

**NORMAL DAĞILIM VARSAYIMI ALTINDA VARYANSLARIN
HOMOJENLİĞİNİ BELİRLEMEDE KULLANILAN BAZI TEST
İSTATİSTİKLERİ VE KARŞILAŞTIRILMASI**

Sevgi AKSOY

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

OCAK 2011

ANKARA

Sevgi AKSOY tarafından hazırlanan “NORMAL DAĞILIM VARSAYIMI ALTINDA VARYANSLARIN HOMOJENLİĞİNİ BELİRLEMEDE KULLANILAN BAZI TEST İSTATİSTİKLERİ VE KARŞILAŞTIRILMASI” adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Fikri GÖKPINAR

.....

Tez Danışmanı İstatistik Bölümü /Gazi Üniversitesi

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile İstatistik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Zehra MULUK

.....

İstatistik Bölümü /Başkent Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Fikri GÖKPINAR

.....

İstatistik Bölümü /Gazi Üniversitesi

Prof. Dr. Hülya BAYRAK

.....

İstatistik Bölümü /Gazi Üniversitesi

Tarih: 10/02/2011

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Bilal TOKLU

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Sevgi AKSOY

**NORMAL DAĞILIM VARSAYIMI ALTINDA VARYANSLARIN
HOMOJENLİĞİNİ BELİRLEMEDE KULLANILAN BAZI TEST
İSTATİSTİKLERİ VE KARŞILAŞTIRILMASI**
(Yüksek Lisans Tezi)

Sevgi AKSOY

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Ocak 2011**

ÖZET

Varyans analizinde, klasik F-testi normallik ve yığın varyanslarının homojenliği varsayımı altında yapılır. Dolayısıyla varyans analizi, örneklerin çekildiği yığınların varyanslarının homojen olduğu varsayımına dayanmaktadır. Bu varsayım bozulduğunda özellikle örnek çapları birbirinden farklı iken F-testinin kullanılması uygun olmamaktadır. Bu yüzden öncelikle varyansların homojenliği varsayımının kontrol edilmesi gerekir. Bunun için birçok test istatistiği geliştirilmiştir. Bu çalışmada varyansların homojenliği testi için kullanılan Bartlett, Hartley, Levene 1, Brown ve Forsythe (Levene 2), Levene 3, Levene 4, Levene 5, Bhandary–Dai, ANOM, Jackknife 1 Yöntemi, Jackknife 2 Yöntemi ve Genelleştirilmiş Test Değişkeni ve Genelleştirilmiş p-değerine dayalı testler tanıtılmış ve bu testler için bir uygulama yapılmıştır. Ayrıca bu testler simülasyon yoluyla deneysel I.tip hata oranı ve testin gücü bakımından karşılaştırılarak hangi durumlarda iyi oldukları ortaya konmuştur.

Bilim Kodu : 205.1.066

Anahtar kelimeler: Varyans homojenliği testi, Bartlett Testi, Hartley Testi, Levene Testi, Brown-Forsythe Testi, Bhandary-Dai Testi, ANOM, Jackknife, Genelleştirilmiş p-değeri, Monte Carlo

Sayfa Adedi : 76

Tez Danışmanı : Yrd.Doç.Dr. Fikri GÖKPINAR

**TESTS FOR HOMOGENEITY OF VARIANCE UNDER NORMALITY AND
A COMPARISON
(M. Sc. Thesis)**

Sevgi AKSOY

**GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE SCIENCE AND TECHNOLOGY
January 2011**

ABSTRACT

Classical F-test is done under the assumptions of normality of data and homogeneity of variances. So the variances of the populations must be homogenous. The classical F-test is not convenient especially when the sample sizes are different from each other under heteroscedasticity. For this reasons assumption of the homogeneity of the variances must be checked. There are many test statistics to check this assumption. In this study we investigate Bartlett, Hartley, Levene 1, Brown and Forsythe (Levene 2), Levene 3, Levene 4, Levene 5, Bhandary–Dai, ANOM, Jackknife 1 Technique, Jackknife 2 Technique and Generalized test variable and generalized p-value test and we use a numerical example to show how these test statistics works. Also we compare these test statistics according to their empirical type I error rate and their powers by simulation.

