



**PANEL TOBİT MODELLERDE EN ÇOK OLABİLİRLİK TAHMİNİ İÇİN
OPTİMİZASYON ALGORİTMALARININ KARŞILAŞTIRILMASI VE
ÜLKELERİN ARAŞTIRMA ÇIKTILARI ÜZERİNE BİR UYGULAMA**

Günseli AYTAÇ CANKURTARAN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

MAYIS 2019

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Günseli AYTAÇ CANKURTARAN

02/05/2019

PANEL TOBİT MODELLERDE EN ÇOK OLABİLİRLİK TAHMİNİ İÇİN
OPTİMİZASYON ALGORİTMALARININ KARŞILAŞTIRILMASI VE ÜLKELERİN
ARAŞTIRMA ÇIKTILARI ÜZERİNE BİR UYGULAMA

(Yüksek Lisans Tezi)

Günseli AYTAÇ CANKURTARAN

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Mayıs 2019

ÖZET

Bu çalışmada, ilk olarak Panel Tobit modellerde en çok olabilirlik fonksiyonunun maksimizasyonda kullanılan Newton-Raphson, Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno, Berndt-Hall-Hall-Hausma, Benzetimli Tavlama ve Nelder-Mead algoritmaları bir simülasyon çalışması ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen simülasyon sonuçlarına göre, zaman boyutu küçük olduğunda algoritmalar arasında model katsayılarının tahminleri açısından anlamlı bir farklılık bulunmamıştır ve tüm algoritmalar gerçek değerlere yakın tahmin sonuçları vermiştir. Bununla birlikte, zaman boyutu büyüdüğünde Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno algoritmasının kullanılmasının hem çözüm zamanı hem de daha iyi tahmin değerleri elde etmek açısından daha uygun olduğu görülmüştür. Genel olarak Benzetimli Tavlama algoritmasının diğer algoritmalara göre oldukça uzun çözüm zamanına sahip olduğu ve Newton-Raphson algoritmasının, küçük zaman boyutu için, birimler arası varyansı diğer algoritmalara göre daha büyük tahmin ettiği söylenebilir. Çalışmanın ikinci aşamasında, Türkiye ve bazı AB ülkelerinin araştırma çıktılarıyla ilgili gerçek bir veri seti kullanılarak model tahminleri elde edilmiş ve yorumlanmıştır. Araştırma çıktılarına ilişkin elde edilen sonuçlara göre, gayrisafi yurtiçi hasıla ve eğitim harcamalarının ülkelerin etkinlik skoru üzerinde pozitif yönde istatistiksel olarak önemli bir etkiye sahip olduğu, okul yaşamı beklentisinin ise önemli bir etkiye sahip olmadığı görülmüştür.

Bilim Kodu : 20513
Anahtar Kelimeler : En çok olabilirlik, optimizasyon algoritmaları, panel tobit regresyon, veri zarflama, araştırma çıktıları
Sayfa Adedi : 62
Danışman : Doç. Dr. Bülent ALTUNKAYNAK

COMPARISON OF THE OPTIMIZATION ALGORITHMS FOR MAXIMUM
LIKELIHOOD ESTIMATION IN PANEL TOBIT MODELS AND AN APPLICATION
ON THE RESEARCH OUTCOMES OF COUNTRIES

(M. Sc. Thesis)

Günseli AYTAÇ CANKURTARAN

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

May 2019

ABSTRACT

In this study, firstly, Newton-Raphson, Brod-Fletcher-Goldfarb-Shanno, Berndt-Hall-Hall-Hausma, Simulated Annealing and Nelder-Mead algorithms used in maximization of the maximum likelihood function in Panel Tobit models were compared with a simulation study. According to the simulation results, when the time dimension was small, no significant difference in estimation of model coefficients between algorithms was found and all algorithms have given estimation results near to the actual values. However, when the time dimension is larger, the use of the Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno algorithm was found to be more appropriate to achieve both solution time and better estimation values. In general, it can be said that the Simulated Annealing algorithm has a relatively long solution time compared to other algorithms, and for small time dimension the Newton-Raphson algorithm predicts the inter-unit variance larger than other algorithms. In the second phase of the study, model predictions have been obtained and interpreted using a real data set on the research outputs of Turkey and some EU countries. According to the results of the research results of countries, it is observed that the gross domestic product and education expenditures have a statistically significant effect on the effectiveness score of the countries and the expectation of school life has no significant effect.

Science Code : 20513
Key Words : Maximum likelihood, optimization algorithms, panel tobit
regression, data envelopment, research outcomes
Page Number : 62
Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Bülent ALTUNKAYNAK

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren ve destek olan, kıymetli tecrübelerinden faydalandığım danışmanım Doç. Dr. Bülent ALTUNKAYNAK'a, manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan çok değerli eşim Şemsettin CANKURTARAN ve annem Hatice AYTAÇ'a, çalışmalarım sırasında ümit verdiği ve destek olduğu için Özgür TALİH'e, güler yüzleriyle beni her zaman destekleyen çalışma arkadaşlarıma, çalışmamı yürütebilmem için sağladığı kolaylıklar nedeniyle Daire Başkanı Ayça TAŞÇI'ya teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR	xi
1. GİRİŞ	1
2. PANEL TOBİT MODEL	3
2.1. Model	3
2.1.1. Sabit etki	3
2.1.2. Rassal etki	4
2.2. En Çok Olabilirlik Yöntemi	4
2.2.1. Parametre tahminine ilişkin bazı hatırlatmalar	4
2.2.2. Olabilirlik fonksiyonu	6
2.2.3. Newton-Raphson algoritması	8
2.2.4. Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno algoritması	9
2.2.5. Berndt-Hall-Hall-Hausman algoritması	10
2.2.6. Benzetimli tavlama algoritması	10
2.2.7. Nelder-Mead algoritması	12
3. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI	13
3.1. Tasarım	13
3.2. Çözüm Zamanları Bakımından Karşılaştırılmalar	14

Sayfa

3.3. Genel Tahmin Sonuçlarının Karşılaştırılması	16
3.4. Farklı N ve T Değerleri için Tahmin Sonuçlarının Karşılaştırılması	19
3.5. Parametrelere İlişkin Güven Aralıkları	30
4. UYGULAMA	36
4.1. İlgili Çalışmalar	37
4.2. Değişkenler ve Veri Seti	42
4.3. Yöntem	44
4.3.1. Veri zarflama analizi	45
4.3.2. Panel veri modeli	46
4.4. Uygulama Sonuçları	46
4.4.1. VZA modelinin sonuçları	46
4.4.2. Panel tobit sonuçları	51
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	53
KAYNAKLAR	55
EKLER	59
EK-1. Veri zarflama analizi veri seti	60
EK-2. Program Kodu	61
ÖZGEÇMİŞ	62

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. Algoritmalara ilişkin çözüm zamanları (sn)	14
Çizelge 3.2. Simülasyon çalışmasına ilişkin genel sonuçları	16
Çizelge 3.3. $N = 50$ ve $T = 3$ durumu için simülasyon sonuçları	19
Çizelge 3.4. $N = 100$ ve $T = 3$ durumu için simülasyon sonuçları	20
Çizelge 3.5. $N = 200$ ve $T = 3$ durumu için simülasyon sonuçları	21
Çizelge 3.6. $N = 50$ ve $T = 6$ durumu için simülasyon sonuçları	22
Çizelge 3.7. $N = 100$ ve $T = 6$ durumu için simülasyon sonuçları	24
Çizelge 3.8. $N = 200$ ve $T = 6$ durumu için simülasyon sonuçları	25
Çizelge 3.9. $N = 50$ ve $T = 12$ durumu için simülasyon sonuçları	26
Çizelge 3.10. $N = 100$ ve $T = 12$ durumu için simülasyon sonuçları	27
Çizelge 3.11. $N = 200$ ve $T = 12$ durumu için simülasyon sonuçları	28
Çizelge 4.1. Ülkelerin araştırma çıktılarına ilişkin çalışmalar	40
Çizelge 4.2. Çalışmada yer alan değişkenler ve açıklamaları	43
Çizelge 4.3. Değişkenlerin analizlerdeki rolü	44
Çizelge 4.4. Girdi-Odaklı VZA-CRS modeli	45
Çizelge 4.5. Ülkelerin teknik etkinlik değerleri ve tanımlayıcı istatistikleri	48
Çizelge 4.6. Panel veri analizine ait sonuçlar	51
Çizelge 4.7. Model tahmini için olabilirlik değerleri ve iterasyon sayıları	52

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 3.1. Algoritmalara ilişkin çözüm zamanları grafiği	15
Şekil 3.2. SANN hariç diğer algoritmalar için çözüm zamanları grafiği	16
Şekil 3.3. Parametre tahminleri için %95'lik güven aralıkları	18
Şekil 3.4. β_0 için farklı tasarım durumlarında elde edilen %95'lik güven aralıkları	31
Şekil 3.5. β_1 için farklı tasarım durumlarında elde edilen %95'lik güven aralıkları	32
Şekil 3.6. β_2 için farklı tasarım durumlarında elde edilen %95'lik güven aralıkları	33
Şekil 3.7. β_3 için farklı tasarım durumlarında elde edilen %95'lik güven aralıkları	34
Şekil 3.8. $\log \sigma_\mu$ için farklı tasarım durumlarında elde edilen %95'lik güven aralıkları	35
Şekil 3.9. NR hariç $\log \sigma_\mu$ için bazı tasarım durumlarında elde edilen %95'lik güven aralıkları	35
Şekil 3.10. $\log \sigma_v$ için farklı tasarım durumlarında elde edilen %95'lik güven aralıkları	36
Şekil 4.1. İki aşamalı yaklaşım	44
Şekil 4.2. Ülkenin yıllara göre teknik etkinlik ortalamaları	50

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Kısaltmalar	Açıklamalar
AB	Avrupa Birliği
ABD	Amerika Birleşik Devletleri
Ar-Ge	Araştırma Geliştirme
ARGEA	Ar-Ge Araştırmacı Sayısı
ARGEH	Ar-Ge Harcamaları
BCC	Banker, Charnes ve Cooper
BFGS	Broyden, Fletcher, Goldfarb ve Shanno
BHHH	Berndt, Hall, Hall ve Hausman
CCR	Charnes, Cooper ve Rhodes
CRS	Constant Returns to Scale (Ölçeğe Göre Sabit Getiri)
EH	Eğitim Harcamaları
EKK	En Küçük Kareler
GSMH	Gayri Safi Milli Hasıla
GSYH	Gayri Safi Yurt İçi Hasıla
IPC	International Patent Classification
KVB	Karar Verme Birimi
NM	Nelder-Mead
NR	Newton-Raphson
OECD	Organisation for Economic Co-operation and Development
OYB	Okul Yaşamı Beklentisi
PS	Patent Sayısı
SANN	Simulated Annealing (Benzetimli Tavlama)
SEKK	Sıradan En Küçük Kareler
TE	Teknik Etkinlik
UNESCO	United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization
VRS	Variable Return to Scale (Ölçeğe Göre Değişen Getiri)
VZA	Veri Zarflama Analizi
YS	Yayın Sayısı

1. GİRİŞ

Panel veriler, bireysel heterojenliği kontrol altına alarak, araştırmacılar için zengin bir bilgi kaynağı sunarlar. Bu nedenle, panel veriye dayalı ekonometrik modeller geniş bir kullanım alanına sahiptir. Doğrusal panel veri modelleri için geniş bir literatür bulunmasına rağmen, sansürlü (sınırlı bağımlı değişkenli) modeller için çalışmalar nispeten daha azdır.

Son yıllarda, sansürlü modellerin özel bir hali olan, Panel Tobit modellerin uygulanmasına ilişkin çalışmalara rastlanmakla birlikte, bu verilerde farklı tahmin yöntemlerinin karşılaştırılmasına dayalı çalışmalar son derece sınırlıdır

Panel Tobit modellerin parametre tahminlerinde kullanılan en yaygın yöntem en çok olabilirlik yöntemidir. En çok olabilirlik yönteminde olabilirlik fonksiyonunu maksimum yapacak parametre tahminleri elde edilmeye çalışılır. Literatürde olabilirlik fonksiyonun maksimizasyonu için farklı optimizasyon algoritmaları önerilmiştir. Bu algoritmalarından bazıları, örneğin Newton-Raphson (NR), Nelder-Mead (NM) v.b., tek nokta aramasına dayalı yöntemler iken bazıları, örneğin benzetimli tavlama sezgisel tek nokta araması, genetik algoritma ise birden çok nokta aramasına sahip sezgisel yöntemlerden oluşmaktadır.

Ancak, Panel Tobit model yapıları için bu algoritmaların etkinliğine ilişkin çalışmalara literatür taramasında rastlanmamaktadır. Bu nedenle, tahmin sonuçları kullanılan algoritmaya göre değişmekte midir? Hangi algoritma uygundur? Modern sezgisel yöntemlerin klasik algoritmalara göre bir üstünlüğü var mıdır? gibi sorulara cevap verilememektedir.

Panel Tobit veri yapısıyla en fazla karşılaşılan durumlar etki çalışmalarıdır. Performans ve etkinlik inceleme çalışmalarında Veri Zarflama Analizi (VZA) yaygın olarak kullanılmaktadır. VZA, bir Karar Verme Birimi (KVB)'nin göreceli toplam verimliliğin hesaplayan bir optimizasyon yöntemidir. Etkin olan birimlerde etkinlik skoru 1'dir. Etkin olmayan birimlerde ise skor (0,1) aralığında değer alır. Bu yöntem, KVB'nin verimliliğini doğrudan etkileyen değişkenleri girdi olarak dikkate alır. Ancak bu şekilde bir etkinlik hesaplamasında, KVB'ye etki edebilecek dolaylı veya makro düzeyde değişkenler

dışlanmaktadır. Etkinlik skorları üzerinde etkili olabilecek makro değişkenlerin incelenmesinde Panel Tobit veri yapısı ortaya çıkmaktadır.

Bu çalışmalarda, VZA'dan elde edilen etkinlik skorları bağımlı değişken olarak alınmakta ve regresyon modelleri oluşturulmaktadır. Bu durumda etkinlik skorlarının yukarıdan 1 ile sınırlandırılması sansürlü bir model yapısının (Tobit Model) ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Zaman boyutu da dikkate alındığında ortaya çıkan modeller Panel Tobit modeller olarak adlandırılmaktadır.

Örneğin, ülkelerin araştırma çıktıları bakımından etkinlikleri incelenirken, araştırmacı sayısı, araştırma geliştirme (Ar-Ge) desteği, altyapı özellikleri vb. değişkenler araştırma çıktılarını doğrudan etkileyebilecek değişkenler olarak alınabilir. Diğer yandan, ülkeye ait sosyal ve ekonomik değişkenler de araştırma çıktıları üzerinde doğrudan olmasa da dolaylı etkiye sahip olabilirler. Son yıllarda yapılan çalışmalarda birimlerin etkinliğine dolaylı olarak etki edebilecek makro düzeydeki değişkenlerin de dikkate alındığı çalışmalar yaygınlaşmıştır (Bursalıoğlu ve Selim, 2015; Cai ve Hanley, 2012; Fethi, Jackson ve Jones, 2000; Kılıçkaplan ve Karpat, 2004; Kutlar, Kabasakal ve Sarıkaya, 2013; Li, 2018; Loikkanen ve Susiluoto, 2004; Özer ve Topçuoğlu, 2017; Pan, Zhang, ve Zhang, 2013; Sav, 2012; Selim ve Bursalıoğlu, 2013; Sufian ve Majid, 2007; Şen, 2006; Şengül, Eslemian ve Eren, 2013; Tsai, Mulley ve Merkert, 2015; Xiping ve Yuesheng, 2010).

Bu çalışmada, Panel Tobit modellerde en çok olabilirlik fonksiyonunun maksimizasyon algoritmaları tanıtılmış ve yukarıdaki sorulara cevap verecek şekilde Monte Carlo simülasyon çalışmaları yapılmıştır. Ayrıca, veri zarflama ve sonrasında uygulanan Panel Tobit modellemeye ilişkin reel bir uygulama yapılarak Türkiye ve bazı Avrupa Birliği (AB) ülkelerinin araştırma çıktıları açısından etkinliği incelenmiştir.

Tezin geri kalan kısmı aşağıdaki şekilde düzenlenmiştir. İkinci bölümde, Panel Tobit model tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde, simülasyon çalışması ile maksimizasyon algoritmalarının karşılaştırılması yer almaktadır. Dördüncü bölümde, VZA ve Panel Tobit modellemenin uygulaması bir reel problem ile gösterilmiştir. Son bölümde ise sonuç ve öneriler yer almaktadır.

2. PANEL TOBİT MODEL

2.1. Model

i ve t indisleri sırasıyla birim ve zamanı göstermek üzere $i=1,2,...,N$ ve $t=1,2,...,T_i$ şeklinde tanımlansın. Burada N toplam birim sayısını, T_i ise i . birimdeki zaman noktalarının sayısı göstermektedir. Bu durumda, (a,b) bağımlı değişkenin değer aralığını göstermek üzere panel veri için sansürlü regresyon modeli aşağıdaki gibi verilir.

$$\begin{aligned} y_{it}^* &= x_{it}'\beta + \varepsilon_{it} \\ &= x_{it}'\beta + \mu_i + v_{it} \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$y_{it} = \begin{cases} a & \text{eğer } y_{it}^* \leq a \text{ ise} \\ y_{it}^* & \text{eğer } a < y_{it}^* < b \text{ ise} \\ b & \text{eğer } y_{it}^* \geq b \text{ ise} \end{cases} \quad (2.2)$$

Burada, μ_i zamana göre değişmeyen birim etkiyi ve v_{it} ise geriye kalan gürültüyü (hatayı) göstermektedir.

Eş. 2.2'de a ve b bağımlı değişkenin sırasıyla soldan ve sağdan sansürlenme sınırlarını göstermektedir. Eğer $a=0$ ve $b=\infty$ alınırsa model Tobit Model olarak bilinir (Tobin, 1958).

2.1.1. Sabit etki

Sabit etkiler modelinde birim etkinin sabit olduğu varsayılır. Heckman ve Macurdy (1980), kadın işgücü arzının yaşam döngüsü modelini oluşturmak için yaptıkları çalışmada, bireysel etkilerin yaşam döngüsünde belirli bir anlamı olduğunu ve bu nedenle x_{it} 'in bağımsız olarak kabul edilemeyeceğini belirterek Sabit Etkili Tobit modelini geliştirmişlerdir. Bu modelin avantajı açıklayıcı değişkenler ile birim etkilerin ilişkili olma durumunda kullanılabilir olmasıdır. Ancak, N 'nin büyük olması ve rastlantısal parametre durumunda sabit etkili model için tahminlerin tutarsız olduğu görülmüştür.

Rastlantısal parametre problemi, her bir birim etkinin tahmin edilmesinde sabit T gözlemlerin olması anlamına gelmektedir. T 'nin sabit ve N 'nin sonsuza gitmesi durumunda tutarsız tahminlerin elde edilmektedir.

2.1.2. Rassal etki

Panel Tobit modeller için sabit etkili modelde tahminlerin genellikle tutarsız olması nedeniyle, rassal etki modelleri Panel Tobit analizinde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Rassal etki modelinde birim etkiye ilişkin hata ile v_{it} bir arada birleşik bir hata terimi tanımlar. Rassal etkili modellerde tutarlılığın sağlanması için açıklayıcı değişkenler ile birim etkiler arasında bir ilişki olmadığı varsayılmaktadır.

2.2. En Çok Olabilirlik Yöntemi

2.2.1. Parametre tahminine ilişkin bazı hatırlatmalar

Doğrusal bir regresyon modeli matris formunda Eş. 2.3'deki gibi yazılabilir.

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (2.3)$$

Bu modellerde amaç aşağıda verilen hatalara ilişkin kareler toplamını minimize edecek parametre vektörü β 'yi tahmin etmektir.

$$KT_{\varepsilon} = (Y - X\beta)'(Y - X\beta) = \varepsilon'\varepsilon \quad (2.4)$$

Problem bir optimizasyon problemi olarak ele alındığında bilinmeyen β parametrelerine bağlı bir amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$f(\beta) = Y'Y - 2\beta'X'Y + \beta'X'X\beta \quad (2.5)$$

Eş. 2.5'te verilen fonksiyonun β 'ya göre türevi sıfıra eşitlenerek durağan (extremum) noktaları aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$-2X'Y + 2X'X\beta = 0 \quad (2.6)$$

Buradan

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y \quad (2.7)$$

bulunur. Bu parametre tahminleri Eş. 2.5'te verilen karesel (kuadratik) fonksiyonun minimize edilmesi ile elde edilmiştir. Bu tahminler Sıradan En Küçük Kareler (SEKK) tahminleri olarak bilinir.

Ancak karesel olmayan fonksiyonlar için durağan noktaların bulunması bu kadar kolay değildir. Bu tarz fonksiyonlar için Isaac Newton adımsal bir yöntem önerisinde bulunmuştur. Bu öneri aşağıda verilen mantığa dayalıdır.

- x_k , k . adımda x değerini göstermek üzere, bazı x_k değerlerinin komşuluğunda doğrusal olmayan fonksiyonun karesel yakınsaması bulunabilir ve onun durağan noktaları elde edilebilir
- önceki maksimum (minimum) noktaların komşuluğunda yeni yerel (local) yakınsamalar türetilir ve bu sayede yeni durağan noktalar bulunabilir

Doğrusal olmayan bazı fonksiyonlar için yerel karesel yakınsama Taylor açılımıyla aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$f(x) = f(x_k) + f'(x_k)(x - x_k) + \frac{1}{2}(x - x_k)' f''(x_k)(x - x_k) \quad (2.8)$$

Bu fonksiyonun türevi sıfıra eşitlenerek X için çözülürse

$$f'(x) = f'(x_k) + f''(x_k)(x - x_k) = 0 \quad (2.9)$$

ve

$$x = x_k - [f''(x_k)]^{-1} f'(x_k) \quad (2.10)$$

elde edilir. Burada $f''(x_k)$ fonksiyonun ikinci türevinde x_k 'nın yazılmasıyla elde edilen bir matristir. Bu matris Hessian matrisi olarak adlandırılır ve genelde H_k şeklinde gösterilir.

