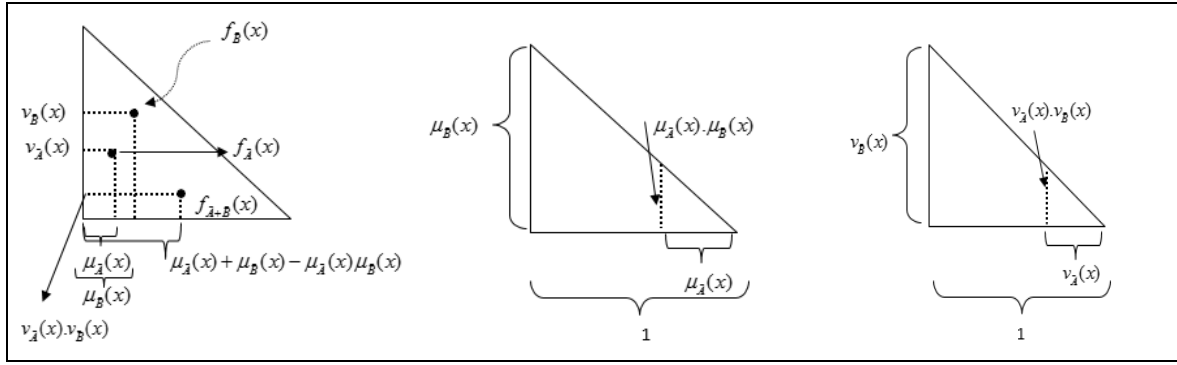
Şekil 2.9. Sezgisel bulanık kümelerde birleşim işlemi için geometrik gösterim

b) Sezgisel bulanık kümeler için kesişim işlemi:  $f_{\tilde{A} \cap \tilde{B}} \in F$  için koordinatlar:  $\langle \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)), \max(v_{\tilde{A}}(x), v_{\tilde{B}}(x)) \rangle$  ile tanımlanır (Atanassov,1999). Sezgisel bulanık küme kesişim işlemi için geometrik gösterim Şekil 2.10'daki gibidir.



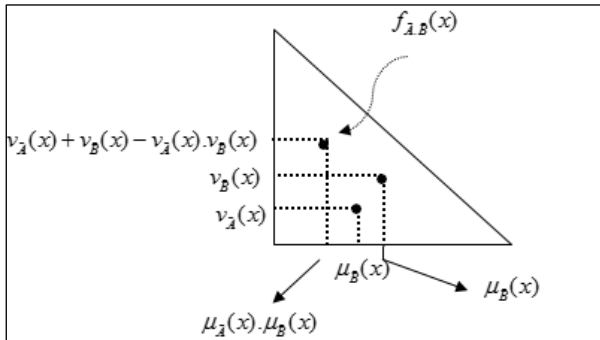
Şekil 2.10. Sezgisel bulanık kümelerde kesişim işlemi için geometrik gösterim

c) Sezgisel bulanık kümeler için cebirsel toplam “+”:  $\tilde{A}$  ve  $\tilde{B}$  sezgisel bulanık kümeler olmak üzere  $f_{\tilde{A}+\tilde{B}}(x) \in F$  için koordinatlar:  $\langle \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - \mu_{\tilde{A}}(x)\mu_{\tilde{B}}(x), v_{\tilde{A}}(x).v_{\tilde{B}}(x) \rangle$  olarak tanımlanmaktadır (Atanassov,1999). Sezgisel bulanık kümelerde cebirsel toplam işlemi için geometrik gösterim Şekil 2.11’de verilmektedir.



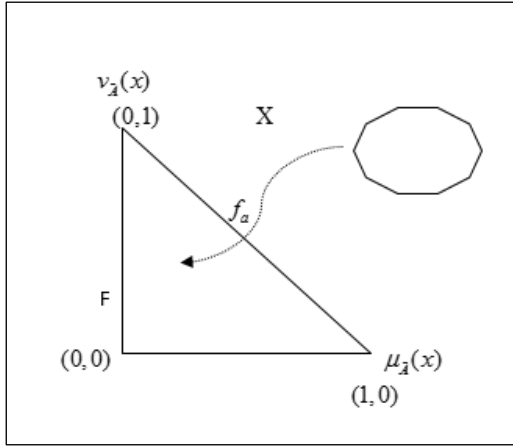
Şekil 2.11. “+” Cebirsel toplam için geometrik gösterim

d) Sezgisel bulanık kümeler için “.” Operatörü:  $f_{\tilde{A}.\tilde{B}}(x) \in F$  için koordinatlar:  $\langle \mu_{\tilde{A}}(x).\mu_{\tilde{B}}(x), v_{\tilde{A}}(x) + v_{\tilde{B}}(x) - v_{\tilde{A}}(x).v_{\tilde{B}}(x) \rangle$  olarak tanımlanmaktadır (Atanassov,1999). Sezgisel bulanık kümelerde “.” operatörü için gerçekleştirilen işlemlerin geometrik gösterimi Şekil 2.12’deki gibidir.

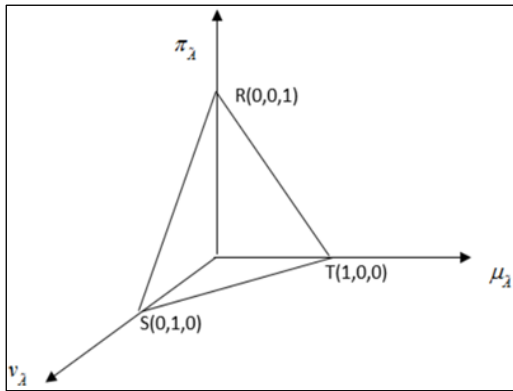


Şekil 2.12. “.” operatörü için geometrik gösterim

Sezgisel bulanık kümelerin 2D ve 3D gösterimleri, sırasıyla, Şekil 2.13 ve Şekil 2.14’te verilmiştir.



Şekil 2.13. 2D – gösterimi



Şekil 2.14. 3D – gösterimi

#### 2.2.4. Sezgisel bulanık sayıların tanıtılması

Tanım 2.14.  $\tilde{A} = \{ \langle x, \mu_{\tilde{A}}(x), v_{\tilde{A}}(x) \rangle \mid x \in X \}$  ile tanımlı sezgisel bulanık kümesi aşağıdaki aksiyomları sağlıyorsa sezgisel bulanık sayı olarak ifade edilir (Atanassov, 1999).

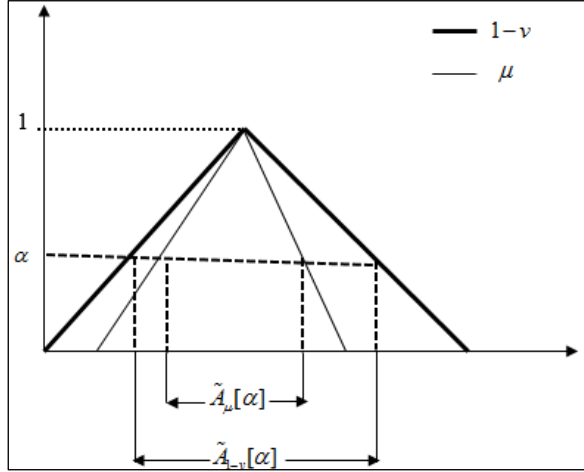
1.  $\tilde{A}$  normal sezgisel bulanık sayı olmak üzere  $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$  ve  $v_{\tilde{A}}(x) = 0$
2.  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  ( üyelik fonksiyonu) konveks ise;

$$\mu_{\tilde{A}}(x).(\lambda.x_1 + (1-\lambda).x_2) \geq \min\{\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\}, \forall x_1, x_2 \in X, \lambda \in [0,1]$$

3. Ait olmama fonksiyonu  $v_{\tilde{A}}(x)$  konkav ise;

$$v_{\tilde{A}}(x).(\lambda.x_1 + (1-\lambda).x_2) \leq \max\{v_{\tilde{A}}(x_1), v_{\tilde{A}}(x_2)\}, \forall x_1, x_2 \in X, \lambda \in [0,1]$$

Tanım 2.15.  $\tilde{A}$  üçgensel sezgisel bulanık sayı olsun.  $\tilde{A}$  'nın ait olma ve ait olmama dereceleri için  $\alpha$  - kesitler Şekil 2.15'te gösterilmektedir (Arefi ve Taheri, 2015).



Şekil 2.15.  $\tilde{A}$  üçgensel sezgisel bulanık sayısının ait olma ve ait olmama dereceleri için örnek  $\alpha$  - kesit gösterimi

Burada, ait olma ve ait olmama derecelerinin  $\alpha$  - kesitleri sırasıyla, Eş. 2.4 ve Eş. 2.5'teki gibidir (Arefi ve Taheri, 2015; Guha ve Chakraborty, 2010).

$$\tilde{A}_\mu[\alpha] = \{x : \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad (2.4)$$

$$\tilde{A}_{1-v}[\alpha] = \{x : 1 - v_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad (2.5)$$

Tanım 2.16.  $\tilde{A} = \{ \langle x, \mu_{\tilde{A}}(x), v_{\tilde{A}}(x) \rangle \mid x \in R \}$  sezgisel bulanık kümesi

1.  $m$ ,  $\tilde{A}$  sezgisel bulanık sayısının merkezi olmak üzere  $m \in R$ ,  $\mu_{\tilde{A}}(m) = 1$  ve  $v_{\tilde{A}}(m) = 0$  'dır
2.  $\tilde{A}$  sezgisel bulanık kümesinin  $\alpha$  - kesitleri ( $0 < \alpha < 1$ )  $R$  'nin kompakt aralıklarıdır (Guha ve Chakraborty, 2010).

Tanım 2.17.  $\tilde{A}$  sezgisel bulanık sayısı pozitif ( $\tilde{A} > 0$ ) ise,  $x < 0$  için  $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$  ve  $v_{\tilde{A}}(x) = 1$ 'dir.  $\tilde{A}$  sezgisel bulanık sayısı negatif ( $\tilde{A} < 0$ ) ise,  $x > 0$  için  $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$ ,  $v_{\tilde{A}}(x) = 1$  dir (Arefi ve Taheri, 2015).

Tanım 2.18. LR tipindeki  $\tilde{A}$  sezgisel bulanık sayısının ait olma ve ait olmama fonksiyonları sırasıyla, Eş. 2.6 ve Eş. 2.7’de verilmiştir (Arefi ve Taheri, 2015).

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{s_1}\right), & x \leq m \\ R\left(\frac{x-m}{s_2}\right), & m < x \end{cases} \quad (2.6)$$

$$v_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 1 - L\left(\frac{m-x}{s_1'}\right), & x \leq m \\ 1 - R\left(\frac{x-m}{s_2'}\right), & m < x \end{cases} \quad (2.7)$$

Burada,  $L(\cdot)$  ve  $R(\cdot): R^+ \rightarrow [0,1]$  azalan fonksiyonlar ve  $L(0) = R(0) = 1$ ’dir. L-R tipindeki sezgisel bulanık sayıların genel gösterimi  $\tilde{A} = (m; s_1, s_2; s_1', s_2')_{LR}$  şeklindedir. Burada,  $s_1, s_1' \in R^+ \cup 0$  ( $s_1' > s_1$ ) ve  $s_2, s_2' \in R^+ \cup 0$  ( $s_2' > s_2$ ) sırasıyla, sezgisel bulanık sayıların ait olma, ait olmama dereceleri için sol ve sağ yayılımlarını göstermektedir (Guha ve Chakraborty, 2010; Arefi ve Taheri, 2015).

Tanım 2.19.  $\tilde{A} = (m; s_1, s_2; s_1', s_2')_{LR}$  L-R tipindeki sezgisel bulanık sayısının ait olma ve ait olmama dereceleri için  $\alpha$  - kesitleri:

$$\tilde{A}_\mu[\alpha] = [\tilde{A}_\mu^L(\alpha), \tilde{A}_\mu^R(\alpha)] = [m - s_1 L^{-1}(\alpha), m - s_2 R^{-1}(\alpha)] = [m - s_1(1 - \alpha), m - s_2(1 - \alpha)]$$

$$\tilde{A}_{1-v}[\alpha] = [\tilde{A}_{1-v}^L(\alpha), \tilde{A}_{1-v}^R(\alpha)] = [m - s_1' L^{-1}(\alpha), m - s_2' R^{-1}(\alpha)] = [m - s_1'(1 - \alpha), m - s_2'(1 - \alpha)]$$

olarak tanımlanmaktadır (Arefi ve Taheri, 2015).

Tanım 2.20.  $\tilde{M} = (m; s_1, s_2; s_1', s_2')_{LR}$ ,  $\tilde{N} = (n; r_1, r_2; r_1', r_2')_{LR}$  LR tipindeki sezgisel bulanık sayılar ve  $\lambda \in R - \{0\}$ ’dır. Sezgisel bulanık sayılar arasındaki bazı işlemler,

$$\begin{aligned}\tilde{M} \oplus \tilde{N} &= (m; s_1, s_2; s'_1, s'_2)_{LR} \oplus (n; r_1, r_2; r'_1, r'_2)_{LR} \\ &= (m+n; s_1+r_1, s_2+r_2; s'_1+r'_1, s'_2+r'_2)_{LR}\end{aligned}\quad (2.8)$$

$$\lambda \otimes \tilde{M} = \begin{cases} (\lambda m; \lambda s_1, \lambda s_2; \lambda s'_1, \lambda s'_2)_{LR}, & \lambda \geq 0 \\ (\lambda m; -\lambda s_2, -\lambda s_1; -\lambda s'_2, \lambda s'_1)_{RL}, & \lambda < 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

biçimindedir (Dubois ve Prade, 1980).

Sezgisel bulanık sayılarda çarpma işlemi için  $\tilde{M}$  ve  $\tilde{N}$  'nin pozitif ve negatif olma durumuna göre ayrı ayrı inceleme yapılmıştır. Bu durumlar aşağıda verilmektedir.

1-  $\tilde{M} > 0$  ve  $\tilde{N} > 0$  ise,

$$\begin{aligned}\tilde{M} \otimes \tilde{N} &= (m; s_1, s_2; s'_1, s'_2)_{LR} \otimes (n; r_1, r_2; r'_1, r'_2)_{LR} \\ &\simeq (mn; w_1, w_2; w'_1, w'_2)_{LR}\end{aligned}\quad (2.10)$$

Sol ve sağ yayılım değerleri aşağıdaki eşitlikler yardımı ile elde edilir.

$$\begin{aligned}w_1 &= mr_1 + ns_1 & w'_1 &= mr'_1 + ns'_1 \\ w_2 &= mr_2 + ns_1 & w'_2 &= mr'_2 + ns'_2\end{aligned}$$

2-  $\tilde{M} < 0$  ve  $\tilde{N} > 0$  ise,

$$\begin{aligned}\tilde{M} \otimes \tilde{N} &= (m; s_1, s_2; s'_1, s'_2)_{RL} \otimes (n; r_1, r_2; r'_1, r'_2)_{LR} \\ &= -(-m; s_2, s_1; s'_2, s'_1)_{LR} \otimes (n; r_1, r_2; r'_1, r'_2)_{LR} \\ &\simeq -(-mn; w_2, w_1; w'_2, w'_1)_{LR} \\ &= (mn; w_1, w_2; w'_1, w'_2)_{RL}\end{aligned}\quad (2.11)$$

Sol ve sağ yayılım değerleri aşağıdaki eşitlikler yardımı ile elde edilir.

$$\begin{aligned}w_1 &= ns_1 - mr_2 & w_2 &= ns_2 - mr_1 \\ w'_1 &= ns'_1 - mr'_2 & w'_2 &= ns'_2 - mr'_1\end{aligned}$$

3-  $\tilde{M} < 0$  ve  $\tilde{N} < 0$  ise,

$$\begin{aligned}
\tilde{M} \otimes \tilde{N} &= (m; s_1, s_2; s'_1, s'_2)_{RL} \otimes (n; r_1, r_2; r'_1, r'_2)_{LR} \\
&= -\tilde{M} \otimes -\tilde{N} \\
&= (-m; s_2, s_1; s'_2, s'_1)_{RL} \otimes (-n; r_2, r_1; r'_2, r'_1)_{RL} \\
&\simeq (mn; w_1, w_2; w'_1, w'_2)_{RL}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Yayılm değerleri aşağıdaki eşitlikler yardımı ile elde edilir.

$$\begin{aligned}
w_1 &= ns_1 - mr_2 & w_2 &= ns_2 - mr_1 \\
w'_1 &= ns'_1 - mr'_2 & w'_2 &= ns'_2 - mr'_1
\end{aligned}$$

### 2.2.5. Sezgisel bulanık sayılar arasındaki uzaklık

Tanım 2.21.  $\tilde{M}$  ve  $\tilde{N}$  sezgisel bulanık sayılar olsun.  $f(a)$  ağırlık fonksiyonuna dayalı olarak iki sezgisel bulanık sayı arasındaki uzaklık Eş 2.13 ile hesaplanmaktadır (Atanassov, 1999; Grzegorzewski, 2004; Guha ve Chakraborty, 2010; Arefi ve Taheri, 2015).

$$\begin{aligned}
d(\tilde{M}, \tilde{N}) &= \left[ \int_0^1 \frac{1}{2} f(a) (d^2(\tilde{M}_\mu[a], \tilde{N}_\mu[a]) + d^2(\tilde{M}_{1-\nu}[a], \tilde{N}_{1-\nu}[a])) da \right]^{\frac{1}{2}} \\
d^2(\tilde{M}_\mu[a], \tilde{N}_\mu[a]) &= [\tilde{M}_\mu^L(a) - \tilde{N}_\mu^L(a)]^2 + [\tilde{M}_\mu^U(a) - \tilde{N}_\mu^U(a)]^2 \\
d^2(\tilde{M}_{1-\nu}[a], \tilde{N}_{1-\nu}[a]) &= [\tilde{M}_{1-\nu}^L(a) - \tilde{N}_{1-\nu}^L(a)]^2 + [\tilde{M}_{1-\nu}^U(a) - \tilde{N}_{1-\nu}^U(a)]^2
\end{aligned} \tag{2.13}$$

$f(a) = [0, 1]$  aralığında tanımlı artan fonksiyon olmak üzere;

$$f(0) = 0 \text{ ve } \int_0^1 f(a) da = \frac{1}{2}$$

dir.

Tanım 2.22.  $(IFN(R), d)$  aşağıdaki koşulları sağladığı için

$$1) d(\tilde{M}, \tilde{N}) \geq 0$$

- 2)  $d(\tilde{M}, \tilde{N}) = 0 \Leftrightarrow \tilde{M} = \tilde{N}$   
 3)  $d(\tilde{M}, \tilde{N}) = d(\tilde{N}, \tilde{M})$   
 4)  $d(\tilde{M}, \tilde{N}) \leq d(\tilde{M}, \tilde{A}) + d(\tilde{A}, \tilde{N})$

metrik uzay olarak adlandırılır (Arefi ve Taheri, 2015).

Tanım 2.23.  $\tilde{M} = (m; s_1, s_2; s_1', s_2')_{LR}$  ve  $\tilde{N} = (n; r_1, r_2; r_1', r_2')_{LR}$  iki sezgisel bulanık sayı olmak üzere;

$$\begin{aligned}
 d^2(\tilde{M}, \tilde{N}) = & (m-n)^2 + \frac{1}{2} \left[ (r_1 - s_1)^2 + (r_1' - s_1')^2 \right] \int_0^1 f(a) (L^{-1}(a))^2 da + \frac{1}{2} \left[ (r_2 - s_2)^2 + (r_2' - s_2')^2 \right] \\
 & \int_0^1 f(a) (R^{-1}(a))^2 da + (m-n) \left[ (r_1 - s_1) + (r_2' - s_2') \right] \int_0^1 f(a) L^{-1}(a) da \\
 & - (m-n) \left[ (r_2 - s_2) + (r_2' - s_2') \right] \int_0^1 f(a) R^{-1}(a) da
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

bulunur. Eş. 2.14'te  $f(a) = a$  olarak yerine yazılırsa

$$\begin{aligned}
 d(\tilde{M}, \tilde{N}) = & \left[ (m-n)^2 + \frac{1}{24} \left[ (r_1 - s_1)^2 + (r_2 - s_2)^2 + (r_1' - s_1')^2 + (r_2' - s_2')^2 \right] \right. \\
 & \left. + \frac{1}{6} (m-n) \left[ (r_1 - s_1) + (r_2 - s_2) + (r_1' - s_1') - (r_2' - s_2') \right] \right]^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

sonucu elde edilir (Arefi ve Taheri, 2015).



### 3. BULANIK REGRESYON ANALİZİ

#### 3.1. Bulanık Regresyon Modelleri

Bir sistem bileşenleri (girdi-çıkıı değişkenler) arasındaki ilişkilere ilişkin sonuç çıkarımda klasik regresyon analizi önemli bir araçtır. Sistemi oluşturan ıkıı (bağımlı) ve bazı girdi (bağımsız) değişkenler arasındaki fonksiyonel bağıntı ve ilgili tahminler regresyon analizi ile gerçekleştirilmektedir. Klasik regresyon analizinde kullanılacak verinin kesin olması gerekmektedir. Günlük hayatta karşılaşılan problemlerde belirsizlik içeren durumlar olduğu görülmektedir. Bu nedenle sistemlerin modellenmesinde bulanık yani kesin olmayan durumlarla karşılaşılmaktadır. Bulanık ortamda toplanan veri ile yapılan modelleme çalışmalarında bulanık regresyon analizi (BRA) kullanılmaktadır.

Bir bulanık regresyon modeli,

- Sistem bileşenleri arasındaki ilişkinin,
- Sistem bileşenlerinin kendilerinin,

bulanık olduğu durumlar için gerçekleştirilmektedir. Bulanık Regresyon Analizinin bazı durumlarda klasik regresyon analizinden daha avantajlı olduğu görülmektedir. Bu durumlar kısaca özetlenecek olursa; örnek hacmi küçük olduğunda, istatistiksel varsayımlar sağlanmadığında, değişkenler arası veya veri yapısı kaynaklı belirsizlikler olduğunda araştırmacılar tarafından uygun bir alternatif olarak kullanılmaktadır (Shapiro, 2005; Wang ve Tsaur, 2000).

Bulanık regresyon (BR) modeli temelde iki başlık altında incelenmektedir:

1. Olabilirlik Modeli (Tanaka Modeli)
2. En Küçük Kareler (EKK) modeli.

Olabilirlik modelinde bulanık model katsayılarının toplam yayılımını minimize edilerek modelin belirsizliği (bulanıklığı) en küçüklenmektedir. Burada, belirli bir veri aralığı içinde her bir örneğin veri noktalarını içermesi koşulu yer almaktadır.

EKK modelinde, mod ve yayılıma bağlı olarak model-tahmin çıktısı ve gözlenen-çıktı arasındaki fark en küçüklenmektedir. Bulanık doğrusal regresyon modeli matris gösterimi ile,

$$\underline{\hat{Y}} = X \underline{\hat{\beta}} \quad (3.1)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada,  $\underline{\hat{Y}}_{n \times 1}$ : bulanık çıktı değişken için gözlemler vektörü;  $X_{n \times p}$ : girdi değişkenler matrisi;  $\underline{\hat{\beta}}_{p \times 1}$ : bulanık model katsayıları vektörüdür. Eş. 3.1'in açık gösterimi Eş. 3.2'deki gibidir.

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \dots + \hat{\beta}_p x_p \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

### 3.1.1. Olabilirlik modeli (tanaka modeli)

Kesin girdi ve bulanık çıktı değişkenlerinin yer aldığı doğrusal bulanık regresyon modeli ilk defa Tanaka ve diğerleri (1982) tarafından literatüre mal edilmiştir. Olabilirlik modeli olarak da adlandırılmaktadır.

$X$  ve  $Y$  iki küme olmak üzere  $f(x, a)$  fonksiyonunun  $X$  kümesinden  $Y$  kümesine tanımlı olduğu düşünölsün. Parametreler  $\hat{A}$  bulanık kümesinden ifade edilirse  $f(x, \hat{A})$  bulanık fonksiyon olarak adlandırılır. Eş. 3.3 ile gösterilir.

$$f : X \rightarrow F(y); \quad Y = f(x, \hat{A}) \quad (3.3)$$

$\hat{Y}$  bulanık kümesi için üyelik fonksiyonu Eş. 3.4'deki gibidir.

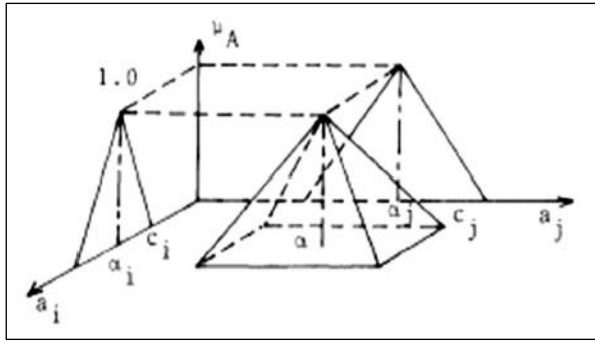
$$\mu_{\hat{Y}}(y) = \begin{cases} \max_{\langle a/y=f(x,a) \rangle} \mu_{\hat{A}}(a), & \{a/y=f(x,a) \neq \emptyset\} \\ 0, & d.d \end{cases} \quad (3.4)$$

Bulanık doğrusal regresyon modeli Eş. 3.5 ile ifade edilmektedir.