Science Code : 205.1.066

Key Words : Testing homogeneity of variances, Bartlett Test, Hartley Test, Levene Test, Brown-Forsythe Test, Bhandary-Dai Test, ANOM, Jackknife, Generalized p-value, Monte Carlo

Page Number: 76

Adviser : Yrd.Doç.Dr. Fikri GÖKPINAR

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca yardımlarını esirgemeyen ve değerli katkılarıyla beni yönlendiren danışmanım Yrd. Doç. Dr. Fikri GÖKPINAR'a, kıymetli tecrübelerinden faydalandığım hocam Prof. Dr. Hülya BAYRAK'a ve her yönden bana destek olan aileme teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
TEŞEKKÜR	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	xii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	xiv
1. GİRİŞ	1
2. VARYANSLARIN HOMOJENLİĞİ İÇİN KULLANILAN TEST İSTATİSTİKLERİ	4
2.1. Bartlett Testi	5
2.2. Hartley Testi	7
2.3. Levene 1 Testi	7
2.3.1. Levene 2 Testi	10
2.3.2. Levene 3 Testi	11
2.3.3. Levene 4 Testi	11
2.3.4. Levene 5 Testi	11
2.4. Bhandary ve Dai Testi	12
2.5. ANOM Testi	13
2.6. Jackknife Yöntemi	18
2.6.1. Jackknife 1 Yöntemi	19
2.6.2. Jackknife 2 Yöntemi	20

Sayfa

2.7. Genelleştirilmiş Test Değişkeni ve Genelleştirilmiş p-Değeri Testi.....	21
3. UYGULAMALAR	26
3.1. Bartlett Testinin Uygulanışı	27
3.2. Hartley Testinin Uygulanışı	28
3.3. Levene 1 Testinin Uygulanışı	28
3.4. Levene 2 Testinin Uygulanışı	29
3.5. Levene 3 Testinin Uygulanışı	30
3.6. Levene 4 Testinin Uygulanışı	30
3.7. Levene 5 Testinin Uygulanışı	31
3.8. Bhandary ve Dai Testinin Uygulanışı	31
3.9. ANOM Testinin Uygulanışı	33
3.10. Jackknife 1 Yönteminin Uygulanışı	35
3.11. Jackknife 2 Yönteminin Uygulanışı	36
3.12. Genelleştirilmiş Test Değişkeni ve Genelleştirilmiş p-değeri Testinin Uygulanışı	37
4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI	40
4.1. Test İstatistiklerinin DeneySEL I.tip Hata Oranları Bakımından Karşılaştırılması	40
4.2. Test istatistiklerinin Güç Değerleri Bakımından Karşılaştırılması	45
5. SONUÇLAR	62
KAYNAKLAR	64
EKLER	67
EK-1 Test Değişkeni ve Genelleştirilmiş p-Değeri Kavramları	68
EK-2 Meta modelleme ile elde edilen log(U) değişkeninin beklenen değeri	

Sayfa

ve varyansı	72
ÖZGEÇMİŞ	76

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. k tane grup için veriler	4
Çizelge 2.2. k tane grup için yeniden düzenlenen veriler	8
Çizelge 3.1. Dört makineye ait dolum miktarları.....	26
Çizelge 3.2. Dört gruba ait grup ortalamaları ve grup varyansları.....	27
Çizelge 3.3. Levene 1 testi için ANOVA tablosu	29
Çizelge 3.4. Levene 2 testi için ANOVA tablosu	29
Çizelge 3.5. Levene 3 testi için ANOVA tablosu	30
Çizelge 3.6. Levene 4 testi için ANOVA tablosu	30
Çizelge 3.7. Levene 5 testi için ANOVA tablosu	31
Çizelge 3.8. Dört gruba ait birleştirilmiş varyans değerleri	31
Çizelge 3.9. Dört gruba ait test istatistiklerinin değerleri	32
Çizelge 3.10. Dört gruba ait test istatistiklerinin p -değerleri	32
Çizelge 4.1. Nominal $\alpha=0,05$, aynı ve farklı örnek çapları için test İstatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları.....	42
Çizelge 4.2. Nominal $\alpha=0,10$, aynı ve farklı örnek çapları için test İstatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları	43
Çizelge 4.3. Nominal $\alpha=0,05$, $k=3$ ve örnek çapları aynı iken test İstatistikleri için güç değerleri	46
Çizelge 4.4. Nominal $\alpha=0,05$, $k=3$ ve örnek çapları farklı iken test İstatistikleri için güç değerleri	48
Çizelge 4.4. (Devam) Nominal $\alpha=0,05$, $k=3$ ve örnek çapları farklı İken test istatistikleri için güç değerleri	49
Çizelge 4.5. Nominal $\alpha=0,05$, $k=5$ ve örnek çapları aynı iken test İstatistikleri için güç değerleri	51
Çizelge 4.6. Nominal $\alpha=0,05$, $k=5$ ve örnek çapları farklı iken test İstatistikleri için güç değerleri	53