$f'(x_k)$ ise fonksiyonun birinci türevinde x_k 'nın yazılmasıyla elde edilen bir vektördür. Bu vektör gradyent vektör olarak adlandırılır ve genelde g_k ile gösterilir.

$$d_k = [H_k]^{-1} g_k \quad (2.11)$$

şeklinde gösterilen vektör yön vektörü (direction vector) olarak adlandırılır ve başlangıç noktasından çözüme bir yol parçasını tanımlar. Burada Hessian matrisinin tersi yönün açısını ve gradyent ise büyüklüğünü belirtmektedir.

2.2.2. Olabilirlik fonksiyonu

Eş. 2.1 'de verilen v_{it} 'nin sıfır ortalama ve σ^2 varyans ile normal bir dağılıma sahip olduğu varsayalım. Bu durumda, sabit etkiler için olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır.

$$\log L = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{T_i} \left[I_{it}^a \log \Phi \left(\frac{a - x'_{it} \beta - \mu_i}{\sigma} \right) + I_{it}^b \log \Phi \left(\frac{x'_{it} \beta + \mu_i - b}{\sigma} \right) + (1 - I_{it}^a - I_{it}^b) \left(\log \phi \left(\frac{y_{it} - x'_{it} \beta - \mu_i}{\sigma} \right) - \log \sigma \right) \right] \quad (2.12)$$

Birim etkiye ilişkin hata ile v_{it} 'yi birlikte düşünerek birleşik bir hata terimi içeren rastgele etkiler modelinde sabit etkilerin aksine açıklayıcı değişkenler ile birim etkiler arasında bir ilişki olmadığı varsayılmaktadır. Bu varsayım altında olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi verilir.

$$L_i = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \prod_{t=1}^{T_i} \left[\Phi \left(\frac{a - x'_{it}\beta - \mu_i}{\sigma_v} \right) \right]^{I_{it}^a} \left[\Phi \left(\frac{x'_{it}\beta + \mu_i - b}{\sigma_v} \right) \right]^{I_{it}^b} \right. \\ \left. \left[\frac{1}{\sigma_v} \phi \left(\frac{y_{it} - x'_{it}\beta - \mu_i}{\sigma_v} \right) \right]^{(1-I_{it}^a - I_{it}^b)} \right\} \phi \left(\frac{\mu_i}{\sigma_\mu} \right) d\mu_i \quad (2.13)$$

$$\log L = \sum_{i=1}^N \log L_i \quad (2.14)$$

En çok olabilirlik fonksiyonunun maksimizasyonuna ilişkin algoritmaların çoğu fonksiyonun gradyentlerine ilişkin hesaplamalara dayalıdır.

β_j , σ_μ ve σ_v için gradyentler (g_k) aşağıdaki gibi verilebilir (Henningsen, 2010).

$$\frac{\partial \log L_i}{\partial \beta_j} = \frac{1}{\sqrt{\pi} L_i} \sum_{h=1}^H w_h \left\{ \left(\prod_{t=1}^{T_i} \left[\Phi \left(\frac{a - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v} \right) \right]^{I_{it}^a} \left[\Phi \left(\frac{x'_{it}\beta + \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h - b}{\sigma_v} \right) \right]^{I_{it}^b} \right. \right. \\ \left. \left[\frac{1}{\sigma_v} \phi \left(\frac{y_{it} - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v} \right) \right]^{(1-I_{it}^a - I_{it}^b)} \right) \left(\sum_{t=1}^{T_i} \left[-\frac{\phi \left(\frac{a - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v} \right)}{\Phi \left(\frac{a - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v} \right)} \frac{x_{jit}}{\sigma_v} \right]^{I_{it}^a} \right. \right. \\ \left. \left. \left[-\frac{\phi \left(\frac{x'_{it}\beta + \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h - b}{\sigma_v} \right)}{\Phi \left(\frac{x'_{it}\beta + \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h - b}{\sigma_v} \right)} \frac{x_{jit}}{\sigma_v} \right]^{I_{it}^b} \right] \right) \right\} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \log L_i}{\partial \log \sigma_\mu} = \frac{\sigma_\mu}{\sqrt{\pi} L_i} \sum_{h=1}^H w_h \left\{ \left(\prod_{t=1}^{T_i} \left[\Phi \left(\frac{a - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v} \right) \right]^{I_{it}^a} \left[\Phi \left(\frac{x'_{it}\beta + \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h - b}{\sigma_v} \right) \right]^{I_{it}^b} \right. \right. \\ \left. \left[\frac{1}{\sigma_v} \phi \left(\frac{y_{it} - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v} \right) \right]^{(1-I_{it}^a - I_{it}^b)} \right) \left(\sum_{t=1}^{T_i} \left[-\frac{\phi \left(\frac{a - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v} \right)}{\Phi \left(\frac{a - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v} \right)} \frac{\sqrt{2}\psi_h}{\sigma_v} \right]^{I_{it}^a} \right. \right. \\ \left. \left. \left[-\frac{\phi \left(\frac{x'_{it}\beta + \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h - b}{\sigma_v} \right)}{\Phi \left(\frac{x'_{it}\beta + \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h - b}{\sigma_v} \right)} \frac{\sqrt{2}\psi_h}{\sigma_v} \right]^{I_{it}^b} \right] \right) \right\} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned}
& \left[-\frac{\phi\left(\frac{x'_{it}\beta + \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h - b}{\sigma_v}\right)}{\Phi\left(\frac{x'_{it}\beta + \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h - b}{\sigma_v}\right)} \frac{\sqrt{2}\psi_h}{\sigma_v} \right]^{I_{it}^b} \left[-\frac{\phi\left(\frac{y_{it} - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v}\right)}{\Phi\left(\frac{y_{it} - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v}\right)} \frac{\sqrt{2}\psi_h}{\sigma_v^2} \right]^{(1-I_{it}^a - I_{it}^b)} \Bigg) \\
& \frac{\partial \log L_i}{\partial \log \sigma_v} = \frac{\sigma_v}{\sqrt{\pi} L_i} \sum_{h=1}^H w_h \left\{ \prod_{t=1}^{T_i} \left[\Phi\left(\frac{a - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v}\right) \right]^{I_{it}^a} \left[\Phi\left(\frac{x'_{it}\beta + \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h - b}{\sigma_v}\right) \right]^{I_{it}^b} \right. \\
& \left. \left[\frac{1}{\sigma_v} \phi\left(\frac{y_{it} - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v}\right) \right]^{(1-I_{it}^a - I_{it}^b)} \right\} \left(\sum_{t=1}^{T_i} \left[-\frac{\phi\left(\frac{a - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v}\right)}{\Phi\left(\frac{a - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v}\right)} \frac{a - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v^2} \right]^{I_{it}^a} \right. \\
& \left. \left[\frac{1}{\sigma_v} \phi\left(\frac{y_{it} - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v}\right) \right]^{(1-I_{it}^a - I_{it}^b)} \right\} \left(\sum_{t=1}^{T_i} \left[-\frac{\phi\left(\frac{x'_{it}\beta + \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h - b}{\sigma_v}\right)}{\Phi\left(\frac{x'_{it}\beta + \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h - b}{\sigma_v}\right)} \frac{x'_{it}\beta + \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h - b}{\sigma_v^2} \right]^{I_{it}^b} \right. \\
& \left. \left[\frac{1}{\sigma_v} \phi\left(\frac{y_{it} - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v}\right) \right]^{(1-I_{it}^a - I_{it}^b)} \right\} \left(\sum_{t=1}^{T_i} \left[-\frac{\phi\left(\frac{y_{it} - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v}\right)}{\Phi\left(\frac{y_{it} - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v}\right)} \frac{y_{it} - x'_{it}\beta - \sqrt{2}\sigma_\mu\psi_h}{\sigma_v^2} \right]^{(1-I_{it}^a - I_{it}^b)} \right) \Bigg) \quad (2.17)
\end{aligned}$$

Yukarıda verilen denklemlerin sıfıra eşitlenmesi ile parametre tahminleri elde edilebilir. Ancak, bu denklem sistemlerinin sıfıra eşitleyerek çözmek analitik olarak oldukça zor ve karmaşıktır. Bu nedenle denklem sistemlerinin çözümünde adımsal (iteratif) çözüm algoritmaları kullanılır. Bu algoritmalarından bazıları takip eden bölümlerde tanıtılmıştır.

2.2.3. Newton-Raphson algoritması

Newton-Raphson (NR) algoritmasında, β_{k+1} 'in belirlenmesinde $\ln L(\beta_k)$ etrafında $\ln L(\beta_{k+1})$ 'in ikinci dereceden Taylor yakınsaması kullanılır.

$$\ln L(\beta_{k+1}) = \ln L(\beta_k) + (\beta_{k+1} - \beta_k)' g_k + \frac{1}{2} (\beta_{k+1} - \beta_k)' H_k (\beta_{k+1} - \beta_k) \quad (2.18)$$

Burada verilen g_k ve H_k önceki bölümde verilen gradyentlerden elde edilir. β_{k+1} 'nın bulunması için Eş. 2.18'deki ifadenin maksimize edilmesi gerekir.

$$\frac{\partial \ln L(\beta_{k+1})}{\partial \beta_{k+1}} = g_k + H_k(\beta_{k+1} - \beta_k) = 0 \quad (2.19)$$

Buradan

$$\beta_{k+1} = \beta_k + (-H_k^{-1})g_k \quad (2.20)$$

bulunur. Newton yöntemi bu formülden yararlanır. NR iterasyon yönteminde her bir iterasyonun performansını arttırmak için adım büyüklüğü olarak adlandırılan bir λ_k sabiti Eş. 2.19'da verilen denkleme aşağıdaki gibi ilave edilmiştir.

$$\beta_{k+1} = \beta_k + \lambda_k (-H_k^{-1})g_k \quad (2.21)$$

Algoritmanın etkinliğini arttırmaya yönelik çalışmalar için He (2004) ve Li ve Fang (2011)'e bakılabilir.

2.2.4. Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno algoritması

Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) algoritması Hessian matrisinin tersinin yakınsamasına dayalıdır (Broyden, 1970; Fletcher, 1970; Goldfarb, 1970; Shanno, 1970). Regresyon modellerinde Hessian matrisinin tersinin beklenen değeri varyans-kovaryans tahminleri için kullanılır.

Her bir adımda parametre değerindeki ve gradyentteki değişimler sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlansın.

$$p_k = \beta_{k+1} - \beta_k \quad (2.22)$$

ve

$$q_k = g_{k+1} - g_k. \quad (2.23)$$

Bu durumda $(k+1)$. adım için Hessian matrisinin tersi aşağıdaki şekilde güncellenir.

$$H_{k+1}^{-1} = H_k^{-1} + \left(\frac{1 + q_k' H_k q_k}{q_k' p_k} \right) \frac{p_k p_k'}{p_k' q_k} - \frac{p_k q_k' H_k + H_k q_k p_k'}{q_k' p_k} \quad (2.24)$$

2.2.5. Berndt-Hall-Hall-Hausman algoritması

Berndt, Hall, Hall ve Hausman (BHHH) algoritması, Berndt, Hall, Hall ve Hausman (1974) tarafından önerilen bir optimizasyon algoritmasıdır. BHHH algoritması, gradyentlerin dış çarpım (Outer Product of Gradients, OPG) algoritması olarak da bilinir. Algoritmaya göre yeni tahmin değeri,

$$\beta_{k+1} = \beta_k + \lambda d_k \quad (2.25)$$

şeklinde iteratif olarak elde edilir. Burada λ sabit bir değerdir ve $d_k = -H_k^{-1} g_k$ olarak yazılır. Ancak, buradaki Hessian matrisi ikinci türevlere dayalı değildir ve aşağıdaki gibi gradyentlerin dış çarpımları şeklinde tanımlanmıştır.

$$-H_k = g_k g_k' \quad (2.26)$$

Eş. 2.25'de verilen yeni tahmin değerlerinin negatif Hessian'ın gradyantının bir ürünü olduğu görülmektedir. Ayrıca, bu algoritmada Hessian matrisin hesaplanması diğer algoritmalarla göre daha hızlı gerçekleşebilmektedir. Ancak, hesaplanan negatif Hessian'ın pozitif tanımlı olması gerekmektedir.

Algoritmanın dezavantajı, veri seti ile aynı büyüklükte bir gradyent matrisinin hesaplanması gerekliliğidir. Bu nedenle büyük veri setleri için hesaplama süresi açısından etkin olmayabilir.

2.2.6. Benzetimli tavlama algoritması

Benzetimli Tavlama (Simulated Annealing, SANN) algoritması modern sezgisel (heuristic) tek nokta araması yöntemlerinden birisidir. Bu algoritma fonksiyonun maksimum veya minimum noktalarını olasılıklı bir şekilde birden fazla nokta üzerinden aramaktadır. Bütün sezgisel yöntemler gibi bu yöntem de tahmin sonuçlarını elde etmede tek nokta araması

yapan yöntemlere göre daha yavaştır. Ancak, algoritma tek nokta aramalarının büyük sorunu olan yerel noktalara takılma probleminin üstesinden gelebilmektedir.

Algoritmanın işleyişi katı bir malzemenin ısıtıldıktan sonra soğutulması sırasındaki işlemleri baz almaktadır. Bilindiği gibi soğuma işlemi uygun bir şekilde yapıldığında sıvı fazdaki kristal yapı çok daha kararlı (düzenli) bir hal alır.

Algoritma matematiksel olarak tek nokta aramasının olasılıklı bir hali olarak düşünülebilir. Tek nokta aramasında bir başlangıç noktasından yola çıkılarak her adımda fonksiyonun değerinin iyileşip iyileşmediği incelenir. Eğer bir sonraki adımda (komşuluktaki yeni noktada) fonksiyon iyileşiyorsa o noktadan devam edilir aksi halde durulur. SANN algoritmasında ise komşu noktadaki çözüm ile mevcut çözüm arasındaki fark bir kabul fonksiyonundan elde edilen kabul olasılığına bağlı olarak incelenir.

Algoritmanın adımları aşağıdaki gibi verilebilir.

1. T başlangıç sıcaklığı yüksek bir değer olarak alınır
2. β_0 başlangıç çözüm vektörü rastgele olarak belirlenir
3. $k = 0$ olarak alınır
4. $L(\beta_k)$ değeri hesaplanır
5. $\beta_{k+1} = \beta_k + \Delta\beta_k$ şeklinde rastgele bir hareketle güncellenir
6. $L(\beta_{k+1})$ değeri hesaplanır
7. $L(\beta_{k+1}) > L(\beta_k)$ ise hareket kabul edilir ve adım 2'ye geçilir aksi halde bir sonraki adıma geçilir
8. $p = \exp[-(L(\beta_{k+1}) - L(\beta_k)) / T]$ olasılığı hesaplanır
9. $r \sim \text{Uniform}(0,1)$ olacak şekilde bir r değeri üretilir
10. $p > r$ ise hareket kabul edilir aksi halde reddedilir
11. 5-10 arası işlemler olabilirlik fonksiyonunun en büyük değerini veren β_{k+1} bulunana kadar tekrarlanır.
12. T değeri azaltılır
13. $k = k + 1$ olarak alınır ve adım 4'e dönülür.

14. T değeri önceden belirlenen belli bir değere indiğinde algoritma durdurulur.

Bu algoritmanın 8. adımında verilen fonksiyon Boltzmann fonksiyonu olarak bilinir.

2.2.7. Nelder-Mead algoritması

NM algoritması da tek nokta algoritmalarından birisidir. Algoritma, Nelder ve Mead'in (1965) yaptığı çalışma ile literatüre kazandırılmıştır. Algoritma simpleks kavramı üzerine kurulmuştur. q boyutlu bir uzay için $q+1$ noktaya (köşeye) sahip bir simpleks vardır.

Algoritmanın adımları aşağıdaki gibi verilebilir.

1. Algoritma $P_1, P_2, \dots, P_q$ şeklinde q boyutlu uzay için rastgele oluşturulmuş bir simpleks ile başlar.
2. P_i noktasında olabilirlik fonksiyonunun değeri L_i olmak üzere $L_l = \min_i(L_i)$ ve $L_u = \max_i(L_i)$ şeklinde tanımlanır.
3. *Yansıma adımı*: P_h noktasının yansıması P^* ve noktaların ağırlık merkezi $\bar{P}$ olmak üzere $P^* = (1+\alpha)\bar{P} - \alpha P_h$ şeklinde hesaplanır. Burada α , yansıma katsayısıdır ve pozitif bir sabittir.
4. Eğer L^* , L_u ve L_l arasında yer alıyorsa P_h yerine P^* alınır ve 2. adıma geçilir. Aksi halde 5. adıma geçilir
5. *Genişleme adımı*: $L^* > L_u$ durumu var ise P^* 'den P^{**} 'ye genişleme $P^{**} = \gamma P^* + (1-\gamma)\bar{P}$ şeklinde hesaplanır. Burada $dist$ uzaklığı tanımlamak üzere genişleme katsayısı $\gamma = dist(P^*, \bar{P}) / dist(P^{**}, \bar{P})$ olarak tanımlanır.
6. Eğer $L^{**} > L_u$ ise P_h yerine P^{**} alınır ve 2. adıma geçilir. Aksi halde 7. adıma geçilir.
7. *Küçülme adımı*: $P^{***} = \beta P_h + (1-\beta)\bar{P}$ şeklinde hesaplanır. Burada küçülme katsayısı $\beta = dist(P, \bar{P}) / dist(P^{**}, \bar{P})$ olarak tanımlanır.
8. $L^{***} < \max(L_u, L^*)$ ise P^{***} kabul edilerek işlemler tekrarlanır.

3. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Bu bölümde, önceki bölümde tanıtılan maksimizasyon algoritmaları hipotetik veri kullanılarak hata oranları ve işlem süreleri bakımından karşılaştırılması için Monte Carlo simülasyon çalışması yapılmıştır. Elde edilen tahmin sonuçları için ortalama ve standart sapma değerleri de ilgili çizelgelerde verilmiştir. Ortalama tahmin değerleri arasındaki farkın istatistiksel olarak önemli olup olmadığına ilişkin inceleme için ayrıca ANOVA sonuçları da çizelgelerde yer almaktadır. ANOVA uygulanmadan önce normallik ve homojen varyans varsayımları sırasıyla Kolmogorov-Smirnov ve Levene testleri ile incelenmiş ve varsayımların sağlandığı görülmüştür. ANOVA testi sonucunda yokluk hipotezi reddedildiğinde ortalamaların ikişerli olarak karşılaştırılması için Tukey çoklu karşılaştırma testi uygulanmış ve çoklu karşılaştırma testinin sonuçları ortalamaların yanına konulan harfler ile vurgulanmıştır. Tukey testinin seçilmesinin nedeni SANN algoritmasında diğer algoritmalara göre daha az iterasyon yapılması ve bu nedenle gruplarda eşit sayıda birimin olmamasıdır.

3.1. Tasarım

Simülasyon çalışmasında, Panel Tobit modelde karşılaşılabilecek farklı değişken yapılarını dikkate almak için, 3 bağımsız değişkenli bir model kullanılmıştır. Bunlar; zamana ve birime göre değişen (individual and time variant), birim içi otokorelasyonlu ve zamana göre değişmeyen (time invariant) bağımsız değişkenlerdir.

Veri setinin üretilmesinde Eş. 3.1'deki model dikkate alınmıştır.

$$Y_{it}^* = \beta_0 + \beta_1 X_{1it} + \beta_2 X_{2it} + \beta_3 X_{3i} + \mu_i + v_{it} \quad \mu_i \sim NID(0,1) \quad v_{it} \sim NID(0,1) \quad (3.1)$$

Tobit veri yapısını oluşturmak için

$$Y_{it}^* = \begin{cases} Y_{it}^* & \text{eğer } Y_{it}^* > 0 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.2)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Modelde, $X_{1it} \sim N(0,1)$ ve X_{2it} zamana ve birime göre değişen bağımsız değişkenler olarak alınmıştır. X_{2it} aşağıda verilen şekilde otoregressif bir süreç olarak üretilmiştir.

$$X_{2it} = 0.1t + 0.5X_{2i(t-1)} + u_{it} \quad u_{it} \sim U(0,1) \quad (3.3)$$

X_{3i} ise zaman göre değişmeyen bir değişkendir ve aşağıdaki şekilde üretilmiştir.

$$X_{3i} = \begin{cases} 0 & \text{eğer } x_{3i} < 0.5 \\ 1 & \text{eğer } x_{3i} \geq 0.5 \end{cases} \quad x_{3i} \sim U(0,1) \quad (3.4)$$

Simülasyon çalışmasının tasarım parametreleri aşağıdaki gibidir.

- 1) Modelin parametre değerleri $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3) = (-1, 1, 2, 3)$
- 2) Zaman noktası $T = 3, 6, 12$
- 3) Paneldeki birim sayısı $N = 50, 100, 200$

İterasyon sayısı NR, BHHH, BFGS ve NM algoritmaları için 1000, SANN algoritması için 100 olarak alınmıştır. Bu şekilde alınmasının nedeni SANN algoritmasının diğer algoritmalara göre oldukça uzun bir çözüm zamanına sahip olmasıdır.