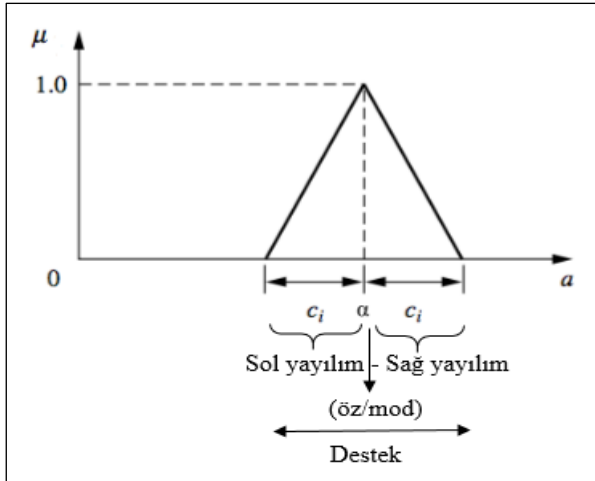
$$\hat{Y} = \hat{A}_0 + \hat{A}_1 x_1 + \dots + \hat{A}_n x_n \quad (3.5)$$

Eş. 3.5'te bulanık çıktı  $\hat{Y}$ ; girdi (açıklayıcı, bağımsız) değişkene ilişkin vektör  $X=[x_1, x_2, \dots, x_n]$ ; bulanık katsayılarla ilişkin vektör ise  $\hat{A}=[\hat{A}_0, \hat{A}_1, \dots, \hat{A}_n]$  ile gösterilmektedir. Eş. 3.5 ile verilen bulanık model bileşenleri üçgensel bulanık sayılar ile tanımlanmaktadır.

Bulanık regresyon modelinde bulanık kümelerle tanımlı bulanık parametrelerin üç boyutlu ve iki boyutlu gösterimleri, sırasıyla, Şekil 3.1 ve Şekil 3.2 ile verilmektedir.



Şekil 3.1. Bulanık parametreler için üç boyutlu gösterim



Şekil 3.2. Bulanık parametrenin iki boyutlu gösterimi

Şekil 3.2'de simetrik üçgensel bulanık sayılar ile gösterilen  $\hat{A}_j = (\alpha_j, c_j)$  bulanık katsayısı için üyelik fonksiyonu,

$$\mu_{\hat{A}}(a) = \min_j \{ \mu_{A_j}(a_j) \}$$

$$\mu_{\hat{A}_j}(a_j) = \begin{cases} 1 - \frac{|\alpha_j - a_j|}{c_j}, & \alpha_j - c_j \leq a_j \leq \alpha_j + c_j \\ 0, & d.d \end{cases} \quad (3.6)$$

ile tanımlanır. Eş. 3.6'nın parçalanmış hali Eş. 3.7' deki gibidir.

$$\mu_{\hat{A}_j}(a_j) = \begin{cases} 1 - \frac{(\alpha_j - a_j)}{c_j}, & a_j \in (\alpha_j - c_j, \alpha_j) \\ 1 - \frac{(\alpha_j - a_i)}{c_i}, & a_j \in (\alpha_j, \alpha_j + c_j) \end{cases} \quad (3.7)$$

Burada,  $\alpha$  merkez,  $c_j$  yayılım değerini ifade etmektedir. Bulanık katsayılarla bağlı olarak bulanık regresyon modeli Eş. 3.8'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= (\alpha_0, c_0) + \sum_{j=1}^n (\alpha_j, c_j) x_{ij} \\ &= (\alpha_0, c_0) + (\alpha_1, c_1) x_{i1} + \dots + (\alpha_n, c_n) x_{in} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Eş. 3.8 ile verilen model bulanıklığı (belirsizliği), bulanık katsayılarla ait toplam yayılımın minimize edilmesi ile en küçüklenmektedir. Burada, verinin yeterli kapalılıkta olması, yani veri noktalarının kapsanması kısıtı bulunmaktadır. Bulanık regresyon modelinde bulanık katsayıların toplam yayılımının minimize edilmesi  $j = 1, 2, \dots, n$  için  $c_j \geq 0$  olmak üzere,

$$\min \left[ c_0 + \sum_{j=1}^n c_j |x_{ij}| \right] \quad (3.9)$$

ile gösterilmektedir. Eş. 3.9 ile verilen, klasik regresyonda (Bkz. Eş. 3.2) artıkların kareleri toplamının minimize edilmesi ( $\min \sum_{i=1}^n e_i^2$ ) ile benzerdir. Bulanık regresyon modelinde sapma, sistem yapısı belirsizliği ile ilişkilendirilmektedir. Klasik regresyonda çıktı değişkeni kaynaklı hatalar tek bir değişkende toplanmaktadır. Bu sıfır ortalamalı rasgele değişken ( $\varepsilon_i$ ) gözlenen ( $Y_i$ ) ile bilinmeyen gerçek çıktı değeri  $E(Y_i)$  arasındaki sapmayı ifade etmektedir

ve  $\varepsilon_i = Y_i - E(Y_i)$  olarak verilir. Bulanık regresyonda hatalar, katsayılar ve yayılımlar vasıtası ile tüm modele dağılmaktadır.

Zadeh'in genişletme prensibi yardımı ile  $c_j > 0$  olmak üzere,  $\hat{Y}_i$  bulanık sayısının üyelik fonksiyonu Eş. 3.10 ile ifade edilmektedir (Tanaka, 1982).

$$\mu_{\hat{Y}_i}(y_i) = \begin{cases} 1 - \frac{|y_i - x^T \alpha|}{c^T |x|}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0, y = 0 \\ 0, & x = 0, y \neq 0 \end{cases} \quad \forall_i = 1, 2, \dots, M \quad (3.10)$$

Bu eşitlikte  $c^T = [c_0, c_1, \dots, c_n]$  ve  $\alpha = [\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n]$  olarak ifade edilmektedir. Bulanık sayı olarak tahmin edilen  $\hat{Y}_i$  çıktısının sınırları genişletme prensibinden yararlanarak aşağıdaki eşitlikler yardımı ile bulunur (Wang ve Tsaur, 2000).

$$\text{Alt Sınır: } \hat{Y}_i = \sum_{j=0}^N (a_j - c_j) x_{ij}$$

$$\text{Merkez: } \hat{Y}_i = \sum_{j=0}^N a_j x_{ij}$$

$$\text{Üst Sınır: } \hat{Y}_i = \sum_{j=0}^N (a_j + c_j) x_{ij}$$

Bulanık doğrusal regresyon modelinde amaç, bulanık parametrelerin toplam yayılımlarını minimum yaparak model bulanıklığını en küçükmektir. Amaç fonksiyonu,

$$\min c^t |X| = \min \sum_{j=0}^N (c_j \sum_{i=1}^M |x_{ij}|) \quad (3.11)$$

veya

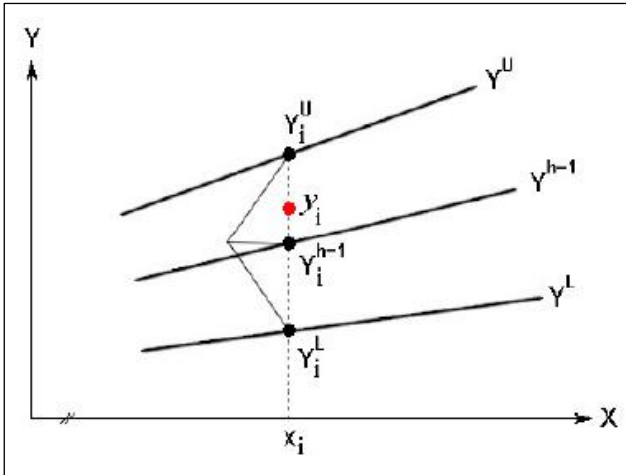
$$\min J = c_1 + c_2 + \dots c_n \quad (3.12)$$

ile tanımlanır. Kısıtlar bulanık çıktı değişkenin ( $\hat{Y}_i$ ), bağımlı değişkenin gözlem değerlerini  $\hat{Y}_i$  belirli bir  $h$  düzeyinde kapsayacak şekilde belirlenir. Bu durum matematiksel olarak

$$1 - \frac{|\hat{Y}_i - x_i^t \alpha|}{c^t |x|} \geq h, \quad \forall_i = 1, 2, \dots, M \quad (3.13)$$

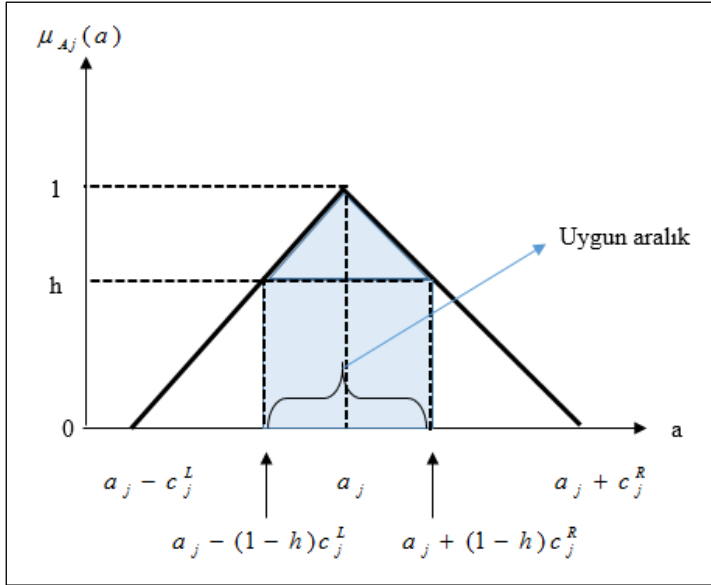
biçiminde ifade edilir.

Bulanık regresyon analizinde bir diğer önemli nokta  $h$ -düzeyidir. BR analizinde, model (tahmin) ile veriler arasındaki uyum ölçüsü  $h$ -düzeyi ile tanımlanmaktadır.  $h$ -düzeyi ile mümkün veri aralığının boyutu kontrol edilmektedir. Ayrıca, üyelik fonksiyonunun destek kümesi genişletilmektedir.  $h$ -düzeyi bulanık sayılardaki  $\alpha$  - kesit tanımının tersidir. Şekil 3.3'te  $h$  düzeyi ile oluşturulan doğrunun alt ve üst regresyon doğruları arasında olduğu gösterilmektedir.



Şekil 3.3. Bulanık regresyon aralığı (Shapiro, 2005)

Simetrik üçgensel bulanık sayı için  $h=1$  dir.  $h$ -düzeyinin seçimi için farklı noktalarda analizler yaparak karar verilmesi gerekmektedir. Araştırmacı  $h$ -düzeyini, veri kümesini eksik, yarım ya da tam olma durumunu göz önüne alarak  $[0,1]$  aralığında belirler. Şekil 3.4'te  $h$  düzeyi kullanılarak bulanık  $\hat{A}_j$  katsayılarının tahmin edilmesi gösterilmektedir.

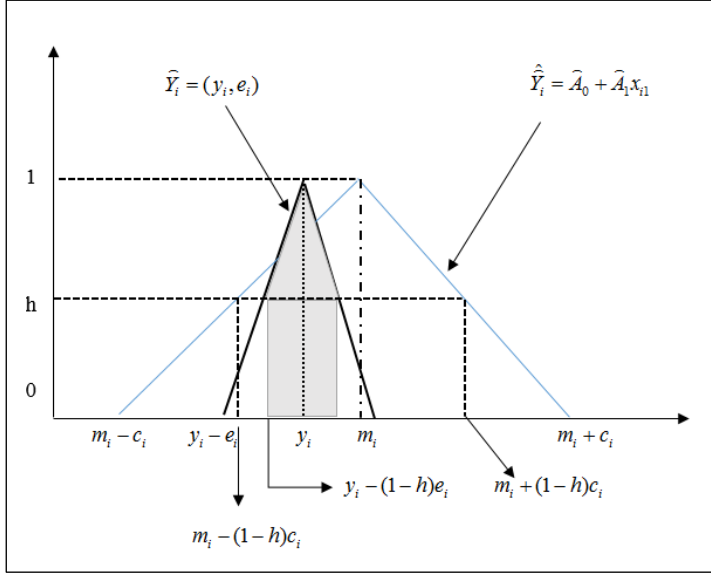


Şekil 3.4. h-düzeyi ile model bulanık katsayısı gösterimi

$a_j$  simetrik üçgensel bulanık sayı olmak üzere sol ve sağ yayılımları sırası ile  $a_j - c_j^L$  ,  $a_j + c_j^R$  ile gösterilmektedir. Alınan  $h$  kesiti  $[a_j - (1-h)c_j^L, a_j + (1-h)c_j^R]$  aralığı ile tanımlanır ve en uygun veri aralığı olarak adlandırılır.  $h$ -düzeyi arttıkça bulanık parametrelerin sağ ve sol yayılımlarının arttığı görülmektedir.  $h$  arttıkça yayılım tahmini büyüyecektir. Burada,  $h$ -düzeyi, tahmin değerlerinde elde edilmek istenen güvenlik derecesini göstermektedir.

$h$  düzeyi ile tahminler ve gözlemlenen değerler arasındaki sapmalar sistem yapısındaki bulanıklıktan kaynaklanmaktadır. Klasik regresyon analizinde hatalar tek terime ( $\varepsilon$ ) toplanırken bulanık regresyon analizinde tek bir hata terimi yoktur. Burada hata tüm model katsayılarına yayılır ve tüm parametreler belirli bir bulanıklık derecesi ile tahmin edilir (Moskowitz ve Kim, 1993). Kısaca tahmin edilen çıktı değeri, en az  $h$ -düzeyi ile gözlemlenen bulanık veriyi içermek zorundadır. Bu nedenle,  $h$ -düzeyi 1'e çok yakın olmamalıdır. Öte yandan  $h$  düzeyi 0'a yaklaştıkça güven düzeyi üyelik değeri azalmaktadır.

Çoğu kez  $h=0,5$  olarak tercih edilmektedir.  $h$ -düzeyi ile düzeltilmiş gözlenen ( $\tilde{Y}$ ) ve tahmin edilen bulanık çıktı ( $\hat{\tilde{Y}}$ ) gösterimi Şekil 3.5'teki gibidir.



Şekil 3.5.  $\hat{Y}_i$ 'nin  $\hat{Y}_i$  ile uyum ölçüsü (Shapiro, 2005)

$h$ -düzeyi ile gösterilen model için veri aralığı Eş. 3.14 ile tanımlanmaktadır

$$[m_i - (1-h)c_i, m_i + (1-h)c_i] \quad (3.14)$$

Burada,

$$m_i = a_0 + \sum_{j=1}^n a_j x_{ij}$$

ve

$$c_i = c_0 + \sum_{j=1}^n c_j |x_{ij}|$$

dir.  $h$  düzeyi ile düzeltilmiş model için veri aralığı açık gösterimi

$$a_0 + \sum_{j=1}^n a_j x_{ij} \pm (1-h) \left[ c_0 + \sum_{j=1}^n c_j |x_{ij}| \right] \quad (3.15)$$

biçimindedir.

Tanaka ve diğerleri (1982) tarafından doğrusal programlama problemi olarak ifade edilen bulanık regresyon modeli aşağıdaki gibidir.

Amaç Fonksiyonu

$$\min_{a,c} J = c_1 + c_2 + \dots + c_n \quad (3.16)$$

Kısıtlar  $c \geq 0$

$$\begin{aligned} m_i + (1-h)c_i &\geq y_i + (1-h)e_i \\ -m_i + (1-h)c_i &\geq -y_i + (1-h)e_i \end{aligned} \quad (3.17)$$

Burada  $J = c_1 + c_2 + \dots + c_n$  bulanık regresyon modelinin belirsizliği olarak ifade edilmektedir. Eş. 3.16 ile verilen doğrusal programlama probleminin dualinin çözümü sonucu  $\hat{A}_i = (a_i, c_i)$  bulanık parametreleri tahmin edilmektedir.

### 3.1.2. Bulanık en küçük kareler modeli

Tanaka ve diğerlerinin (1982) önerdiği olabilirlik regresyon modeli, bulanık ortamda sistem yapısını tanımlamada önemli bir araçtır. Öte yandan, bu model yapısal ve yorumsal yönleri ile çeşitli araştırmacılar tarafından değerlendirilmiştir. Diamond (1988) çalışmasında, Tanaka ve diğerlerinin (1982) olabilirlik modelinin en küçük kareler tekniği ile ilişkisinin açık olmaması durumunu vurgulamıştır. Ayrıca, Tanaka modelinde artıklar kaynaklı en iyi model uyumunun bir ölçüsü verilmemektedir. Bu nedenlerle, doğrusal programlama teknikleri ile geliştirilen bir modelin doğrusal regresyona benzer bir model olarak algılandığını belirtmiştir.

Savic ve Pedrycz (1991), Tanaka modelinde tahmin sonucunun belirlenmiş olması gerektiğini ifade etmişlerdir. Peters (1994), Tanaka modelinin aykırı değerlere duyarlı olduğunu; Kim, Moskowitz ve Köksalan (1996), modelde bağımsız değişken sayısı arttıkça çoklu bağlantı sorunu oluşabileceğini; Wang ve Tsaur (2000), Tanaka modelinde bulanık regresyon aralığı ile ilgili uygun bir yorumun bulunmadığını belirtmişlerdir. Bardossy ve diğerleri (1990), Hojati (2005), bağımsız değişkenlerin ortalaması çıkartılırken  $x_j$  yerine

$(x_j - \bar{x}_i)$  kullanıldığında tahmin fonksiyonunun farklılık göstereceğini ifade etmişlerdir. Bu durumda, ilgili çözümün  $x_j$  referans noktasına bağımlı olacağını belirtmişlerdir.

Tanaka modelinden farklı olarak, bulanık EKK modeli aynı doğrular boyunca modelleme yaklaşımı ile klasik regresyon çözümlemesine benzemektedir. Buna göre, EKK ile klasik regresyonda artıkların karelerinin toplamını minimize eden çözümleme yaklaşımı bulanık EKK-regresyon çalışmalarına uyarlanmaktadır.

Basit doğrusal regresyon modeli  $(Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n)$  için bulanık kümelerle oluşturulan form Eş. 3.18'deki gibidir.

$$\hat{Y}_i = \beta_0 + \beta_1 \hat{x}_i + \varepsilon_i \quad (3.18)$$

Gözlenen ile tahmin bulanık çıktıları arasındaki farkı  $(\hat{\varepsilon}_i)$  minimize etmek için Eş. 3.19'dan yararlanılmaktadır.

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \hat{Y}_i)^2 \\ \min \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \hat{x}_i)^2 \end{aligned} \quad (3.19)$$

EKK tekniğine dayalı bulanık regresyon modelleri

- Uzaklık ölçüsü
- Uyum ölçüsü

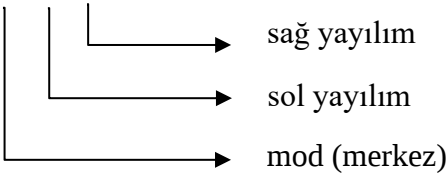
kullanılarak geliştirilmiştir.

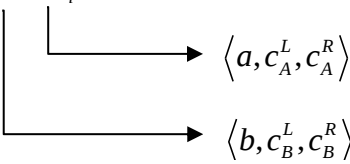
Uzaklık ölçüsü kullanarak bulanık EKK-regresyon modeli oluşturma çalışması ilk olarak Diamond (1988) tarafından gerçekleştirilmiştir.  $\hat{A} = \langle m_1, l_1, r_1 \rangle$  ile verilen üçgensel bulanık sayı için  $m_1$ : modu (merkezi),  $l_1$ : sol yayılımı,  $r_1$ : sağ yayılımı gösterebilir. Benzer olarak  $\hat{B} = \langle m_2, l_2, r_2 \rangle$  üçgensel bulanık sayısı ele alınsın. Bu iki üçgensel bulanık sayı arasındaki uzaklık ölçüsü ( $L^2$  - metriği)

$$d(\langle m_1, l_1, r_1 \rangle, \langle m_2, l_2, r_2 \rangle)^2 = (m_1 - m_2)^2 + [(m_1 - l_1) - (m_2 - l_2)]^2 + [(m_1 + r_1) - (m_2 + r_2)]^2 \quad (3.20)$$

olarak tanımlansın (Diamond,1988).

Eş. 3.20 ile verilen ( $L^2$  - metriği)  $\hat{Y}_i$  ve  $\hat{\hat{Y}}_i = \hat{A} + \hat{B}x_i$  farkı için uygulansın.  $\hat{Y}_i$  gözlenen bulanık çıktı ve  $\hat{\hat{Y}}_i$  tahmin edilen (model) bulanık çıktı üçgensel bulanık sayı tanımlamaları, sırasıyla Eş. 3.21 ve Eş. 3.22'deki gibi olsun.

$$\hat{Y}_i = \langle y_i, c_{y_i}^L, c_{y_i}^R \rangle \quad (3.21)$$


$$\hat{\hat{Y}}_i = \hat{A} + \hat{B}x_i \quad (3.22)$$


Burada,  $x$  kesin girdi değişkenidir. Buna göre,  $\hat{Y} = \hat{A} + \hat{B}x$  bulanık regresyon modeli için parametrelerin tahminleri, Eş. 3.23 ile verilen EKK optimizasyon probleminin çözümleridir.

$$\text{Min } s(\hat{A}, \hat{B}) = \sum d(\hat{A} + \hat{B}x_i, \hat{Y}_i)^2 \quad (3.23)$$

Burada, Eş. 3.23 ile verilen optimizasyon problemi Eş. 3.21 ve Eş 3.22'deki üçgensel bulanık sayı tanımlamalarına göre yeniden düzenlenirse,

$$\text{Min } s(\hat{A}, \hat{B}) = \sum d(\langle a, c_A^L, c_A^R \rangle + \langle b, c_B^L, c_B^R \rangle x_i, \langle y_i, c_{y_i}^L, c_{y_i}^R \rangle)^2 \quad (3.24)$$

halini alır. Eş. 3.24, Eş. 3.20'de verilen eşitlik ölçüsüne göre,

$$\begin{aligned} \text{Min } s(\hat{A}, \hat{B}) = & \left[ a + bx_i - y_i \right]^2 + \left[ (a + bxi - c_A^L - c_B^L x_i) - (y_i - c_{yi}^L) \right]^2 \\ & + \left[ (a + bx_i + c_A^R + c_B^R x_i) - (yi - c_{yi}^R) \right]^2 \end{aligned} \quad (3.25)$$

olur. Eş.3.25'te  $\hat{A}, \hat{B}$  ve  $\hat{Y}$  simetrik üçgensel bulanık sayı olarak ele alınırsa, yani

$c_A^L = c_A^R = c_A, c_B^L = c_B^R = c_B$  ve  $c_{yi}^L = c_{yi}^R = c_{yi}$  olduğundan  $\frac{ds}{da} = 0$  ve  $\frac{ds}{db} = 0$  için,

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \text{ ve } \hat{b} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

elde edilir. Benzer şekilde,  $\frac{ds}{dc_A} = 0$  ve  $\frac{ds}{dc_B} = 0$  için

$$\hat{c}_A = \bar{c}_y - \hat{c}_B \bar{x}$$

$$\hat{c}_B = \frac{\sum x_i c_{yi} - n\bar{c}_y \bar{x}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

bulunur (Diamond, 1988; Xu ve Li, 2001).

Eş. 3.23'de verilen EKK optimizasyon probleminde girdi ve çıktı değişkenler, sırasıyla

$\hat{X}_i = \langle x_i, c_{x_i}^L, c_{x_i}^R \rangle$  ve  $\hat{Y}_i = \langle y_i, c_{y_i}^L, c_{y_i}^R \rangle$  üçgensel bulanık sayı, parametreler ( $a$  ve  $b$ ) kesin sayılar olduğunda,

$$\begin{aligned} \text{Min } s(a, b) = & \sum d(a + b\hat{X}_i, \hat{Y}_i)^2 \\ = & \left[ a + bx_i - y_i \right]^2 + \left[ a + bx_i - y_i - bc_{x_i}^L - c_{y_i}^L \right]^2 + \left[ a + bx_i - y_i + bc_{x_i}^R - c_{y_i}^R \right]^2 \end{aligned} \quad (3.26)$$

olarak tanımlanır (Bkz. Diamond, 1988; Kula ve Apaydın, 2009).