Çizelge	Sayfa
Çizelge 4.6. (Devam) Nominal $\alpha=0,05$, $k=5$ ve örnek çapları farklı iken test istatistikleri için güç değerleri	54
Çizelge 4.7. Nominal $\alpha=0,05$, $k=7$ ve örnek çapları aynı iken test istatistikleri için güç değerleri	56
Çizelge 4.8. Nominal $\alpha=0,05$, $k=7$ ve örnek çapları farklı iken test istatistikleri için güç değerleri	58
Çizelge 4.8. (Devam) Nominal $\alpha=0,05$, $k=7$ ve örnek çapları farklı iken test istatistikleri için güç değerleri	59
Çizelge E2.1. Meta modelleme yöntemi ve simülasyon ile elde edilen beklenen değer için nispi farklar	72
Çizelge E2.2. Meta modelleme yöntemi ve simülasyon ile elde edilen varyans için nispi farklar	74

ŞEKİLLERİN LİSTESİ**Şekil****Sayfa**

Şekil 3.1. ANOM testinin grafiği..... 35

1. GİRİŞ

Homojenlik terimi istatistikte gözlem birimlerinin birbirlerine yakın olduğunu belirtmek için kullanılır. Regresyon, varyans analizi, zaman dizileri gibi istatistiğin birçok alanında gözlemlerin homojen olması istenilen bir özelliktir. Bu analizlerin birçoğu gözlemlerin homojen olduğu varsayımına dayanır. Eğer gözlemler homojen değilse alternatif yöntemlere yönelmek gerekir. Aksi halde klasik yöntemlerle elde edilen sonuçlar sağlıklı olmayacaktır.

Homojenliğin en çok arandığı istatistiksel yöntemlerin başında deney tasarım modelleri gelmektedir. Deney tasarım modellerinde en yaygın kullanılan ve en temel olan yöntem ise tek yönlü varyans analizidir. Tek yönlü varyans analizinde kullanılan F-testi normallik ve yığın varyanslarının homojenliği varsayımına dayanır. Yığın varyanslarının homojenliği varsayımı bozulduğunda özellikle örnek çapları birbirinden farklı olduğu zaman F-testi kullanışsız hale gelir. Bu durumda F-testi yerine Welch (1951), Brown ve Forsythe (1974), Werrahandi (1995) ve Xu ve Wang (2007a, 2007b) testleri kullanılır. Homojen olmayan gruplara belirli dönüşümler uygulanarak veriler homojen hale getirilebilir. Ancak bu tarz dönüşümler özellikle normallik varsayımını bozabilir. F testinin kullanılıp kullanılamayacağına karar vermek için homojenlik testi yapmak gerekir.