3.2. Çözüm Zamanları Bakımından Karşılaştırılmalar

Aşağıdaki çizelgede her bir algoritma için tek bir iterasyona ait ortalama çözüm zamanları verilmiştir. Çözüm zamanlarının elde edilmesinin nedeni, tahmin sonuçları açısından benzer performansı veren algoritmalar arasında seçim yapmayı kolaylaştırmaktır. Eğer birden fazla algoritma tahmin aşamasında iyi sonuç veriyorsa bu durumda en hızlı algoritmanın seçilmesi önerilir.

Çizelge 3.1. Algoritmalarla ilişkin çözüm zamanları (sn)

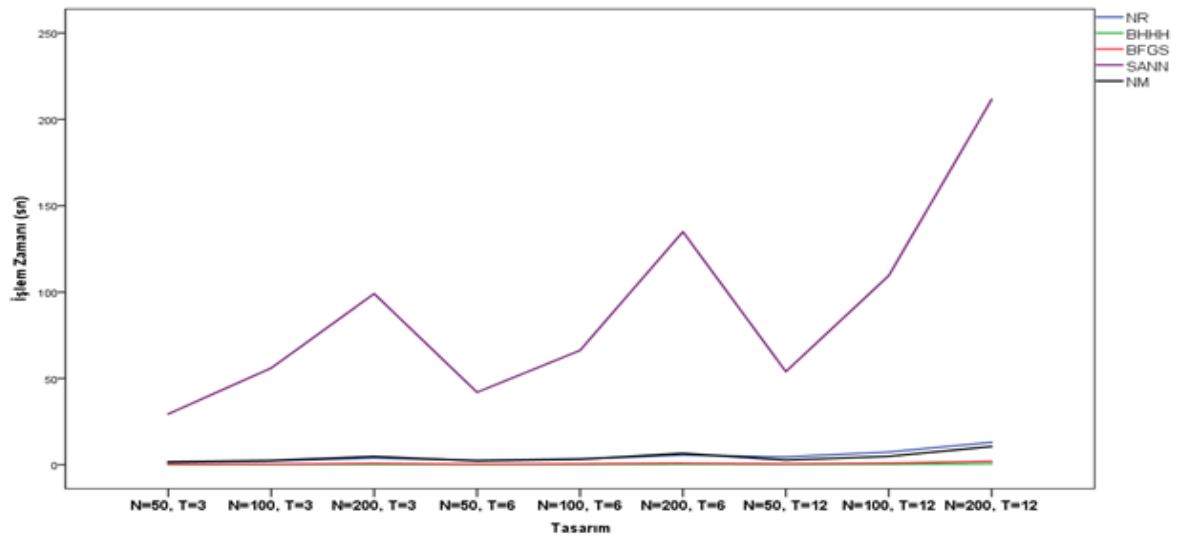
N	T	NR	BHHH	BFGS	SANN	NM
50	3	1.41111	0.12713	0.20673	29.4229	1.65275
100	3	2.17928	0.14321	0.32192	56.0033	2.46560

Çizelge 3.1. (devam) Algoritmalarla ilişkin çözüm zamanları (sn)

N	T	NR	BHHH	BFGS	SANN	NM
200	3	3.89231	0.18597	0.78617	99.0451	4.80235
50	6	2.52974	0.17831	0.31568	41.9634	2.25634
100	6	3.39804	0.17766	0.52203	66.1665	3.17088
200	6	5.62394	0.28169	0.89152	134.9368	6.62803
50	12	4.50409	0.23078	0.52030	53.9599	2.70007
100	12	7.35406	0.29702	0.89353	109.4921	4.88284
200	12	12.97533	0.57778	2.05738	211.5888	10.58760

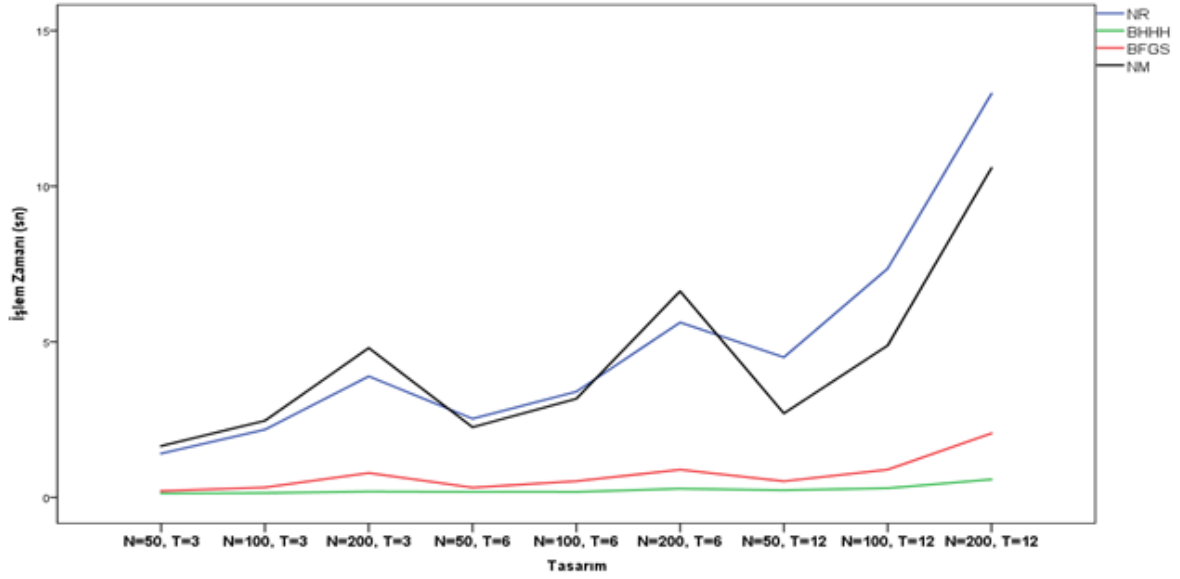
Çizelgeden görüldüğü gibi, veri büyüklüğü arttıkça tüm algoritmalarda çözüm zamanı hızlı bir şekilde artmaktadır. En uzun çözüm zamanına sahip algoritma beklenildiği gibi SANN algoritmasıdır. Örneğin, $N = 200$, $T = 12$ için SANN algoritmasında tek bir iterasyonun çözüm zamanı 211,5888 saniye olarak gerçekleşmiştir. 100 iterasyonluk bir döngü için toplam çözüm zamanı $100 \times 211,5888 = 21158,88$ saniye, yani yaklaşık 5,88 saat sürmektedir.

Çizelge incelendiğinde en hızlı çözüm zamanına sahip algoritmanın BHHH olduğu ve bunu BFGS algoritmasının takip ettiği söylenebilir. Bu durumları daha net görebilmek için her bir tasarıma karşılık gelen çözüm zamanları aşağıdaki grafiklerle karşılaştırılmalı olarak verilmiştir.



Şekil 3.1. Algoritmalarla ilişkin çözüm zamanları grafiği

Grafikten görüldüğü gibi SANN algoritması diğerlerine göre oldukça yüksek çözüm zamanlarına sahiptir. Dolayısıyla, diğer algoritmalarla ait çizgiler birbirine çok yakın görüntülenmekte ve diğer algoritmaların kendi içlerinde görsel olarak incelenmesi zorlaşmaktadır. Bu nedenle SANN algoritması çıkarılarak diğer algoritmaların çözüm zamanlarına ilişkin grafik yeniden elde edilmiştir.



Şekil 3.2. SANN hariç diğer algoritmalar için çözüm zamanları grafiği

Son grafikten görüldüğü gibi en hızlı çözüm algoritması BHHH'dir ve bunu BFGS takip etmektedir.

3.3. Genel Tahmin Sonuçlarının Karşılaştırılması

Farklı N ve T değerleri için elde edilen tahmin sonuçları bir araya getirilerek algoritmaların genel performansı incelenmiştir. Sonuçlar Çizelge 3.2'de verilmiştir.

Çizelge 3.2. Simülasyon çalışmasına ilişkin genel sonuçlar

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama ^s	St. Sapma	F
Sabit	NR	9000	-,99980 ^a	,19958	19,85
	BHHH	9000	-1,01070 ^{ab}	,19580	0**
	BFGS	9000	-,99844 ^a	,19714	
	SANN	900	-,99778 ^a	,19433	
	NM	9000	-1,02114 ^b	,20088	

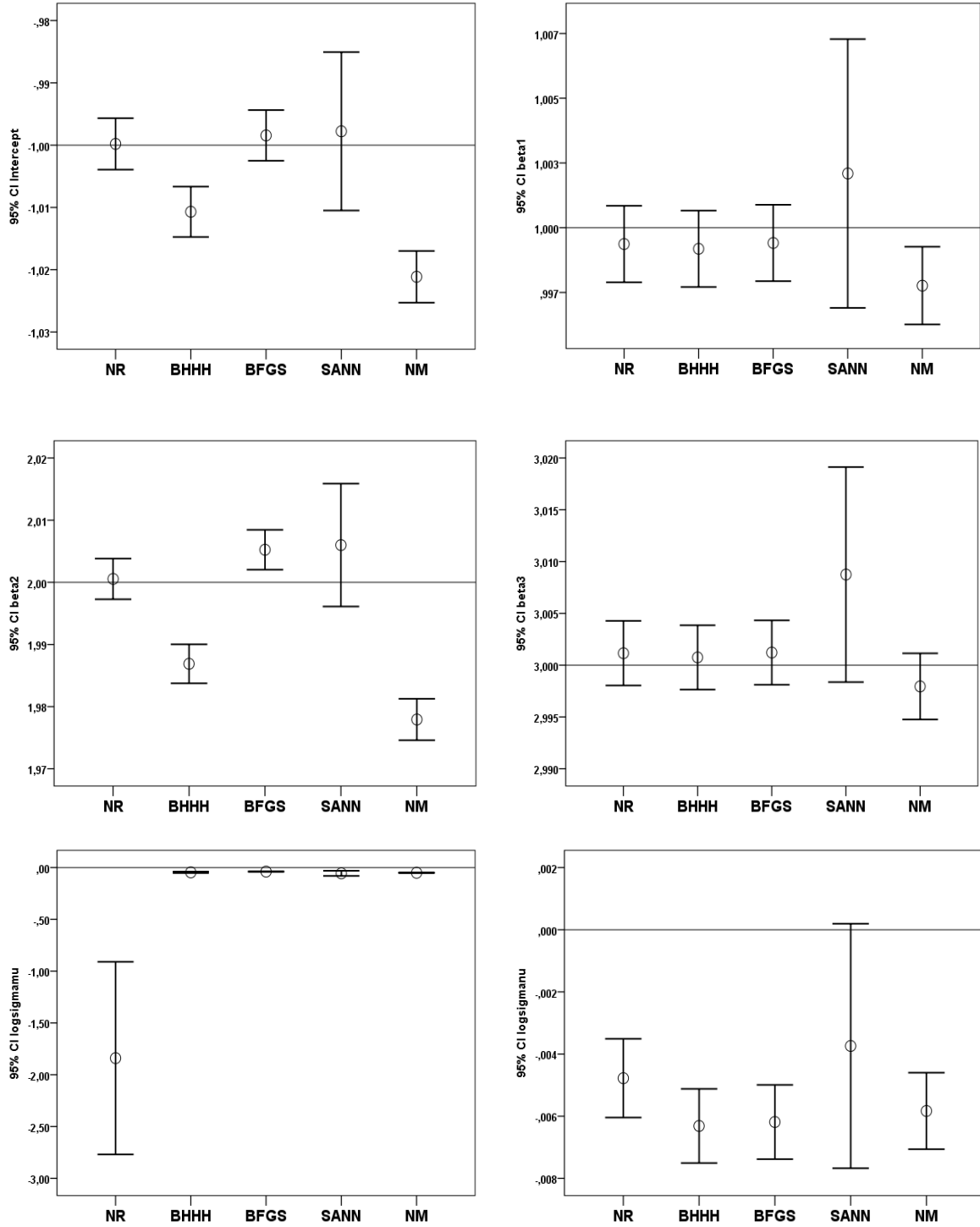
Çizelge 3.2. (devam) Simülasyon çalışmasına ilişkin genel sonuçlar

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama [§]	St. Sapma	F
$\hat{\beta}_1$	NR	9000	,99937	,07142	1,230
	BHHH	9000	,99919	,07141	
	BFGS	9000	,99941	,07136	
	SANN	900	1,00209	,07932	
	NM	9000	,99776	,07263	
$\hat{\beta}_2$	NR	9000	2,00055 ^a	,15843	44,85 4**
	BHHH	9000	1,98689 ^b	,15177	
	BFGS	9000	2,00524 ^a	,15484	
	SANN	900	2,00599 ^a	,15111	
	NM	9000	1,97793 ^b	,16129	
$\hat{\beta}_3$	NR	9000	3,00116	,15093	1,398
	BHHH	9000	3,00075	,15041	
	BFGS	9000	3,00122	,15044	
	SANN	900	3,00875	,15867	
	NM	9000	2,99795	,15447	
$\log \hat{\sigma}_\mu$	NR	9000	-1,83954 ^a	44,99059	11,09 0**
	BHHH	9000	-,04603 ^b	,34711	
	BFGS	9000	-,03910 ^b	,13155	
	SANN	900	-,05579 ^b	,37776	
	NM	9000	-,05029 ^b	,15931	
$\log \hat{\sigma}_v$	NR	9000	-,00478	,06133	1,200
	BHHH	9000	-,00631	,05772	
	BFGS	9000	-,00619	,05773	
	SANN	900	-,00374	,06014	
	NM	9000	-,00583	,05949	

** $P < 0.01$; § Üst singe olarak yer alan farklı harfler istatistiksel olarak anlamlı fark bulunan ortalamaları göstermektedir.

Çizelge 3.2’de verilen model katsayılarının tahminlerine ilişkin sonuçlar incelendiğinde tüm algoritmalarda tahmin edilen değerler gerçek değerler olan $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3) = (-1, 1, 2, 3)$ ’ya oldukça yakındır. Ancak, β_2 katsayısına ilişkin tahminler arasında algoritmalara göre anlamlı farklılık olduğu görülmektedir. Hatırlanacağı gibi β_2 katsayısı birinci dereceden otoregressif bir sürece sahip olan X_2 değişkenin katsayısıydı. Tabloda görüldüğü gibi NR algoritması bu durum için en yakın sonucu vermiştir. Bununla birlikte çoklu karşılaştırma testlerinin sonucu da dikkate alındığında NR, BFGS ve SANN algoritmalarına ait ortalamalar arasında $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak fark olmadığı

ortalamalar arasında $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak fark olmadığı söylenebilir. Benzer bir durumun β_0 katsayısı (sabit) için de geçerli olduğu görülmektedir. Standart sapma tahminleri incelendiğinde NR algoritmasının $\log \hat{\sigma}_\mu$ tahminin diğer algoritmalara göre oldukça büyük olduğu ve sıfırdan uzak olduğu görülmektedir.



Şekil 3.3. Parametre tahminleri için %95’lik güven aralıkları

Şekil 3.3.'de parametre tahminleri için %95'lik güven aralıkları incelendiğinde, genel olarak parametre tahminlerinde NR, BFGS ve SANN algoritmalarının iyi sonuç verdiği ancak NR algoritmasıyla standart sapma tahminini diğerlerine göre daha büyük elde edildiği söylenebilir. Bununla birlikte tasarım parametrelerine göre sonuçların nasıl değiştiğini incelemek önemlidir. Bunun için her bir tasarım parametresine ait sonuçlar takip eden bölümde verilmiştir.

3.4. Farklı N ve T Değerleri için Tahmin Sonuçlarının Karşılaştırılması

Farklı N ve T değerleri için elde edilen tahmin değerlerine ilişkin ortalama ve standart sapmalar Çizelge 3.3 - 3.11'de verilmiştir.

Çizelge 3.3. $N = 50$ ve $T = 3$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama [§]	St. Hata	F
Sabit	NR	1000	-1,01444	,28577	0,006
	BHHH	1000	-1,01504	,28560	
	BFGS	1000	-1,01551	,28506	
	SANN	100	-1,01134	,26975	
	NM	1000	-1,01447	,28763	
$\hat{\beta}_1$	NR	1000	1,00492	,12635	0,255
	BHHH	1000	1,00465	,12634	
	BFGS	1000	1,00476	,12621	
	SANN	100	1,01591	,14823	
	NM	1000	1,00272	,12658	
$\hat{\beta}_2$	NR	1000	2,01488	,20241	0,156
	BHHH	1000	2,01498	,20213	
	BFGS	1000	2,01627	,20457	
	SANN	100	2,02001	,22731	
	NM	1000	2,01007	,20175	
$\hat{\beta}_3$	NR	1000	3,01137	,27344	0,446
	BHHH	1000	3,01191	,27124	
	BFGS	1000	3,01212	,27136	
	SANN	100	3,04567	,28475	
	NM	1000	3,00748	,27692	
$\log \hat{\sigma}_\mu$	NR	1000	-7,65776 ^a	66,14820	10,188 ^{**}
	BHHH	1000	-,08075 ^b	,99190	

Çizelge 3.3. (devam) $N = 50$ ve $T = 3$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama [§]	St. Hata	F
$\log \hat{\sigma}_\mu$	BFGS	1000	-,05152 ^b	,22497	0,985
	SANN	100	-,15597 ^b	1,08244	
	NM	1000	-,07429 ^b	,31761	
$\log \hat{\sigma}_v$	NR	1000	-,02087	,11877	
	BHHH	1000	-,02813	,10873	
	BFGS	1000	-,02808	,10858	
	SANN	100	-,03792	,11082	
	NM	1000	-,02547	,11252	

^{**} $P < 0.01$; [§] Üst simge olarak yer alan farklı harfler istatistiksel olarak anlamlı fark bulunan ortalamaları göstermektedir.

Çizelge 3.3 incelendiğinde, model katsayılarının tahmininde algoritmalar arasında $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde önemli bir farklılık olmadığı görülmektedir. Tüm algoritmalarda tahmin edilen değerler gerçek değerler olan $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3) = (-1, 1, 2, 3)$ 'ya oldukça yakındır. Ancak, Standart sapma tahminleri incelendiğinde NR algoritmasının $\log \hat{\sigma}_\mu$ tahminin diğer algoritmalara göre oldukça yüksek olduğu ve sıfırdan oldukça uzak olduğu görülmektedir. Sıfıra en yakın tahmini veren algoritma BFGS algoritması olmakla birlikte BFGS, BHHH, SANN ve NM algoritmaları arasındaki fark istatistiksel olarak önemli bulunmamıştır.

Çizelge 3.4. $N = 100$ ve $T = 3$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama [§]	St. Hata	F
Sabit	NR	1000	-,99406	,19963	0,011
	BHHH	1000	-,99425	,19958	
	BFGS	1000	-,99429	,19959	
	SANN	100	-,99831	,20802	
	NM	1000	-,99401	,20036	
$\hat{\beta}_1$	NR	1000	1,00018	,09134	0,135
	BHHH	1000	1,00023	,09149	
	BFGS	1000	1,00025	,09149	
	SANN	100	,99346	,09680	
	NM	1000	,99961	,09220	
$\hat{\beta}_2$	NR	1000	1,99593	,13826	0,216
	BHHH	1000	1,99559	,13676	

Çizelge 3.4. (devam) $N = 100$ ve $T = 3$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama [§]	St. Hata	F
$\hat{\beta}_2$	BFGS	1000	1,99563	,13677	
	SANN	100	2,00778	,12674	
	NM	1000	1,99444	,13810	
$\hat{\beta}_3$	NR	1000	2,99211	,18322	0,594
	BHHH	1000	2,99193	,18285	
	BFGS	1000	2,99196	,18284	
	SANN	100	3,01926	,19659	
	NM	1000	2,98958	,18441	
$\log \hat{\sigma}_\mu$	NR	1000	-2,68274 ^a	34,24417	4,633 ^{**}
	BHHH	1000	-,03320 ^b	,13410	
	BFGS	1000	-,03317 ^b	,13411	
	SANN	100	-,02839 ^b	,11355	
	NM	1000	-,03871 ^b	,15973	
$\log \hat{\sigma}_v$	NR	1000	-,00918	,07976	0,791
	BHHH	1000	-,01277	,07179	
	BFGS	1000	-,01275	,07180	
	SANN	100	-,00215	,06618	
	NM	1000	-,01188	,07421	

^{**} $P < 0,01$; [§] Üst simge olarak yer alan farklı harfler istatistiksel olarak anlamlı fark bulunan ortalamaları göstermektedir.

Çizelge 3.4 incelendiğinde Çizelge 3.3 için yapılan yorumların bu çizelgede verilen $N = 100$ ve $T = 3$ durumu içinde geçerli olduğu görülmektedir.

Çizelge 3.5. $N = 200$ ve $T = 3$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama	St. Hata	F
Sabit	NR	1000	-1,00492	,13934	0,016
	BHHH	1000	-1,00498	,13926	
	BFGS	1000	-1,00504	,13926	
	SANN	100	-1,00347	,15880	
	NM	1000	-1,00608	,14057	
$\hat{\beta}_1$	NR	1000	1,00222	,06189	0,088
	BHHH	1000	1,00222	,06185	
	BFGS	1000	1,00223	,06185	
	SANN	100	,99969	,06768	

Çizelge 3.5. (devam) $N = 200$ ve $T = 3$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama	St. Hata	F
$\hat{\beta}_1$	NM	1000	1,00115	,06240	
$\hat{\beta}_2$	NR	1000	1,99616	,09403	0,037
	BHHH	1000	1,99619	,09408	
	BFGS	1000	1,99623	,09408	
	SANN	100	1,99744	,09974	
	NM	1000	1,99500	,09467	
$\hat{\beta}_3$	NR	1000	3,00413	,13071	0,019
	BHHH	1000	3,00424	,13055	
	BFGS	1000	3,00430	,13056	
	SANN	100	3,00570	,14496	
	NM	1000	3,00309	,13188	
$\log \hat{\sigma}_\mu$	NR	1000	-,97729	18,75230	2,058
	BHHH	1000	-,01038	,08527	
	BFGS	1000	-,01036	,08527	
	SANN	100	-,01402	,08473	
	NM	1000	-,01119	,08562	
$\log \hat{\sigma}_v$	NR	1000	-,00620	,05525	0,108
	BHHH	1000	-,00745	,05103	
	BFGS	1000	-,00745	,05103	
	SANN	100	-,00627	,05197	
	NM	1000	-,00731	,05119	

Çizelge 3.5’de verilen $N = 200$ ve $T = 3$ durumunda tüm parametreler için algoritmalarından elde edilen tahminler arasında $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olmadığı söylenebilir. $\log \hat{\sigma}_\mu$ tahmini için yine NR algoritmasının diğerlerine göre daha yüksek değer verdiği görülmektedir ancak bu fark istatistiksel olarak önemli bulunmamıştır. Çizelge 3.6-3.8’de T’nin, yani zaman noktasının, 6 olduğu durumda elde edilen sonuçlar görülmektedir.