Şanlı ve Apaydın (2004), çoklu regresyon modeli için Eş.3.26'nın genelleştirilmiş halini vermişlerdir. Buna göre, Eş. 3.26 ile verilen problemin genelleştirilmiş hali için

$X = \langle x, c_x^L, c_x^R \rangle$  ve  $Y_i = \langle y_i, c_{y_i}^L, c_{y_i}^R \rangle$  üçgensel bulanık sayıları,  $a, b_1, \dots, b_p$  parametreleri kesin sayılar olmak üzere,

$$\begin{aligned}
 \text{Min } s(a, b_1, \dots, b_p) &= \sum_{j=1}^p d(a + \sum_{j=1}^p b_j x_{ji}, Y_i)^2 \\
 &= \left[ a + \sum_{j=1}^p b_j x_{ji} - y_i \right]^2 \\
 &\quad + \left[ a + \sum_{j=1}^p b_j x_{ji} - y_i - \left( \sum_{j=1}^p b_j c_{x_{ji}}^L - c_{y_i}^L \right) \right]^2 \\
 &\quad + \left[ a + \sum_{j=1}^p b_j x_{ji} - y_i + \left( \sum_{j=1}^p b_j c_{x_{ji}}^L - c_{y_i}^L \right) \right]^2
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

olur. Eş. 3.27’de çoklu regresyon modeli için girdi ve çıktı değişkenler üçgensel bulanık sayı olduğunda, katsayıların tahmininde gerekli matris gösterimleri,

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{p1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & \dots & x_{pn} \end{bmatrix}$$

$$X^L = \begin{bmatrix} 1 & (x_{11} - c_{x_{11}}^L) & \dots & (x_{p1} - c_{x_{p1}}^L) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (x_{1n} - c_{x_{1n}}^L) & \dots & (x_{pn} - c_{x_{pn}}^L) \end{bmatrix} \quad X^R = \begin{bmatrix} 1 & (x_{11} + c_{x_{11}}^R) & \dots & (x_{p1} + c_{x_{p1}}^R) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (x_{1n} + c_{x_{1n}}^R) & \dots & (x_{pn} + c_{x_{pn}}^R) \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad Y^L = \begin{bmatrix} y_1 - c_{y_1}^L \\ \vdots \\ y_n - c_{y_n}^L \end{bmatrix} \quad Y^R = \begin{bmatrix} y_1 + c_{y_1}^R \\ \vdots \\ y_n + c_{y_n}^R \end{bmatrix}$$

dir. Buna göre,  $X'X + (X^L)'X^L + (X^R)'X^R$  tersinir matris olmak üzere;

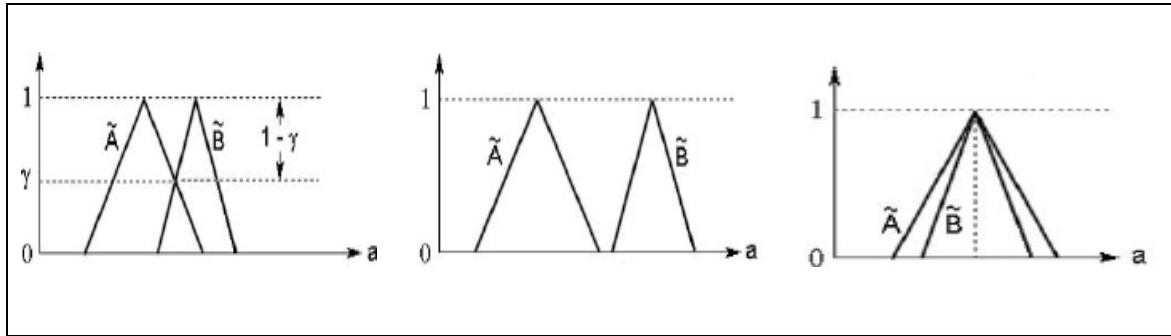
$$\hat{B} = (X'X + (X^L)'X^L + (X^R)'X^R)^{-1} \times (X'Y + (X^L)'Y^L + (X^R)'Y^R) \tag{3.28}$$

ile parametreler tahmin edilir.

Diğer bir alternatif EKK yaklaşımı Eş. 3.29 ile verilen uyum ölçüsü tanımını Celmins (1987) tarafından önerilmiştir.

$$\gamma(\hat{A}, \hat{B}) = \max_x \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (3.29)$$

Burada,  $\mu_A$ :  $\hat{A}$ 'nin üyelik değerini,  $\mu_B$ :  $\hat{B}$ 'nin üyelik değerini göstermektedir. Eş. 3.29 ile verilen uyum ölçüsünün farklı gösterimleri Şekil 3.6' daki gibidir.



Şekil 3.6. Celmins'in uyum ölçüsü gösterimi

Celmins uyum modelinde gözlenen ile tahmin edilen çıktı arasındaki uyum maksimize edilmektedir (Shapiro, 2005).

Amaç fonksiyonu

$$\sum_{i=1}^m (1 - \gamma_i)^2 \quad (3.30)$$

olarak tanımlanmaktadır. Literatürde yer alan bazı bulanık regresyon çalışmaları için bir sınıflandırma Çizelge 3.1'de verilmektedir.

Çizelge 3.1. Literatürde yer alan bazı bulanık regresyon çalışmaları için bir sınıflandırma

| Bulanık regresyon analizi çalışmalarını yapan yazarlar                                                                                                                                                   | Yöntem                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| Tanaka ve diğerleri 1982<br>Bardassy 1990<br>Savic ve Pedrycz 1991<br>Sakawa ve Yano 1992<br>Peters 1994<br>Özelkan ve Duckstein 2000<br>Pehlivan ve Apaydın 2005                                        | Bulanık Doğrusal Programlama     |
| Celmins 1987<br>Diamond 1988<br>Chang ve Ayyub 1997<br>Chang ve Lee 1996<br>Wang ve Tsaur 2000<br>Yang ve Lin 2002<br>Şanlı 2005<br>Nasibov 2007<br>Poleshchuk ve Komarov 2012<br>Chen ve diğerleri 2012 | Bulanık En Küçük Kareler Yöntemi |



## 4. SEZGİSEL BULANIK REGRESYON ANALİZİ

### 4.1. Sezgisel Bulanık Regresyon Modeli

Girdi-çıkı değişkenleri arasındaki belirsiz ilişki yapısını ait olma ve ait olmama dereceleri yardımı ile hassas bir şekilde inceleyen sezgisel bulanık regresyon analizi, bulanık regresyon analizinin genelleştirilmiş hali olarak literatüre sunulmuştur. Sezgisel bulanık regresyon analizinde girdi-çıkı ve model parametreleri sezgisel bulanık sayılar olduğundan bu model tam sezgisel bulanık regresyon modeli olarak adlandırılmaktadır. Sezgisel bulanık küme teorisini esas alan sezgisel bulanık regresyon modeli Eş. 4.1 ile verilmiştir (Arefi ve Taheri, 2015).

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= \tilde{A}_0 \oplus (\tilde{A}_1 \otimes \tilde{X}_1) \oplus \dots \oplus (\tilde{A}_m \otimes \tilde{X}_m) \\ &= \tilde{A}_0 \oplus \sum_{j=1}^m (\tilde{A}_j \otimes \tilde{X}_j)\end{aligned}\quad (4.1)$$

Burada,  $(\tilde{X}_{i1}, \tilde{X}_{i2}, \dots, \tilde{X}_{im})$   $i=1, 2, \dots, n$  için gözlenen veriyi;  $\tilde{A}_j$  simetrik üçgensel sezgisel bulanık sayıları;  $\hat{Y}$  tahmin edilen çıktı değişkenini ifade etmektedir. Tam sezgisel bulanık regresyon modelinin açık gösterimi Eş. 4.2'deki gibidir.

$$\tilde{A}_j = (a_j; w_j; w_j^*)_T, \quad j = 0, 1, 2, \dots, m$$

$$\tilde{X}_j = (x_{ij}; \sigma_{ij}; \sigma_{ij}^*)_T \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\hat{Y}_i = (y_i; s_i; s_i^*)_T$$

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= \tilde{A}_0 \oplus \sum_{j=1}^m (\tilde{A}_j \otimes \tilde{X}_j) \\ &= \left( \sum_{j=0}^m a_j x_{ij}; \sum_{j=0}^m (a_j \sigma_{ij} + w_j x_{ij}) \sum_{j=0}^m (a_j \sigma_{ij}^* + w_j^* x_{ij}) \right)_T, \quad i = 1, 2, \dots, n\end{aligned}\quad (4.2)$$

Burada,  $x_{i0} = 1$ ,  $\sigma_{i0} = \sigma_{i0}^* = 0$ ,  $i = 1, \dots, n$  olarak tanımlanmaktadır. Girdi, çıktı, model katsayıları ve yayılımlarının matris gösterimleri aşağıdaki gibidir.

$\tilde{X}_j = (x_{ij}; \sigma_{ij}; \sigma_{ij}^*)_T \quad i = 1, 2, \dots, n$  için girdi değişkeni ve yayılımları:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix} \quad \Sigma = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_{n1} & \dots & \sigma_{1m} \\ 0 & \sigma_{21} & \dots & \sigma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \sigma_{n1} & \dots & \sigma_{nm} \end{bmatrix} \quad \Sigma^* = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_{11}^* & \dots & \sigma_{1m}^* \\ 0 & \sigma_{21}^* & \dots & \sigma_{2m}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \sigma_{n1}^* & \dots & \sigma_{nm}^* \end{bmatrix}$$

$\tilde{A}_j = (a_j; w_j; w_j^*)_T \quad j = 0, 1, 2, \dots, m$  ile tanımlı model parametreler ve yayılımları:

$$a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}_{m \times 1} \quad w = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix}_{m \times 1} \quad w^* = \begin{bmatrix} w_0^* \\ w_1^* \\ \vdots \\ w_m^* \end{bmatrix}_{m \times 1}$$

$\tilde{Y}_i = (y_i; s_i; s_i^*)_T$  ile tanımlı çıktı değişkeni ve yayılım değerleri:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad s = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad s^* = \begin{bmatrix} s_1^* \\ s_2^* \\ \vdots \\ s_n^* \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

#### 4.2. Sezgisel Bulanık Regresyon Model Parametrelerinin EKK Tahminleri

Sezgisel bulanık regresyon modelinde en küçük kareler (EKK) yöntemine dayalı parametre tahminleri bulunurken gözlenen bulanık çıktı değişkeni ( $\tilde{Y}_i$ ) ile tahmin edilen bulanık çıktı değişkeni ( $\hat{\tilde{Y}}_i$ ) arasındaki farkların karelerinin toplamı (artık kareler toplamı) minimum yapılmak istenmektedir.

Girdi-çıktı değişkenlerinin sezgisel bulanık sayılar olduğu durum için geliştirilen modelin EKK yöntemine dayalı parametre tahmin etme adımları aşağıdaki gibidir. Bulanık bağımlı değişken ( $\tilde{Y}_i$ ) ile tahmin edilen bulanık bağımlı değişken ( $\hat{\tilde{Y}}_i$ ) arasındaki mesafe Eş. 4.3 ile verilmektedir (Arefi ve Taheri, 2015).

$$\begin{aligned}
SSA &= \sum_{i=1}^n d^2(\tilde{Y}_i, \hat{Y}_i) \\
&= \sum_{i=1}^n [y_i - a_0 - a_1 x_{i1} - \dots - a_m x_{im}]^2 \\
&= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [s_i - w_0 - (a_1 \sigma_{i1} + w_1 x_{i1}) - \dots - (a_m \sigma_{im} + w_m x_{im})]^2 \\
&\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [s_i^* - w_0^* - (a_1 \sigma_{i1}^* + w_1^* x_{i1}) - \dots - (a_m \sigma_{im}^* + w_m^* x_{im})]^2
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Eş. 4.3'te  $a_j$ 'e göre birinci türev alınıp sıfıra eşitlendiğinde model katsayılarının merkez değeri,  $w_j$  ve  $w_j^*$ 'a göre türev alınıp sıfıra eşitlendiğinde, sırasıyla, sol ve sağ yayılım değerleri için tahmin ediciler bulunur.

$j = 0, 1, 2, \dots, n$  için,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial SSA}{\partial a_j} &= -2 \sum_{i=1}^n [y_i - a_0 - a_1 x_{i1} - \dots - a_m x_{im}] x_{ij} - \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n [s_i - w_0 - (a_1 \sigma_{i1} + w_1 x_{i1}) - \dots \\
&\quad - (a_m \sigma_{im} + w_m x_{im})] \sigma_{ij} - \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n [s_i^* - w_0^* - (a_1 \sigma_{i1}^* + w_1^* x_{i1}) - \dots - (a_m \sigma_{im}^* + w_m^* x_{im})] \sigma_{ij}^*
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial SSA}{\partial w_j} = -\frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (s_i - w_0 - (a_1 \sigma_{i1} + w_1 x_{i1}) - \dots - (a_m \sigma_{im} + w_m x_{im})) x_{ij}$$

$$\frac{\partial SSA}{\partial w_j^*} = -\frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (s_i^* - w_0^* - (a_1 \sigma_{i1}^* + w_1^* x_{i1}) - \dots - (a_m \sigma_{im}^* + w_m^* x_{im})) x_{ij}$$

$$\frac{\partial SSA}{\partial a_j} = 0, \quad \frac{\partial SSA}{\partial w_j} = 0, \quad \frac{\partial SSA}{\partial w_j^*} = 0, \quad j = 0, 1, 2, \dots, n \text{ için lineer denklem sistemleri}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n y_i x_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n s_i \sigma_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n s_i^* \sigma_{ij}^* = a_0 \sum_{i=1}^n x_{i0} x_{ij} + a_1 \left[ \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sigma_{i1} \sigma_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sigma_{i1}^* \sigma_{ij}^* \right] + \dots \\
& + a_m \left[ \sum_{i=1}^n x_{im} x_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sigma_{im} \sigma_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sigma_{im}^* \sigma_{ij}^* \right] + \frac{w_0}{12} \sum_{i=1}^n x_{i0} \sigma_{ij} + \frac{w_1}{12} \sum_{i=1}^n x_{i1} \sigma_{ij} + \dots + \frac{w_m}{12} \sum_{i=1}^n x_{im} \sigma_{ij} \\
& + \frac{w_0^*}{12} \sum_{i=1}^n x_{i0} \sigma_{ij}^* + \frac{w_1^*}{12} \sum_{i=1}^n x_{i1} \sigma_{ij}^* + \dots + \frac{w_m^*}{12} \sum_{i=1}^n x_{im} \sigma_{ij}^* \\
& \sum_{i=1}^n s_i x_{ij} = w_0 \sum_{i=1}^n x_{i0} x_{ij} + w_1 \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{ij} + \dots + w_m \sum_{i=1}^n x_{im} x_{ij} + a_1 \sum_{i=1}^n \sigma_{i1} x_{ij} + \dots + a_m \sum_{i=1}^n \sigma_{im} x_{ij}
\end{aligned}$$

ve

$$\sum_{i=1}^n s_i^* x_{ij} = w_0^* \sum_{i=1}^n x_{i0} x_{ij} + w_1^* \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{ij} + \dots + w_m^* \sum_{i=1}^n x_{im} x_{ij} + a_1 \sum_{i=1}^n \sigma_{i1}^* x_{ij} + \dots + a_m \sum_{i=1}^n \sigma_{im}^* x_{ij}$$

olarak hesaplanır. İkinci türevler bakımından incelendiğinde  $\frac{\partial^2 SSA}{\partial a_j^2} \geq 0$ ,  $\frac{\partial^2 SSA}{\partial w_j^2} \geq 0$  ve

$$\frac{\partial^2 SSA}{\partial w_j^{*2}} \geq 0 \text{ 'dir.}$$

$X'X$  tekil olmayan matris olmak üzere hesaplanan lineer denklem sistemleri yardımı ile Eş. 4.4 elde edilmektedir (Arefi ve Taheri, 2015).

$$w = (X'X)^{-1} X'(s - \sum a)$$

$$w^* = (X'X)^{-1} X'(s^* - \sum^* a)$$

$$B = Ca \tag{4.4}$$

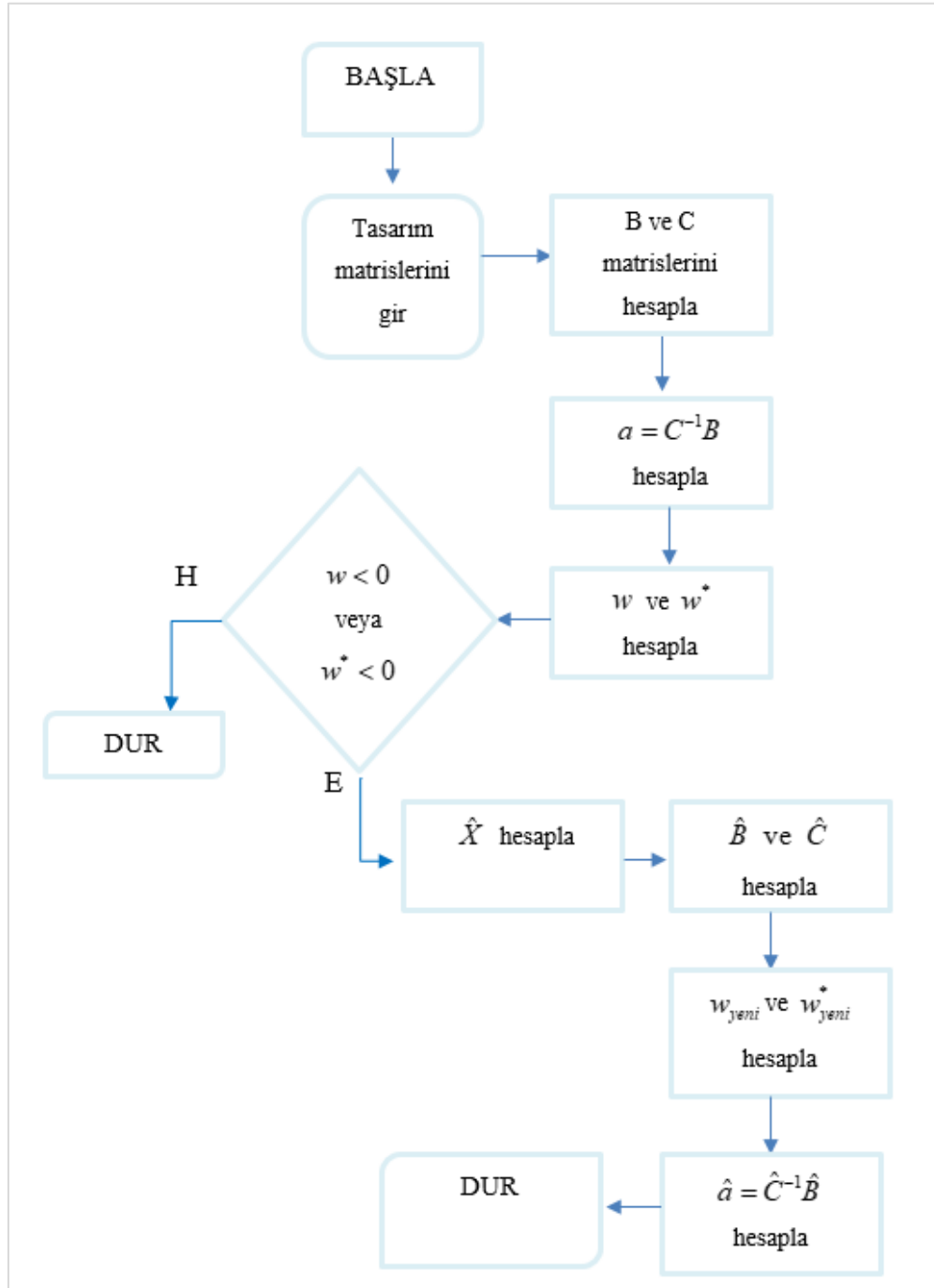
Burada,

$$B = X'y + \frac{1}{12} \sum' s + \frac{1}{12} \sum'^* s^* - \frac{1}{12} \sum' X(X'X)^{-1} X's - \frac{1}{12} \sum'^* X(X'X)^{-1} X's^*$$

$$C = XX' + \frac{1}{12} \sum' \sum + \frac{1}{12} \sum^* \sum^* - \frac{1}{12} \sum' X (XX')^{-1} X' \sum - \frac{1}{12} \sum^* X (XX')^{-1} X' \sum^*$$

dir (Arefi ve Taheri, 2015).

Parametre tahmin edicilerini elde etmek için kullanılan algoritma adımlarına ilişkin akış şeması Şekil 4.1'de gösterilmektedir.



Şekil 4.1. EKK tahmin yöntemi algoritma adımları akış şeması

Şekil 4.1’de gösterilen algoritmanın adımları detaylı olarak aşağıda aktarılmaktadır (Bkz. Arefi ve Taheri, 2015).

Adım 1:  $n \times m$  boyutlu  $X$ ,  $\sum$  ve  $\sum^*$  matrisleri,  $n \times 1$  boyutlu  $y, s, s^*$  matrisleri,  $m \times 1$  boyutlu  $a, w, w^*$  matrisleri oluşturulur.

Adım 2:  $B$  ve  $C$  matrisleri hesaplanır.

$$B = X'y + \frac{1}{12} \sum' s + \frac{1}{12} \sum^* s^* - \frac{1}{12} \sum' X(X'X)^{-1} X's - \frac{1}{12} \sum^* X(X'X)^{-1} X's^* \quad (4.5)$$

$$C = X'X + \frac{1}{12} \sum' \sum + \frac{1}{12} \sum^* \sum^* - \frac{1}{12} \sum' X(X'X)^{-1} X' \sum - \frac{1}{12} \sum^* X(X'X)^{-1} X' \sum^* \quad (4.6)$$

Adım 3: Model katsayılarını tahmin edilir.

$$a = C^{-1}B$$

Adım 4: Model katsayılarının sol ve sağ yayılım değerlerini gösteren matrisler hesaplanır.

$$w = (X'X)^{-1} X'(s - \sum a)$$

$$w^* = (X'X)^{-1} X'(s^* - \sum^* a)$$

Adım 5: Eğer,  $w_i < 0$  veya  $w_i^* < 0$  ise,

- Negatif  $w_i$  veya  $w_i^*$  değerlerinin bulunduğu sütun  $X$  matrisinden çıkartılır ve yeni  $\hat{X}$  tasarım matrisi hesaplanır.
- $\hat{B}$  ve  $\hat{C}$  yeniden hesaplanır.

$$\hat{B} = X'y + \frac{1}{12} \sum' s + \frac{1}{12} \sum^* s^* - \frac{1}{12} \sum' \hat{X}(\hat{X}'\hat{X})^{-1} \hat{X}'s - \frac{1}{12} \sum^* \hat{X}(\hat{X}'\hat{X})^{-1} \hat{X}'s^* \quad (4.7)$$

$$\hat{C} = X'X + \frac{1}{12} \sum' \sum + \frac{1}{12} \sum^* \sum^* - \frac{1}{12} \sum' \hat{X} (\hat{X}' \hat{X})^{-1} \hat{X}' \sum - \frac{1}{12} \sum^* \hat{X} (\hat{X}' \hat{X})^{-1} \hat{X}' \sum^* \quad (4.8)$$

- Modelin yeni katsayıları tahmin edilir.

$$\hat{B} = \hat{C}a$$

$$\hat{a} = \hat{C}^{-1} \hat{B} \quad (4.9)$$



## 5. UYGULAMA

Tez çalışmasının bu bölümünde klasik, bulanık ve sezgisel bulanık regresyon analiz yöntemlerine ilişkin uygulamalara yer verilmiştir. Literatürde bulunan üç farklı veri seti için klasik, bulanık ve sezgisel bulanık regresyon modelleri incelenmiştir. Ayrıca gerçek yaşam problemlerinde sezgisel bulanık regresyon analizi yönteminin uygulanabilirliğinin ortaya konulması açısından bir işletmenin tedarikçi seçim problemi ele alınmıştır. Elde edilen modeller artık kareler ortalaması karekökü (AKOK) ölçütü kullanılarak değerlendirilmiştir. Ayrıca, sezgisel bulanık regresyon modellerinin geçerlilikleri, çapraz doğrulama yöntemi ile incelenmiştir. Uygulamalardaki klasik regresyon analizi sonuçları için Minitab 17 paket programı kullanılmıştır. Bulanık ve sezgisel bulanık regresyon analizi hesaplamaları Matlab R2019a programında oluşturulan kullanıcı dostu kod pencereleri ile elde edilmiştir.

### 5.1. Sayısal Örnek-1: XY Veri Seti

Bu tez çalışmasının ilk sayısal örneği için bulanık regresyon modelleri ile ilgili bazı çalışmalarda (Bkz. Sakawa ve Yano, 1992, Yang ve Lin, 2002) yararlanılan XY veri seti ele alınmıştır. XY veri seti bulanık girdi ve çıktı değişkenleri içermektedir. İlgili veri seti ve yayılımları Çizelge 5.1’de verilmektedir. Burada, girdi-çıkı değişkenleri ve yayılımları ( $s, s^*$  ve  $r, r^*$  sol-sağ yayılımlar), sırasıyla,  $X = (x; s; s^*)$  ve  $Y = (y; r; r^*)$  dir.

Çizelge 5.1. XY veri seti için sezgisel bulanık girdi-çıkı ve ilgili yayılımları

| No | $x$  | $s$  | $s^*$ | $y$  | $r$  | $r^*$ |
|----|------|------|-------|------|------|-------|
| 1  | 2,0  | 0,7  | 1,2   | 4,0  | 0,4  | 1,7   |
| 2  | 3,5  | 0,6  | 1,4   | 5,5  | 0,35 | 1,5   |
| 3  | 5,5  | 0,9  | 1     | 7,5  | 0,9  | 1     |
| 4  | 7,0  | 0,45 | 1,5   | 6,5  | 0,5  | 1,4   |
| 5  | 8,5  | 0,5  | 1,5   | 8,5  | 0,4  | 1,5   |
| 6  | 10,5 | 0,82 | 1,8   | 8,0  | 0,6  | 1,6   |
| 7  | 11,0 | 0,8  | 1,5   | 10,5 | 0,5  | 1,5   |
| 8  | 12,5 | 0,5  | 1,7   | 9,5  | 0,4  | 1,4   |

XY veri seti merkez değerleri için klasik regresyon analizine ilişkin sonuçlar Çizelge 5.2’de aktarılmaktadır.

Çizelge 5.2. XY veri seti için klasik regresyon analizi sonuçları

|                                                                        | $\hat{\beta}_j$ istatistiği | t-istatistiği  | p-değeri                   |
|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|----------------|----------------------------|
| Sabit                                                                  | 3,57                        | 4,58           | 0,004                      |
| x                                                                      | 0,51                        | 5,55           | 0,001                      |
| F-test istatistiği (p-değeri)                                          | S                           | R <sup>2</sup> | Düzeltilmiş R <sup>2</sup> |
| 30,75 (0,001)                                                          | 0,92                        | %83,67         | %80,95                     |
| “Model hataları normal dağılımlı kitleden alınmıştır (p-değeri>0.10).” |                             |                |                            |

XY veri seti için tahmin modeli Eş 5.1’de verilmiştir.

$$\hat{Y} = 3,57 + 0,51x \quad (5.1)$$

Çizelge 5.2’de verilen t-testi sonuçlarına göre, girdi değişkeninin ( X ) çıktı değişkeni ( Y ) üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir etkisi bulunmuştur (p-değeri=0,001<α=0,05). Çizelge 5.2’deki F-test sonucuna göre, model anlamlıdır (p-değeri=0,001>α=0,05). Bağımlı (çıkıtı) ve bağımsız (girdi) değişkenler arasında anlamlı bir doğrusal fonksiyonel bağıntı bulunmuştur.