Normal dağılan k tane yığının her birinden n_i çaplı örnekler alındığı varsayılın. Bu örnekleri kullanarak yığın varyanslarının eşitliğini test etmek için birçok test istatistiği bulunmaktadır. Bu testler arasında en önemlilerinden birisi olan Bartlett testi (Bartlett, 1937a-1937b) olabilirlik oranı istatistiğine dayalı bir yöntemdir. Cochran (1941a-1941b) sadece bir varyansın yüksek olduğu durumu test etmekte kullanılan bir test istatistiği önermiştir. Hartley (1950) varyansların homojenliğini test etmek amacıyla maksimum varyansın minimum varyansa oranlanmasıyla elde edilen bir F-max testini önermiştir. Bartlett (1937a-1937b), Cochran (1941a-1941b) ve Hartley (1950) testlerinde normal dağılım varsayımı sağlanmadığında I.tip hata oranının oldukça büyük çıktığı Box (1953) tarafından gösterilmiştir. Ayrıca Box bu çalışmasında alternatif bir test prosedürü önermiştir.

Levene (1960), Levene 1 olarak adlandırılan gözlemlerin ortalamadan mutlak sapmasını kullanarak, ANOVA'ya dayalı bir test prosedürü geliştirmiştir. Benzer şekilde Levene 2 olarak adlandırılan Brown-Forsythe (1974) testinde Levene 1 testindeki ortalama yerine medyanı kullanarak medyandan mutlak sapmayı, Levene 3 testinde ortalamadan sapmanın karesini, Levene 4 testinde ortalamadan sapmanın karesinin logaritmasını ve Levene 5 testinde de ortalamadan mutlak sapmanın karekökünü alarak yeni bir test istatistiği geliştirilmiştir [Islam, 2006]. Martin ve Games (1977), Box (1953) ve Scheffe (1959)'nin çalışmalarındaki ifadeleri kullanarak Scheffe-Box log-ANOVA testini geliştirmişlerdir.

Ortalamaların analizi (Analysis of means-ANOM) testi ANOVA'nın bir alternatifi olarak geliştirilmiştir. Bu test ortalamaları karşılaştırmak için grafiksel bir yöntem kullanır. Bunun için çok çeşitli prosedürler kullanılmaktadır [Hsu, 1996; Hochberg ve Tamhane, 1987]. Wludyka ve Nelson (1997) ANOM yöntemini varyansların homojenliğini test etmek amacıyla yeniden düzenlemişlerdir.

Bhandary ve Dai (2009), Simes (1986)'nın önerdiği sıralı p-değerlerine dayalı Bonferroni tipi düzeltme prosedürünü kullanarak yeni bir test istatistiği geliştirmişlerdir.

Layard (1973), Miller (1968)'in iki-grup için Jackknife testini k-grup için genelleyerek Layard testini (Jackknife 1 Yöntemi) önermiştir. O'Brien (1978) alternatif Jackknife yapay değerlerine dayanan yeni bir yöntem (Jackknife 2 Yöntemi) geliştirmiştir.

Tsui ve Weerahandi (1989) tarafından bazı istatistiksel testlerde kullanılmak üzere geliştirilmiş test değişkeni kavramı ve geliştirilmiş p-değeri önerilmiştir.

Levene'nin yöntemleri, Bartlett testine göre normallik varsayımının bozulması durumunda daha sağlamken, belli bir problem için hangi Levene testinin kullanılması gerektiği belirlenmemiştir. Islam (2006) böyle durumlar için yeni bir dönüştürülmüş test önermiştir.

Bartlett (1937a-1937b) tarafından önerilen Bartlett testinin ve Hartley (1950) tarafından önerilen Hartley F-max testinin normallik varsayımı bozulduğunda I.tip hata bakımından iyi sonuç vermediği bilinmektedir. Levene 1960 yılında yaptığı çalışmasında normallik varsayımının bozulduğu durumlarda sağlam olan bir test önermiştir. Fakat bu testin özellikle örnek çapının küçük olduğu durumlarda ve grup sayısı arttıkça I.tip hatasının yükseldiği görülmüştür. Daha sonra bu durumu düzeltmek için Levene 2, Levene 3, Levene 4 ve Levene 5 testleri önerilmiştir. Levene testine benzer olarak normallik varsayımına dayanmayan Jackknife Yöntemine dayalı Layard (1973) ve O'Brien (1978) tarafından önerilen testler geliştirilmiştir. Bu testlerden birçoğu I.tip hata bakımından iyi sonuçlar vermediğinden Bonferroni prosedürüne dayalı Bhandary ve Dai (Bhandary ve Dai, 2009), Genelleştirilmiş p (Liu ve Xu, 2010) ve ANOMV testi (Wludyka ve Nelson, 1997) yöntemlerine dayalı çeşitli testler geliştirilmiştir. Bu çalışmanın ikinci bölümünde normal dağılıma sahip k tane örnek varyansının eşitliği hipotezinin testi için geliştirilen yukarıdaki test istatistiklerine yer verilmiştir.