Çizelge 3.6. $N = 50$ ve $T = 6$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama [§]	St. Hata	F
Sabit	NR	1000	-1,01741	,24699	1,291
	BHHH	1000	-1,02410	,24310	

Çizelge 3.6. (devam) $N = 50$ ve $T = 6$ durumu için simülasyon sonuçları

$\hat{\beta}_1$	BFGS	1000	-1,01297	,24698	0,505
	SANN	100	-,98671	,27259	
	NM	1000	-1,03153	,24849	
	NR	1000	,99496	,08293	
	BHHH	1000	,99488	,08303	
$\hat{\beta}_2$	BFGS	1000	,99525	,08284	2,514*
	SANN	100	1,00553	,08792	
	NM	1000	,99331	,08318	
	NR	1000	2,00839 ^a	,19365	
	BHHH	1000	1,99916 ^a	,19348	
$\hat{\beta}_3$	BFGS	1000	2,01570 ^b	,19728	0,323
	SANN	100	2,02286 ^a	,18520	
	NM	1000	1,99099 ^c	,19852	
	NR	1000	3,00045	,18117	
	BHHH	1000	2,99971	,18150	
$\log \hat{\sigma}_\mu$	BFGS	1000	3,00004	,18123	1,563
	SANN	100	3,01665	,17703	
	NM	1000	2,99601	,18461	
	NR	1000	-5,00239	110,77997	
	BHHH	1000	-,02520	,15453	
$\log \hat{\sigma}_v$	BFGS	1000	-,02033	,16009	0,085
	SANN	100	-,02600	,18069	
	NM	1000	-,03329	,19137	
	NR	1000	-,01211	,06499	
	BHHH	1000	-,01293	,06296	
	BFGS	1000	-,01307	,06314	
	SANN	100	-,00992	,07278	
	NM	1000	-,01224	,06518	

* $P < 0,05$; ^s Üst simge olarak yer alan farklı harfler istatistiksel olarak anlamlı fark bulunan ortalamaları göstermektedir.

Çizelge 3.6'ya göre β_2 katsayısının tahmininde ortalama değerler açısından algoritmalar arasında $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı farklılıklara rastlanmıştır. Çoklu karşılaştırma testlerinin sonuçlarına göre, NM diğer algoritmalarla göre daha düşük tahmin değeri verirken BFGS daha yüksek bir tahmin değeri vermektedir. Gerçek değer olan 2'ye en yakın sonucu BHHH algoritması vermiştir. Bununla birlikte BHHH, NR ve SANN algoritmaları arasında ortalamalar bakımından istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olmadığı söylenebilir. Diğer parametreler bakımından sonuçlar incelendiğinde ise algoritmalar arasında $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak

anlamlı bir farklılık görülmemektedir. Bununla birlikte NR algoritması $\log \hat{\sigma}_\mu$ için büyük tahmin değerleri verme eğilimindedir.

Çizelge 3.7. $N = 100$ ve $T = 6$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama	St. Hata	F
Sabit	NR	1000	-1,01027	,16275	0,281
	BHHH	1000	-1,01101	,16285	
	BFGS	1000	-1,01007	,16147	
	SANN	100	-,97462	,15191	
	NM	1000	-1,01276	,16446	
$\hat{\beta}_1$	NR	1000	,99877	,05728	0,985
	BHHH	1000	,99876	,05728	
	BFGS	1000	,99879	,05726	
	SANN	100	,99915	,06218	
	NM	1000	,99753	,05844	
$\hat{\beta}_2$	NR	1000	2,00601	,13097	0,818
	BHHH	1000	2,00430	,13127	
	BFGS	1000	2,00660	,13222	
	SANN	100	1,99520	,12347	
	NM	1000	2,00102	,13621	
$\hat{\beta}_3$	NR	1000	2,99945	,12246	0,957
	BHHH	1000	2,99933	,12257	
	BFGS	1000	2,99946	,12263	
	SANN	100	2,98945	,14290	
	NM	1000	2,99831	,12561	
$\log \hat{\sigma}_\mu$	NR	1000	-,02557	,10344	0,682
	BHHH	1000	-,02570	,10338	
	BFGS	1000	-,02548	,10366	
	SANN	100	-,03875	,10474	
	NM	1000	-,02928	,10589	
$\log \hat{\sigma}_v$	NR	1000	-,00429	,04299	0,820
	BHHH	1000	-,00430	,04300	
	BFGS	1000	-,00428	,04297	
	SANN	100	,00097	,05230	
	NM	1000	-,00467	,04397	

Çizelge 3.7’de verilen $N = 100$ ve $T = 6$ durumunda tüm parametreler için algoritmalarından elde edilen tahminler arasında $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olmadığı söylenebilir.

Çizelge 3.8. $N = 200$ ve $T = 6$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama	St. Hata	F
Sabit	NR	1000	-1,00206	,11140	0,578
	BHHH	1000	-1,00246	,11150	
	BFGS	1000	-1,00183	,11159	
	SANN	100	-1,01878	,11444	
	NM	1000	-1,00432	,11457	
$\hat{\beta}_1$	NR	1000	,99765	,04123	0,397
	BHHH	1000	,99765	,04127	
	BFGS	1000	,99768	,04122	
	SANN	100	1,00229	,04948	
	NM	1000	,99685	,04245	
$\hat{\beta}_2$	NR	1000	1,99935	,09181	0,776
	BHHH	1000	1,99849	,09111	
	BFGS	1000	1,99963	,09133	
	SANN	100	2,00802	,09660	
	NM	1000	1,99455	,09387	
$\hat{\beta}_3$	NR	1000	3,00198	,08680	0,571
	BHHH	1000	3,00196	,08681	
	BFGS	1000	3,00204	,08684	
	SANN	100	3,01400	,08069	
	NM	1000	3,00022	,08998	
$\log \hat{\sigma}_\mu$	NR	1000	-,01965	,06764	0,861
	BHHH	1000	-,01970	,06769	
	BFGS	1000	-,01968	,06767	
	SANN	100	-,00929	,07088	
	NM	1000	-,02203	,06857	
$\log \hat{\sigma}_v$	NR	1000	,00200	,02852	0,009
	BHHH	1000	,00201	,02849	
	BFGS	1000	,00201	,02851	
	SANN	100	,00171	,03209	
	NM	1000	,00182	,02962	

Çizelge 3.8’de verilen $N = 200$ ve $T = 6$ durumunda tüm parametreler için algoritmalarından elde edilen tahminler arasında $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olmadığı söylenebilir.

Çizelge 3.9. $N = 50$ ve $T = 12$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama	St. Hata	F
Sabit	NR	1000	-,96886 ^a	,26647	32,492**
	BHHH	1000	-1,02447 ^b	,24763	
	BFGS	1000	-,97039 ^a	,25228	
	SANN	100	-,99635 ^{ab}	,21661	
	NM	1000	-1,08012 ^c	,25391	
$\hat{\beta}_1$	NR	1000	1,00012	,05765	0,595
	BHHH	1000	,99931	,05738	
	BFGS	1000	1,00001	,05741	
	SANN	100	1,00575	,06369	
	NM	1000	,99760	,06102	
$\hat{\beta}_2$	NR	1000	1,98856 ^a	,24034	37,914**
	BHHH	1000	1,93635 ^b	,19793	
	BFGS	1000	2,00441 ^a	,22041	
	SANN	100	1,99849 ^a	,19908	
	NM	1000	1,89747 ^b	,22390	
$\hat{\beta}_3$	NR	1000	3,00312	,11719	0,279
	BHHH	1000	3,00137	,11612	
	BFGS	1000	3,00305	,11696	
	SANN	100	2,99598	,13016	
	NM	1000	2,99869	,12667	
$\log \hat{\sigma}_\mu$	NR	1000	-,04473 ^a	,14818	8,350**
	BHHH	1000	-,06528 ^{ab}	,13489	
	BFGS	1000	-,04582 ^a	,14890	
	SANN	100	-,05814 ^{ab}	,15199	
	NM	1000	-,07591 ^b	,14516	
$\log \hat{\sigma}_v$	NR	1000	-,00392	,04096	0,531
	BHHH	1000	-,00442	,04098	
	BFGS	1000	-,00384	,04110	
	SANN	100	,00185	,03669	
	NM	1000	-,00364	,04234	

Çizelge 3.9’da verilen model katsayılarının tahminlerine ilişkin sonuçlar incelendiğinde β_0 ve β_2 katsayılarına ilişkin tahminlerde algoritmalara göre $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı farklılıklar olduğu görülmektedir. Tabloda görüldüğü gibi SANN algoritması β_0 ve β_2 katsayıları için en yakın tahmin sonuçlarını vermiştir. Ancak, çoklu karşılaştırma testlerinin sonuçları dikkate alındığında β_0 katsayısı için NR,

BHHH, BFGS ve SANN, β_2 katsayısı içinse NR, BFGS ve SANN algoritmalarına ait ortalamaların istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermediği söylenebilir. Standart sapma tahminleri incelendiğinde NR algoritmasının $\log \hat{\sigma}_\mu$ tahminin gerçek değere daha yakın olduğu bununla birlikte NR, BHHH, BFGS ve SANN algoritmalarına ait ortalamaların $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermediği söylenebilir.

Çizelge 3.10. $N = 100$ ve $T = 12$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama	St. Hata	F
Sabit	NR	1000	-,99336 ^a	,17289	14,096**
	BHHH	1000	-1,01854 ^b	,16953	
	BFGS	1000	-,99039 ^a	,17236	
	SANN	100	-1,00464 ^a	,16485	
	NM	1000	-1,04067 ^{ab}	,17565	
$\hat{\beta}_1$	NR	1000	,99808	,04180	0,548
	BHHH	1000	,99781	,04166	
	BFGS	1000	,99818	,04165	
	SANN	100	1,00002	,04492	
	NM	1000	,99592	,04583	
$\hat{\beta}_2$	NR	1000	1,99984 ^a	,15382	31,543**
	BHHH	1000	1,96037 ^b	,14214	
	BFGS	1000	2,00575 ^a	,14386	
	SANN	100	2,00633 ^a	,12243	
	NM	1000	1,94392 ^b	,15787	
$\hat{\beta}_3$	NR	1000	3,00203	,08369	0,322
	BHHH	1000	3,00110	,08389	
	BFGS	1000	3,00205	,08336	
	SANN	100	3,00288	,08074	
	NM	1000	2,99840	,08876	
$\log \hat{\sigma}_\mu$	NR	1000	-,06628 ^a	,09226	5,356**
	BHHH	1000	-,07369 ^{ab}	,08921	
	BFGS	1000	-,06829 ^{ab}	,09080	
	SANN	100	-,08544 ^b	,09877	
	NM	1000	-,08309 ^{ab}	,09851	
$\log \hat{\sigma}_v$	NR	1000	,00473	,02825	0,322
	BHHH	1000	,00447	,02836	
	BFGS	1000	,00477	,02840	
	SANN	100	,01083	,02935	

Çizelge 3.10. (devam) $N = 100$ ve $T = 12$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama	St. Hata	F
	NM	1000	,00435	,03089	

Çizelge 3.10’da verilen model katsayılarının tahminlerine ilişkin sonuçlar incelendiğinde β_0 ve β_2 katsayılarına ilişkin tahminlerde algoritmalara göre $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı farklılıklar olduğu görülmektedir. Tabloda görüldüğü gibi SANN algoritması β_0 katsayısı için en yakın tahmin sonucunu vermiştir. Ancak, çoklu karşılaştırma testlerinin sonuçları da dikkate alındığında β_0 katsayısı için NR, BFGS ve SANN algoritmalarına ait ortalamaların istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermediği söylenebilir. β_2 katsayısı için ise en yakın tahmin sonucu NR algoritması ile elde edilmiştir. Bununla birlikte, çoklu karşılaştırma testlerinin sonuçları da dikkate alındığında β_2 katsayısı için NR, BFGS ve SANN algoritmalarına ait ortalamaların istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermediği söylenebilir. Standart sapma tahminleri incelendiğinde NR algoritmasının $\log \hat{\sigma}_\mu$ tahminin gerçek değere daha yakın olduğu bununla birlikte NR, BHHH, BFGS ve NM algoritmalarına ait ortalamaların istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermediği söylenebilir.

Çizelge 3.11. $N = 200$ ve $T = 12$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama	St. Hata	F
Sabit	NR	1000	-,99282 ^a	,12379	4,163**
	BHHH	1000	-1,00145 ^{ab}	,12467	
	BFGS	1000	-,98550 ^a	,12251	
	SANN	100	-,98586 ^a	,12488	
	NM	1000	-1,00629 ^b	,13442	
$\hat{\beta}_1$	NR	1000	,99743	,02850	1,065
	BHHH	1000	,99716	,02850	
	BFGS	1000	,99754	,02848	
	SANN	100	,99704	,02741	
	NM	1000	,99517	,03275	
$\hat{\beta}_2$	NR	1000	1,99584 ^{abc}	,11030	15,199**
	BHHH	1000	1,97656 ^{ab}	,10870	
	BFGS	1000	2,00694 ^c	,11002	
	SANN	100	1,99778 ^{bc}	,12396	
	NM	1000	1,97389 ^a	,11635	

Çizelge 3.11. (devam) $N = 200$ ve $T = 12$ durumu için simülasyon sonuçları

Tahmin	Algoritma	iterasyon	Ortalama	St. Hata	F
$\hat{\beta}_3$	NR	1000	2,99576	,05881	1,896
	BHHH	1000	2,99522	,05883	
	BFGS	1000	2,99593	,05869	
	SANN	100	2,98915	,05996	
	NM	1000	2,98976	,06872	
$\log \hat{\sigma}_\mu$	NR	1000	-,07944	,06692	1,851
	BHHH	1000	-,08039	,06648	
	BFGS	1000	-,07722	,06599	
	SANN	100	-,08611	,06884	
	NM	1000	-,08481	,06985	
$\log \hat{\sigma}_v$	NR	1000	,00685	,01983	0,082
	BHHH	1000	,00671	,01987	
	BFGS	1000	,00701	,01983	
	SANN	100	,00723	,02387	
	NM	1000	,00655	,02216	

Çizelge 3.11’de verilen model katsayılarının tahminlerine ilişkin sonuçlar incelendiğinde β_0 ve β_2 katsayılarına ilişkin tahminlerde algoritmalara göre $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı farklılıklar olduğu görülmektedir. Tabloda görüldüğü gibi SANN algoritması β_2 katsayısı için en yakın tahmin sonucunu vermiştir. Ancak, çoklu karşılaştırma testlerinin sonuçları da dikkate alındığında NR, BFGS ve SANN algoritmalarına ait ortalamaların istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık göstermediği söylenebilir. β_0 katsayısı için ise en yakın tahmin sonucu BHHH algoritması ile elde edilmiştir. Bununla birlikte, çoklu karşılaştırma testlerinin sonuçları da dikkate alındığında β_0 katsayısı için BHHH ile diğer algoritmalar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık görülmediği söylenebilir. Standart sapma tahminleri incelendiğinde ise algoritmalara göre $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığı görülmektedir.

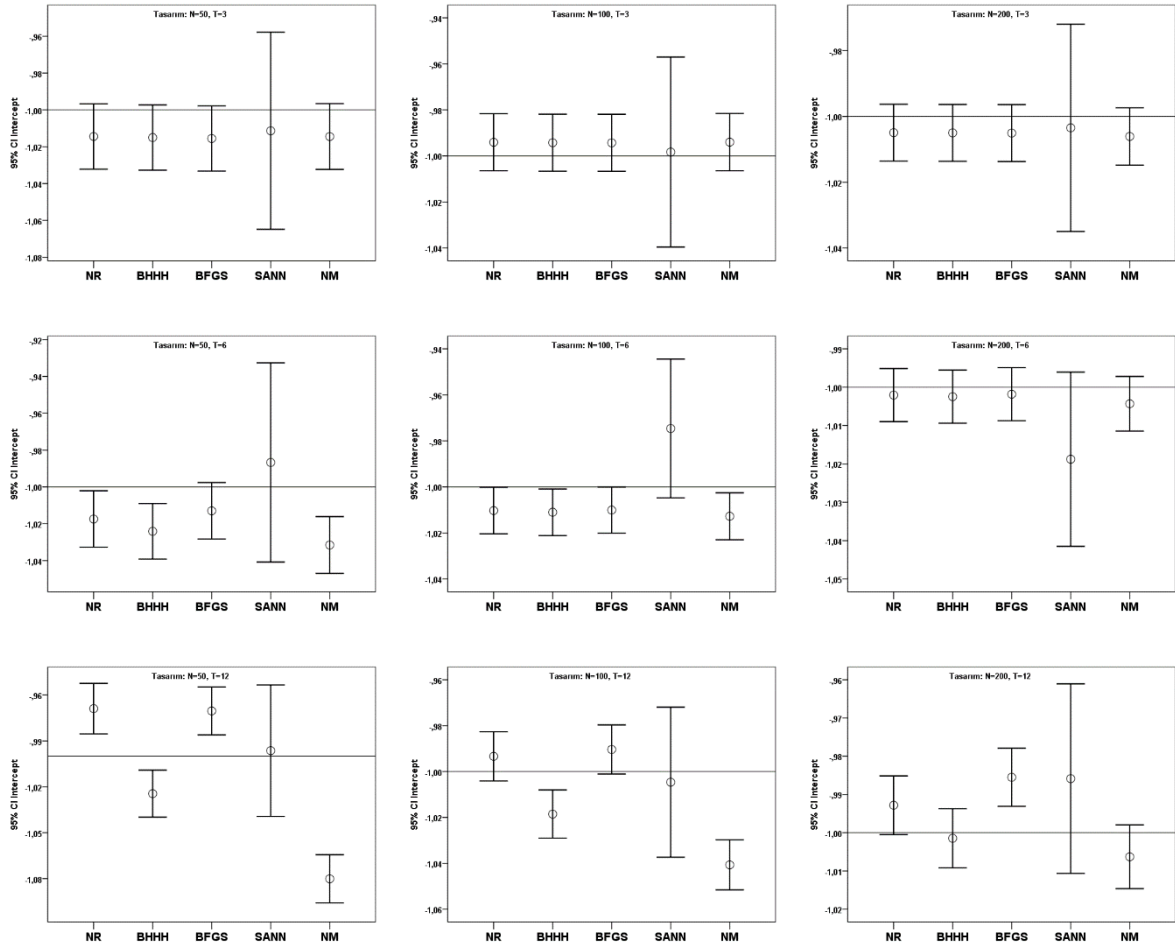
Çizelge 3.2 ve Çizelge 3.11 arasında verilen simülasyon sonuçları özetlendiğinde aşağıdaki sonuçlar çıkartılabilir.

- $T = 3$ ve $T = 6$ için model katsayılarının tahmininde algoritmalar arasında anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık görülmemektedir. Ancak, birimler arası varyans tahmininde NR algoritması oldukça büyük tahmin değerleri verme eğilimindedir. Bu nedenle T 'nin küçük olduğu durumlarda NR algoritmasının kullanımı uygun değildir. Diğer algoritmalar arasında tahminler açısından anlamlı bir farklılık olmadığı için en hızlı algoritmanın yani BHHH algoritmasının kullanımı tercih edilebilir.
- $T = 12$ olduğu durumda, otokorelasyonlu değişkenin önünde yer alan katsayının tahmininde algoritmalar arasında anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı farklılıklar görülmüştür. $T = 12$ durumu için NR, BFGS ve SANN algoritmaları BHHH ve NM'ye göre daha iyi sonuç vermektedir. Varyans tahminlerinde NR algoritmasının $T = 3$ ve $T = 6$ durumlarında olduğu gibi aşırı büyük tahmin değerleri vermediği ve diğer algoritmalarla benzer sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Çözüm zamanı da dikkate alınarak bir değerlendirme yapılırsa $T = 12$ için BFGS algoritmasının kullanımı uygun görülmektedir.
- Standart sapma (dolayısıyla varyans) tahminlerinde algoritmaların diğer parametre tahminlerine göre biraz daha düşük performans gösterdiği söylenebilir.