Bulanık regresyon analizi, model varsayımlarının sağlanmadığı, örnek hacmi küçük veya değişkenler arası veri yapısı kaynaklı belirsizlikler olduğu durumlarda klasik regresyon analizine alternatif olarak kullanılabilen bir yöntemdir. Bu nedenle, XY veri seti için girdi-çıkıtı değişkenlerin bulanık, katsayıların kesin sayılar olarak ele alındığı Diamond (1988) tarafından önerilen bulanık regresyon analizi uygulanmıştır.

Çizelge 5.1’de verilen girdi değişkeninin merkez değerine ( x ), ait olma derecesinin sol ve sağ yayılım değerleri çıkarılıp eklendiğinde, sırasıyla,  $X^L$  ve  $X^R$  matrisleri elde edilmiştir. Benzer şekilde, çıktı değişkeninin merkez değerine ( y ), ait olma derecesinin sol ve sağ yayılım değerleri çıkarılıp eklenerek, sırasıyla  $Y^L$  ve  $Y^R$  vektörleri elde edilmiştir.

$$X^L = \begin{bmatrix} 1 & 1,3 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 12 \end{bmatrix} \quad X^R = \begin{bmatrix} 1 & 3,2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 14,2 \end{bmatrix} \quad Y^L = \begin{bmatrix} 3,6 \\ \vdots \\ 9,1 \end{bmatrix} \quad Y^R = \begin{bmatrix} 5,7 \\ \vdots \\ 10,9 \end{bmatrix}$$

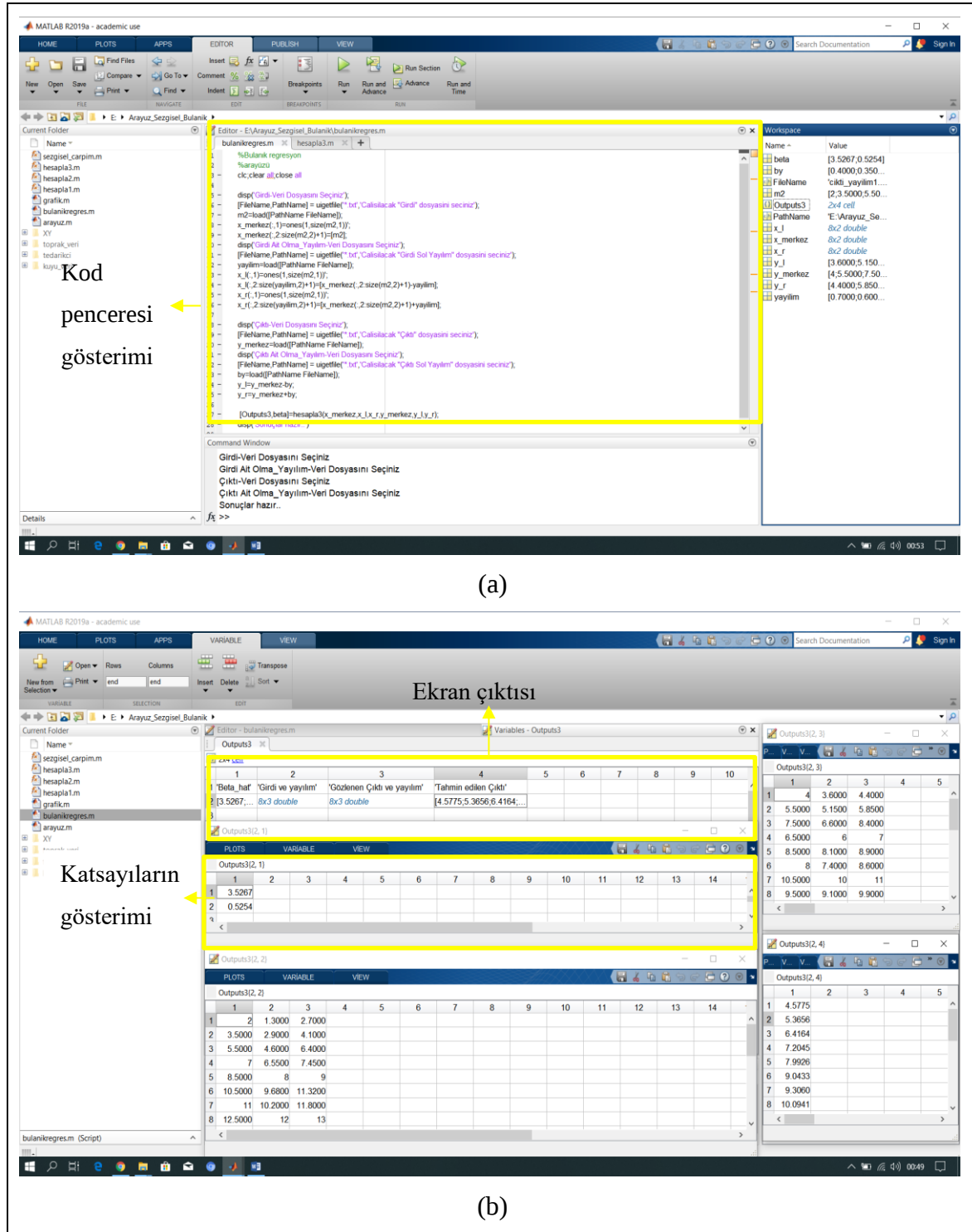
Eş. 3.28'den yararlanılarak (Bkz. Bölüm 3.1.2) parametre tahminleri,

$$\hat{\beta}_0 = 3,5267 \text{ ve } \hat{\beta}_1 = 0,5254$$

olarak bulunmuştur. Buna göre, bulanık regresyon modeli Eş. 5.2'deki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \hat{x} \\ &= 3,5267 + 0,5254 \hat{x} \end{aligned} \tag{5.2}$$

Bulanık regresyon analizi için Matlab R2019a programında oluşturulan kullanıcı dostu kod pencerelerinin işleyişi ve ekran çıktısı örnek gösterimleri Resim 5.1'de verilmektedir:



Resim 5.1. Bulanık regresyon için Matlab R2019a kod penceresi örnek gösterimi (XY veri seti), (a) program kodları; (b) katsayılar ve çıktı değerleri

Çizelge 5.1’de verilen XY veri setine Arefi ve Taheri (2015) tarafından önerilen tam-sezgisel bulanık regresyon analizi simetrik üçgensel bulanık sayılar için uygulanmıştır. Girdi-çıkış değişkenler ve katsayılar için ait olma ve ait olmama derecelerine ilişkin yayılımlar matris ve vektör formları ile aşağıdaki gibidir.

Girdi değişkene ait merkez ve yayılımlar:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2,0 \\ 1 & 3,5 \\ 1 & 5,5 \\ 1 & 7,0 \\ 1 & 8,5 \\ 1 & 10,5 \\ 1 & 11,0 \\ 1 & 12,5 \end{bmatrix} \quad \Sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0,7 \\ 0 & 0,6 \\ 0 & 0,9 \\ 0 & 0,45 \\ 0 & 0,5 \\ 0 & 0,82 \\ 0 & 0,8 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} \quad \Sigma^* = \begin{bmatrix} 0 & 1,2 \\ 0 & 1,4 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1,5 \\ 0 & 1,5 \\ 0 & 1,8 \\ 0 & 1,5 \\ 0 & 1,7 \end{bmatrix}$$

Katsayılara ait merkez ve yayılımlar:

$$a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} \quad w = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \end{bmatrix} \quad w^* = \begin{bmatrix} w_0^* \\ w_1^* \end{bmatrix}$$

Çıktı değişkene ait merkez ve yayılımlar:

$$y = \begin{bmatrix} 4,0 \\ 5,5 \\ 7,5 \\ 6,5 \\ 8,5 \\ 8,0 \\ 10,5 \\ 9,5 \end{bmatrix} \quad s_1 = \begin{bmatrix} 0,4 \\ 0,35 \\ 0,9 \\ 0,5 \\ 0,4 \\ 0,6 \\ 0,5 \\ 0,4 \end{bmatrix} \quad s_1^* = \begin{bmatrix} 1,7 \\ 1,5 \\ 1 \\ 1,4 \\ 1,5 \\ 1,6 \\ 1,5 \\ 1,4 \end{bmatrix}$$

Bu veri seti için  $XX'$  tekil olmayan matris olduğundan model parametrelerinin EKK tahminleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$B = \begin{bmatrix} 60 \\ 504,5284 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 8 & 60,50 \\ 60,50 & 555,2841 \end{bmatrix}$$

olmak üzere;  $a = C^{-1}B$  için,

$$a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,5716 \\ 0,5195 \end{bmatrix}$$

dir. Buradan, model katsayıları için ait olma ve ait olmama yayılımlar, sırasıyla,

$$w = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1466 \\ 0,0023 \end{bmatrix} \text{ ve } w^* = \begin{bmatrix} w_0^* \\ w_1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9141 \\ -0,0287 \end{bmatrix}$$

elde edilir.

Burada, ait olma derecesine ilişkin simetrik yayılım için elde edilen  $w_1^* = -0,0287 < 0$  olduğundan  $X$  matrisindeki ikinci sütun çıkartılarak Eş. 4.7, Eş. 4.8 ve Eş. 4.9 ile verilen işlemler tekrarlanır.

Buna göre,

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 60 \\ 504,5274 \end{bmatrix} \quad \hat{C} = \begin{bmatrix} 8 & 60,50 \\ 60,50 & 555,3053 \end{bmatrix}$$

olmak üzere;  $\hat{a} = \hat{C}^{-1}\hat{B}$  için,

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,5725 \\ 0,5193 \end{bmatrix}$$

elde edilir. Yeni model katsayılarında  $X$  matrisinin birinci sütunu için hesaplanan yayılımlar,

$$\hat{w} = [0,1641] \text{ ve } \hat{w}^* = [0,6970]$$

olarak bulunur.

XY veri seti için sezgisel bulanık regresyon modeli Eş. 5.3'te verilmiştir.

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{Y}} &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \tilde{x} \\ &= (3,5725; 0,1641; 0,6970) + 0,5193 \tilde{x}\end{aligned}\quad (5.3)$$

Veri setinde ikinci gözlem değeri için hesaplanan tahmin çıktı değeri aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\tilde{Y}}_2 = (5,3932; 0,6399; 2,1210) \quad (5.4)$$

Eş. 5.4. ile gösterilen tahmin değerinin açık gösterimi,  $s_2 = s_2'$  ve  $s_2^* = s_2^{*'}$  olmak üzere;

$$\hat{\tilde{Y}}_2 = (n_2 = 5,3902; s_2 = 0,6399, s_2' = 0,6399; s_2^* = 2,1210, s_2^{*'} = 2,1210)$$

şeklindedir.

Burada, ait olma durumu için sol ve sağ yayılımlar:

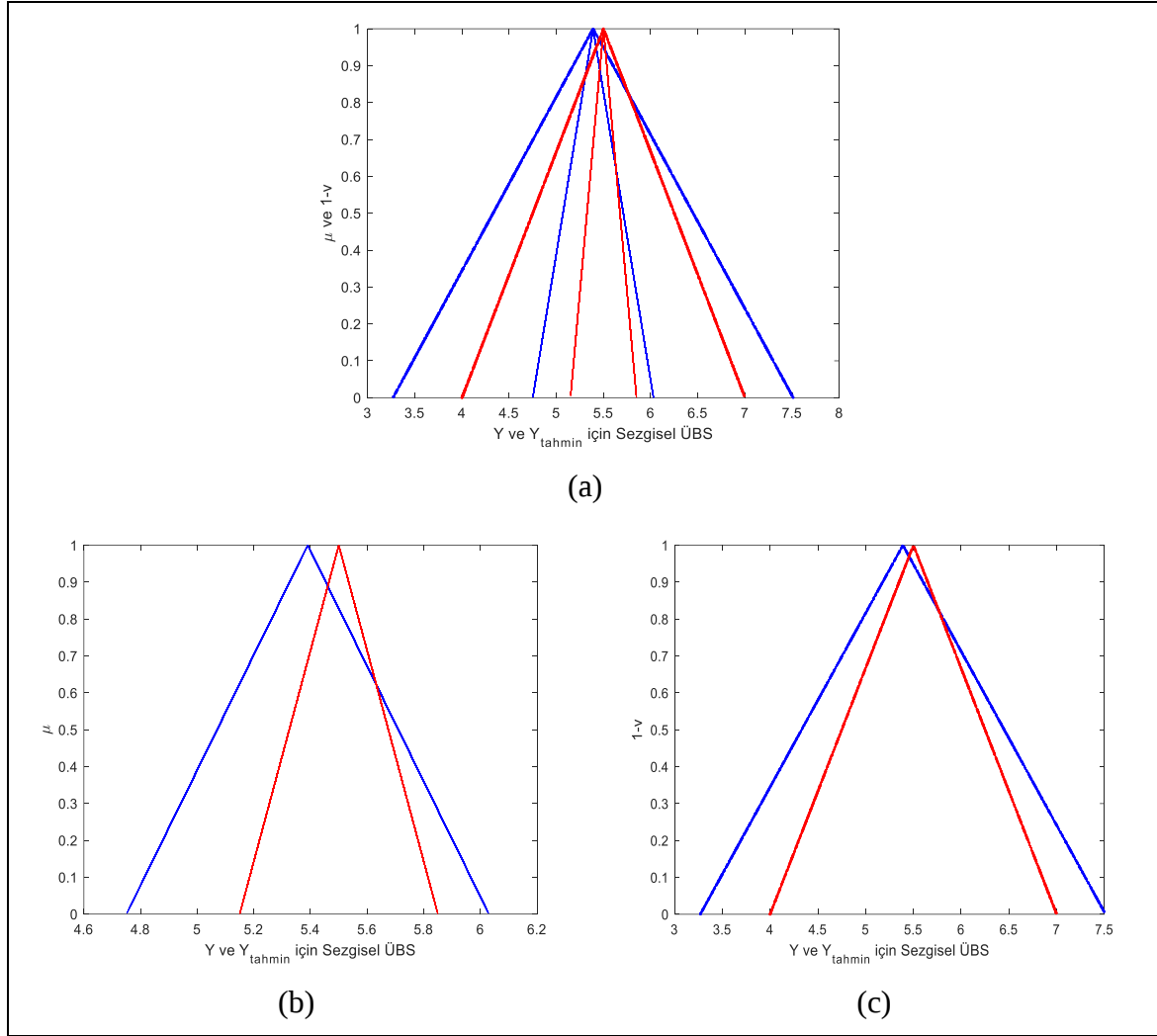
$$(n_2 = 5,3902; s_2^* = 0,6399, s_2^{*'} = 0,6399)$$

ait olmama durumu için sol ve sağ yayılımlar:

$$(n_2 = 5,3902; s_2 = 2,1210, s_2' = 2,1210)$$

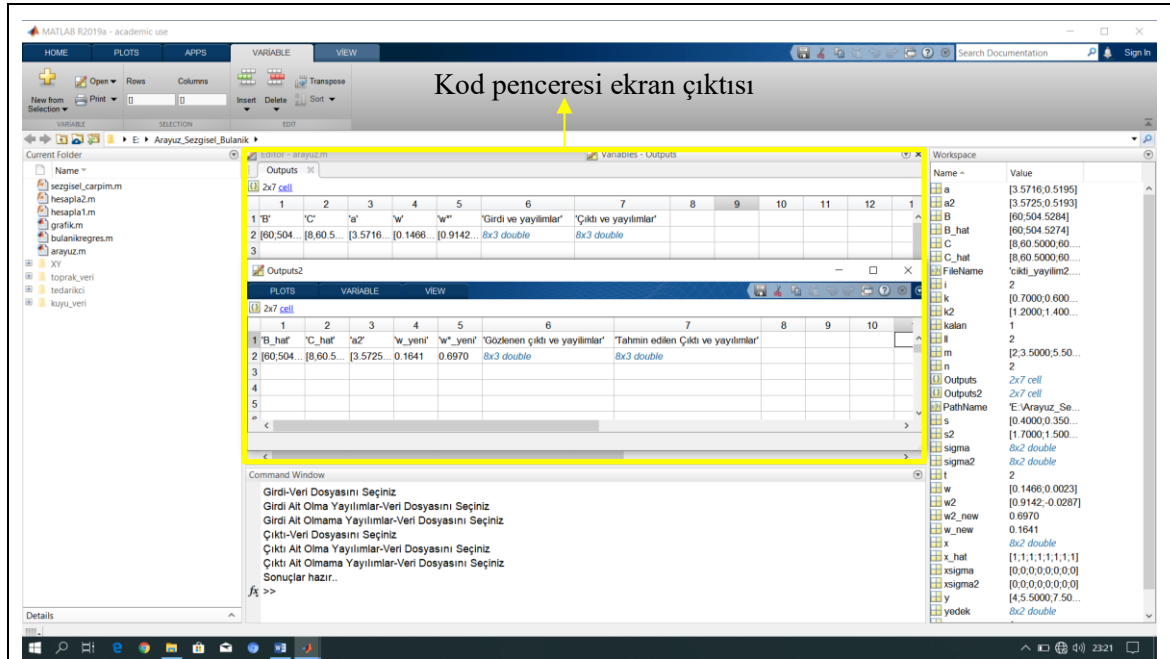
olarak hesaplanmıştır.

Sezgisel bulanık kümelere dayalı olarak elde edilen regresyon modelinde ikinci gözlem değerine ilişkin tahmin edilen ( $\mathbf{Y}_{\text{tahmin}}$ ) ve gözlenen çıktı ( $\mathbf{Y}$ ) değerlerinin ait olma ve ait olmama dereceleri örnek gösterimi Şekil 5.1 ile verilmektedir.

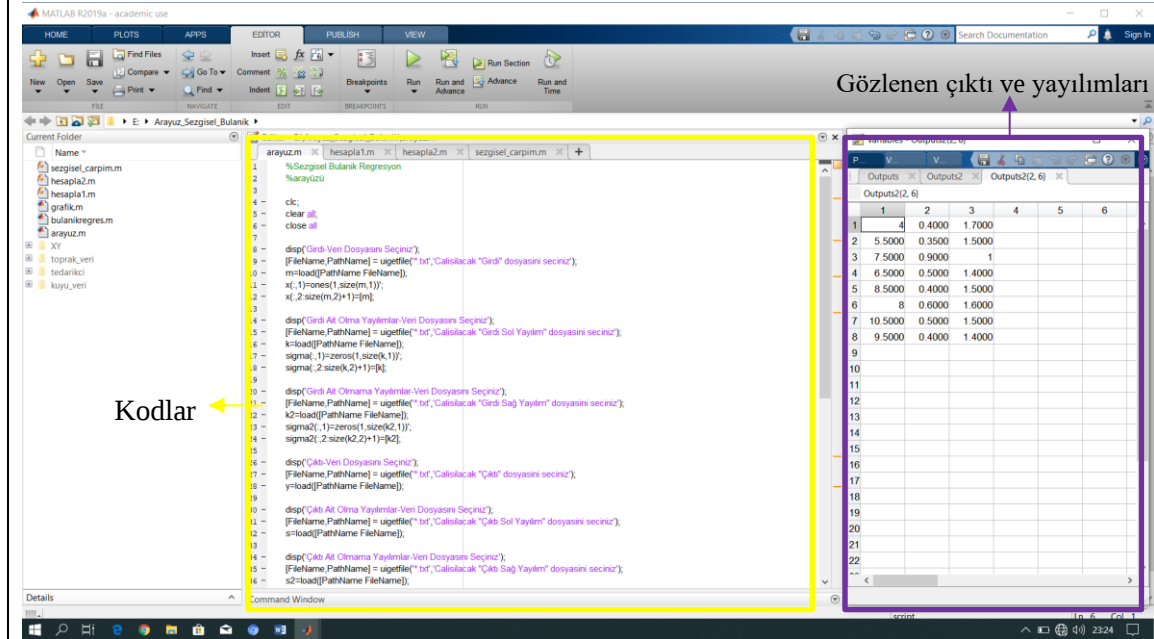


Şekil 5.1. XY verisi için (a) ait olma ve ait olmama; (b) ait olma; (c) ait olmama dereceleri için  $\hat{Y}_2$  ve  $\tilde{Y}_2$  'nin örnek gösterimi

Sezgisel kümelere dayalı bulanık regresyon analizi için Matlab R2019a programında oluşturulan kod penceresi işleyişi ve ekran çıktısı için örnek gösterim Resim 5.2'de verilmektedir.

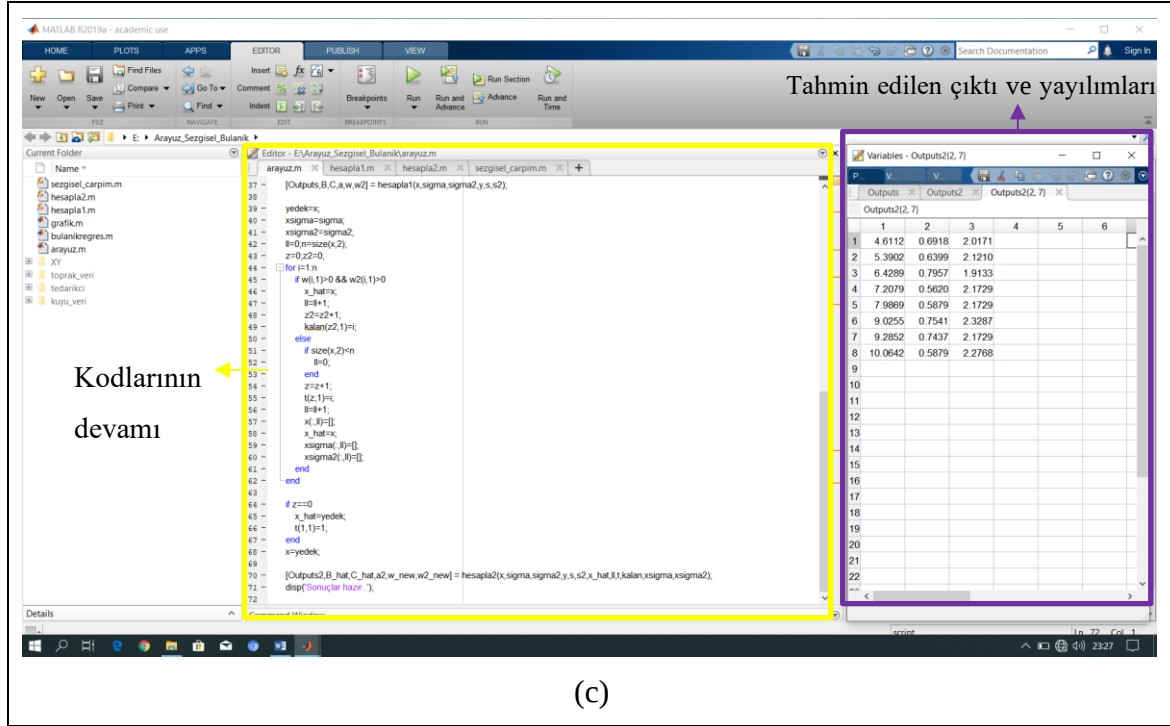


(a)



(b)

Resim 5.2. Sezgisel bulanık regresyon için Matlab R2019a kod penceresi örnek gösterimi (XY verisi), (a) kod penceresi ekran çıktısı; (b) kodların gösterimi; (c) tahmin edilen çıktı gösterimi



Resim 5.2. (devam) Sezgisel bulanık regresyon için Matlab R2019a kod penceresi örnek gösterimi (XY verisi), (a) kod penceresi ekran çıktısı; (b) kodların gösterimi; (c) tahmin edilen çıktı gösterimi

## 5.2. Sayısal Örnek-2: Toprak Veri Seti

Bu sayısal örnekte toprağın karakteristik özelliklerinin incelendiği Arefi ve Taheri (2015)'den alınan veri seti kullanılmıştır. Veriler İran'ın batısında yer alan Silakhar ovasında yapılan çalışma ile elde edilmiştir. Toprağın 0,0 – 0,25 cm derinliğinden elde edilen 24 örnek birimi ile toprağın bazı karakteristik özellikleri incelenmiştir. Elde edilen veri setinde değişken tanımlamaları aşağıdaki gibidir:

$Y$  : Katyon değişim kapasitesi (CEC)

$X_1$  : Kum içeriği yüzdesi (SAND)

$X_2$  : Organik madde içeriği (OM)

Arefi ve Taheri (2015) verinin elde edildiği ortamdaki belirsiz durumları göz önünde bulundurarak değişkenlere yayılım bilgisini eklemişlerdir. Böylelikle, gözlemlenen veriyi sezgisel bulanık sayılar şeklinde tanımlayarak veri setine sezgisel bulanık regresyon analizi yöntemini uygulamışlardır. Veri seti Çizelge 5.3 ile verilmiştir.

Çizelge 5.3. Toprak karakteristiği veri seti

| CEC (Cmol(+)/kg)<br>$\tilde{Y}_i = (y_i; s_i; s_i^*)_T$ | SAND(%)<br>$\tilde{X}_{i1} = (x_{i1}; \sigma_{i1}; \sigma_{i1}^*)_T$ | OM(%)<br>$\tilde{X}_{i2} = (x_{i2}; \sigma_{i2}; \sigma_{i2}^*)_T$ |
|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| (16,5; 0,82; 1,65) <sub>T</sub>                         | (35; 3,5; 5,25) <sub>T</sub>                                         | (0,88; 0,09; 0,13) <sub>T</sub>                                    |
| (18,6; 0,93; 1,86) <sub>T</sub>                         | (37; 3,7; 5,55) <sub>T</sub>                                         | (1,13; 0,11; 0,17) <sub>T</sub>                                    |
| (19,3; 0,97; 1,93) <sub>T</sub>                         | (27; 2,7; 4,05) <sub>T</sub>                                         | (1,31; 0,13; 0,20) <sub>T</sub>                                    |
| (20,3; 1,02; 2,03) <sub>T</sub>                         | (29; 2,9; 4,35) <sub>T</sub>                                         | (1,98; 0,20; 0,30) <sub>T</sub>                                    |
| (17,3; 0,87; 1,73) <sub>T</sub>                         | (38; 3,8; 5,70) <sub>T</sub>                                         | (1,02; 0,10; 0,15) <sub>T</sub>                                    |
| (20,4; 1,02; 2,04) <sub>T</sub>                         | (32; 3,2; 4,80) <sub>T</sub>                                         | (1,29; 0,13; 0,19) <sub>T</sub>                                    |
| (19,3; 0,97; 1,93) <sub>T</sub>                         | (29; 2,9; 4,35) <sub>T</sub>                                         | (1,52; 0,15; 0,23) <sub>T</sub>                                    |
| (21,9; 1,09; 2,19) <sub>T</sub>                         | (18; 1,8; 2,70) <sub>T</sub>                                         | (1,33; 0,13; 0,20) <sub>T</sub>                                    |
| (15,9; 0,80; 1,59) <sub>T</sub>                         | (40; 4,0; 6,00) <sub>T</sub>                                         | (1,71; 0,17; 0,26) <sub>T</sub>                                    |
| (18,3; 0,92; 1,83) <sub>T</sub>                         | (28; 2,8; 4,20) <sub>T</sub>                                         | (2,00; 0,20; 0,30) <sub>T</sub>                                    |
| (22,6; 1,13; 2,26) <sub>T</sub>                         | (13; 1,3; 1,95) <sub>T</sub>                                         | (1,68; 0,17; 0,25) <sub>T</sub>                                    |
| (23,7; 1,19; 2,37) <sub>T</sub>                         | (19; 1,9; 2,85) <sub>T</sub>                                         | (2,15; 0,22; 0,32) <sub>T</sub>                                    |
| (24,4; 1,22; 2,44) <sub>T</sub>                         | (31; 3,1; 4,65) <sub>T</sub>                                         | (3,52; 0,35; 0,53) <sub>T</sub>                                    |
| (21,8; 1,09; 2,18) <sub>T</sub>                         | (31; 3,1; 4,65) <sub>T</sub>                                         | (2,33; 0,23; 0,35) <sub>T</sub>                                    |
| (23,8; 1,19; 2,38) <sub>T</sub>                         | (17; 1,7; 2,55) <sub>T</sub>                                         | (1,71; 0,17; 0,26) <sub>T</sub>                                    |
| (20,8; 1,04; 2,08) <sub>T</sub>                         | (14; 1,4; 2,10) <sub>T</sub>                                         | (1,14; 0,11; 0,17) <sub>T</sub>                                    |
| (17,5; 0,88; 1,75) <sub>T</sub>                         | (19; 1,9; 2,85) <sub>T</sub>                                         | (0,99; 0,10; 0,15) <sub>T</sub>                                    |
| (17,8; 0,89; 1,78) <sub>T</sub>                         | (28; 2,8; 4,20) <sub>T</sub>                                         | (1,14; 0,11; 0,17) <sub>T</sub>                                    |
| (20,2; 1,01; 2,02) <sub>T</sub>                         | (26; 2,6; 3,90) <sub>T</sub>                                         | (1,46; 0,15; 0,22) <sub>T</sub>                                    |
| (20,0; 1,00; 2,00) <sub>T</sub>                         | (32; 3,2; 4,80) <sub>T</sub>                                         | (1,81; 0,18; 0,27) <sub>T</sub>                                    |
| (22,8; 1,14; 2,28) <sub>T</sub>                         | (10; 1,0; 1,50) <sub>T</sub>                                         | (1,38; 0,14; 0,21) <sub>T</sub>                                    |
| (19,1; 0,96; 1,91) <sub>T</sub>                         | (38; 3,8; 5,70) <sub>T</sub>                                         | (0,84; 0,08; 0,13) <sub>T</sub>                                    |
| (12,1; 0,60; 1,21) <sub>T</sub>                         | (49; 4,9; 7,35) <sub>T</sub>                                         | (1,48; 0,15; 0,22) <sub>T</sub>                                    |
| (12,8; 0,64; 1,28) <sub>T</sub>                         | (42; 4,2; 6,30) <sub>T</sub>                                         | (1,08; 0,11; 0,16) <sub>T</sub>                                    |

Topraktaki kum içeriği yüzdesi ( $X_1$ ) ile organik madde içeriğinin ( $X_2$ ), toprağın katyon değişim kapasitesine ( $Y$ ) olan etkisinin belirlenmesi için klasik regresyon analizi uygulanmıştır. Toprak veri seti merkez değerleri için klasik regresyon analizi sonuçları Çizelge 5.4 ile verilmiştir.

Çizelge 5.4. Toprak veri seti için klasik regresyon analizi sonuçları

|                                                                        | $\hat{\beta}_j$ istatistiği | t-istatistiği  | p-değeri                   |
|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|----------------|----------------------------|
| Sabit                                                                  | 21,98                       | 15,21          | 0,000                      |
| $X_1$                                                                  | -0,222                      | -6,36          | 0,000                      |
| $X_2$                                                                  | 2,473                       | 4,15           | 0,000                      |
| F-test istatistiği (p-değeri)                                          | S                           | R <sup>2</sup> | Düzeltilmiş R <sup>2</sup> |
| 31,14 (0,000)                                                          | 1,67                        | %74,78         | %72,38                     |
| “Model hataları normal dağılımlı kitleden alınmıştır (p-değeri>0.10).” |                             |                |                            |

Toprak veri seti için klasik regresyon modeli Eş 5.5'te verilmiştir.

$$\hat{Y} = 21,98 - 0,222x_{i1} + 2,473x_{i2} \quad (5.5)$$

Çizelge 5.4'te verilen F ve t-testi sonuçlarına göre, model ve parametre tahminleri istatistiksel olarak anlamlıdır (p-değerleri  $< \alpha = 0,05$ ). Modelde toprağın katyon değişim kapasitesine (Y) kum içeriği yüzdesinin ( $X_1$ ) negatif, organik madde içeriğinin ( $X_2$ ) pozitif yönlü etkisi olduğu görülmektedir. F-testi sonucuna göre, model istatistiksel olarak anlamlıdır (p-değeri  $= 0,000 < \alpha = 0,005$ ). Bağımlı değişkendeki toplam değişimin %74,8'i (Düzeltilmiş  $R^2 = \%72,38$ ) model tarafından açıklanmıştır.

Çizelge 5.4'teki veri setine çoklu regresyon modeli için bulanık regresyon analizi (Şanlı ve Apaydın, 2004) uygulanmıştır. Toprak veri setinde girdi (X) değişkenlerinin merkez değerlerine, ait olma derecelerinin sol ve sağ yayılım değerleri çıkarılıp eklendiğinde, sırasıyla,  $X^L$  ve  $X^R$  matrisleri elde edilmiştir. Benzer şekilde, çıktı (Y) değişkeninin merkez ( $y_i$ ) değerine, ait olma derecesinin sol ve sağ yayılım değerleri çıkarılıp eklenerek  $Y^L$  ve  $Y^R$  vektörleri elde edilmiştir.

$$X^R = \begin{bmatrix} 1 & 40,25 & \dots & 1,01 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 48,3 & \dots & 1,24 \end{bmatrix} \quad X^L = \begin{bmatrix} 1 & 31,5 & \dots & 0,79 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 37,8 & \dots & 0,97 \end{bmatrix} \quad Y^L = \begin{bmatrix} 15,68 \\ \vdots \\ 12,16 \end{bmatrix} \quad Y^R = \begin{bmatrix} 18,15 \\ \vdots \\ 14,08 \end{bmatrix}$$

Eş. 3.28'den bulanık regresyon modeli parametre tahminleri

$$\hat{\beta}_0 = 20,7272, \quad \hat{\beta}_1 = -0,1978 \text{ ve } \hat{\beta}_2 = 2,8380$$

olarak elde edilmiştir.

Bulanık regresyon modeli Eş. 5.6'daki gibidir.

$$\hat{Y} = 20,7272 - 0,1978\hat{x}_{i1} + 2,8380\hat{x}_{i2} \quad (5.6)$$

Toprak veri setine tam-sezgisel bulanık regresyon analizi (Arefi ve Taheri, 2015) simetrik üçgensel bulanık sayılar için uygulanmıştır. Eş. 4.5 ve Eş. 4.6 yardımı ile,

$$B = \begin{bmatrix} 467,200 \\ 12740,500 \\ 739,793 \end{bmatrix} \text{ ve } C = \begin{bmatrix} 24,00 & 682,00 & 36,8800 \\ 682,00 & 21672,00 & 1037,1400 \\ 36,88 & 1037,14 & 64,5378 \end{bmatrix}$$

elde edilir. Buradan,  $a = C^{-1}B$  için,

$$a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21,9768 \\ -0,2220 \\ 2,4727 \end{bmatrix}$$

hesaplanır.

Model katsayılarına ilişkin ait olma ve ait olmama yayılımları sırasıyla,

$$w = \begin{bmatrix} 1,1001 \\ 0,0111 \\ -0,1240 \end{bmatrix} \text{ ve } w^* = \begin{bmatrix} 2,1965 \\ 0,0112 \\ -0,1251 \end{bmatrix}$$

elde edilir. Burada,  $w_3^* = -0,1251 < 0$  olduğundan  $X$  matrisindeki üçüncü sütun çıkartılarak Eş. 4.7, Eş. 4.8 ve Eş. 4.9’da verilen işlemler tekrarlanır.

Buna göre,

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 467,200 \\ 12740,500 \\ 739,8253 \end{bmatrix} \text{ ve } \hat{C} = \begin{bmatrix} 24,00 & 682,00 & 36,8800 \\ 682,00 & 21672,00 & 1037,1400 \\ 36,88 & 1037,14 & 64,5591 \end{bmatrix}$$

olmak üzere  $\hat{a} = \hat{C}^{-1}\hat{B}$  için,

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21,9811 \\ -0,2221 \\ 2,4701 \end{bmatrix}$$

elde edilir. Yeni model katsayılarında  $X$  matrisinin birinci ve ikinci sütunu için hesaplanan ait olma ve ait olmama derecelerine ilişkin yayılımlar sırasıyla,

$$\hat{w} = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8933 \\ 0,0117 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \hat{w}^* = \begin{bmatrix} w_0^* \\ w_1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,9882 \\ 0,0118 \end{bmatrix}$$

olarak bulunur.

Toprak veri seti için oluşturulan sezgisel bulanık regresyon modeli Eş. 5.7'deki gibidir.

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= \tilde{A}_0 \oplus (\tilde{A}_1 \otimes \tilde{X}_1) \oplus (\tilde{A}_2 \otimes \tilde{X}_2) \\ &= (21,9811; 0,8933; 1,9882)_T \oplus (-0,2221; 0,0117; 0,0118)_T \otimes \tilde{X}_1 \oplus (2,4701) \otimes \tilde{X}_2 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Veri setinde 12. gözlem değerleri için tahmin edilen çıktı değeri Eş. 5.8'de verilmiştir.

$$\hat{Y}_{12} = (23,0727; 2,0825; 3,6345) \quad (5.8)$$

Tahmin edilen çıktı değerinin açık gösterimi,  $s_2 = s_2'$  ve  $s_2^* = s_2'^*$  olmak üzere;

$$\hat{Y}_{12} = (y_{12} = 23,0727; s_{12} = 2,0825, s_{12}' = 2,0825; s_{12}^* = 3,6345, s_{12}'^* = 3,6345) \quad (5.9)$$

şeklindedir.

Burada, ait olma durumu için sol ve sağ yayılımlar:

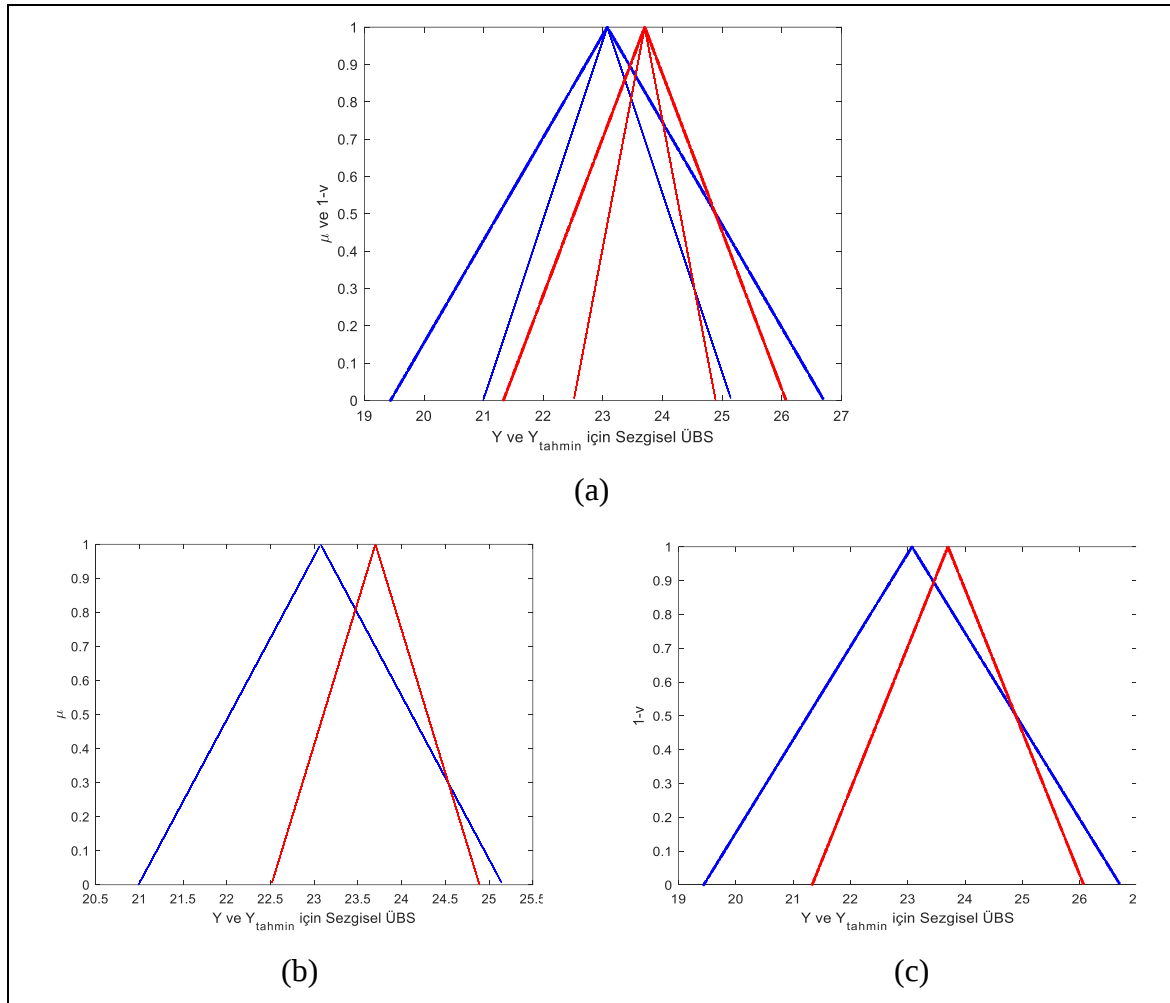
$$(y_{12} = 23,0727; s_{12} = 2,0825, s_{12}' = 2,0825)$$

ait olmama durumu için sol ve sağ yayılımlar:

$$(y_{12} = 23,0727; s_{12}^* = 3,6345, s_{12}^* = 3,6345)$$

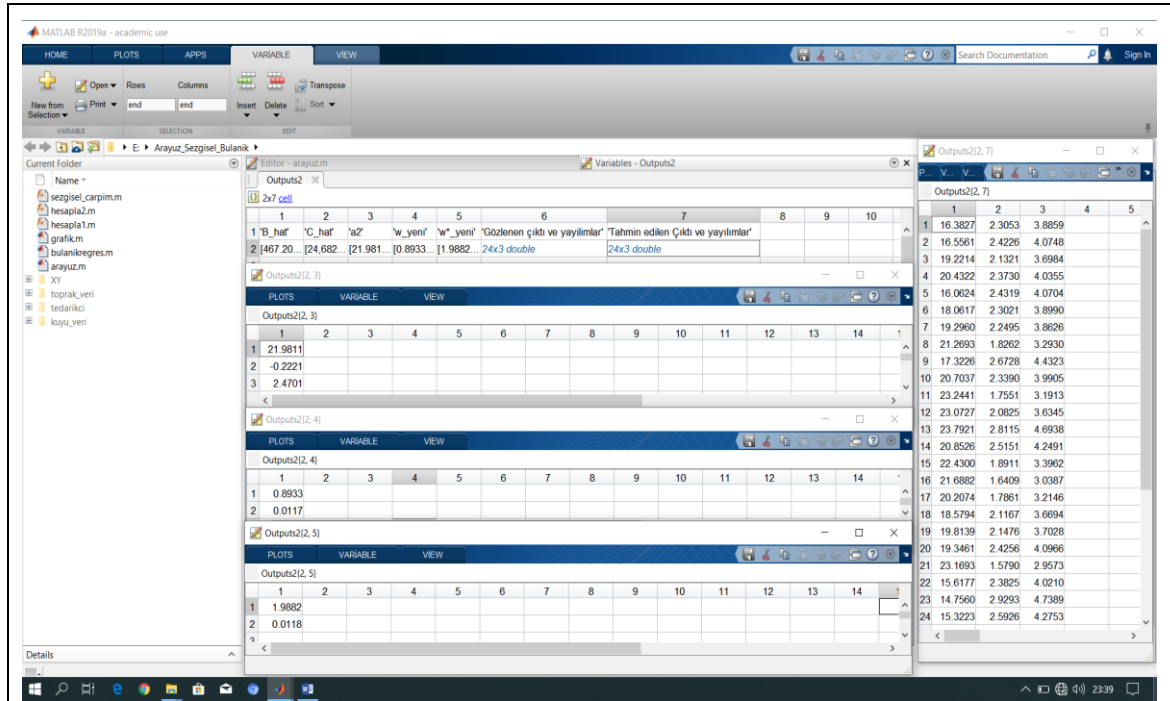
olarak bulunur.

Yukarıdaki işlemler gerçekleştirilerek 12. gözlem değerlerine ilişkin tahmin edilen ( $Y_{\text{tahmin}}$ ) ve gözlenen çıktı ( $Y$ ) değerlerinin, ait olma ve ait olmama dereceleri bakımından örnek gösterimi Şekil 5.2. ile verilmiştir.

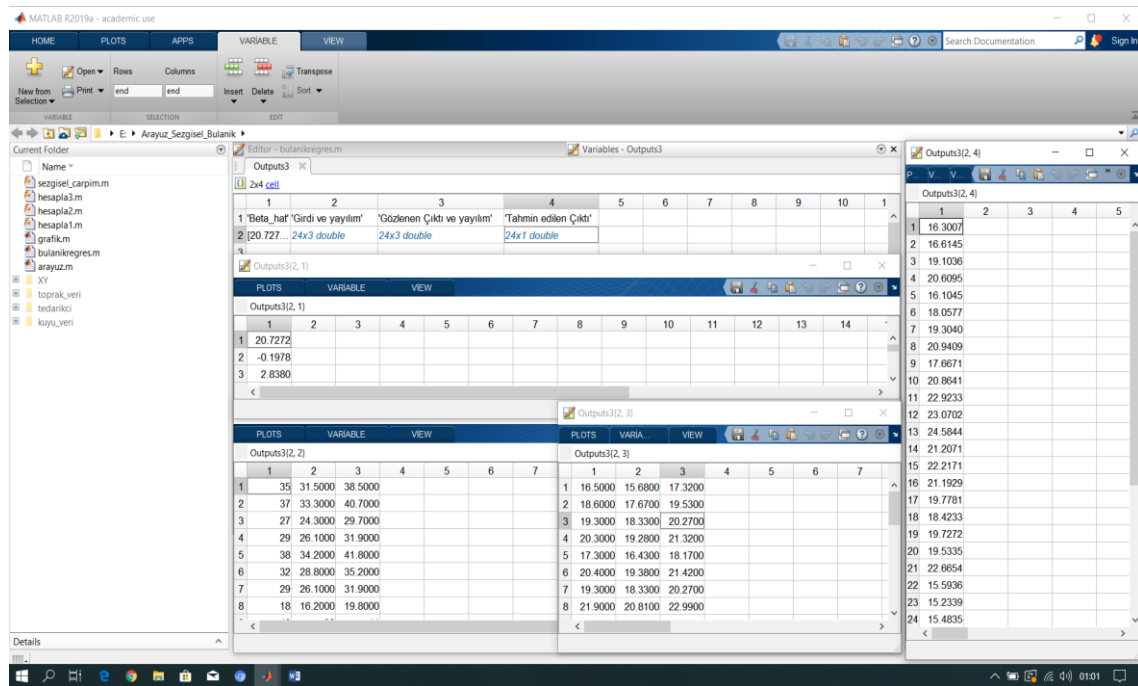


Şekil 5.2. Toprak verisi için (a) ait olma ve ait olmama; (b) ait olma; (c) ait olmama dereceleri için  $\hat{Y}_{12}$  ve  $\tilde{Y}_{12}$  'nin örnek gösterimi

Toprak veri seti için sezgisel bulanık ve bulanık regresyon analizlerinin Matlab R2019a programı kod penceresi gösterimleri Resim 5.3'te verilmektedir.



(a)



(b)

Resim 5.3. Toprak veri setine ait Matlab 2019a kod penceresi ekran görüntüleri: (a) sezgisel bulanık regresyon, (b) bulanık regresyon sonuçları

### 5.3. Sayısal Örnek-3: Kuyu Veri Seti

Bu sayısal örnekte 1948-1978 yılları arasında petrol ve doğalgaz arama çalışmalarında açılan kuyular ile ilgili bilgilerden oluşan kuyu aktiviteleri veri seti kullanılmaktadır (Bkz. Gujarati, 2001). Veri setinde yer alan değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$Y$  : Açılan kuyu sayısı (bin)

$X_1$  : Önceki dönem kuyu fiyatı (\$)

$X_2$  : Yerli üretim (varil)

$X_3$  : GSMH (milyar \$)

Şanlı ve Apaydın (2004) çalışmalarında, veri setine bağımlı (çıktı) ve bağımsız (girdi) değişkenler için yayılım bilgilerini eklemişlerdir. Bağımsız değişkenler için merkez değeri ( $x_{ij}$ ), sol yayılım  $x_{ij} / 7$ , sağ yayılım  $x_{ij} / 6$  ve bağımlı değişken değerleri için merkez ( $y_i$ ) sol yayılım  $y_i / 8$ , sağ yayılım  $y_i / 7$  olarak belirlenmiştir. Uygulamada kullanılan kuyu veri seti Çizelge 5.5'te verilmektedir.