3.5. Parametrelere İlişkin Güven Aralıkları

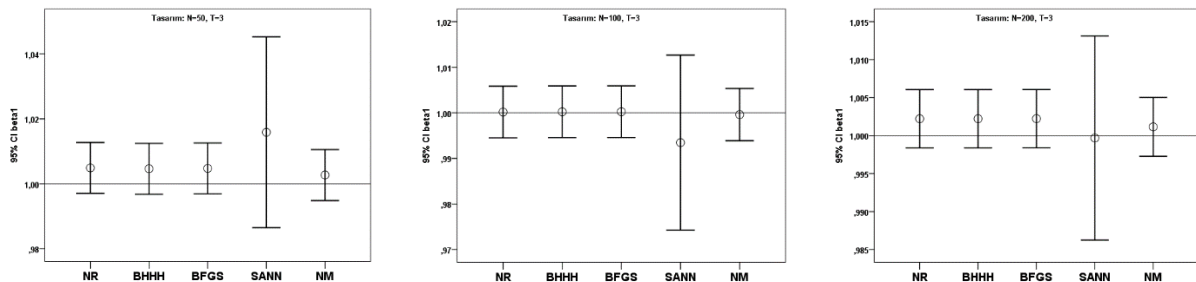
Önceki bölümde verilen çizelgelerde tahmin değerleri açısından algoritmaların farklılık gösterip göstermediği incelenmiş ve gerçek değere en yakın sonuçları veren algoritmalar belirlenmiştir. Bunun yanında, simülasyon sonuçlarını dikkate alınarak her bir iterasyonda elde edilen değerlerden parametrelerin kapsanmasına ilişkin güven aralıkları hesaplanabilir. Bu güven aralıkları hangi algoritmanın parametre değerini doğru bir şekilde tahmin edebileceğine ilişkin kanıtlar sunabilir.

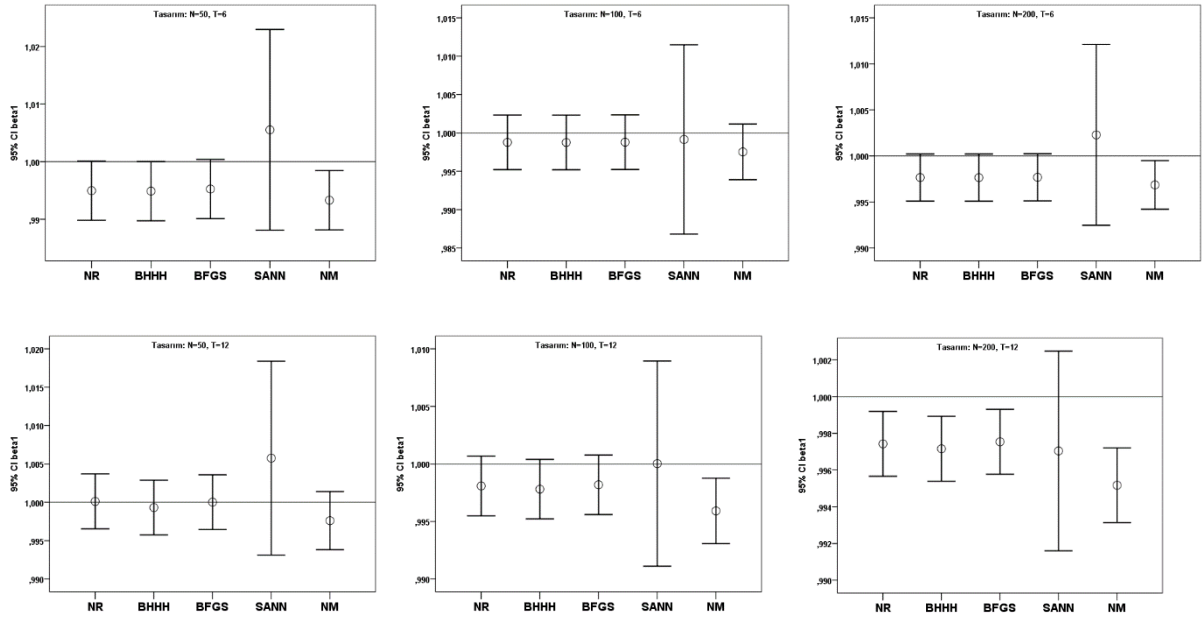
Grafiklerden de görüleceği gibi, SANN algoritmasından elde edilen güven aralıkları diğer algoritmalarla göre daha geniş elde edilmiştir. Bunun nedeni SANN algoritmasında iterasyon sayısının (güven aralıklarının hesabındaki gözlem sayısına karşılık gelmektedir) daha az olmasıdır. Diğer algoritmalar için de 100 iterasyon yapıldığında aralık genişliklerinin benzer olduğu gözlemlenmiştir. Bu nedenle ortalama değerler (aralık içinde yuvarlak ile gösterilen) de dikkate alınarak yorumlamalar yapılacaktır. Her bir parametre için ayrı ayrı güven aralıkları Şekil 3.4-3.9 arasında verilmiştir.



Şekil 3.4. β_0 için farklı tasarım durumlarında elde edilen %95’lik güven aralıkları

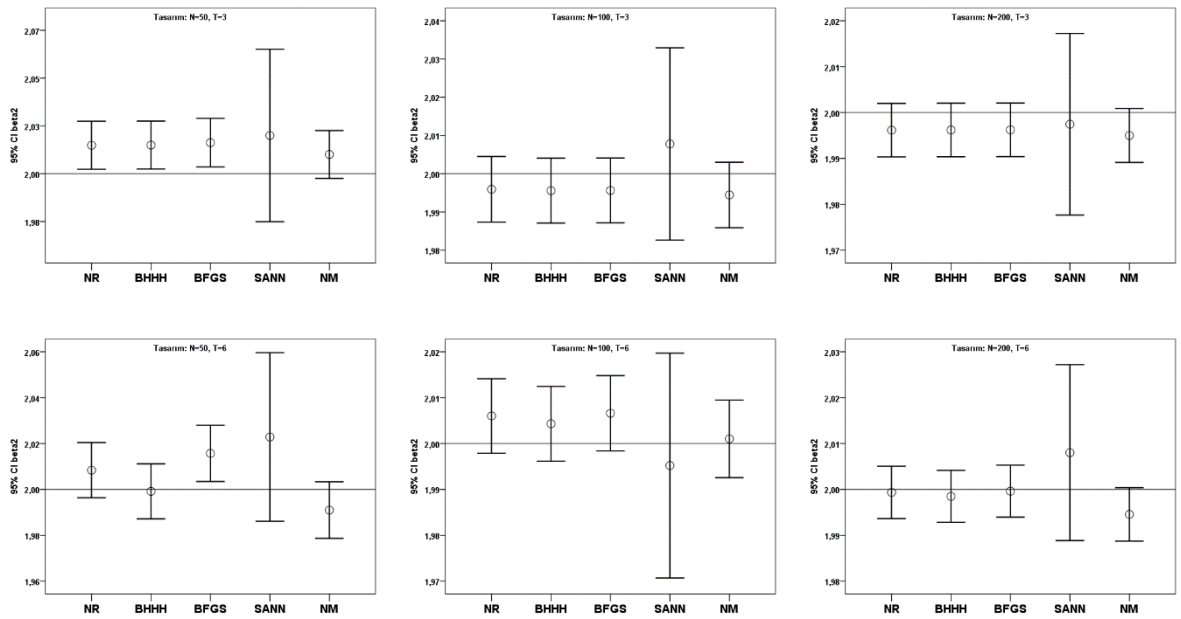
Şekil 3.4’e, genel olarak bakıldığında T değeri arttıkça β_0 parametresinin tahmininde algoritmalar arasında farklılaşmalar olduğu görülmektedir. $N = 50$ durumları için SANN algoritmasının diğerlerine göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Çünkü SANN ile elde edilen ortalama değerler gerçek β_0 parametresine daha yakındır ve güven aralığı parametreyi kapsamaktadır. Bu yorum $T = 3$ durumları için de geçerlidir. $T = 12$ iken $N = 100$ durumunda SANN ve $N = 200$ durumlarında ise BHHH algoritması gerçek değere daha yakın sonuçlar vermektedir.

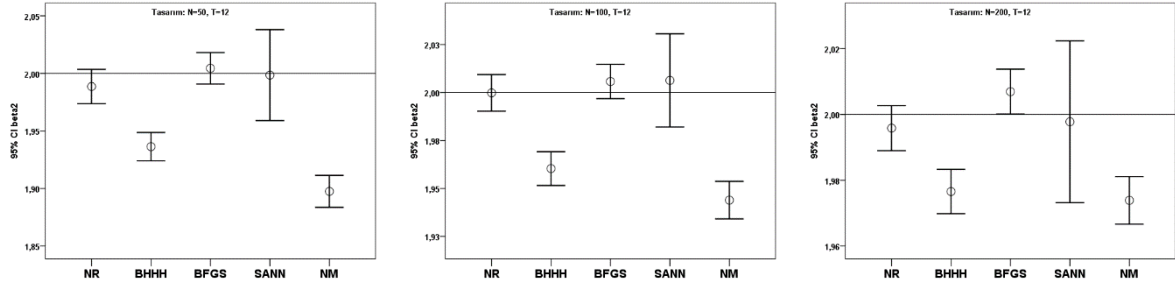




Şekil 3.5. β_1 için farklı tasarım durumlarında elde edilen %95'lik güven aralıkları

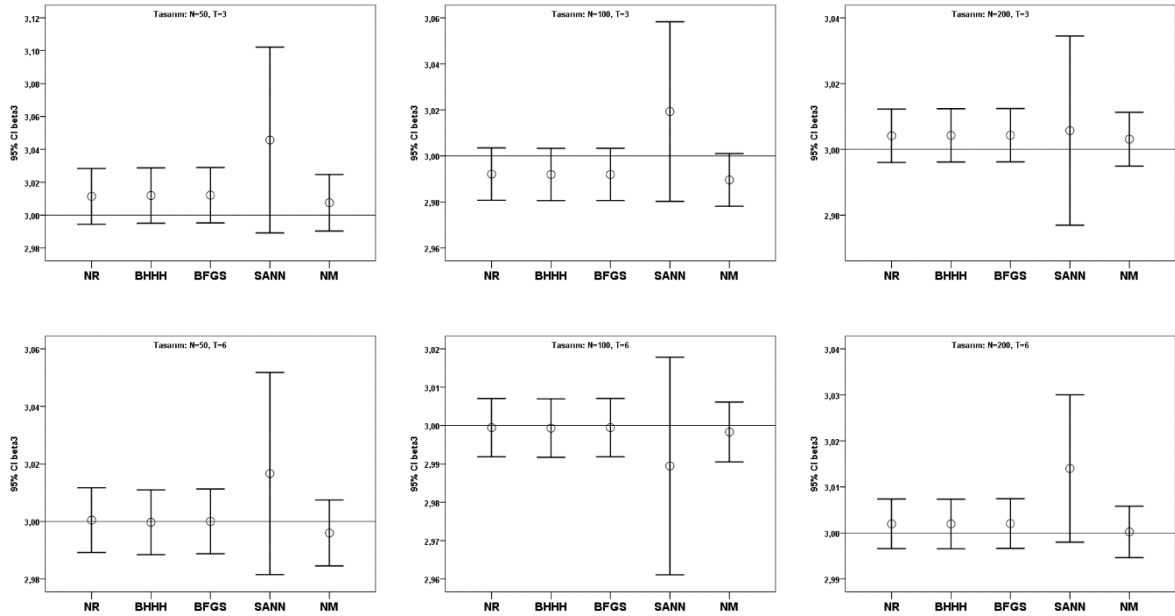
Şekil 3.5 incelendiğinde $N = 200$ ve $T = 3$ tasarımı ile $N = 100$ ve $T = 12$ tasarımlarında SANN ve diğer tasarımlarda genel olarak NR ve BFGS algoritmalarının daha iyi tahmin sonuçları verme eğiliminde olduğu görülmektedir. Tüm tasarımlarda NR, BHHH ve BFGS sonuçları birbirine çok yakındır.

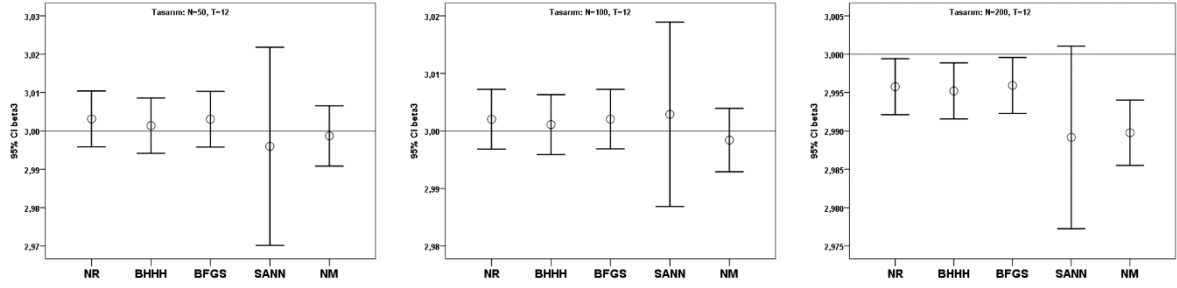




Şekil 3.6. β_2 için farklı tasarım durumlarında elde edilen %95'lik güven aralıkları

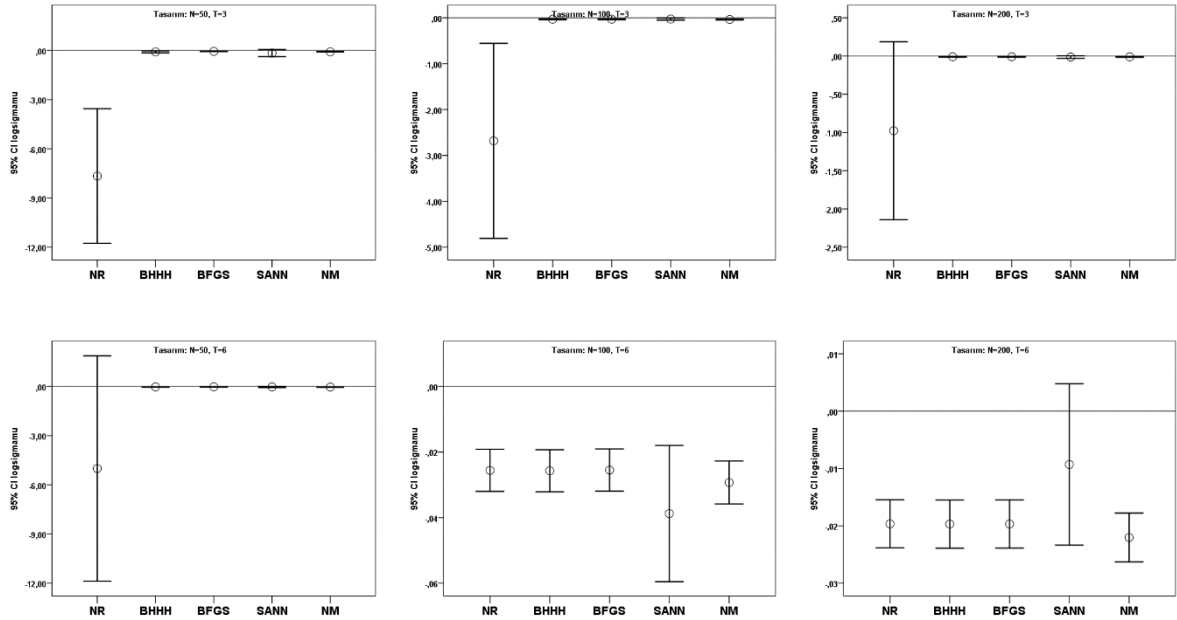
β_2 için elde edilen güven aralıkları incelendiğinde T arttıkça algoritmalar arasında farklılığın da arttığı görülmektedir. $T=3$ durumunda hemen hemen tüm algoritmalar benzer performansı göstermekle beraber gerçek değerden bir miktar uzaklaştığı söylenebilir. $T=6$ durumunda $N=50$ iken BHHH, $N=100$ iken NM ve $N=200$ iken NR ve BFGS algoritmaları daha iyi performans göstermiştir. $T=12$ durumunda ise $N=50$ iken BFGS, $N=100$ iken NR ve $N=200$ iken SANN algoritmaları gerçek değere daha yakın tahmin değerleri vermektedir.

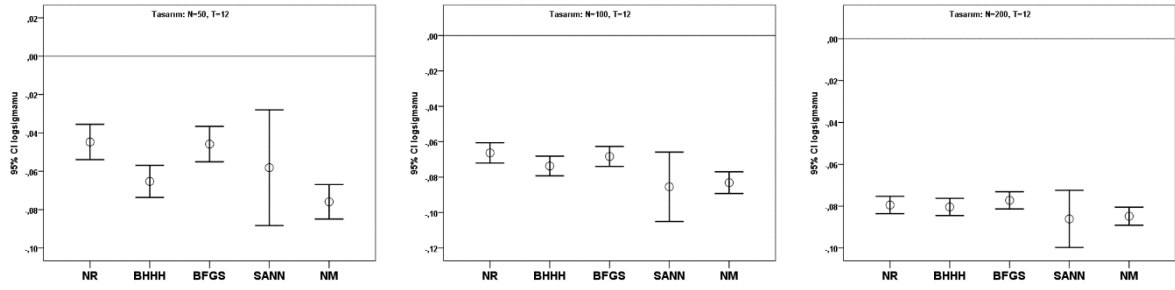




Şekil 3.7. β_3 için farklı tasarım durumlarında elde edilen %95'lik güven aralıkları

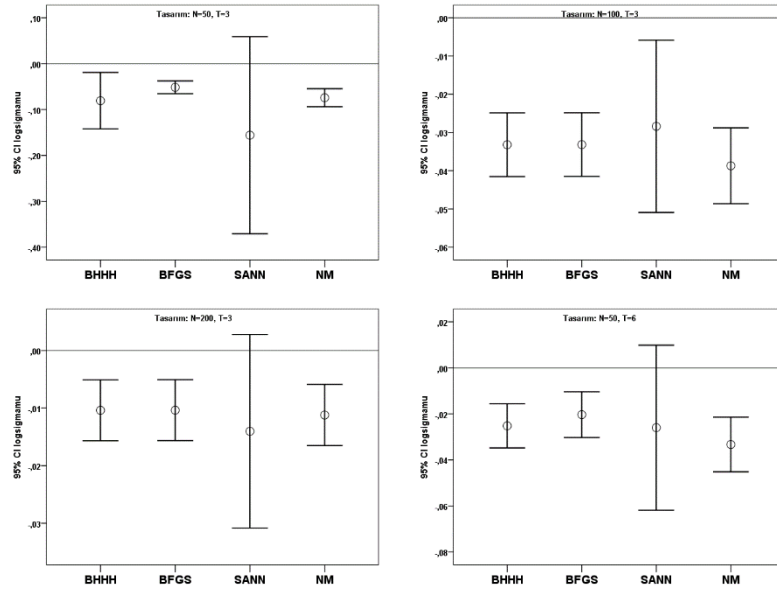
Şekil 3.7 incelendiğinde, $T = 3$ durumunda SANN hariç diğer algoritmaların benzer sonuçlar verdiği söylenebilir. Bu durumun $T = 6$ durumunda da geçerli olduğu ve bununla birlikte daha iyi tahmin değerlerinin elde edildiği görülmektedir. $T = 12$ iken $N = 50$ ve $N = 100$ durumlarında, en yakın tahmin değerini BHHH algoritmasının vermesinin yanında genel olarak tüm algoritmaların iyi sonuçlar verdiği ve benzer performans gösterdiği söylenebilir. Ancak $N = 200$ durumunda tahmin değerleri kötüleşmekte ve gerçek değer kapsanmama durumları görülmektedir.





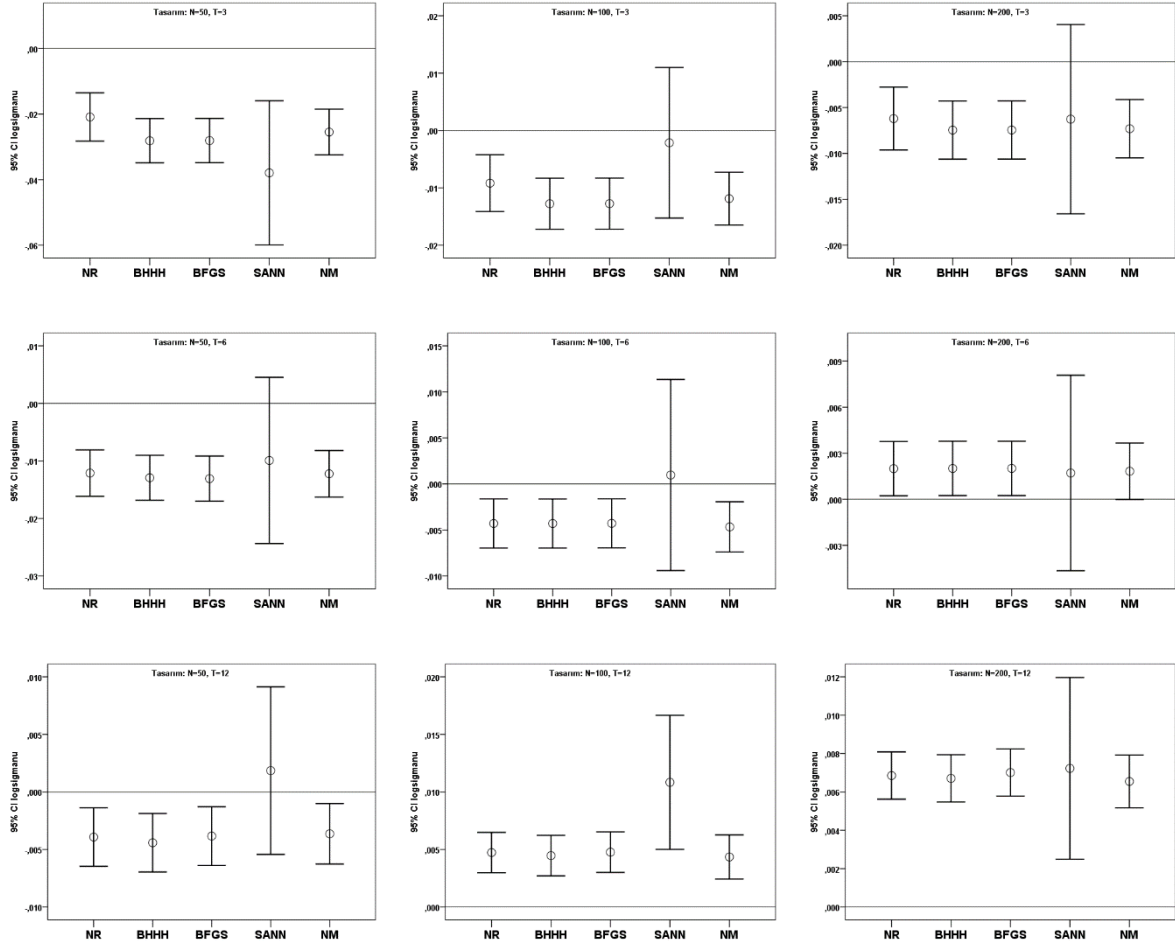
Şekil 3.8. $\log \sigma_\mu$ için farklı tasarım durumlarında elde edilen %95’lik güven aralıkları

Şekil 3.8’e göre, $T = 3$ durumunda ve $T = 6$ iken $N = 50$ durumunda NR algoritmasına ilişkin varyans tahminler aşırı derecede büyük olduğu için diğer algoritmaların güven aralıkları net bir şekilde görülememektedir. Bu nedenle bu dört duruma ait grafikler NR algoritması çıkartıldıktan sonra yeniden elde edilmiş ve Şekil 3.9’da verilmiştir. Şekil 3.8 ve Şekil 3.9 birlikte değerlendirildiğinde algoritmaların birimler arası varyansı tahmin etmede iyi performans göstermedikleri görülmektedir.