Çizelge 5.5. Kuyu veri seti için merkez ve yayılımlar

| $\tilde{X}_{i1} = (x_{i1}; \sigma_{i1}; \sigma_{i1}^*)_T$ | $\tilde{X}_{i2} = (x_{i2}; \sigma_{i2}; \sigma_{i2}^*)_T$ | $\tilde{X}_{i3} = (x_{i3}; \sigma_{i3}; \sigma_{i3}^*)_T$ | $\tilde{Y}_i = (y_i; s_i; s_i^*)_T$ |
|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| (4,89; 0,699; 0,815) <sub>T</sub>                         | (5,52; 0,789; 0,920) <sub>T</sub>                         | (487,67; 69,668; 81,279) <sub>T</sub>                     | (8,01; 1,002; 1,14) <sub>T</sub>    |
| (4,83; 0,690; 0,805) <sub>T</sub>                         | (5,05; 0,722; 0,842) <sub>T</sub>                         | (490,59; 70,085; 81,765) <sub>T</sub>                     | (9,06; 1,133; 1,29) <sub>T</sub>    |
| (4,68; 0,669; 0,780) <sub>T</sub>                         | (5,41; 0,773; 0,902) <sub>T</sub>                         | (533,55; 76,222; 88,925) <sub>T</sub>                     | (10,31; 1,289; 1,47) <sub>T</sub>   |
| (4,42; 0,632; 0,737) <sub>T</sub>                         | (6,16; 0,880; 1,027) <sub>T</sub>                         | (576,57; 82,368; 96,095) <sub>T</sub>                     | (11,76; 1,470; 1,68) <sub>T</sub>   |
| (4,36; 0,623; 0,727) <sub>T</sub>                         | (6,26; 0,895; 1,044) <sub>T</sub>                         | (598,62; 85,518; 99,770) <sub>T</sub>                     | (12,43; 1,554; 1,77) <sub>T</sub>   |
| (4,55; 0,650; 0,759) <sub>T</sub>                         | (6,34; 0,906; 1,057) <sub>T</sub>                         | (621,77; 88,825; 103,62) <sub>T</sub>                     | (13,31; 1,664; 1,90) <sub>T</sub>   |
| (4,66; 0,666; 0,777) <sub>T</sub>                         | (6,81; 0,973; 1,135) <sub>T</sub>                         | (613,67; 87,668; 102,27) <sub>T</sub>                     | (13,1; 1,638; 1,87) <sub>T</sub>    |
| (5,54; 0,791; 0,924) <sub>T</sub>                         | (7,15; 1,022; 1,192) <sub>T</sub>                         | (654,8; 93,543; 109,134) <sub>T</sub>                     | (14,94; 1,868; 2,14) <sub>T</sub>   |
| (4,44; 0,635; 0,740) <sub>T</sub>                         | (7,17; 1,025; 1,195) <sub>T</sub>                         | (668,84; 95,549; 111,474) <sub>T</sub>                    | (16,17; 2,022; 2,31) <sub>T</sub>   |
| (4,75; 0,679; 0,792) <sub>T</sub>                         | (6,71; 0,959; 1,119) <sub>T</sub>                         | (681,02; 97,289; 113,504) <sub>T</sub>                    | (14,71; 1,839; 2,10) <sub>T</sub>   |
| (4,56; 0,652; 0,760) <sub>T</sub>                         | (7,05; 1,008; 1,175) <sub>T</sub>                         | (679,53; 97,076; 113,255) <sub>T</sub>                    | (13,2; 1,65; 1,88) <sub>T</sub>     |
| (4,29; 0,613; 0,715) <sub>T</sub>                         | (7,04; 1,006; 1,174) <sub>T</sub>                         | (720,53; 102,933; 120,08) <sub>T</sub>                    | (13,19; 1,649; 1,88) <sub>T</sub>   |
| (4,19; 0,599; 0,699) <sub>T</sub>                         | (7,18; 1,026; 1,197) <sub>T</sub>                         | (736,86; 105,266; 122,81) <sub>T</sub>                    | (11,7; 1,463; 1,67) <sub>T</sub>    |
| (4,17; 0,596; 0,695) <sub>T</sub>                         | (7,33; 1,048; 1,222) <sub>T</sub>                         | (755,34; 107,906; 125,89) <sub>T</sub>                    | (10,99; 1,374; 1,57) <sub>T</sub>   |
| (4,11; 0,588; 0,685) <sub>T</sub>                         | (7,54; 1,078; 1,257) <sub>T</sub>                         | (799,15; 114,165; 133,192) <sub>T</sub>                   | (10,8; 1,350; 1,54) <sub>T</sub>    |
| (4,04; 0,578; 0,674) <sub>T</sub>                         | (7,61; 1,088; 1,269) <sub>T</sub>                         | (830,7; 118,672; 138,450) <sub>T</sub>                    | (10,66; 1,333; 1,52) <sub>T</sub>   |
| (3,96; 0,566; 0,660) <sub>T</sub>                         | (7,80; 1,115; 1,300) <sub>T</sub>                         | (874,29; 124,899; 145,715) <sub>T</sub>                   | (10,75; 1,344; 1,53) <sub>T</sub>   |
| (3,85; 0,550; 0,642) <sub>T</sub>                         | (8,30; 1,186; 1,384) <sub>T</sub>                         | (925,86; 132,266; 154,310) <sub>T</sub>                   | (9,47; 1,184; 1,35) <sub>T</sub>    |
| (3,75; 0,536; 0,625) <sub>T</sub>                         | (8,81; 1,259; 1,469) <sub>T</sub>                         | (980,98; 140,140; 163,497) <sub>T</sub>                   | (10,31; 1,289; 1,47) <sub>T</sub>   |
| (3,69; 0,528; 0,615) <sub>T</sub>                         | (8,66; 1,238; 1,444) <sub>T</sub>                         | (1007,72; 143,960; 167,954) <sub>T</sub>                  | (8,88; 1,110; 1,269) <sub>T</sub>   |
| (3,56; 0,509; 0,594) <sub>T</sub>                         | (8,78; 1,255; 1,464) <sub>T</sub>                         | (1051,83; 150,262; 175,305) <sub>T</sub>                  | (8,88; 1,110; 1,269) <sub>T</sub>   |

Çizelge 5.5. (devam) Kuyu veri seti için merkez ve yayılımlar

|                                   |                                   |                                          |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------|
| (3,56; 0,509; 0,594) <sub>T</sub> | (9,18; 1,312; 1,530) <sub>T</sub> | (1078,76; 154,109; 179,794) <sub>T</sub> | (9,7; 1,213; 1,386) <sub>T</sub>  |
| (3,48; 0,498; 0,580) <sub>T</sub> | (9,03; 1,290; 1,505) <sub>T</sub> | (1075,31; 153,616; 179,219) <sub>T</sub> | (7,69; 0,962; 1,099) <sub>T</sub> |
| (3,53; 0,505; 0,589) <sub>T</sub> | (9,00; 1,286; 1,500) <sub>T</sub> | (1107,48; 158,212; 184,580) <sub>T</sub> | (6,92; 0,865; 0,989) <sub>T</sub> |
| (3,39; 0,485; 0,565) <sub>T</sub> | (8,78; 1,255; 1,464) <sub>T</sub> | (1171,1 ; 167,319; 184,0) <sub>T</sub>   | (7,54; 0,943; 1,078) <sub>T</sub> |
| (3,68; 0,526; 0,614) <sub>T</sub> | (8,38; 1,198; 1,397) <sub>T</sub> | (1234,97; 176,425; 205,829) <sub>T</sub> | (7,47; 0,934; 1,068) <sub>T</sub> |
| (5,92; 0,846; 0,987) <sub>T</sub> | (8,01; 1,145; 1,335) <sub>T</sub> | (1217,81; 173,973; 202,969) <sub>T</sub> | (8,63; 1,079; 1,233) <sub>T</sub> |
| (6,03; 0,862; 1,005) <sub>T</sub> | (7,78; 1,112; 1,296) <sub>T</sub> | (1202,36; 171,766; 200,394) <sub>T</sub> | (9,21; 1,152; 1,316) <sub>T</sub> |
| (6,12; 0,875; 1,020) <sub>T</sub> | (7,88; 1,126; 1,314) <sub>T</sub> | (1271,01; 181,573; 211,835) <sub>T</sub> | (9,23; 1,154; 1,319) <sub>T</sub> |
| (6,05; 0,865; 1,009) <sub>T</sub> | (7,88; 1,126; 1,314) <sub>T</sub> | (1332,67; 190,382; 222,112) <sub>T</sub> | (9,96; 1,246; 1,423) <sub>T</sub> |
| (5,89; 0,846; 0,982) <sub>T</sub> | (8,67; 1,239; 1,445) <sub>T</sub> | (1385,1; 197,872; 230,850) <sub>T</sub>  | (10,78; 1,348; 1,54) <sub>T</sub> |

Kuyu veri seti merkez değerleri kullanılarak yapılan klasik regresyon analizine ait sonuçlar Çizelge 5.6 ile verilmektedir.

Çizelge 5.6. Kuyu veri seti için klasik regresyon analizi sonuçları

|                                                                        | $\hat{\beta}_j$ istatistiği | t-istatistiği  | p-değeri                   |
|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|----------------|----------------------------|
| Sabit                                                                  | -6,26                       | -1,19          | 0,246                      |
| $X_1$                                                                  | 2,34                        | 4,25           | 0,000                      |
| $X_2$                                                                  | 2,58                        | 3,57           | 0,001                      |
| $X_3$                                                                  | -0,0147                     | -5,12          | 0,000                      |
| F-test istatistiği (p-değeri)                                          | S                           | R <sup>2</sup> | Düzeltilmiş R <sup>2</sup> |
| 12,89 (0,000)                                                          | 1,59                        | % 58,88        | % 54,31                    |
| “Model hataları normal dağılımlı kitleden alınmıştır (p-değeri>0,10).” |                             |                |                            |

Kuyu fiyatı ( $X_1$ ), günlük üretim miktarı ( $X_2$ ) ve GSMH ( $X_3$ ) değişkenlerinin açılan kuyu sayısına etkisinin araştırılması için klasik regresyon analiz yöntemi uygulanarak elde edilen tahmin modeli Eş. 5.10 ile verilmektedir.

$$\hat{Y} = -6,26 + 2,34x_{i1} + 2,58x_{i2} - 0,0147x_{i3} \quad (5.10)$$

Çizelge 5.6’da verilen t-testi sonuçlarına göre, sabit terim istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır (p-değeri=0,246> $\alpha = 0,05$ ). Öte yandan, girdi değişkenlerin ( $X_1, X_2, X_3$ ) çıktı değişken (Y) üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir etkisi bulunmaktadır (p-değerleri< $\alpha = 0,05$ ). Çizelge 5.6’daki F-testi sonucuna göre, model anlamlıdır (p-

değeri=0,000< $\alpha = 0,05$ ). Bu model için  $R^2$ =%58,8 (Düzeltilmiş  $R^2$ =%54,31) olarak hesaplanmıştır. Çıktı değişkenindeki toplam değişimin %58,8'i (Düzeltilmiş  $R^2$ = %54,31) girdi değişkenler tarafından açıklanmaktadır.

Çizelge 5.5 ile verilen kuyu veri setine çoklu regresyon modeli için bulanık regresyon analizi (Şanlı ve Apaydın, 2004) uygulanmıştır. Model parametre tahmini için girdi ( $X$ ) değişkenlerinin merkez değerlerine, ait olma derecelerinin sol ve sağ yayılım değerleri çıkarılıp eklendiğinde, sırasıyla,  $X^L$  ve  $X^R$  matrisleri elde edilmiştir. Benzer şekilde, çıktı ( $Y$ ) değişkeninin merkez ( $y_i$ ) değerine, ait olma derecesinin sol ve sağ yayılım değerleri çıkarılıp eklenerek  $Y^L$  ve  $Y^R$  vektörleri elde edilmiştir.

Eş. 3.28'den yararlanılarak bulanık regresyon modeli parametre tahminleri

$$\hat{\beta}_0 = -0,0317, \hat{\beta}_1 = 1,7541, \hat{\beta}_2 = 1,17705, \hat{\beta}_3 = -0,0119$$

olarak bulunmuştur.

Buradan, bulanık regresyon modeli;

$$\hat{Y} = -0,0317 + 1,7541\hat{x}_{i1} + 1,7705\hat{x}_{i2} - 0,0119\hat{x}_{i3} \quad (5.11)$$

elde edilmiştir.

Çizelge 5.5'deki verilere simetrik bulanık sayıların kullanıldığı sezgisel bulanık regresyon analizi (Arefi ve Taheri, 2015) uygulanmıştır.

Buna göre,

$$B = \begin{bmatrix} 329,7600 \\ 1,4902e+03 \\ 2,4473e+03 \\ 2,8043e+05 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 31 & 138,9400 & 233,2700 & 2,7366e+04 \\ 138,9400 & 643,7236 & 1,0367e+03 & 1,2363e+05 \\ 233,2700 & 1,0367e+03 & 1,7934e+03 & 2,1352e+05 \\ 2,7366e+04 & 1,2363e+05 & 2,1352e+05 & 2,6368e+07 \end{bmatrix}$$

ve

$$a = \begin{bmatrix} -6,2606 \\ 2,3438 \\ 2,5770 \\ -0,0147 \end{bmatrix} \quad w = \begin{bmatrix} -0,7826 \\ -0,0416 \\ -0,0460 \\ 2,6294e-04 \end{bmatrix} \quad w^* = \begin{bmatrix} -0,8944 \\ -0,0558 \\ -0,0614 \\ 3,5061e-04 \end{bmatrix}$$

oluşturulur.

$w_0, w_1, w_2, w_0^*, w_1^*$  ve  $w_2^* < 0$  olduğundan  $X$  matrisinin ilk üç sütunu çıkartılarak Eş. 4.7, Eş. 4.8 ve Eş. 4.9'daki işlemler tekrar edilir.

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 329,7600 \\ 1,4908e+03 \\ 2,4479e+03 \\ 2,8043e+05 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \hat{C} = \begin{bmatrix} 31 & 138,9400 & 233,2700 & 2,7366e+04 \\ 138,9400 & 643,9808 & 1,0369e+03 & 1,2363e+05 \\ 233,2700 & 1,0369e+03 & 1,7937e+03 & 2,1352e+05 \\ 2,7366e+04 & 1,2363e+05 & 2,1352e+05 & 2,6368e+07 \end{bmatrix}$$

olmak üzere  $\hat{a} = \hat{C}^{-1}\hat{B}$  için,

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5,4298 \\ 2,2626 \\ 2,4661 \\ -0,0143 \end{bmatrix}$$

olarak hesaplanır. Buradan,  $\hat{a}_3$  için ait olma ve ait olmama derecelerine ilişkin yayılımlar

$$\hat{w} = [-9,9498e-04] \quad \text{ve} \quad \hat{w}^* = [-0,0012]$$

olarak bulunur.

Kuyu veri seti için oluşturulan sezgisel bulanık regresyon modeli:

$$\begin{aligned} \tilde{Y} &= \tilde{A}_0 \oplus (\tilde{A}_1 \otimes \tilde{X}_1) \oplus (\tilde{A}_2 \otimes \tilde{X}_2) \oplus (\tilde{A}_3 \otimes \tilde{X}_3) \\ &= (-4,7477) \oplus (1,3212 \otimes \tilde{X}_1) \oplus (2,8747 \otimes \tilde{X}_2) \oplus (-0,0129; -9,9498e-04; -0,0012) \otimes \tilde{X}_3 \end{aligned}$$

şeklindedir.

Veri setinde 23. gözlem değerleri için tahmin edilen çıktı

$$\tilde{Y}_{23} = (9,3279; 5,2207; 6,5169) \quad (5.12)$$

olarak hesaplanmıştır.

Eş. 5.12 ile verilen tahmin değerinin açık gösterimi,  $s_2 = s_2'$  ve  $s_2^* = s_2^{**}$  olmak üzere;

$$\tilde{Y}_{23} = (y_{23} = 9,3279; s_{23} = 5,2207, s_{23}' = 5,2207; s_{23}^* = 6,5169, s_{23}^{**} = 6,5169) \quad (5.13)$$

şeklindedir.

Burada, ait olma durumu için sol ve sağ yayılımlar:

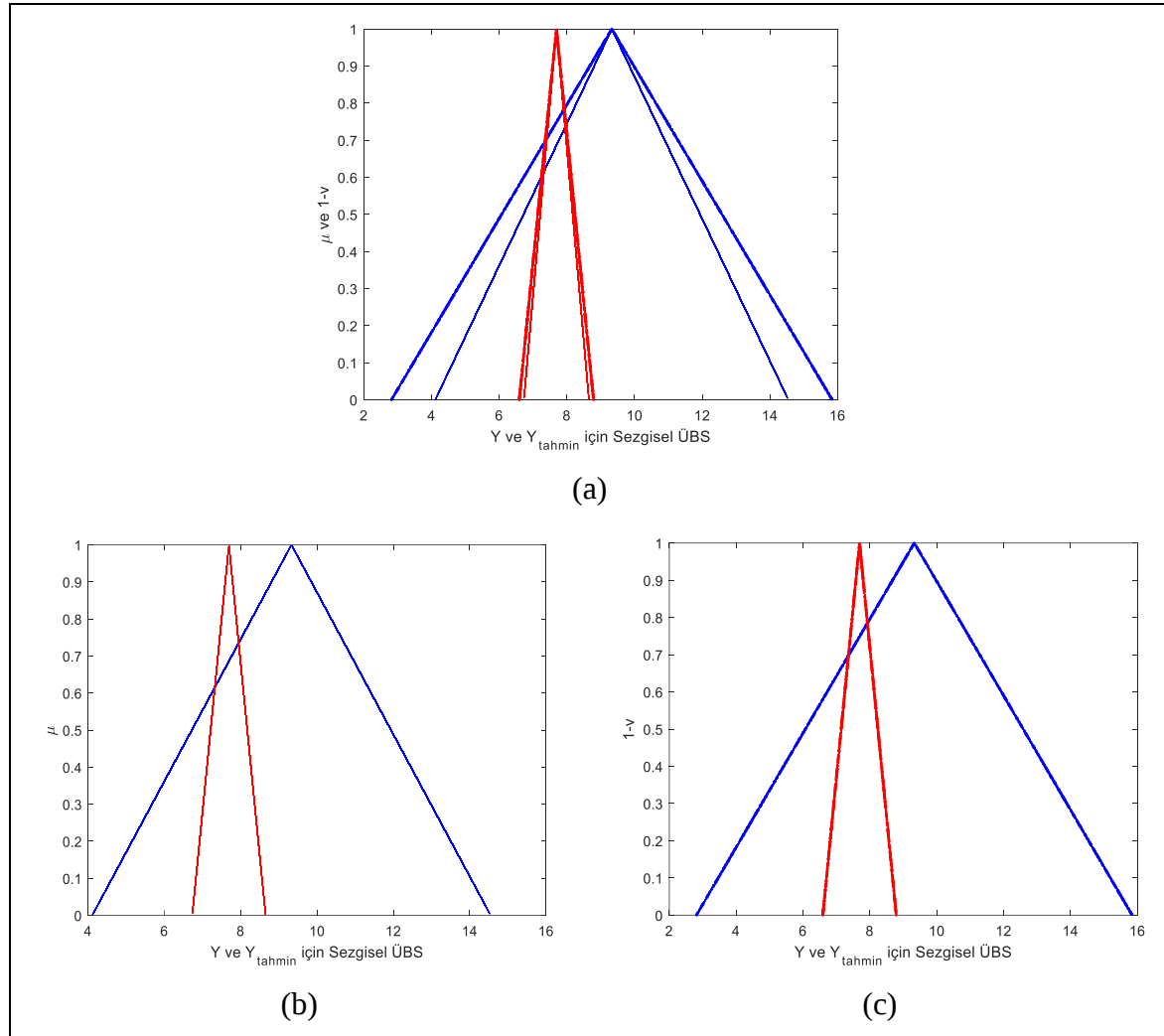
$$(y_{23} = 9,3279; s_{23} = 5,2207, s_{23}' = 5,2207)$$

ait olmama durumu için sol ve sağ yayılımlar:

$$(y_{23} = 9,3279; s_{12}^* = 6,5169, s_{12}^{**} = 6,5169)$$

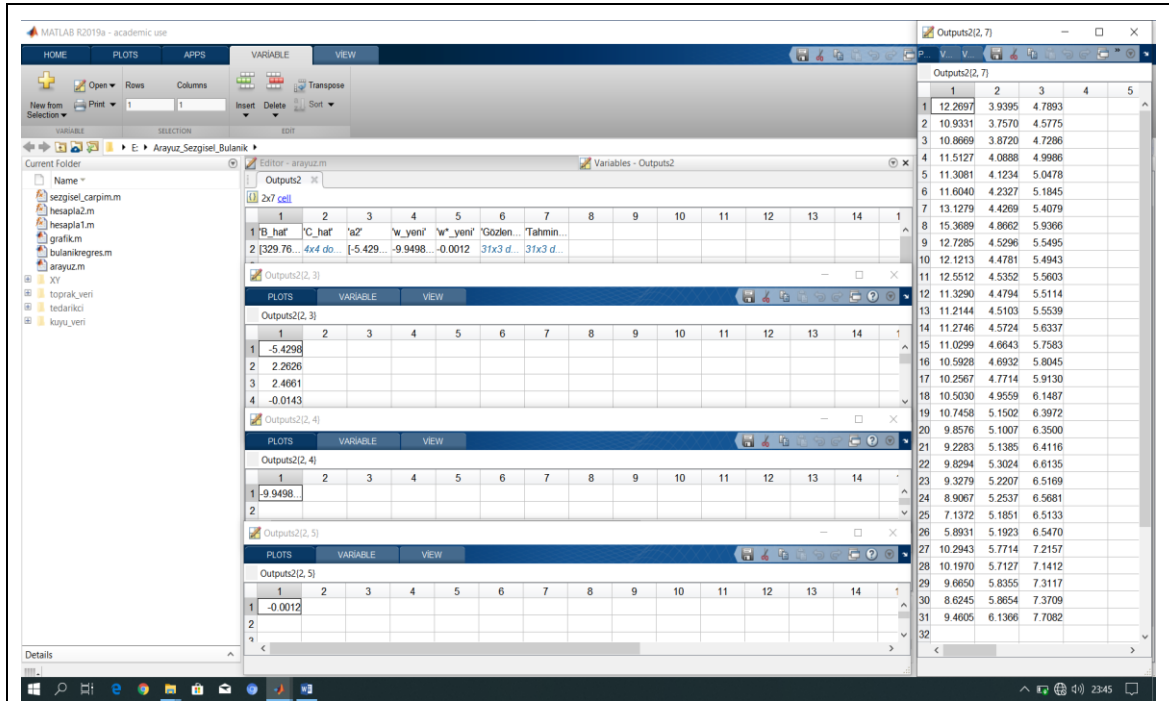
olarak tanımlanır.

Yukarıdaki işlemler gerçekleştirilerek 23. gözlem değerleri için tahmin edilen ( $Y_{\text{tahmin}}$ ) ve gözlenen çıktı ( $Y$ ) değerlerinin ait olma ve ait olmama dereceleri bakımından örnek gösterimi Şekil 5.3'dedir.

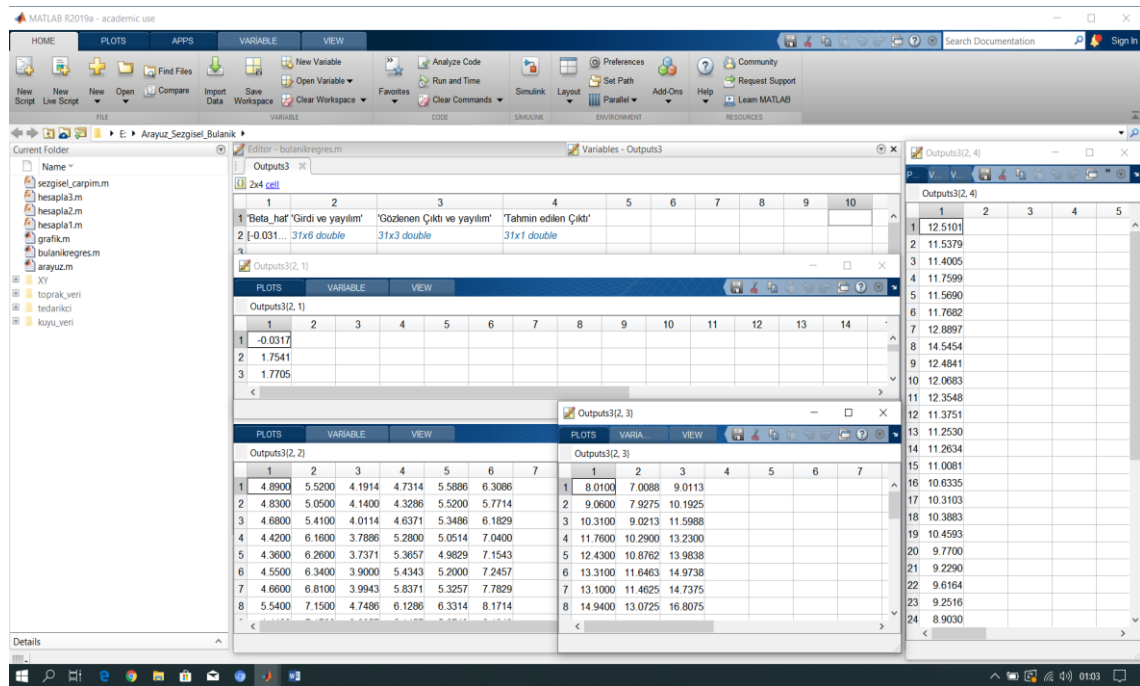


Şekil 5.3. Kuyu verisi için (a) ait olma ve ait olmama; (b) ait olma; (c) ait olmama dereceleri için  $\hat{Y}_{23}$  ve  $\tilde{Y}_{23}$  'ün örnek gösterimi

Kuyu veri seti için sezgisel bulanık ve bulanık regresyon analizlerinin Matlab R2019a programı kod penceresi gösterimleri Resim 5.4 ile verilmektedir.



(a)



(b)

Resim 5.4. Kuyu veri setine ait Matlab 2019a kod penceresi ekran görüntüleri: (a) sezgisel bulanık regresyon, (b) bulanık regresyon sonuçları

#### 5.4. Sayısal Örnek-4: Tedarikçi Seçim Problemi

İşletmelerin karar alma süreçlerinde tedarikçi seçim problemi önemlidir. Bu kapsamda çok sayıda tedarikçi içerisinde belirli kriterler bakımından en uygun tedarikçi firmaların seçilmesi ile ilgilenilmektedir. İşletmelerin yüksek kalite ve düşük maliyetle hizmet veren uygun tedarikçilerle çalışması günümüz rekabet koşullarında karlılığı arttırmaktadır (Güner, 2005). Tedarikçi seçimi ile ilgili ilk çalışmayı Dickson (1966) gerçekleştirmiştir. Dickson, 23 kriterin yer aldığı anket çalışması ile en önemli kriterleri, ürün kalitesi, zamanında teslim ve garanti politikası olarak belirlemiştir (Dickson, 1966).

Bu sayısal örnekte gerçek bir yaşam problemi ele alınmıştır. Bir inşaat firmasının tedarikçi seçimi problemine klasik, bulanık ve sezgisel bulanık regresyon analizleri uygulanmıştır. Firma karar vericileri kalite, fiyat, teslim, verimlilik kriterleri bakımından 68 tedarikçi firmayı 1-7 (1: En Düşükten 7: En Yüksek) arasında değerlendirmiştir. Böylece, elde edilen

veriye  $x^* = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}$  dönüşümü uygulanmıştır. Firma bünyesinde mevcut tedarikçi

değerlendirme puanları ve yapılan değerlendirmeler ele alınarak klasik, bulanık ve sezgisel bulanık regresyon modelleri elde edilmiştir. Tedarikçi seçim probleminde elde edilen klasik regresyon analizine ilişkin sonuçlar Çizelge 5.7 ile verilmektedir.

Çizelge 5.7. Tedarikçi seçim problemi klasik regresyon analizi sonuçları

|                                                                        | $\hat{\beta}_j$ istatistiği | t-istatistiği | p-değeri       |                            |
|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|---------------|----------------|----------------------------|
| Sabit                                                                  | 20,54                       | 5,90          | 0,000          |                            |
| $x_1$                                                                  | 32,16                       | 13,13         | 0,000          |                            |
| $x_2$                                                                  | 22,86                       | 14,08         | 0,000          |                            |
| $x_3$                                                                  | 14,61                       | 6,36          | 0,000          |                            |
| $x_4$                                                                  | 14,38                       | 7,46          | 0,000          |                            |
| F-test istatistiği (p-değeri)                                          | S                           |               | R <sup>2</sup> | Düzeltilmiş R <sup>2</sup> |
| 71,83 (0,000)                                                          | 5,10                        |               | %82,02         | %80,88                     |
| “Model hataları normal dağılımlı kitleden alınmıştır (p-değeri>0,10).” |                             |               |                |                            |

Kalite ( $x_1^*$ ), fiyat ( $x_2^*$ ), teslim ( $x_3^*$ ) ve verimlilik ( $x_4^*$ ) kriterlerinin mevcut tedarikçi puanlarına ( $Y$ ) etkisinin araştırılması için elde edilen klasik regresyon modeli aşağıdaki gibidir.

$$\hat{Y} = 20,54 + 32,16x_1 + 22,86x_2 + 14,61x_3 + 14,38x_4 \quad (5.14)$$

Modelin anlamlılığına ilişkin hipotez testi sonucu p-değeri  $< 0,05$  olduğundan model anlamlı bulunmuştur. Çizelge 5.7’de verilen t-testi sonuçlarına göre, girdi değişkenlerin ( $x_1, x_2, x_3, x_4$ ) çıktı değişken ( $Y$ ) üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir etkisi bulunmaktadır (p-değeri  $= 0,000 < 0,05$ ).  $R^2 = \%82,02$  (Düzeltilmiş  $R^2 = \%80,88$ ) olarak hesaplanmıştır. Çıktı değişkenindeki toplam değişimin  $\%82,02$ ’si (Düzeltilmiş  $R^2 = \%80,88$ ) girdi değişkenler tarafından açıklanmaktadır.

Tedarikçi seçim problemine ilişkin çoklu regresyon modeli için bulanık regresyon analizi (Bkz. Bölüm 3.1.2) uygulanmıştır. Tedarikçi seçim probleminde girdi ( $x$ ) değişkenlerin merkez değerlerine, ait olma derecelerinin sol ve sağ yayılım değerleri çıkarılıp eklendiğinde, sırasıyla,  $X^L$  ve  $X^R$  matrisleri elde edilmiştir. Benzer şekilde, çıktı ( $Y$ ) değişkeninin merkez ( $y_i$ ) değerine, ait olma derecesinin sol ve sağ yayılım değerleri çıkarılıp eklenerek  $Y^L$  ve  $Y^R$  vektörleri elde edilmiştir. Eş. 3.28’den yararlanılarak bulanık regresyon modeli parametre tahminleri aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\beta}_0 = 15,7400, \hat{\beta}_1 = 34,9462, \hat{\beta}_2 = 23,9502, \hat{\beta}_3 = 17,2133 \text{ ve } \hat{\beta}_4 = 15,8091$$

Tahmin edilen model parametreleri yardımı ile oluşturulan bulanık regresyon modeli;

$$\hat{\hat{Y}} = 15,7400 + 34,9462\hat{x}_1 + 23,9502\hat{x}_2 + 17,2133\hat{x}_3 + 15,8091\hat{x}_4 \quad (5.15)$$

şeklindedir.

Tedarikçi seçim problemi için Arefi ve Taheri (2015)’in önerdiği simetrik bulanık sayılara dayanan sezgisel bulanık regresyon analizi (Bkz. Bölüm 4) hesaplamaları ve sonuçları aşağıda verilmiştir.

Burada,

$$B = \begin{bmatrix} 4,8663e+03 \\ 3,4718e+03 \\ 2,6675e+03 \\ 2,6086e+03 \\ 3,1318e+03 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad C = \begin{bmatrix} 68 & 47,20 & 35 & 36,66 & 48,83 \\ 47,20 & 39,20 & 21,40 & 22,70 & 29,26 \\ 35 & 21,40 & 30,0 & 18,25 & 21,41 \\ 36,66 & 22,70 & 18,25 & 26,33 & 22,50 \\ 42,83 & 29,26 & 21,41 & 22,50 & 32,25 \end{bmatrix}$$

bulunur.

Model katsayılarının tahminleri, ait olma ve ait olmama için yayılımlar

$$a = \begin{bmatrix} 20,5381 \\ 32,1616 \\ 22,8601 \\ 14,6064 \\ 14,3827 \end{bmatrix} \quad w = \begin{bmatrix} 8,2152 \\ -3,2162 \\ -2,2860 \\ -1,4606 \\ -1,4383 \end{bmatrix} \quad w^* = \begin{bmatrix} 14,3766 \\ -3,2162 \\ -2,2860 \\ -1,4606 \\ -1,4383 \end{bmatrix}$$

olarak bulunmuştur. Burada,  $w_1, w_2, w_3, w_4 < 0$  ve  $w_1^*, w_2^*, w_3^*, w_4^* < 0$  olduğundan  $\hat{X}$  matrisi oluşturulur ve Eş. 4.7, Eş. 4.8 ve Eş. 4.9'daki işlemler tekrar edilir.

Buradan,

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 4,8663e+03 \\ 3,4778e+03 \\ 2,6778e+03 \\ 2,6076e+03 \\ 3,1360e+03 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \hat{C} = \begin{bmatrix} 68 & 47,2000 & 35 & 36,6667 & 42,8333 \\ 47,2000 & 39,6775 & 21,1854 & 22,4960 & 29,2322 \\ 35 & 21,1854 & 30,8889 & 18,2038 & 21,3699 \\ 36,6667 & 22,4960 & 18,2038 & 26,8200 & 22,4558 \\ 42,8333 & 29,2322 & 21,3699 & 22,4558 & 34,7891 \end{bmatrix}$$

hesaplanır.

$\hat{a} = \hat{C}^{-1}\hat{B}$  olmak üzere,

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21,0527 \\ 31,8373 \\ 22,6295 \\ 14,4591 \\ 14,2376 \end{bmatrix}$$

elde edilir.  $\hat{a}_0$  için hesaplanan ait olma ve ait olmama derecelerine ilişkin yayılımlar

$$\hat{w} = [3,3699] \text{ ve } \hat{w}^* = [9,6857]$$

olarak bulunur.

Tedarikçi seçim problemi için oluşturulan sezgisel bulanık regresyon modeli aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= \tilde{A}_0 \oplus (\tilde{A}_1 \otimes \tilde{X}_1) \oplus (\tilde{A}_2 \otimes \tilde{X}_2) \oplus (\tilde{A}_3 \otimes \tilde{X}_3) \oplus (\tilde{A}_4 \otimes \tilde{X}_4) \\ &= (21,0527; 3,3699; 9,6857) \oplus (31,8373 \otimes \tilde{X}_1) \oplus (22,6295 \otimes \tilde{X}_2) \oplus (14,4591 \otimes \tilde{X}_3) \\ &\quad \oplus (14,2376 \otimes \tilde{X}_4) \end{aligned}$$

Dokuzuncu gözlem değeri modelde yerine konarak tahmin edilen çıktı değeri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{Y} = (62,4186; 27,4229; 52,4643) \quad (5.16)$$

Dokuzuncu gözlem değerleri için elde edilen tahmin değerinin açık gösterimi,  $s_2 = s_2'$  ve  $s_2^* = s_2^{*}$  olmak üzere;

$$\hat{Y}_9 = (y_9 = 62,4186; s_9 = 27,4229, s_9' = 27,4229; s_9^* = 52,4643, s_9^{*'} = 52,4643) \quad (5.17)$$

şeklindedir.

Eş. 5.17'de ait olma derecesinin sol ve sağ yayılımı:

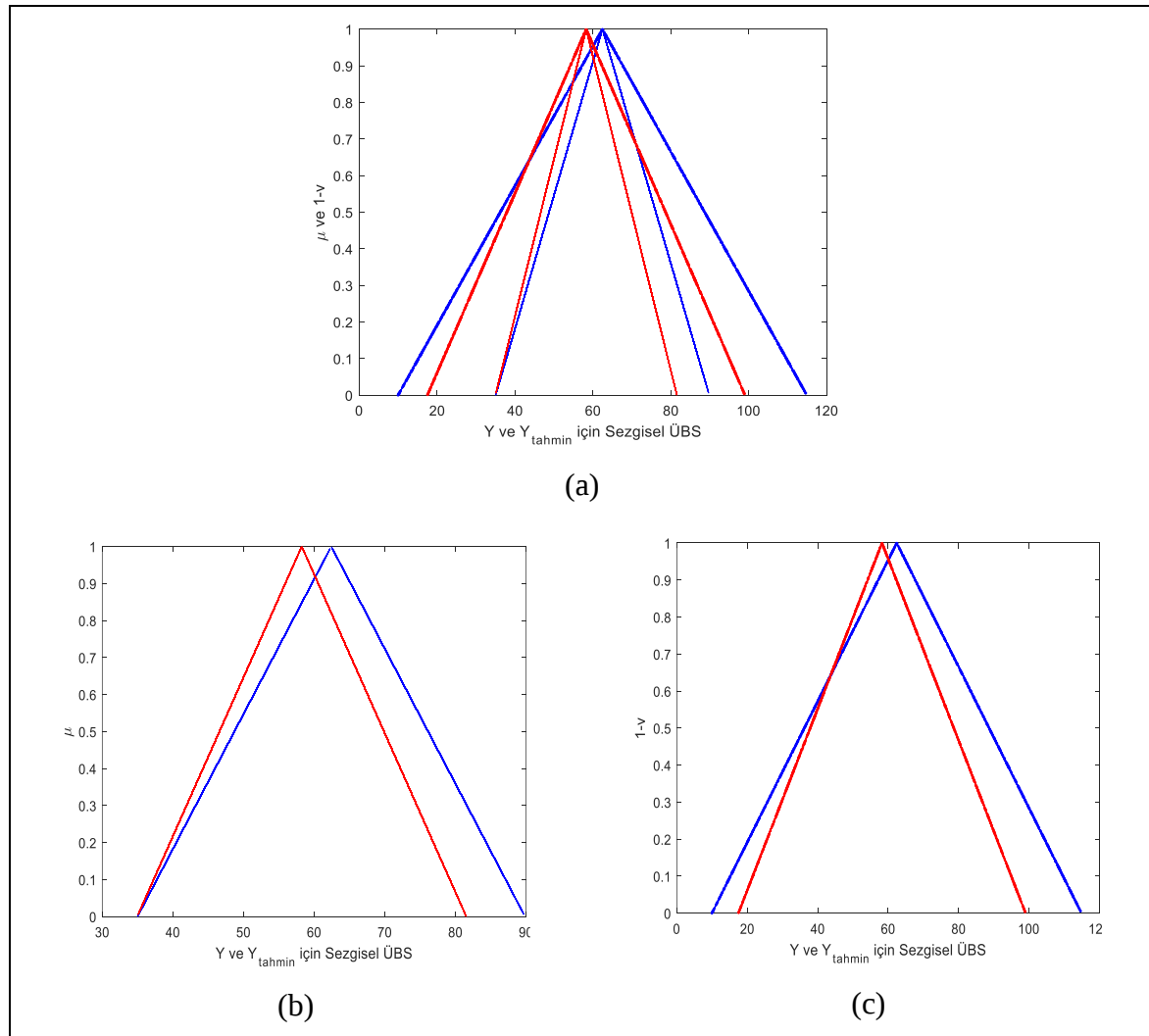
$$(y_9 = 62,4186; s_9 = 27,4229, s_9' = 27,4229)$$

ait olmama derecesinin sol ve sağ yayılımı:

$$(y_9 = 62,4186; s_9^* = 52,4643, s_9^{*'} = 52,4643)$$

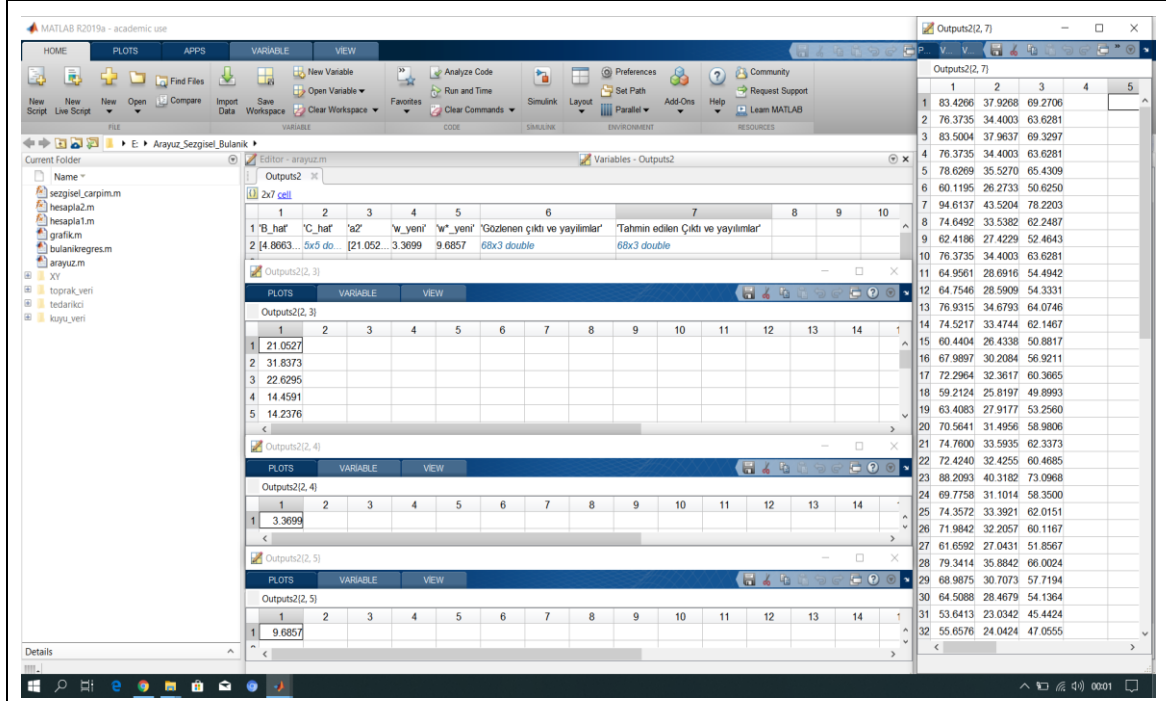
biçimindedir.

Dokuzuncu gözlem değerleri için tahmin edilen ( $Y_{\text{tahmin}}$ ) ve gözlenen çıktı ( $Y$ ) değerlerinin ait olma ve ait olmama dereceleri bakımından örnek gösterimi Şekil 5.7. ile verilmiştir.

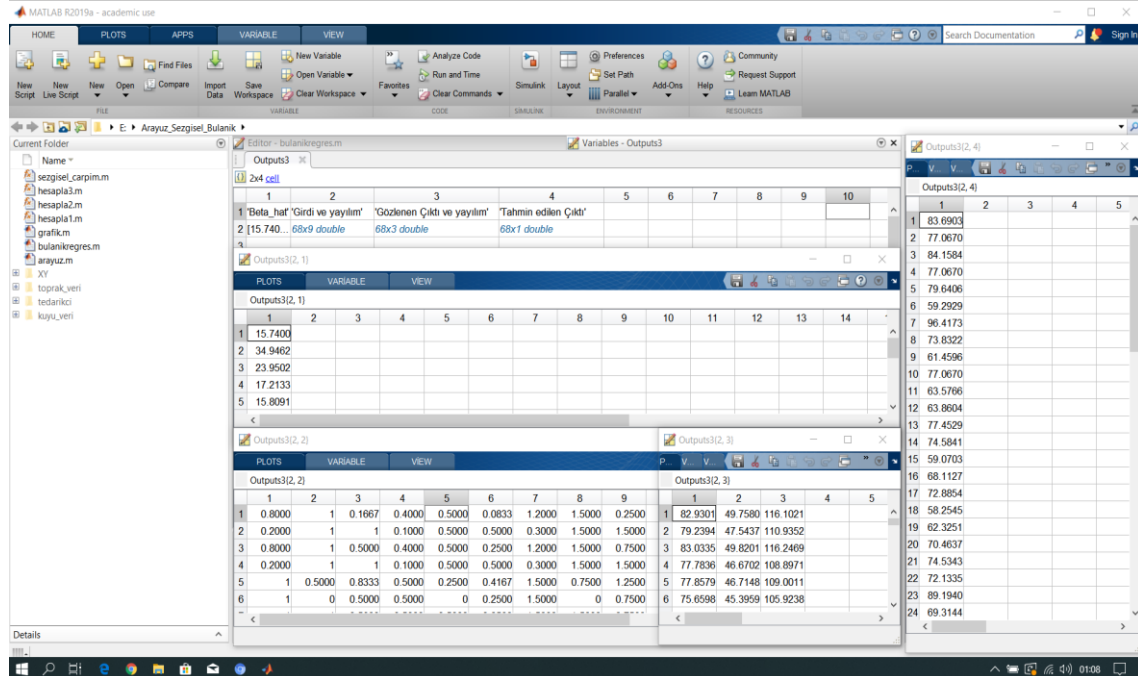


Şekil 5.4. Tedarikçi seçim problemi için (a) ait olma ve ait olmama; (b) ait olma; (c) ait olmama dereceleri için  $\hat{Y}_9$  ve  $\tilde{Y}_9$ 'un örnek gösterimi

Tedarikçi seçim problemi için sezgisel bulanık ve bulanık regresyon analizlerinin Matlab R2019a programı kod penceresi gösterimleri Resim 5.5'te verilmektedir.



(a)



(b)

Resim 5.5. Tedarikçi veri setine ait Matlab 2019a kod penceresi ekran görüntüleri: (a) sezgisel bulanık regresyon, (b) bulanık regresyon sonuçları

### 5.5. Model Sonuçlarının Değerlendirilmesi

Bulanık ve sezgisel bulanık regresyon ile elde edilen çıktıların durulaştırma işlemi için Tanım 5.1’de verilen formül kullanılmıştır. Durulaştırma işlemi sonrasında bulanık ve sezgisel bulanık çıktılarından kesin değerler elde edilmiştir.

Tanım 5.1.  $\tilde{A} = (m; s_1, s_2; s'_1, s'_2)$  sezgisel bulanık sayı olmak üzere durulaştırma formülü aşağıdaki gibidir (Bkz. Thangavelu, Uthra ve Amutha, 2016).

$$\begin{aligned} def(\tilde{A}) &= \frac{((m - s_1) + 4(m) + (m - s_2)) + ((m - s'_1) + 4m + (m - s'_2))}{12} \\ &= m - \frac{[(s_1 + s_2) - (s'_1 + s'_2)]}{12} \end{aligned} \quad (5.18)$$

Klasik, bulanık ve sezgisel bulanık regresyon modellerinin değerlendirmeleri için Eş. 5.19 ile verilen artık kareler ortalamasının karekökü (AKOK) ölçütünden yararlanılmıştır. Düşük AKOK değerleri daha iyi bir sonucu işaret etmektedir. AKOK değerlerinin sıfıra yakın olması oldukça iyi bir sonuç göstergesidir.

$$AKOK = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d^2(Y_i - \hat{Y}_i)} \quad (5.19)$$

Literatürde yer alan üç veri seti ve bir işletmenin tedarikçi seçim problemi için klasik, bulanık ve sezgisel bulanık regresyon modelleri için AKOK sonuçları Çizelge 5.8’de verilmektedir.

Çizelge 5.8. Regresyon modelleri için AKOK değerleri

|                     | Klasik regresyon<br>modeli-AKOK<br>ölçütü | Bulanık regresyon<br>modeli-AKOK<br>ölçütü | Sezgisel bulanık regresyon<br>modeli-AKOK<br>ölçütü |
|---------------------|-------------------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| XY veri seti        | 0,92                                      | 0,81                                       | 0,80                                                |
| Toprak veri<br>seti | 1,67                                      | 1,59                                       | 1,55                                                |
| Kuyu veri<br>seti   | 1,59                                      | 1,53                                       | 1,48                                                |
| Tedarikçi<br>seçimi | 5,10                                      | 5,00                                       | 4,90                                                |

Çizelge 5.8’de verilen AKOK değerlerine göre bulanık ve sezgisel bulanık regresyon modelleri klasik modele göre daha iyi sonuçlara sahiptirler. Öte yandan, bulanık ve sezgisel bulanık modellerin sonuçları incelendiğinde sezgisel bulanık regresyon modelinin AKOK değerinin daha düşük olduğu görülmüştür.

Çapraz geçerlilik, analiz sonuçlarını veri setine genellemeye yönelik değerlendirmeler için kullanılan model geçerlilik tekniğidir (Arefi ve Taheri, 2015). Bu tez çalışmasında, n sayıda gözlem içerisinden her defasında bir gözlem ilgili veri setinden çıkarılarak toplamda n sayıda sezgisel bulanık regresyon modelinin geçerliliği incelenmiştir. Bu kapsamda, aşağıda verilen adımlar gerçekleştirilmiştir:

İlgili veri setinde yer alan girdi-çıktı değişken değerleri ile ait olma ve ait olmama derecelerini içeren i’inci gözlem satırları çıkarılır ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

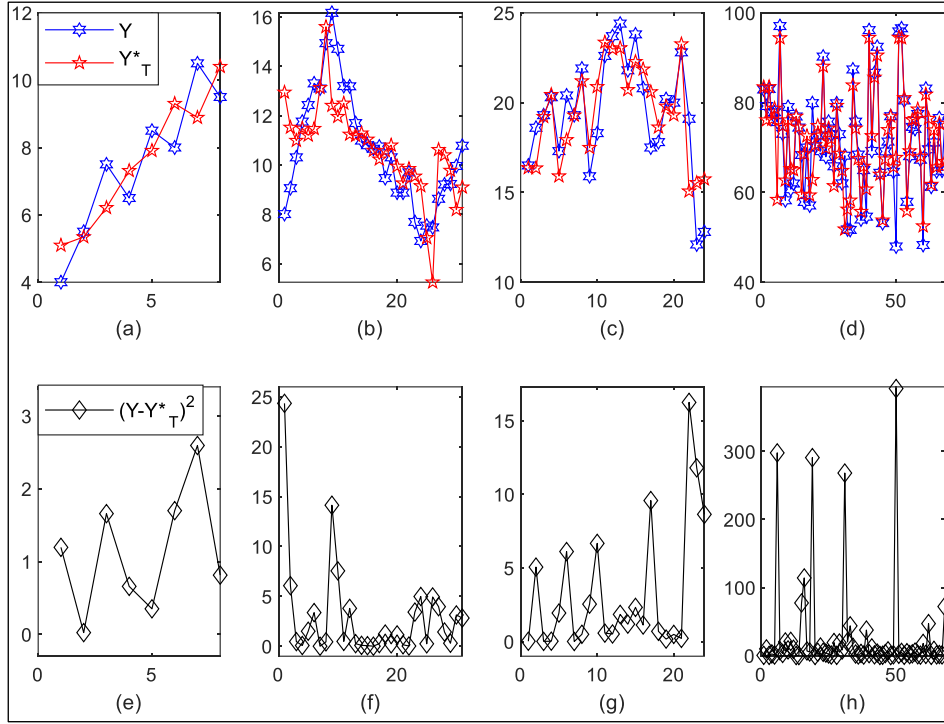
Geriye kalan ( $n - 1$ ) gözlem satırları ile sezgisel bulanık regresyon analizleri gerçekleştirilir.

Tahmin edilen model katsayıları ile veri setinden çıkarılan i’inci tahmin çıktı değeri ( $\hat{Y}_i^*$ ) yeniden hesaplanır.

- i’inci gözlenen ( $\tilde{Y}_i$ ) ile yeniden tahmin edilen ( $\hat{Y}_i^*$ ) çıktılar için uzaklıklar hesaplanır.
- Son olarak, ortalama uzaklık (MSD) ölçütü Eş. 5.20 ile elde edilir.

$$MSD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left\| \tilde{Y}_i - \hat{Y}_i^* \right\|^2 \quad (5.20)$$

Buna göre, XY, kuyu, toprak, tedarikçi seçimi veri setleri için gözlenen ( $\tilde{Y}_i$ ) ve yeniden tahmin edilen ( $\hat{Y}_i^*$ ) çıktılar ve bunlar arasındaki uzaklıklar Şekil 5.5’te gösterilmektedir.