Şekil 3.9. NR hariç $\log \sigma_\mu$ için bazı tasarım durumlarında elde edilen %95’lik güven aralıkları

Şekil 3.9. NR hariç $\log \sigma_\mu$ için bazı tasarım durumlarında elde edilen %95'lik güven aralıkları



Şekil 3.10. $\log \sigma_v$ için farklı tasarım durumlarında elde edilen %95'lik güven aralıkları

Şekil 3.10'a göre, algoritmaların birimler içi varyansı tahmin etmede genel olarak iyi performans göstermedikleri bununla birlikte SANN algoritmasının bazı durumlarda diğer algoritmalara göre daha iyi olduğu söylenebilir.

4. UYGULAMA

Bu bölümde yukarda verilen algoritmaların uygulanması reel bir örnek üzerinden gösterilmiştir. Örnekte, Türkiye ve bazı AB ülkelerinin araştırma çıktılarına (yayın ve patent sayısı) ilişkin etkinlikleri incelenmiştir. Bunun için öncelikle araştırma çıktılarına doğrudan etki edebilecek değişkenler dikkate alınarak VZA uygulanmış ve ülkelerin etkinlik skorları hesaplanmıştır. Daha sonra, sansürlü bir yapıya sahip olan, etkinlik skorlarına etki edebilecek makro değişkenler dikkate alınarak Panel Tobit Regresyon modeli oluşturulmuş ve önceki bölümde tanıtılan algoritmalarla çözümler elde edilerek yorumlanmıştır.

4.1. İlgili Çalışmalar

Literatürde ülkelerin, üniversitelerin veya benzer birimlerin patent, yayın, atıf gibi bilimsel çıktılarına ilişkin birçok çalışma yer almaktadır. Bu çalışmalarda panel veri analizi, regresyon analizi, kümeleme, veri zarflama gibi birçok farklı istatistiksel yöntemin uygulandığı görülmektedir.

Karaöz ve Albeni (2004), Türkiye ve bazı gelişmiş ülkelerin teknoloji aktivitesi ve gelişmişlik düzeyini patent istatistikleri ile karşılaştırmıştır. Çalışmada, Türkiye’deki yerli ve yabancı patentler ile faydalı modeller ve bunların sektörel dağılımı incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda, dünya ülkelerinin patent başvurularına göre sıklık dağılımları ve bu aralıklara isabet eden bazı yenilik göstergelerinin “ortalama” değerlerine ilişkin oluşturulan tabloya göre Gayri Safi Ar-Ge Harcamalarının diğer değişkenlere göre daha anlamlı bir şekilde yenilikçi yapıyı etkilediği ortaya konulmuştur.

Prodan (2005), 1981-2001 yılı verilerini kullanarak bazı Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü (OECD) ülkelerinde Ar-Ge harcamalarının patent başvuru sayısına etkisini araştırmıştır. Çalışmanın sonucunda; patent başvuruları ile Ar-Ge harcamaları arasında güçlü pozitif bir korelasyon bulunmuştur.

Al (2008), Türkiye’nin atıf dizinleri kapsamındaki yayınlarını diğer ülkelerle karşılaştırmıştır. Çalışmada, 1990-2000 yılları arasındaki yayınlar ve yayınlara yapılan

atıflar değerlendirilmiştir. Çalışmada, ele alınan 10 ülkeye ait h-endeksi ortalamaları incelenmiş ve Türkiye'nin araştırma kapsamındaki ülkeler arasında en düşük değere sahip olduğu görülmüştür. h-endeksi ortalaması en yüksek ülkeler Danimarka, Finlandiya ve Avusturya bulunmuştur.

Mercan, Göktaş ve Gömleksiz (2011), 25 ülke için patent sayıları üzerinde etkili olan faktörleri incelemişlerdir. Çalışmada, panel veri analizi kullanılmış ve 2003-2008 yıllarına ilişkin patent sayıları, Ar-Ge harcamaları, girişimci oranları ve araştırmacı sayıları dikkate alınmıştır. Çalışmanın sonucunda, özel kesim ve yükseköğrenim tarafından yapılan Ar-Ge harcamalarının patent sayıları üzerinde pozitif yönlü, kamu kesiminin yaptığı Ar-Ge harcamaları ile patent sayıları arasında ise negatif yönlü bir ilişki bulunmuştur.

Al (2012), AB ve Türkiye'nin 1999-2009 yılı aralığındaki yayın ve atıf performansı kümeleme analizi ile incelemiştir. Çalışmanın sonucunda, İngiltere, Almanya, Fransa ve İtalya'nın AB ülkeleri arasında en üst düzey yayın ve atıf performansına sahip olduğu, Türkiye'nin ise araştırma kapsamındaki tüm alanlarda atıf performansı düşük ülkelerin bulunduğu grupta yer aldığı görülmüştür.

Ünal ve Seçilmiş (2013), Türkiye'nin Ar-Ge faaliyetleri açısından dünyadaki gelişmiş ekonomilere göre durumunu incelemişlerdir. Çalışmada, 1990-2009 yılları arasında Türkiye, AB, Amerika Birleşik Devletleri (ABD) ve Japonya'ya ait Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurt İçi Hasıla (GSYH)'ya Oranı, Ar-Ge yoğunluğu, kamu ve özel sektörde finans kaynağına göre Ar-Ge harcamaları, toplam araştırmacı sayısı, Patent İşbirliği Anlaşması kapsamında patent başvuru sayısı, yüksek teknoloji ihracatı, yayın sayısı, atıf sayısı ve etki değerleri incelenmiştir. Türkiye'nin Ar-Ge göstergeleri açısından gelişmiş ülkelerle yapılan kıyaslamasında, bu ülkelerin çok gerisinde kaldığı görülmüştür.

Akhmat ve diğerleri (2014), 20 ülkenin 1980-2011 yılları arasındaki eğitim göstergeleri ile araştırma çıktıları arasındaki ilişkiyi Panel eşbütünleşme yöntemi ile incelemiştir. Çalışmada, GSYH, yayın sayısı, atıf sayısı, patent sayısı, Ar-Ge harcamaları ve Ar-Ge araştırmacı sayısı araştırma çıktıları; eğitim harcamaları, yükseköğrenim okullaşma oranı, öğrenci başına düşen yükseköğrenim harcaması, okul yaşam beklentisi ve öğrenci-öğretmen oranı da eğitim göstergeleri olarak ele alınmıştır. Araştırmanın sonucunda, eğitim harcamaları, yükseköğrenim okullaşma oranı ve okul yaşamı beklentisinin

GSYH'yı; eğitim harcamaları, yükseköğrenim okullaşma oranı, öğrenci başına yükseköğrenim harcaması ve okul yaşamı beklentisinin Ar-Ge harcamalarını artırdığı bulunmuştur. Çalışmada ayrıca, okul yaşamı beklentisinin Ar-Ge araştırma sayısını en çok arttıran eğitim göstergesi olarak bulunmuştur.

Bursalıoğlu ve Selim (2015), 17 AB üyesi ülke ile Türkiye'nin VZA yöntemi ile Banker, Charnes ve Cooper (BCC) modeli ve ölçeğe göre değişken getiri modeli (Variable Return to Scale: VRS) ile yükseköğretimde etkinlik analizini ve Tobit Regresyon modeli ile de çeşitli faktörlerin etkinlik skorları üzerindeki etkilerini incelemiştir. Analiz kapsamına alınan girdi değişkenleri; yükseköğretim kamu harcamalarının toplam kamu harcamalarına oranı, akademisyen başına düşen öğrenci sayısı, çıktı değişkenleri; yükseköğretim mezunlarının toplam nüfusa oranı, yükseköğretim mezunlarının istihdam oranı, yükseköğretim mezunu bireylerin yaşam memnuniyetidir. Çalışmanın sonucunda, Finlandiya, Hollanda, Portekiz, İspanya, İsveç ile Birleşik Krallık etkin ülkeler olarak bulunmuştur. Yükseköğretim kamu harcamalarının Gayri Safi Milli Hasıla (GSMH)'ya oranı, akademisyen başına düşen öğrenci sayısı ve akademisyen sayısı arttıkça etkinlik skorları negatif yönde etkilenmektedir. Ancak yükseköğretim mezunlarının istihdam oranı, yükseköğretim mezunlarının toplam nüfusa oranı ve yükseköğretim almış bireylerin yaşam memnuniyeti arttıkça etkinlik skorları pozitif yönde etkilenmektedir.

Holy ve Safr (2017), 28 AB ülkesinin 2014 yılı verilerine göre Ar-Ge etkinliğini Sağlam (Robust) VZA ile incelemiştir. Çalışmada kullanılan girdi değişkenleri; Ar-Ge harcamaları, bilim adamı ve mühendis sayısı, çıktı değişkenleri ise; h-endeksi, yüksek teknoloji payı ve patent başvurusu sayısı olarak belirlenmiştir. Ayrıca, kişi başına düşen GSYH ile girdi / çıktı değişkenleri ve bunların özel etkinliği arasındaki ilişki de incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda, 28 AB ülkesinden 9 ülke etkin, 19 ülke ise etkin bulunmamıştır.

Kabaklarlı ve diğerleri (2017), 1989-2015 yılları arasında 14 OECD ülkesinin yüksek teknoloji ihracatının belirleyicilerini Panel Veri Analizi ile incelemişlerdir. Çalışmada kullanılan bağımlı değişken yüksek teknoloji ihracatı, bağımsız değişkenler ise doğrudan yabancı yatırımlar, patent başvuru sayısı, GSYH büyüme oranı ve gayri safi sermaye oluşumudur. Çalışmanın sonucunda, doğrudan yatırımların ve patent başvurularının yüksek teknoloji ihracatında pozitif ve önemli etkisi olduğu görülmüştür. GSYH'nın ise yüksek teknoloji ihracatının büyümesine etkisi olmadığı bulunmuştur.

Lee ve diğerleri (2018), 1976-2015 yılları arasında 35 ülkenin teknolojik dayanıklılığını etkileyebilecek 13 faktörü lojistik model ile kriz yoğunluğunu etkileyen faktörleri ise En Küçük Kareler (EKK) ile araştırmıştır. Seçilen faktörler, bilgiye dayalı ekonomilerde teknolojik gelişme için önemli stratejileri yansıtacak şekilde işbirliği, bilgi, çeşitlilik ve yasal koruma olarak dört kritik boyut ile kategorize edilmiştir. Çalışmanın sonucunda, lojistik modelde 35 ülkede teknolojik kapsamın derecesi ile kriz olasılığı arasında güçlü bir ilişki bulunmuştur.

Ülkelerin araştırma çıktıları bakımından karşılaştırılmasına yönelik literatür çalışmaları Çizelge 4.1’de özetlenmiştir.

Çizelge 4.1. Ülkelerin araştırma çıktılarına ilişkin çalışmalar

Yazar Adı	Yöntem	Örneklem/ Veri Aralığı	Değişkenler	Açıklama
Karaöz ve Albeni (2004)	Tanımlayıcı istatistikler	1999-2000 54 ülke	✓ Gayri Safi Ar-Ge Harcamaları ✓ Bir Milyon Kişiye Düşen Araştırmacı Sayısı ✓ GSYH içindeki Ar-Ge Harcamaları ✓ Kişi Başına Ar-Ge Harcaması	➤ Gayri Safi Ar-Ge Harcamalarının yenilikçi yapıyı diğer değişkenlere göre fazla etkilediği gözlenmiştir.
Prodan (2005)	Regresyon Analizi	OECD ülkeleri 1981-2001	✓ Patent Başvuru Sayısı ✓ Ar-Ge Harcamaları	➤ Özel kesim ve yükseköğrenim tarafından patent başvuruları ile Ar-Ge harcamaları arasında güçlü pozitif bir korelasyon vardır. ➤ Gelişmiş ülkelerdeki patent başvuru sayısının özel sektördeki Ar-Ge harcamalarına bağlıdır.
Al (2008)	Tanımlayıcı istatistikler	10 ülke 1990-2000	✓ Yayın sayısı ✓ Atıf sayısı	➤ h-endeksi ortalamaları incelendiğinde Türkiye’nin araştırma kapsamındaki ülkeler arasında en düşük değere sahip olduğu görülmektedir. ➤ h-endeksi ortalaması en yüksek ülkeler Danimarka, Finlandiya ve Avusturya bulunmuştur.
Mercan ve diğerleri (2011)	Panel Veri Analizi	25 ülke 2003-2008	✓ Patent sayıları ✓ Girişimci oranları ✓ Hükümet Kesimi Ar-Ge Harcamaları ✓ Özel Sektör Ar-Ge Harcamaları ✓ Yükseköğretim Sektörü Ar-Ge Harcamaları ✓ Hükümet Kesimi Araştırmacı Sayısı ✓ Özel Sektör Araştırmacı Sayısı ✓ Yükseköğretim Sektörü Araştırmacı Sayısı	➤ Özel kesim ve yükseköğrenim tarafından yapılan Ar-Ge harcamaları patent sayılarını pozitif yönde, kamu kesimi negatif yönde etkilemektedir. ➤ Kamu kesimi ve yükseköğretimde çalışan araştırmacı sayısı patentler üzerinde olumlu yönde, özel kesim araştırmacı sayısı ise negatif yönde etkilemektedir.

Çizelge 4.1. (devam) Ülkelerin araştırma çıktılarına ilişkin çalışmalar

Yazar Adı	Yöntem	Örneklem/ Veri Aralığı	Değişkenler	Açıklama
Al (2012)	Kümeleme Analizi	AB ve Türkiye 1999-2009	✓ Yayın sayısı ✓ Atıf sayısı	➤ İngiltere, Almanya, Fransa ve İtalya'nın AB ülkeleri arasında en üst düzey yayın ve atıf performansına sahiptir. ➤ Türkiye'nin ise araştırma kapsamındaki tüm alanlarda atıf performansı düşük ülkelerin bulunduğu grupta yer almaktadır.
Ünal ve Seçilmiş (2013)	Etki Değeri	Türkiye, ABD, AB, Japonya 1990-2009	✓ Ar-Ge Harcamalarının Gayri Safi Yurt İçi Hasıla (GSYH)'ya Oranı ✓ Ar-Ge Yoğunluğu ✓ Kamu/Özel Sektör Ar-Ge Harcaması ✓ Toplam Araştırmacı Sayısı ✓ Patent Başvuru Sayısı ✓ Yüksek Teknoloji İhracatı ✓ Yayın Sayısı ✓ Atıf Sayısı	➤ Türkiye'nin Ar-Ge göstergeleri açısından gelişmiş ülkelerle yapılan kıyaslamasında, bu ülkelerin çok gerisinde kaldığı görülmüştür
Akhmat ve diğerleri (2014)	Panel Eşbütünlüşme	20 ülke 1980-2011	✓ Eğitim Göstergeleri; -Eğitim harcamaları -Yüksek Öğrenim Okullaşma Oranı -Öğrenci Başına Düşen Yüksek Öğrenim Harcaması -Okul Yaşam Beklentisi -Öğrenci-Öğretmen Oranı ✓ Araştırma Çıktıları; -GSYH - Yayın Sayısı - Atıf Sayısı -Patent Sayısı -Ar-Ge Harcamaları -Ar-Ge Araştırmacı Sayısı	➤ Eğitim harcamaları, yükseköğrenim okullaşma oranı ve okul yaşamı beklentisinin GSYH'ı; eğitim harcamaları, yükseköğrenim okullaşma oranı, öğrenci başına yükseköğrenim harcaması ve okul yaşamı beklentisinin Ar-Ge harcamalarını artırdığı bulunmuştur. ➤ Okul yaşamı beklentisinin Ar-Ge araştırma sayısını en çok arttıran eğitim göstergesi olarak bulunmuştur.
Bursalıoğlu ve Selim (2015)	VZA ve Tobit Regresyon Modeli	17 AB üyesi ülke ve Türkiye 2008	✓ Girdi Değişkenleri; -Yükseköğretim Kamu Harcamalarının Toplam Kamu Harcamalarına Oranı, -Akademisyen Başına Düşen Öğrenci Sayısı ✓ Çıktı Değişkenleri; -Yükseköğretim Mezunlarının Toplam Nüfusa Oranı -Yükseköğretim Mezunlarının İstihdam Oranı -Yükseköğretimli Bireylerin Yaşam Memnuniyeti	➤ Finlandiya, Hollanda, Portekiz, İspanya, İsveç ile Birleşik Krallık etkin ülkeler olarak bulunmuştur. ➤ Yükseköğretim kamu harcamalarının GSMH'ya oranı, akademisyen başına düşen öğrenci sayısı ve akademisyen sayısı arttıkça etkinlik skorları negatif yönde etkilenebilir. ➤ Yükseköğretim mezunlarının istihdam oranı, yükseköğretim mezunlarının toplam nüfusa oranı ve yükseköğretim almış bireylerin yaşam memnuniyeti arttıkça etkinlik skorları pozitif yönde etkilenebilir.
Holy ve Safr (2017)	Robust VZA	28 AB ülkesi 2014	✓ Girdi Değişkenleri: -Ar-Ge harcamaları, - Bilim adamı ve Mühendis sayısı, ✓ Çıktı Değişkenleri: -h-Endeksi, -Yüksek Teknoloji Payı, -Patent Başvuru Sayısı	➤ 28 AB ülkesinden 9 ülke etkin, 19 ülke ise etkin bulunmamıştır. ➤ En etkin ülkeler Almanya, Lüksemburg, Malta ve Romanya olarak bulunmuş Çek Cumhuriyeti, Estonya, Litvanya ve Portekiz ise etkin bulunmamıştır. ➤ Ar-Ge harcamaları kişi başına düşen GSYH'nı artırmaktadır. ➤ Patent başvurularının özel etkinliği kişi başına düşen GSYH'yı artırmaktadır.

Çizelge 4.1. (devam) Ülkelerin araştırma çıktılarına ilişkin çalışmalar

Yazar Adı	Yöntem	Örneklem/ Veri Aralığı	Değişkenler	Açıklama
Kabaklarlı ve diğerleri (2017)	Panel Veri Analizi	14 OECD ülkesi 1989-2015	✓ Bağımlı Değişken; -Yüksek Teknoloji İhracatı ✓ Bağımsız Değişkenler: -Doğrudan Yabancı Yatırımlar, - Patent Başvuru Sayısı, - GSYH Büyüme Oranı - Gayri Safi Sermaye Oluşumudur.	➤ Doğrudan yatırımların ve patent başvurularının yüksek teknoloji ihracatında pozitif ve önemli etkisi olduğu görülmüştür. ➤ GSYH'nın ise yüksek teknoloji ihracatının büyümesine etkisi olmadığı bulunmuştur.
Lee ve diğerleri (2018)	Lojistik Model ve EKK	35 ülke 1976-2015	✓ İşbirliği Değişkenleri: -Patent Başına Ortalama Mucit Sayısı -Patent Başına Ortalama Ülke Sayısı -Patent Başına Ortalama Mucit Sayısı -Patent Başına Ortalama Mucit Ülke Sayısı ✓ Bilgi Değişkenleri: -Patent Başına Ortalama Patent Referans Sayısı -Patent Başına Alınan İleri Alıntılar Ortalama Sayısı -Patent Başına Ortalama Patent Başvurusu Sayısı -Shannon Dağılımına Dayanan Teknolojinin Çeşitliliği -Patent Başına Ortalama IPC (Uluslararası Patent Sınıflandırması) Sayısı -Patentleri Alıntıl原因 Teknolojik Sınıflardaki Herfindahl Endeksi, -Patent Başına Ortalama Talep Sayısı - Bir Patent Olasılığı	➤ Lojistik modelde 35 ülkede teknolojik kapsamın derecesi ile kriz olasılığı arasında güçlü bir ilişki bulunmuştur. ➤ EKK sonuçlarına göre, geriye dönük patentlerin teknolojik çeşitliklerini gösteren özgünlük indeksi ile kriz yoğunluğu arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur.

4.2. Değişkenler ve Veri Seti

Çalışmada kullanılan veri seti 1995-2015 dönemleri arasında 12 AB ülkesi ve Türkiye olmak üzere 13 ülkenin yıllık verilerinden oluşmaktadır. Çalışmaya konu olan AB ülkeleri şunlardır: Avusturya, Belçika, Finlandiya, Fransa, Hollanda, İngiltere, İrlanda, İspanya, İsveç, İtalya, Portekiz ve Yunanistan. Verilerinde eksiklik olan AB ülkeleri çalışmaya alınmamıştır. Tez de kullanılan veriler, Dünya Veri Bankası, UNESCO (Birleşmiş Milletler Eğitim, Bilim ve Kültür Örgütü), OECD ve Web of Science'ın internet sitelerinden derlenmiştir.

Çalışmada verilerin analizi için iki aşamalı bir yaklaşım kullanılmıştır. Birinci aşama bir etkinlik değerlendirme yöntemi olan VZA'nın uygulanmasını ve ikinci aşama Panel Tobit analizini içermektedir.

Çalışmada iki girdi (Ar-Ge harcaması ve Ar-Ge araştırmacı sayısı) ve iki çıktı (Yayın sayısı ve patent sayısı) değişkeni kullanılarak ülkelerin etkinlik skorları elde edilmiştir. Araştırma çıktılarının etkinliğinin VZA ile güvenilir biçimde ölçülebilmesi için, süreci en iyi şekilde ifade edecek girdi ve çıktı değişkenlerinin seçilmesi gerekmektedir. Bu nedenle, çalışmada literatüre bağlı kalınarak, araştırma çıktılarının etkinliklerinin hangi girdi ve çıktı değişkenleri ile yapıldığı araştırılmıştır.

Araştırmada, literatürde kullanılan tüm girdi ve çıktı değişkenlerinin kullanılması mümkün olmamıştır. Bunun iki nedeni vardır; birincisi, bazı değişkenlere ulaşılamamıştır. İkincisi, VZA ile etkinlik ölçümü yapılırken çok fazla girdi ve çıktı değişkeni kullanılması, görece etkin ve etkin olmayan KVB'lerin ayrıştırılmasını güçleştirmesidir (Özden, 2008). VZA'nın kullanılabilmesi için gerekli KVB sayısı, analizde kullanılan girdi ve çıktı değişkenlerinin sayılarına bağlıdır. VZA uygulanırken KVB sayısının (n), girdi (m) ve çıktıların (s) toplamının en az 3 katı olması yani $n \geq 3(m + s)$ kuralına uyulması önerilmektedir (Vassiloglou ve Giokas, 1990). Çalışmada analiz edilebilen KVB'lerin sayısı 13 olduğundan, Vassiloglou ve Giokas'ın önerdiği gerekli koşulun sağlanabilmesi için en fazla kullanılacak değişken sayısı 4 olmaktadır. Bu nedenle analizde; literatüre de bağlı kalarak haklarında güvenilir veriler elde edilebilen 2 girdi ve 2 çıktı değişkeni kullanılmıştır. Girdi değişkenleri olarak alınan Ar-Ge harcamaları ve Ar-Ge araştırmacı sayısı bir ülkenin araştırma çıktılarını (yayın sayısı ve patent sayısı) doğrudan etkileyebilecek kontrol edilebilen değişkenlerdir. Bu nedenle, ülkelerin araştırma çıktılarındaki iyileşme bu değişkenlerle ifade edilmiştir.

Panel Tobit Analizi'nde, ikinci aşamada, dolaylı olarak etkinlik skorları (θ) üzerinde önemli olabilecek çevresel değişkenler bağımsız değişken olarak kullanılmıştır. Bunlar *gayrisafi yurtiçi hasıla*, *genel eğitim harcamaları* ve *okul yaşamı beklentisidir*. Değişkenlerin belirlenmesinde literatür çalışmaları ve veriye ulaşılabilirlik dikkate alınmıştır. Modellerde kullanılan değişkenler Çizelge 4.2'de tanımlarıyla birlikte sunulmuştur.

Çizelge 4.2. Çalışmada yer alan değişkenler ve açıklamaları

Değişken	Birim	Açıklama	Veri Kaynağı
Ar-Ge Harcamaları	Milyon Euro	Toplam Ar-Ge Harcaması	Eurostat

Çizelge 4.2. (devam) Çalışmada yer alan değişkenler ve açıklamaları

Değişken	Birim	Açıklama	Veri Kaynağı
Ar-Ge Araştırmacı Sayısı	Sayı	Milyon Kişi Başına Ar-Ge Araştırmacı Sayısı	Dünya Bankası
Gayrisafi Yurt içi Hasıla	\$	Gayrisafi Yurt içi Hasıla	Dünya Bankası
Eğitim Harcamaları	Yüzde	GSYH içinde eğitim harcamalarının yüzdesi	Dünya Bankası
Okul Yaşamı Beklentisi	Yıl	Yüksek Öğretimde Okul Yaşamı Beklentisi Yılı	UNESCO
Yayın Sayısı	Sayı	Toplam Yayın Sayısı	Web of Science
Patent Sayısı	Sayı	Toplam Patent Başvuru Sayısı	OECD

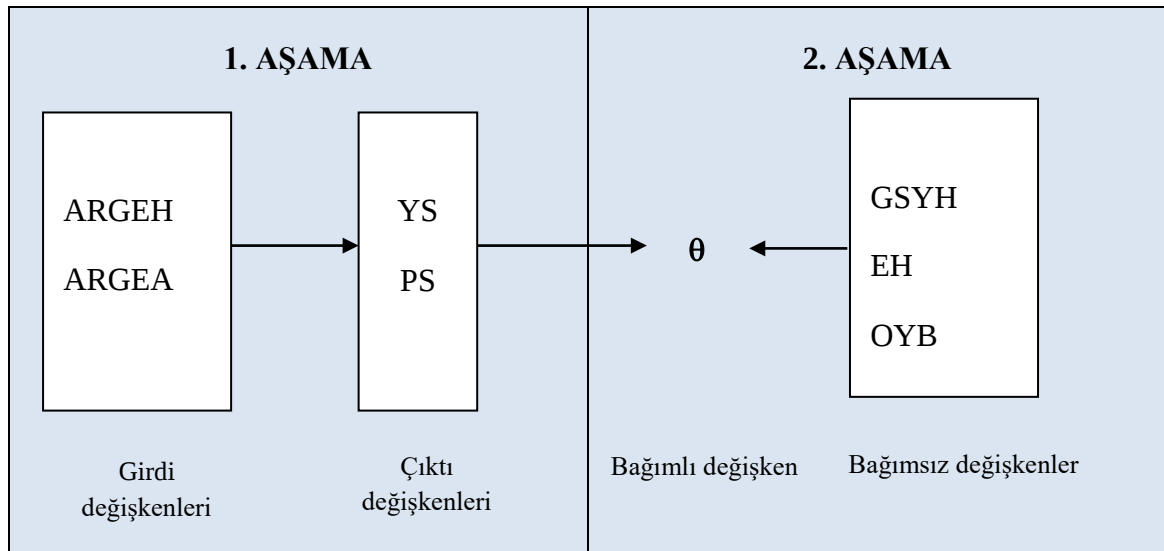
Bu değişkenlerin kısaltmaları ve çalışmadaki rolleri Çizelge 4.3’de verilmiştir.

Çizelge 4.3. Değişkenlerin analizlerdeki rolü

Değişken	Kısaltma	Rol
Ar-Ge Harcamaları	ARGEH	Girdi değişkeni
Ar-Ge Araştırmacı Sayısı	ARGEA	Girdi değişkeni
Gayrisafi Yurt içi Hasıla	GSYH	Bağımsız değişken
Eğitim Harcamaları	EH	Bağımsız değişken
Okul Yaşamı Beklentisi	OYB	Bağımsız değişken
Yayın Sayısı	YS	Çıktı değişkeni
Patent Sayısı	PS	Çıktı değişkeni

4.3. Yöntem

Bu çalışmada uygulanan iki aşamalı yaklaşım Şekil 4.1.’deki gibi özetlenebilir.



Şekil 4.1. İki aşamalı yaklaşım

4.3.1. Veri zarflama analizi

Parametrik olmayan bir yöntem olan VZA, ilk olarak Farrell (1957) tarafından önerilmiştir. Ancak yaygın uygulama alanına Charnes, Cooper ve Rhodes (CCR) (1978) ve Banker, Charnes ve Cooper (1984) tarafından yapılan çalışmalarla kavuşmuştur. Charnes ve diğerleri (1978) tarafından ABD'deki devlet okullarının etkinliklerini ölçmede kullanılan VZA yaklaşımı literatürde CCR modeli olarak bilinmektedir.

CCR modellerinde ölçeğe göre sabit getiri (Constant Return to Scale, CRS) varsayımı vardır. Yani bütün KVB'ler optimal ölçekte faaliyet gösterirler ve üzerlerinde herhangi bir kısıtlama söz konusu değildir (Gök ve Sezen, 2013; Samut ve Cafri, 2016; Atan ve Şahin, 2017). Eğer bu varsayım sağlanmazsa bu durumda ölçeğe göre değişen getiriye (VRS) sahip sistemler ortaya çıkar. Bu sistemlerin etkinliklerini belirleyebilmek için, Banker ve diğerleri (1984) BCC modelini geliştirmişlerdir.

Araştırma çıktıları dikkate alındığında KVB'ler (ülkeler, üniversiteler veya Ar-Ge işletmeleri) en az kaynakla en yüksek çıktıyı hedeflemektedirler. Bu durum, CCR giriş odaklı modellerin ülkelerin araştırma çıktılarına ait değerlendirme çalışmalarında kullanılmaya uygun olduğunu göstermektedir. Ülkelerin girdilerini dikkate alarak çıktıları en büyükmeye çalışan girdi odaklı VZA-CRS modeli Çizelge 4.4'teki gibi verilebilir.

Çizelge 4.4. Girdi-Odaklı VZA-CRS modeli

Amaç fonksiyonu	$\theta = \max_{\mu, y} \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0}}{\sum_{j=1}^m v_j x_{j0}}$
Ana kısıtlar	$\frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{ri}}{\sum_{j=1}^m v_j x_{ji}} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n$
Değişken kısıtları	$\mu_r > 0, \quad v_j > 0 \quad \text{tüm } r \text{ ve } j \text{ için}$

Burada n , KVB'lerin sayısını, m ve s sırasıyla çıktı ve girdilerin sayısını göstermektedir. Modelde μ ve v ağırlık katsayılarını, x girdi miktarını ve y çıktı miktarını göstermektedir. Dolayısıyla VZA modeli verimliliği maksimize etmeye çalışan bir optimizasyon modelidir. Elde edilen teknik etkinlik (TE) skorları 0 ile 1 arasında bir değer alır ve $TE = 1$ ise, KVB'nin teknik olarak verimli olduğu ve üretim sınırında ürettiği anlamına gelir. Ölçek verimliliği, teknik verimlilik bileşenidir ve CRS'nin VRS'ye oranıdır ve 1'e eşitse, KVB ölçek açısından verimli demektir (Samut ve Cafri, 2016).

4.3.2. Panel veri modeli

Uygulamada ele alınan Panel Tobit Regresyon modeli aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$\theta_{it} = \beta_0 + \beta_1 \log GSYH + \beta_2 EH + \beta_3 OYB + \mu_i + v_{it} \quad (4.1)$$

Modelden de görüldüğü gibi değişkenlerin birimlerinin aynı türden olması ve yorumlamayı kolaylaştırmak için GSYH'nın logaritması alınmıştır.

4.4. Uygulama Sonuçları

4.4.1. VZA modelinin sonuçları

13 ülkenin girdi odaklı VZA analizi CRS varsayımı altında uygulanmıştır. 1995-2015 yılları arasındaki ülkelerin araştırmaya ilişkin verimlilik puanları 2 girdi ve 2 çıktı değişkeni kullanılarak elde edilmiştir. Çizelge 4.4 her ülkenin teknik verimlilik skorlarını ve betimsel istatistikleri göstermektedir.

Çizelge 4.4'deki yıllık ortalama TE değerlerine göre Türkiye tam etkin ülke olarak bulunmuştur. Buna göre Türkiye diğer ülkelere göre daha yüksek üretim etkinliğine sahiptir. Diğer bir ifadeyle veri girdi seti ile daha fazla çıktı üretebilmektedirler. Türkiye'yi 0,998, 0,974 ve 0,967 TE ortalamalarıyla Yunanistan, İtalya ve İngiltere takip etmektedir. Ayrıca, en düşük üretim etkinliğine sahip olan ülke 0,415 TE ortalamasıyla Belçika'dır.

Şekil 4.2’de ülkelerin yıllık ortalama etkinlik değerleri gösterilmiştir. Şekilde kesikli çizgi ile gösterilen ortalama değerlere göre 1995-2015 yılları arasında önemli bir farklılaşma görülmemiştir. Bununla birlikte 2001 ve 2008 yılından sonra ortalama etkinlik değerlerinde hafif bir düşüş eğilimi dikkat çekmektedir. Bu eğilimin 2001 yılında Finlandiya, Hollanda ve Belçika’nın, 2008 yılında ise İsveç, Finlandiya, Avusturya ve İrlanda’nın etkinlik puanlarındaki azalıştan meydana geldiği söylenebilir. Bunun nedeni 2001 ve 2008 yılında ortaya çıkan ve dünyanın birçok ülkelerini olumsuz yönde etkileyen ekonomik kriz olabilir. Kriz nedeniyle bahsi geçen ülkelerde araştırmaya yönelik harcamalarda kısıtlamalar olmuş olabilir. Verimlilik puanları bakımında ülkeler dikkate alındığında 1999 ve 2000 yıllarında tam etkin ülke sayısının 6 olduğu, 2003, 2006, 2009 - 2013 yılları arasında ise 3’e düştüğü görülmektedir.

Grafikten de görüldüğü üzere, Hollanda, Belçika, Avusturya, İsveç’in etkinlik değerleri tüm yıllarda ortalamanın altında seyretmektedir. İspanya’da 2000 yılından sonra keskin bir düşüş görülse de, 2006 yılından itibaren de etkinlik değerlerinde hızlı bir yükseliş gerçekleştirmiştir. İrlanda’nın da etkinlik değerlerinde 2002 yılından itibaren gösterdiği azalma ile 2007 yılından sonra ortalamanın altında bir etkinliğe sahip olduğu görülmektedir. Bu 21 yıllık dönemde tamamen etkin olan ülke Türkiye’dir. Yunanistan ise 2002 yılı haricinde tüm yıllarda etkin bulunmuştur. Ayrıca, İngiltere 1995-2005 yılları ile 2008 yılında etkin bulunurken, İrlanda 1995-2002 yılları arasında, İspanya, 1997, 1999, 2000, 2014 ve 2015 yıllarında ve İtalya 1998-2015 yılları arasında etkin bulunmuştur.

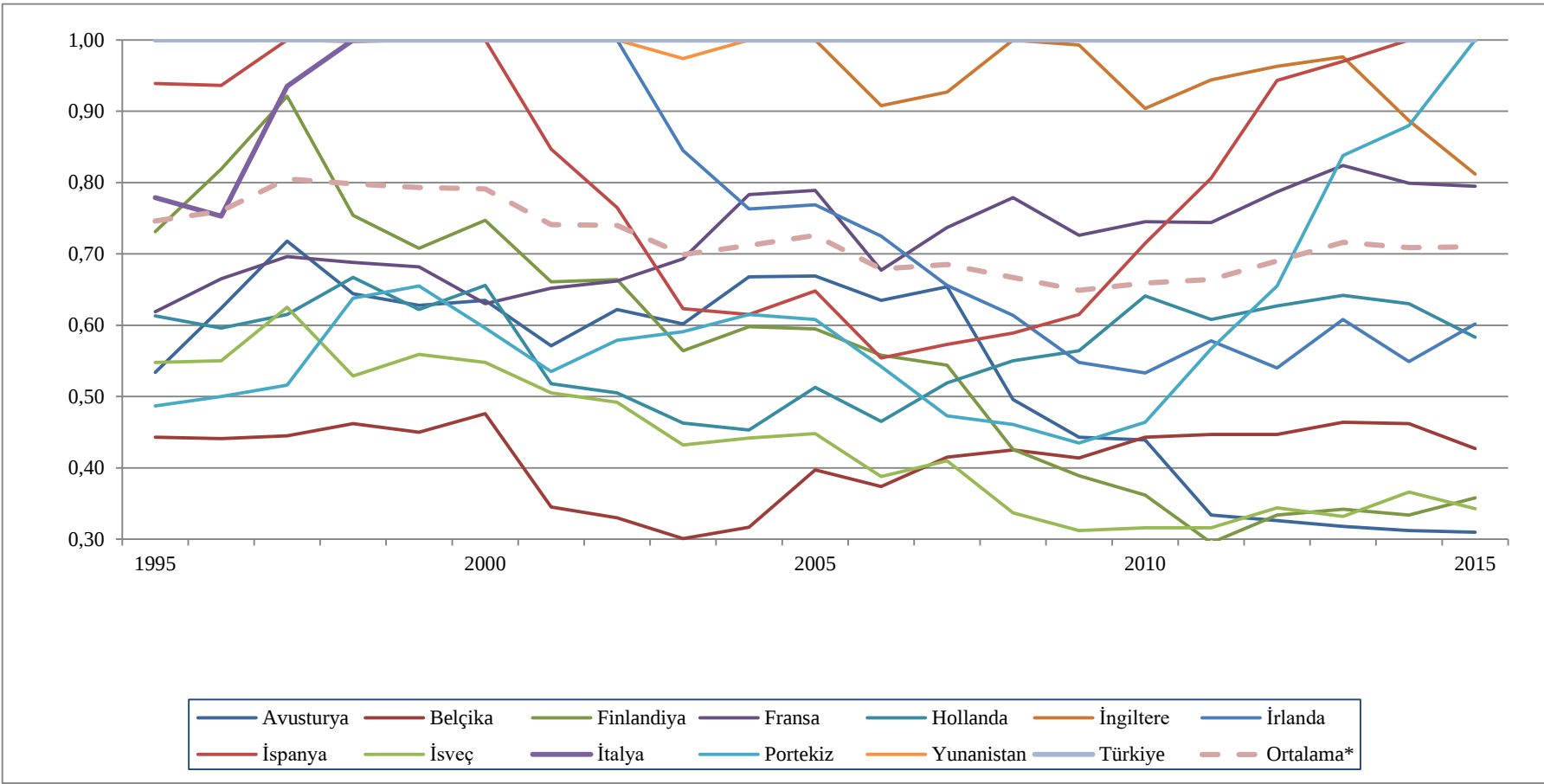
Çizelge 4.5. Ülkelerin teknik etkinlik değerleri ve tanımlayıcı istatistikleri

	Yıl										
Ülke	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Avusturya	0,534	0,624	0,718	0,644	0,628	0,635	0,571	0,622	0,602	0,668	0,669
Belçika	0,443	0,441	0,445	0,462	0,450	0,476	0,345	0,330	0,301	0,317	0,397
Finlandiya	0,731	0,819	0,921	0,754	0,708	0,747	0,661	0,664	0,564	0,598	0,595
Fransa	0,619	0,665	0,696	0,688	0,682	0,630	0,652	0,662	0,693	0,783	0,789
Hollanda	0,613	0,596	0,615	0,667	0,622	0,656	0,518	0,505	0,463	0,453	0,513
İngiltere	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
İrlanda	1	1	1	1	1	1	1	1	0,845	0,763	0,769
İspanya	0,939	0,936	1	0,998	1	1	0,847	0,765	0,623	0,615	0,648
İsveç	0,548	0,550	0,625	0,529	0,559	0,548	0,505	0,492	0,432	0,442	0,448
İtalya	0,779	0,753	0,935	1	1	1	1	1	1	1	1
Portekiz	0,487	0,5	0,516	0,638	0,655	0,596	0,535	0,579	0,591	0,615	0,608
Yunanistan	1	1	1	1	1	1	1	1	0,974	1	1
Türkiye	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Ortalama*	0,746	0,760	0,805	0,798	0,793	0,791	0,741	0,740	0,699	0,712	0,726
SS	0,797	0,817	0,848	0,840	0,829	0,824	0,795	0,807	0,808	0,810	0,832
Minimum	0,443	0,441	0,445	0,462	0,450	0,476	0,345	0,330	0,301	0,317	0,397
Maksimum	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Tam etkin	4	4	5	5	6	6	5	5	3	4	4

Çizelge 4.5. (devam) Ülkelerin teknik etkinlik değerleri ve tanımlayıcı istatistikleri

	Yıl										
Ülke	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	Y.Ort.TE.
Avusturya	0,635	0,654	0,496	0,443	0,439	0,334	0,326	0,318	0,312	0,310	0,532
Belçika	0,374	0,415	0,425	0,414	0,443	0,447	0,447	0,464	0,462	0,427	0,415
Finlandiya	0,558	0,544	0,426	0,389	0,362	0,295	0,334	0,342	0,334	0,358	0,557
Fransa	0,677	0,737	0,779	0,726	0,745	0,744	0,787	0,824	0,799	0,795	0,722
Hollanda	0,465	0,519	0,550	0,564	0,641	0,608	0,627	0,642	0,630	0,583	0,573
İngiltere	0,908	0,927	1	0,993	0,904	0,944	0,963	0,976	0,887	0,812	0,967
İrlanda	0,725	0,656	0,614	0,548	0,533	0,578	0,540	0,608	0,549	0,602	0,777
İspanya	0,554	0,573	0,589	0,615	0,715	0,806	0,943	0,970	1	1	0,816
İsveç	0,388	0,410	0,337	0,312	0,316	0,316	0,344	0,332	0,366	0,343	0,435
İtalya	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,974
Portekiz	0,542	0,473	0,461	0,435	0,464	0,567	0,655	0,838	0,880	1	0,601
Yunanistan	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,998
Türkiye	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Ortalama*	0,679	0,685	0,667	0,649	0,659	0,664	0,690	0,716	0,709	0,710	
SS	0,789	0,785	0,749	0,717	0,733	0,729	0,734	0,760	0,753	0,761	
Minimum	0,374	0,410	0,337	0,312	0,316	0,295	0,326	0,318	0,312	0,310	
Maksimum	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
Tam etkin	3	3	4	3	3	3	3	3	4	5	

Şekil 4.2. Ülkenin yıllara göre teknik etkinlik ortalamaları



4.4.2. Panel tobit sonuçları

Çalışmanın ikinci aşamasında VZA'dan elde edilen verimlilik puanlarının bağımlı değişken olduğu varsayılarak, verimliliğini etkileyebilecek çevresel değişkenlerin incelenmesi için Panel Tobit Regresyon analizi uygulanmıştır. Panel Tobit Rastgele etki modelinin tahmin sonuçları Çizelge 4.6'da gösterilmektedir.