Şekil 5.5. Gözlenen ve yeniden tahmin edilen çıktılar (a) XY, (b) kuyu, (c) toprak, (d) tedarikçi veri setleri; hesaplanan uzaklıklar (e) XY, (f) kuyu, (g) toprak, (h) tedarikçi veri setleri

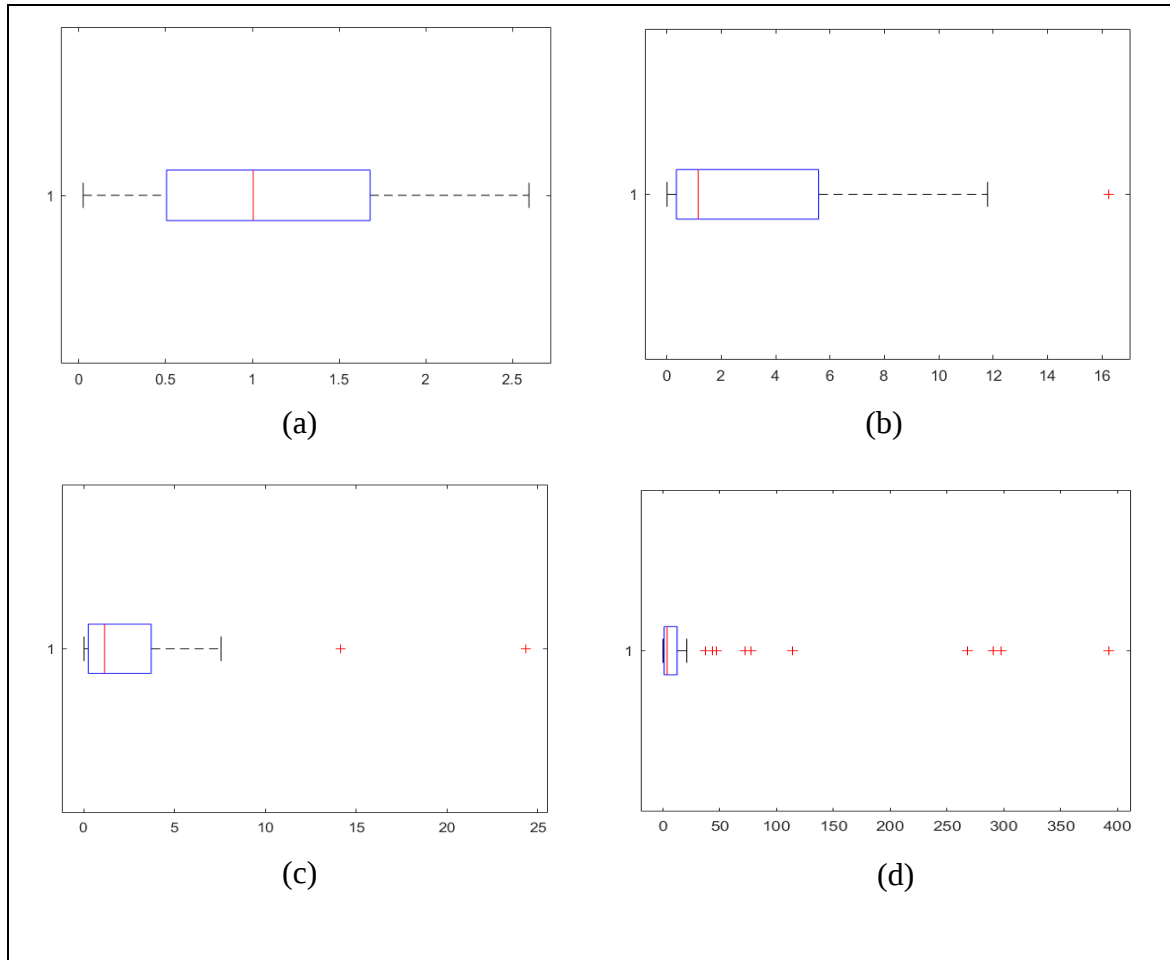
XY, kuyu, toprak ve tedarikçi veri setleri için çapraz geçerlilik sonuçları Çizelge 5.9'daki gibidir.

Çizelge 5.9. Çapraz geçerlilik sonuçları

| Veri seti        | MSD     |
|------------------|---------|
| XY               | 1,1245  |
| Kuyu             | 2,9333  |
| Toprak           | 3,2572  |
| Tedarikçi seçimi | 28,3998 |

Çizelge 5.9'da verilen çapraz geçerlilik sonuçları incelendiğinde, XY veri seti için MSD=1,1245 olarak bulunmuştur. Gözlem değerleri için hesaplanan gözlenen ( $\tilde{Y}_i$ ) ve yeniden tahmin edilen çıktılar ( $\hat{\tilde{Y}}_i^*$ ) arasındaki mesafe, 2. gözlem değeri için en düşük, 7. gözlem değeri için en yüksek bulunmuştur. Toprak veri seti için MSD=3,2572 olarak hesaplanmıştır. Gözlemler için hesaplanan  $\tilde{Y}_i$  ve  $\hat{\tilde{Y}}_i^*$  değerleri arasındaki uzaklık, 7. gözlem

için en düşük, 22. gözlem değeri için en yüksektir. Kuyu veri seti için MSD değeri 2,9333 olarak bulunmuştur. Gözlem değerleri için hesaplanan  $\tilde{Y}_i$  ve  $\hat{Y}_i^*$  arasındaki uzaklık, 7. gözlem değeri için en düşük, 1. gözlem değeri için en yüksektir. Tedarikçi veri seti için MSD=28,3998 olarak bulunmuştur. Veri setindeki gözlem değerleri için hesaplanan  $\tilde{Y}_i$  ve  $\hat{Y}_i^*$  değerleri arasındaki uzaklık, 13. gözlem değeri için en düşük, 50. gözlem için en yüksek bulunmuştur. Veri setlerine ilişkin kutu grafikleri ve potansiyel aykırı değerler Şekil 5.6’da verilmektedir. Şekil 5.6 ile çapraz geçerlilik sonucu en yüksek uzaklıklar birlikte incelendiğinde, toprak veri seti için 22. gözleme, kuyu veri seti için 1. gözleme, tedarikçi veri seti için 50. gözleme ait uzaklıkların potansiyel aykırı değer olduğu görülmektedir.



Şekil 5.6. Kutu grafikleri ve potansiyel aykırı değerler (a) XY, (b) toprak, (c) kuyu, (d) tedarikçi veri seti



## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Günümüz dünyasında artan teknolojik gelişmeler ile birlikte bulanık mantık tabanlı yöntemlerin kullanımı artmaktadır. Bu durumun önemli nedenlerinden biri gerçek yaşam problemlerinde karşılaşılan belirsizlikler ve kesin bilgiye ulaşılamamasıdır. Belirsizlik içeren karmaşık sistemlerin modellenmesinde bulanık mantığa dayalı yöntemlerin kullanılması daha hassas ve tutarlı sonuçlara ulaşılmasına olanak sağlamaktadır.

Bulanık küme teorisine dayanan bulanık regresyon analizi, girdi ve çıktı değişkenleri arasındaki belirsiz ilişki yapısının modellenmesinde kullanılan yöntemlerden biridir. Belirsizlik, doğadaki bilginin kesin olmayışı, karar verici algısı kaynaklı olarak gerçek hayatta karşımıza çıkan bir kavramdır. Atanassov (1986), bulanık küme teorisindeki belirsizlik kavramını daha detaylı bir şekilde inceleyen sezgisel bulanık küme teorisini literatüre kazandırmıştır. Karmaşık sistemlerin modellenmesinde kullanılan sezgisel bulanık teori ait olma ve ait olmama derecelerini birlikte ele alarak daha hassas sonuçlar elde edilmesine olanak sağlamaktadır. Sezgisel bulanık ortamda gerçekleştirilen regresyon analizi ile sistem bileşenleri arasındaki ilişkiler detaylı bir şekilde incelenmektedir.

Tez çalışması kapsamında, girdi ve çıktı değişkenleri simetrik üçgensel bulanık sayılardan oluşan tam-sezgisel bulanık regresyon modelleri ele alınmıştır. Model parametre tahminleri EKK yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Bulanık ve sezgisel bulanık regresyon modelleri hesaplamaları için MatlabR2019a programında kod pencereleri oluşturulmuştur.

Çalışmanın uygulama bölümünde literatürde yer alan üç farklı veri seti ve bir işletmenin tedarikçi seçim problemi için klasik, bulanık ve sezgisel bulanık regresyon modelleri elde edilmiştir. Bulanık ve sezgisel bulanık ortamdaki modellerin tahmin edilen bulanık ve sezgisel bulanık çıktılarına uygulanan durulaştırma işlemi sonucu kesin değerleri elde edilmiştir. Böylelikle, regresyon modelleri AKOK ölçütü bakımından incelenmiştir. Bu değerlendirme sonucunda, bulanık ve sezgisel bulanık regresyon modellerinin, klasik regresyon modellerine göre daha iyi sonuçlar verdiği saptanmıştır. Öte yandan, sezgisel bulanık regresyon modellerinin AKOK ölçütü değerleri

- XY veri seti sezgisel bulanık regresyon modeli için: 0,80
- Toprak veri seti sezgisel bulanık regresyon modeli için: 1,55

- Kuyu veri seti sezgisel bulanık regresyon modeli için:1,48
- Tedarikçi seçimi problemi sezgisel bulanık regresyon modeli için: 4,90

bulunmuştur.

Sezgisel bulanık regresyon modellerinin AKOK değerlerinin daha düşük olduğu tespit edilmiştir. Bu durum, sezgisel bulanık ortamda gerçekleştirilen regresyon modellerinin AKOK ölçütü bakımından daha iyi sonuç verdiğinin bir göstergesidir. Ayrıca, elde edilen sezgisel bulanık modellerin geçerliliğinin değerlendirilmesi için veri setlerine çapraz doğrulama yöntemi uygulanmıştır. Çapraz doğrulama sonucu elde edilen MSD değerleri ile her modelin kendi içerisindeki geçerliliği incelenmiştir. Böylelikle, ait olma ve ait olmama derecelerine ilişkin sonuçların daha hassas ve tutarlı olduğu saptanmıştır. Ayrıca, sezgisel bulanık regresyon analiz yönteminin gerçek yaşam uygulamasının gösterilmesi için bir işletmenin tedarikçi seçim problemi ele alınmıştır. Karar verici algı-belirsizlikleri, ait olma ve ait olmama dereceleri ile ele alınarak daha etkin, tutarlı ve hassas değerlendirmelere dayanan bir tedarikçi seçim süreci gerçekleştirilmiştir.

Yapılan tez çalışmasında, sezgisel bulanık regresyon analiz yöntemi ile çeşitli uygulamalar gerçekleştirilmiştir. Sezgisel bulanık regresyon modellerinin gerçek yaşamda karşılaşılan problemlerdeki belirsizlik kavramını etkin şekilde ele aldığı için sağlık, mühendislik gibi birçok alanda uygulanması öngörülmektedir.

## KAYNAKLAR

- Arabpour, A. R. and Tata, M. (2008). Estimating the parameters of a fuzzy linear regression model. *Iran Journal Of Fuzzy Systems*, 5(2), 1–19.
- Arefi, M. and Taheri, S. M. (2015). Least-squares regression based on Atanassov's intuitionistic fuzzy inputs outputs and Atanassov's intuitionistic fuzzy parameters. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 23(4), 1142-1154.
- Atanassov, K. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 20(1), 87-96.
- Atanassov, K. (1999). *Intuitionistic fuzzy sets: theory and applications*. Heidelberg, Germany: Physica-Verlag 1-50.
- Atanassov, K. and Gargov, G. (1989). Interval valued intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 31(3) 343-349.
- Bardossy, A. (1990). Note on fuzzy regression. *Fuzzy Sets and Systems*, 37(1), 65-75.
- Bardossy, A., Bogardi, I., and Duckstein L. (1990). Fuzzy regression in hidrology. *Water Resources Research*, 26(7), 1497-1508.
- Başer, F. (2007). *Aktüeryal modellemeye melez bulanık regresyon analizi*. Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 16-25.
- Başkır, M. B. (2011). *Bulanık kalite fonksiyon yayılımı yaklaşımının iyileştirilmesi ve uygulamaları*. Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 20-55.
- Baykal, N. ve Beyan, T. (2004). *Bulanık mantık uzman sistemler ve denetleyiciler*. Ankara: Bıçaklar Kitabevi, 509.
- Celmins, A. (1987). Least squares model fitting to fuzzy vector data. *Fuzzy Sets and Systems*, 22(3), 260–269.
- Chang, P. T. and Lee, E. S. (1996). A generalized fuzzy weighted least-squares regression. *Fuzzy Sets and Systems*, 82(3), 289–298.
- Chang, Y. H. O. (2001). Hybrid fuzzy least-squares regression analysis and its reliability measures. *Fuzzy Sets and Systems*, 119(2), 225–246.
- Chang, Y. O. and Ayyub, B. M. (2001). Fuzzy regression methods a comparative assessment. *Fuzzy Sets and Systems*, 119(2), 187-203.
- Diamond, P. (1988). Fuzzy least squares. *Information Sciences*, 46(3), 141–157.
- Dickson, G. W. (1966). An analysis of vendor selection system and decisions. *Journal of Purchasing*, 2(1), 28–41.
- Dubois, D. and Prade, H. (1980). *Fuzzy sets and systems: Theory and application*. United States of America: Academic Press, 57-65.

- Grzegorzewski, P. (2004). Distances between intuitionistic fuzzy sets and/or interval-valued fuzzy sets based on the Hausdorff metric. *Fuzzy Sets Systems*, 148(2), 319–328.
- Guha, D. and Chakraborty D. (2010). A theoretical development of distance measure for intuitionistic fuzzy numbers. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*. 20(10), 1-25.
- Gujarati, D. N. (2001). *Temel ekonometri*. (Çev. Ü. Şenesen ve G.Günlük Şenesen). İstanbul: Literatür Yayınevi. (Eserin orijinali 1978’de yayınlandı), 226.
- Güner, H. (2005). *Bulanık AHP ve bir işletme için tedarikçi seçimi problemine uygulanması*. Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Denizli, 50-55.
- Hanss, M. (2005). *Applied fuzzy arithmetic: An introduction with engineering applications*. New York: Springer Berlin Heidelberg, 3-145.
- Hojati, M., Bector C. R. and Smimou, K. (2005). A simple method for computation of fuzzy linear regression. *European Journal Of Operational Research*, 166(1), 172-184.
- Hong, D. H. and Hwang, C. (2006). *Fuzzy nonlinear regression model based on LSSVM*. In feature space, in international conference on fuzzy systems and knowledge discovery, *Lnai*, 4223, 208-216.
- İçen, D. (2010). *Bulanık doğrusal regresyon analizi*. Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 5-48.
- Kao, C. and Chyu, C. L. (2002). A Fuzzy linear regression model with better explanatory power. *Fuzzy Sets and Systems*, 126(3), 401 – 409.
- Kaufmann, A. and Gupta, M. M. (1985). *Introduction to fuzzy arithmetic: theory and applications*. New York: Van Nostrand Reinhold, 351.
- Kim, K. J., Moskowitz, H. and Köksalan, M. (1996). Fuzzy versus statistical linear regression. *European Journal of Operational Research*, 92(2), 417-434.
- Klir, G. J., Clair, U. H. and Yuan, B. (1997). *Fuzzy set theory foundations and applications*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 245.
- Klir, G. and Yuan, B. (1993). *Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and its applications*. New York: Jersey Prentice Hall, 50-117.
- Kula, Ş. K. and Apaydın (2009). Hypothesis testing for fuzzy robust regression parameters. *Chaos Solitions Fractals*, 42(4), 2129-2134.
- Lee, H. T., and Chen, S.H. (2001). Fuzzy regression model with fuzzy input and output data for manpower forecasting. *Fuzzy Sets and Systems*, 119(2), 205–213.
- Mohammadi, J. and Taheri, S. M. (2004). Pedomodels fitting with fuzzy least squares regression. *Iran Journal Fuzzy Systems*, 1(2), 45–61.
- Moskowitz, H. and Kim, K. (1993). On assessing the  $h$  value in fuzzy linear regression. *Fuzzy Sets and Systems*, 58(3), 303–327.

- Nasibov, E. N. (2007). Fuzzy least squares regression model based of weighted distance between fuzzy numbers. *Automatic Control and Computer Sciences*, 41(1), 10–17.
- Özelkan, E. C. and Duckstein, L. (2000). Multi-objective fuzzy regression: A general framework. *Computers and operations research*, 27(7), 635-652.
- Özkan, M. M. (2003). *Bulanık hedef programlama*. Bursa: Ekin Kitabevi, 280-288.
- Parvathi, R., Malathi, C., Akram, M. and Atanassov, K. T. (2013). Intuitionistic fuzzy linear regression analysis. *Fuzzy Optimization Decision Making*, 12(2), 215–229.
- Pedrycz, W. (1989). Fuzzy control and fuzzy systems. New York: Taunton Research Studies Pres John Wiley & Sons, 225.
- Pehlivan, N. Y. and Apaydın, A. (2005). Artificial neural networks approach to fuzzy linear programming. *Selçuk Journal Applied Mathematics*, 6(2), 9-26.
- Peters, G. (1994). Fuzzy linear regression with fuzzy intervals. *Fuzzy Sets and Systems*, 63(1), 45–55.
- Poleshchuk, O. and Komarov, E. (2012). *A fuzzy linear regression model for interval type-2 fuzzy sets*. Proceedings Conference North American Fuzzy Information Processing Society, 1–5.
- Sakawa, M. and Yano, H. (1992). Multiobjective fuzzy linear regression analysis for fuzzy input-output data. *Fuzzy Sets and Systems*, 47(2), 173-181.
- Savic, D. A. and Pedrycz, W. (1991). Evaluation of fuzzy linear regression models. *Fuzzy Sets and Systems*, 39(1), 51–63.
- Shapiro, A. F. (2005). *Fuzzy regression models*. State College: USA Penn State Universty, 1-17.
- Şanlı, K. ve Apaydın, A. (2004). The fuzzy regression analysis, the case of fuzzy data set outlier. *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 17(3), 71-84.
- Şen, Z. (2001). *Bulanık mantık ve modelleme ilkeleri*. İstanbul: Bilge Kültür Sanat Kitabevi, 20-50.
- Tanaka, H., Uejima, S. and Asai, K. (1980). *Fuzzy linear regression model*. International congress on Applied Systems Research and Cybernetics, Acapulco, Mexico.
- Tanaka, H., Uejima, S. and Asai, K. (1982). Linear regression analysis with fuzzy model. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Man, Cybernetics*, 12(6), 903–907.
- Thangaveku, K., Uthra, G. and Amutha, B. (2016). A New defuzzification measure for solving intuitionistic fuzzy assignment problem. *International Journal Of Pure and Applied Mathematics*, 106(7), 69-76.
- Türkşen, I. B. (2006). *An Ontological and epistemological perspective of fuzzy set theory*. USA: Elsevier Science, 510.

- Türkşen, I. B. (2008). Fuzzy function with LSE. *Applied Soft Computing*, 8(3), 1178-1188.
- Wang H. and Tsaur, R. C. (2000b). Resolution of fuzzy regression models. *European Journal of Operational Research*, 126 (3), 637-650.
- Wang H., and Tsaur, R.C. (2000). Insight of a fuzzy regression model. *Fuzzy Sets and Systms*, 11(3), 355–369.
- Xu, R. and Li, C. (2001). Multidimensional least square fitting with a fuzzy model. *Fuzzy Sets Systems*, 119(2) 215-223.
- Yanartaş, S. S. (2009). *Bulanık regresyonda kullanılan yöntemler*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, 5-21.
- Yang, M. S. and Ko, C. H. (1997). On cluster-wise fuzzy regression analysis. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics Part B: Cybernetics*, 27(1), 1-13.
- Yang, M. S. and Lin, T. S. (2002). Fuzzy least-squares linear regression analysis for fuzzy input-output data. *Fuzzy Sets and Systems*, 126(3), 389–399.
- Yu, J. R. and Lee, C. W. (2010). Piecewise regression for fuzzy input–output data with automatic change-point detection by quadratic programming. *Applied Soft Computing*, 10(1), 111–118.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information Control*, 8(3), 338-353.
- Zadeh, L. A. (1996). Fuzzy logic=computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(2), 103-111.
- Zadeh, L. A. (2002). From computing with numbers to cumputing with words from manipulation of measurements to manipulation to perceptions. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 12(3), 307–324.
- Zimmermann, H. J. (2001). *Fuzzy set theory and its applications* (Fourth Edition). United States of America: Kluwer Academic Publishers, 28-29.

## **EKLER**

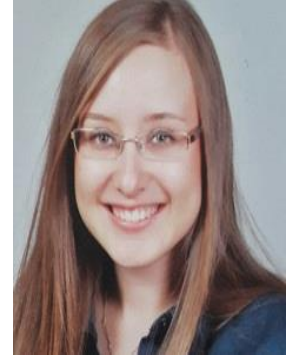
## EK-1. Tedarikçi veri seti

| Tedarikçi Firmalar                                                                                                                                                                               | Puanlar | Tedarikçi Firmalar | Puanlar |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--------------------|---------|
| T1                                                                                                                                                                                               | 82,9301 | T35                | 75,7639 |
| T2                                                                                                                                                                                               | 79,2394 | T36                | 68,4198 |
| T3                                                                                                                                                                                               | 83,0335 | T37                | 53,9637 |
| T4                                                                                                                                                                                               | 77,7836 | T38                | 64,9683 |
| T5                                                                                                                                                                                               | 77,8579 | T39                | 54,5958 |
| T6                                                                                                                                                                                               | 75,6598 | T40                | 96,1412 |
| T7                                                                                                                                                                                               | 97,0526 | T41                | 69,2358 |
| T8                                                                                                                                                                                               | 73,0495 | T42                | 86,6321 |
| T9                                                                                                                                                                                               | 58,2392 | T43                | 92,4355 |
| T10                                                                                                                                                                                              | 79,0230 | T44                | 64,3633 |
| T11                                                                                                                                                                                              | 60,7016 | T45                | 53,1585 |
| T12                                                                                                                                                                                              | 61,9820 | T46                | 69,1277 |
| T13                                                                                                                                                                                              | 76,9039 | T47                | 71,3218 |
| T14                                                                                                                                                                                              | 74,4455 | T48                | 76,9612 |
| T15                                                                                                                                                                                              | 68,3374 | T49                | 64,5846 |
| T16                                                                                                                                                                                              | 57,8715 | T50                | 47,9519 |
| T17                                                                                                                                                                                              | 69,9852 | T51                | 95,8536 |
| T18                                                                                                                                                                                              | 57,0888 | T52                | 96,5554 |
| T19                                                                                                                                                                                              | 79,8801 | T53                | 80,4860 |
| T20                                                                                                                                                                                              | 70,2560 | T54                | 57,9084 |
| T21                                                                                                                                                                                              | 72,6785 | T55                | 68,0713 |
| T22                                                                                                                                                                                              | 69,1861 | T56                | 74,5856 |
| T23                                                                                                                                                                                              | 90,2542 | T57                | 74,1375 |
| T24                                                                                                                                                                                              | 67,9330 | T58                | 77,4596 |
| T25                                                                                                                                                                                              | 75,7645 | T59                | 67,2839 |
| T26                                                                                                                                                                                              | 72,8238 | T60                | 48,2825 |
| T27                                                                                                                                                                                              | 65,8168 | T61                | 83,1208 |
| T28                                                                                                                                                                                              | 79,8491 | T62                | 69,6073 |
| T29                                                                                                                                                                                              | 72,9743 | T63                | 61,2436 |
| T30                                                                                                                                                                                              | 62,0092 | T64                | 71,1250 |
| T31                                                                                                                                                                                              | 68,1774 | T65                | 64,6852 |
| T32                                                                                                                                                                                              | 51,7583 | T66                | 76,5617 |
| T33                                                                                                                                                                                              | 51,6396 | T67                | 64,8417 |
| T34                                                                                                                                                                                              | 87,3863 | T68                | 75,3416 |
| “Çıktı değişkenleri için sol yayılım $y_{ij} \times 0,4$ , sağ yayılım $y_{ij} \times 0,7$ ’dir. Girdi değişkenleri için sol yayılım $x_{ij} \times 0,5$ , sağ yayılım $x_{ij} \times 0,8$ dir.” |         |                    |         |

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : Akın Vargeloğlu, Ayşenur  
 Uyruğu : T.C.  
 Doğum tarihi ve yeri : 07.06.1994, Edirne  
 Medeni hali : Evli  
 Telefon : 0 (544) 262 92 48  
 e-mail : aysenurakin@gazi.edu.tr



### Eğitim

| Derece        | Eğitim Birimi                         | Mezuniyet Tarihi |
|---------------|---------------------------------------|------------------|
| Yüksek lisans | Gazi Üniversitesi / İstatistik A.B.D  | Devam ediyor     |
| Lisans        | Gazi Üniversitesi / İstatistik Bölümü | 2017             |
| Lise          | Edirne Lisesi                         | 2012             |

### İş Deneyimi

| Yıl        | Yer                 | Görev               |
|------------|---------------------|---------------------|
| 2019-Halen | Gazi Üniversitesi   | Araştırma Görevlisi |
| 2018-2019  | Bartın Üniversitesi | Araştırma Görevlisi |

### Yabancı Dil

İngilizce

### Yayınlar

Akın Vargeloğlu, A., Başkır, B., and Gamgam, H. (2020). *Ekonomik Göstergelere Dayalı Sürdürülebilir Tedarikçi Seçimi için Sezgisel Bulanık Yaklaşım*. 20th. International Symposium on Econometrics, Operations Research and Statistics, Ankara.

Akın, A., Başkır, B., and Gamgam, H. (2019). *Tedarikçi Değerlendirmeleri İçin Sezgisel Bulanık Kümelere Dayalı Bir Yaklaşım*. 2. Uluslararası İstatistik Matematik ve Analitik Yöntemler Kongresi, İstanbul.

Araştırma ve Eğitim-Öğretimi Geliştirmede Teknolojik Altyapı Çözümü: İstatistik Hesaplamaları Laboratuvarı, Bartın Üniversitesi Araştırma Projesi (Altyapı), Proje No: 2018-FEN-D-001, Araştırmacı, devam ediyor.

**Hobiler**

Kitap okumak, film izlemek, müzik dinlemek



*GAZİ GELECEKTİR..*