Çizelge 4.6. Panel veri analizine ait sonuçlar

	Algoritma	Tahmin	St. Hata	t
Sabit	NR	-3,50193	0,30831	-11,359**
	BHHH	-4,924433	0,308582	-15,958**
	BFGS	-3,96554	0,34618	-11,455**
	SANN	-2,518388	0,301905	-8,342**
	NM	-3,96135	0,34563	-11,461**
logGSYH	NR	0,09556	0,01178	8,111**
	BHHH	0,149742	0,012193	12,281**
	BFGS	0,10689	0,01264	8,456**
	SANN	0,050604	0,010489	4,825**
	NM	0,10675	0,01262	8,457**
EH	NR	0,02471	0,00550	4,494**
	BHHH	0,025957	0,010954	2,370*
	BFGS	0,05402	0,01011	5,342**
	SANN	0,072543	0,009848	7,366**
	NM	0,05366	0,01009	5,317**
OYB	NR	0,00753	0,01337	0,563
	BHHH	0,001269	0,017120	0,074
	BFGS	0,01322	0,01423	0,929
	SANN	0,038045	0,014342	2,653**
	NM	0,01370	0,01419	0,965
$\log \hat{\sigma}_{\mu}$	NR	1,94598	0,05280	36,854**
	BHHH	1,632002	0,044723	36,492**
	BFGS	1,89569	0,05262	36,028**
	SANN	1,413808	-	-
	NM	1,89629	0,05259	36,059**
$\log \hat{\sigma}_{\nu}$	NR	2,08229	0,04997	41,676**
	BHHH	2,010526	0,060780	33,079**
	BFGS	2,03466	0,05269	38,618**

Çizelge 4.6. (devam) Panel veri analizine ait sonuçlar

	Algoritma	Tahmin	St. Hata	t
$\log \hat{\sigma}_v$	SANN	2,020066	0,050599	39,923**
	NM	2,03500	0,05265	38,649**

* $p < 0,05$; ** $p < 0,01$; - hesaplama yapılamamıştır.

Çizelge 4.6 incelendiğinde, GSYH ve Eğitim Harcamaları (EH)'nin ülkelerin etkinlik skoru üzerinde istatistiksel olarak önemli bir etkiye sahip olduğu görülmektedir. Çalışmada kullanılan tüm algoritmalar için bu sonucun geçerli olduğu söylenebilir. GSYH arttıkça araştırmaya ayrılan bütçenin artmasından dolayı araştırma etkinliğinin artması beklenen bir sonuçtur ve bu nedenle GSYH ile etkinlik arasında pozitif ve istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Benzer durum EH için de geçerlidir. OYB'nin ise etkinlik skoru üzerinde önemli bir etkiye sahip olmadığı söylenebilir.

Çizelge 4.6'dan görüldüğü gibi sadece SANN algoritmasında OYB önemli bulunmuştur ancak diğer algoritmalar açısından sonuçlar incelendiğinde etkinin önemli olmadığı söylenebilir. Çizelge 4.7'de verilen sonuçlar da dikkate alındığında BFGS veya BHHH sonuçlarının dikkate alınması (daha büyük olabilirlik değeri) önerilebilir.

Çizelge 4.7. Model tahmini için olabilirlik değerleri ve iterasyon sayıları

	Log-Likelihood	İterasyon
NR	41,36107	4
BHHH	50,15741	83
BFGS	52,66710	55
SANN	46,07002	10000
NM	50,15622	501

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Sonuç ve öneriler simülasyon çalışmaları ve gerçek veri uygulaması için ayrı ayrı aşağıdaki gibi verilebilir.

Sabit parametrenin tahmininde N veya T değeri küçük olduğunda SANN algoritmasının genel olarak iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Ancak, birçok ekonometrik çalışmada modelin sabit terimi bağımsız değişken katsayıları kadar önemli bir gösterge değildir. Bu nedenle, model için uygun algoritmanın seçilmesinde, sabit terim dışındaki katsayılarla ilişkin sonuçların öncelikli olarak dikkate alınması gerekir. Simülasyon çalışmasında β_1 zamana ve birime göre değişen bağımsız değişkenin katsayısı olarak alınmıştır. Bu katsayının tahmininde NR ve BFGS algoritmalarının genellikle daha iyi tahmin sonuçları verme eğiliminde olduğu görülmüştür. Otokorelasyonlu değişkenin katsayısı olan β_2 için T değeri önemlidir. Bu değer arttıkça algoritmaların tahmin değerleri arasında farklılıklar oluşmaktadır. T büyük olduğunda N'nin değerine göre de farklı sonuçlar elde edilmektedir. N'deki küçükten büyüğe doğru artışa karşılık sırasıyla BFGS, NR ve SANN algoritmaları iyi tahmin sonuçları vermektedir. Zamana göre değişmeyen değişkenin katsayısı yani β_3 için tüm algoritmalar genel olarak iyi sonuçlar vermektedir. Modele ilişkin varyansların tahmininde ise algoritmaların birimler arası varyansı tahmin etmede genel olarak başarılı olmakta, birimler içi varyansta ise sonuçlarda bir miktar kötüleşme olmaktadır. Genel olarak sonuçlar dikkate alındığında BFGS ve NR algoritmalarının kullanımının diğer algoritmalar göre daha uygun olduğu söylenebilir. Bununla birlikte çözüm zamanları da dikkate alınırsa BFGS algoritmasının daha tercih edilebilir olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

VZA sonuçlarına göre yıllık ortalama TE değerlerine göre Türkiye tam etkin ülke olarak bulunmuştur. Türkiye'yi TE ortalamalarıyla Yunanistan, İtalya ve İngiltere takip etmektedir. Ayrıca, en düşük üretim etkinliğine sahip olan ülke Belçika'dır. Yıllar düzeyindeki incelemelerde bazı ülkeler için 2001 veya 2008 yılının kırılma noktası olduğu ve araştırma çıktılarında azalma olduğu görülmüştür. Bu yıllarda ortaya çıkan ekonomik krizler bu durumun nedeni olabilir. Bunun yanında, etkinlik analizi sonuçlarının bu çalışmada dikkate alınan VZA değişkenleri için geçerli olduğu unutulmamalıdır.

Panel Tobit modele ilişkin sonuçlar açısından GSYH ve EH'nın ülkelerin etkinlik skoru üzerinde önemli olduğu görülmüştür. Çalışmada kullanılan tüm algoritmalar için bu sonucun geçerli olduğu söylenebilir. GSYH arttıkça araştırmaya ayrılan bütçenin artmasından dolayı araştırma etkinliğinin artması beklenen bir sonuçtur. Bu nedenle GSYH artışı sağlandığında ülkelerin etkinlikleri de arttıracaktır. Aynı sonuç eğitim harcamaları içinde geçerlidir.

Bu çalışma birçok sınırlılığa da sahiptir.

- Daha farklı dağılımlar ve model problemleri dikkate alınarak daha geniş simülasyon çalışmaları yapılabilir.
- En çok olabilirlik tahmini ile diğer tahmin yöntemlerinin karşılaştırılmasına ilişkin bir çalışma tasarlanabilir.
- Reel uygulamada, atıf sayısı, yayın yapıldığı derginin etki değeri v.b. hususlar dikkate alınabilir.
- Reel uygulamada, kamu ve özel sektör ayrımı yapılarak analizlerin yapılması daha fazla bilgi verici olur.
- Eğer veriye ulaşılabilirse reel uygulamada daha fazla sayıda ülke dikkate alınarak çalışma genişletilebilir.

KAYNAKLAR

- Akhmat, G., Zaman, K., Shukui, T., Javed, Y. and Khan, M. M. (2014). Relationship between educational indicators and research outcomes in a panel of top twenty nations. *Journal of Informetrics*, 8, 349-360.
- Al, U. (2008). Bilimsel yayınların değerlendirilmesi: h-endeksi ve Türkiye'nin performansı. *Bilgi Dünyası*, 9(2), 263-285.
- Al, U. (2012). Avrupa Birliği ülkeleri ve Türkiye'nin atıf performansı. *Türk Dünyası Sosyal Bilimler Dergisi*, 62, 01-20.
- Atan, S. ve Şahin, E. (2017). Türkiye ile bazı ekonomik işbirliği ve kalkınma örgütü ülkelerinin elektrik üretim sektörleri için verimlilik ve etkinliklerinin karşılaştırmalı analizi. *Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 19(3), 845-867.
- Banker, R.D., Charnes, A. and Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale in efficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30 (9), 1078-1092.
- Berndt, E. K., Hall, B. H., Hall, R. E. and Hausman, J. A. (1974). Estimation and inference in nonlinear structural models. *Annals of Economic and Social Measurement*, 3 (4), 653-665.
- Broyden, C. G. (1970). The convergence of a class of double-rank minimization algorithms 1. general considerations. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 6(1), 76-90.
- Bursalıoğlu, S. A. ve Selim, S. (2015). Avrupa Birliği ülkeleri ve Türkiye'de yükseköğretimde etkinliği belirleyen faktörler. *Türk Dünyası Sosyal Bilimler Dergisi*, 74, 45-74.
- Cai, Y. and Hanley, A. (2012). Building BRICS: 2-stage data envelopment analysis of R&D efficiency. *Kiel Institute for the World Economy*, 1788, 1-20.
- Charnes, A., Cooper, W.W., and Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operations Research*, 2, 429-444.
- Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 120(3), 253-290.
- İnternet: Fethi, Duygun, Meryem,; Jackson, Peter; Jones, Weyman, Thomas,. Measuring the Efficiency of European Airlines: An Application of DEA and Tobit Analysis. <http://www.le.ac.uk>. 2019-05-14. URL: <http://www.webcitation.org/query?url=https%3A%2F%2Fle.ac.uk%2Fbitstream%2F2381%2F370%2F1%2Fdpo6.pdf&date=2019-05-14>, Son Erişim Tarihi: 14.05.2019.
- Fletcher, R. (1970). A new approach to variable metric algorithms. *The Computer Journal*, 13(3), 317-322.

- Goldfarb, D. (1970). A family of variable-metric methods derived by variational means. *Mathematics of Computation*, 24(109), 23-26.
- Gök, M. Ş. and Sezen, B. (2013). Analyzing the ambiguous relationship between efficiency, quality and patient satisfaction in healthcare services: the case of public hospitals in Turkey. *Health Policy*, 111, 290-300.
- He, J. H. (2004). A modified Newton–Raphson method. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 20(10), 801-805.
- Heckman, J. and Macurdy, T. E. (1980). A life cycle model of female labour supply. *Review of Economic Studies*, 47(1), 47-74.
- İnternet: Henningsen, Arne. Estimating Censored Regression Models in R using the censReg Package. University of Copenhagen. 2019-05-14. URL: <http://www.webcitation.org/query?url=https%3A%2F%2Fcran.r-project.org%2Fweb%2Fpackages%2FcensReg%2Fvignettes%2FcensReg.pdf&date=2019-05-14>, Son Erişim Tarihi: 14.05.2019.
- Holy, V. and Safr, K. (2017). *Comparing r&d efficiency of european countries using robust dea*. In A. Emrouznejad, J. Jablonskýand, R. Banker and M. Taloo (Eds.), *Recent applications of data envelopment analysis*. Prague: University of Economics, 53-57.
- Kabaklarlı, E., Duran, M. S. and Üçler, Y. T. (2017). The determinants of high technology exports: a panel data approach for selected organisation for economic co-operation and development countries. *Dubrovnik Economic Meeting*, 3(1), 888-898.
- İnternet: Karaöz, Murat; Albeni, Mesut. Türkiye’de teknoloji çabalarına ilişkin bir değerlendirme: türkiye’de patent aktivitesi. <http://www.inovasyon.org>. 2019-05-14. URL: http://www.webcitation.org/query?url=http%3A%2F%2Fwww.inovasyon.org%2Fpdf%2FMuratKaraoz_Bildiri.pdf&date=2019-05-14, Son Erişim Tarihi: 14.05.2019.
- Kılıçkaplan, S. ve Karpaz, G. (2004). Türkiye hayat sigortası sektöründe etkinliğin incelenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 19(1), 1-14.
- Kutlar, A., Kabasakal, A. and Sarikaya, M. (2013). Determination of the efficiency of the world railway companies by method of data envelopment analysis and comparison of their efficiency by tobit analysis. *Quality & Quantity*, 47(6), 3575-3602.
- Lee, P. C., Chen, S. H. and Su, H. N. (2018). Exploring technological resilience at the country level with patents. *Technology Analysis & Strategic Management*, 30(9), 1105-1120.
- Li, H. and Fang, L. (2011). *Research on a modified newton-type method with fifth-order convergence for solving nonlinear equations with application in material science*. In D. Jin and S. Lin (Eds), *Advances in computer science, intelligent system and environment*. Berlin: Heidelberg, 39-42.

- Li, X. (2018). Efficiency measures of the Chinese biogas project subsidy policy using an additive two stage data envelopment analysis. *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, 10, 1-12.
- Loikkanen, H. A. and Susiluoto, I. (2004, August). *Cost efficiency of finnish municipalities 1994-2002 an application of DEA and Tobit methods*. Paper presented at the 44th Congress of the European Regional Science Association, Porto, Portugal.
- Mercan, B., Göktaş, D. ve Gömleksiz, M. (2011). AR-GE faaliyetleri ve girişimcilerin inovasyon üzerindeki etkileri: patent verileri üzerinde bir uygulama. *PARADOKS Ekonomi, Sosyoloji ve Politika Dergisi*, 7(2), 27-44.
- Özden, Ü. H. (2008). Veri zarflama analizi (VZA) ile Türkiye'deki vakıf üniversitelerinin etkinliğinin ölçülmesi. *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 37(2), 167-185.
- Nelder, J.A. and Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, 7(4), 308-313.
- Özer, H. ve Topçuoğlu, Ö. (2017). Türk çimento sektöründe mülkiyet-etkinlik ilişkisi: VZA ve Tobit Model Uygulaması. *Verimlilik Dergisi*, 4, 141-168.
- Pan, H., Zhang, H. and Zhang, X. (2013). China's provincial industrial energy efficiency and its determinants. *Mathematical and Computer Modelling*, 58, 1032-1039.
- Prodan, I. (2005). Influence of research and development expenditures on number of patent applications: selected case studies in organisation for economic co-operation and development countries and central europe, 1981-2001. *Applied Econometrics and International Development*, 5(4), 5-19.
- Samut, P. K. and Cafri, R. (2016). Analysis of the efficiency determinants of health systems in organisation for economic co-operation and development countries by data envelopment analysis and Panel Tobit. *Social Indicators Research*, 129, 113-132.
- Sav, G. T. (2012). Effects of financial source dependency on public university operating efficiencies: data envelopment single-stage and tobit two-stage evaluations. *Review of Economics & Finance*, 3, 63-72.
- Selim, S. ve Bursalioglu, S. A. (2013). Analysis of the determinants of universities efficiency in turkey: application of the data envelopment analysis and panel tobit model. *Social and Behavioral Sciences*, 89, 895-900.
- Shanno, D. F. (1970). Conditioning of Quasi-Newton Methods for function minimization. *Mathematics of Computation*, 24(111), 647-656.
- Sufian, F. and Majid, M. Z. A. (2007). Deregulation, consolidation and banks efficiency in Singapore: evidence from event study window approach and tobit analysis. *International Review of Economics*, 54, 261-283.
- Şen, S. A. (2006). Bankacılık sektörü ve devlet müdahaleleri: politik devresel dalgalanmalar çerçevesinde türk bankacılık sektörü etkinlik analizi. *Sosyo Ekonomi*, 2, 13-30.

- Şengül, Ü., Eslemian, S. ve Eren, M. (2013). Türkiye’de istatistikî bölge birimleri sınıflamasına göre düzey 2 bölgelerinin ekonomik etkinliklerinin veri zarflama analizi yöntemi ile belirlenmesi ve TOBIT model uygulaması. *Yönetim Bilimleri Dergisi*, 11 (21), 75-99.
- Tobin, J. (1958). Estimation of relationships for limited dependent variables. *Econometrica*, 26(1), 24-36.
- Tsai, C., Mulley, C. and Merkert, R. (2015). Measuring the cost efficiency of urban rail systems an international comparison using data envelopment analysis and Tobit models. *Journal of Transport Economics and Policy*, 49(1), 17-34.
- Ünal, T. ve Seçilmiş, N. (2013). Ar-Ge göstergeleri açısından Türkiye ve gelişmiş ülkelerle kıyaslaması. *İşletme ve İktisat Çalışmaları Dergisi*, 1(1), 12-25.
- Vassiloglou, M. and Giokas, D. (1990). A study of the relative efficiency of bank branches: an application of data envelopment analysis. *Journal of Operational Research Society*, 41, 591-597.
- İnternet: Xiping, Wang; Yuesheng, Li. . Banking Efficiency in China : Application of DEA and Tobit Analysis. <https://www.semanticscholar.org>. 2019-05-14. URL: <http://www.webcitation.org/query?url=https%3A%2F%2Fwww.semanticscholar.org%2Fpaper%2FBanking-Efficiency-in-China-%253A-Application-of-DEA-Xiping-Yuesheng%2F686bb69b08cf50821105ab416f2f688c5b644f56&date=2019-05-14>, Son Erişim Tarihi: 14.05.2019.

EKLER

EK-1. Veri zarflama analizi veri seti

SimNew.R x panelVeriAnalizi.R x panelResult x pData x Tobit x ← → 🔍 Filter							
	country	ülke	time	TE	Eğ_Harc	Ok_Yas_Bek	GSYH
1	1	Avusturya	1995	0.534	5.100000	2.248850	2.410383e+11
2	1	Avusturya	1996	0.624	4.900000	2.374530	2.372509e+11
3	1	Avusturya	1997	0.718	5.292270	2.478350	2.127903e+11
4	1	Avusturya	1998	0.644	5.688398	2.619810	2.182599e+11
5	1	Avusturya	1999	0.628	5.820000	2.666689	2.171858e+11
6	1	Avusturya	2000	0.635	5.377117	2.713568	1.967998e+11
7	1	Avusturya	2001	0.571	5.470000	2.760447	1.973379e+11
8	1	Avusturya	2002	0.622	5.350000	2.807326	2.133778e+11
9	1	Avusturya	2003	0.602	5.270000	2.854204	2.616958e+11
10	1	Avusturya	2004	0.668	5.140000	2.901083	3.009042e+11
11	1	Avusturya	2005	0.669	5.090000	2.947962	3.159744e+11
12	1	Avusturya	2006	0.635	5.070000	2.994841	3.359986e+11
13	1	Avusturya	2007	0.654	5.010000	3.041720	3.886914e+11
14	1	Avusturya	2008	0.496	5.070000	3.148200	4.302943e+11
15	1	Avusturya	2009	0.443	5.550000	3.238410	4.001723e+11

Şekil 1.1. Veri zarflama analizi veri seti

EK-2. Program Kodu

```

library("censReg")
library("plm")
N<-13
T<-21
pData <- data.frame(id = rep( paste( "Ulke", 1:N, sep = "_" ), each = T
),time = rep( 1:T, N ) )
pData <- pdata.frame( pData, c( "id", "time" ) )
pData$y <- Tobit$TE
pData$logGSYH <- log(Tobit$GSYH)
pData$EH <- Tobit$Eğ_Harc
pData$OYB <- Tobit$Ok_Yas_Bek
panelResult <- censReg( y ~ logGSYH + EH + OYB, right=1,data = pData,
method = "NR")
summary(panelResult)
panelResult <- censReg( y ~ logGSYH + EH + OYB, right=1,data = pData,
method = "BHHH")
summary(panelResult)
panelResult <- censReg( y ~ logGSYH + EH + OYB, right=1,data = pData,
method = "BFGS")
summary(panelResult)
panelResult <- censReg( y ~ logGSYH + EH + OYB, right=1,data = pData,
method = "SANN")
summary(panelResult)
panelResult <- censReg( y ~ logGSYH + EH + OYB, right=1,data = pData,
method = "NM")
summary(panelResult)

```

Şekil 2.1. Program çıktısı

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : Günseli, AYTAÇ CANKURTARAN
 Uyuğu : T.C.
 Doğum Tarihi ve Yeri : 13.02.1985, Ankara
 Medeni hali : Evli
 Telefon : 0 (530) 3244956
 Faks : 0 (312) 2031885
 E-Posta : gunseliaytac1@gazi.edu.tr



Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Gazi Üniversitesi/İstatistik	Devam Ediyor
Lisans	Gazi Üniversitesi/İstatistik	2008
Lise	Sokullu M.P. Lisesi	2003

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2011-Halen	Ulaştırma Denizcilik ve Haberleşme Bakanlığı	Ulş. Hab. Uzmanı
2009-2011	Tarım ve Köyişleri Bakanlığı	Programcı

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

-

Hobiler

Fotoğraf, Edebiyat, Seyahat, Blog



GAZİ GELECEKTİR..