Üçüncü bölümde, bu test istatistiklerinin kullanılışına ilişkin bir uygulama yapılmıştır.

Dördüncü bölümde göz önüne alınan test istatistiklerinin simülasyon yoluyla aynı ve farklı örnek çapları ve farklı örnek sayıları altında deneysel I.tip hata oranı ve yine aynı ve farklı örnek çapları, farklı örnek sayıları ve farklı yığın varyansları altında testin gücü bakımından karşılaştırılmaları yapılmış ve bu testlerin hangi durumlarda birbirlerine göre daha üstün oldukları belirtilmiştir.

Beşinci bölümde ise sonuçlar ve yorumlara yer verilmiştir.

2. VARYANSLARIN HOMOJENLİĞİ TESTİ İÇİN KULLANILAN TEST İSTATİSTİKLERİ

Bu bölümde varyansların homojenliği için kullanılan bazı test istatistikleri tanıtılacaktır. k tane grup ve $i=1,2,3,\dots,k$ olmak üzere i . grupta n_i tane gözlem olduğu varsayalım. Veriler her grup için aşağıdaki gibi olsun.

Çizelge 2.1. k tane grup için veriler

1	2	...	k
y_{11}	y_{21}	...	y_{k1}
y_{12}	y_{22}	...	y_{k2}
...	...	...	...
y_{1n_1}	y_{2n_2}	...	y_{kn_k}

Burada tek yönlü sabit etki modeli dikkate alınacaktır. Model denklemi

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad j = 1, 2, \dots, n_i \quad (2.1)$$

şeklindedir. y_{ij} ; i . gruptaki j . gözlemi, μ ; genel ortalamayı, τ_i ; i . işlemin etkisini ve ε_{ij} ; y_{ij} 'ninci gözlemde ki rasgele hatayı göstermektedir. Bu modeldeki varsayımlar,

$$i) \sum_{i=1}^k \tau_i = 0$$

$$ii) \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_i^2) \quad i = 1, 2, \dots, k \quad j = 1, 2, \dots, n_i$$

iii) Hata terimleri birbirinden bağımsızdır.

olarak ifade edilir. Test istatistiklerinde kullanılacak bazı ortak ifadeler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$n = \sum_{i=1}^k n_i$$

$$\bar{y}_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}}{n_i}, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

$$\bar{y}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}}{n}$$

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2}{n_i - 1} \quad i = 1, 2, \dots, k.$$

Verilere F-testi uygulamadan önce normallik ve varyansların homojenlik varsayımını kontrol etmek gerekir. Varyansların homojenlik varsayımı için aşağıdaki hipotezler kurulur.

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2 \quad (2.2)$$

$$H_1 : \exists \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2 \quad i \neq j = 1, 2, \dots, k$$

Bu hipotezleri test etmek için kullanılan birçok yöntem vardır. Bu yöntemlerden bazıları bölümün devamında verilmiştir.

2.1. Bartlett Testi

Bartlett (1937a-1937b) tarafından önerilen ve özellikle normal dağılım varsayımı altında oldukça güçlü olduğu bilinen bu test kolay hesaplandığı için yaygın olarak kullanılmaktadır. Bartlett testi normal dağılım varsayımı altında olabilirlik fonksiyonuna dayalı bir testtir. Temelde normal dağılımdan gelen gözlemlerin aynı

varyansa sahip olduğunu ifade eden birleştirilmiş varyans kavramını kullanmaktadır. Bu testte kullanılan B test istatistiği birleştirilmiş gruplar içi kareler toplamının ayrılmış gruplar içi kareler toplamından farkının bir fonksiyonudur. Burada birleştirilmiş gruplar içi kareler toplamı $(n-k)\ln S_p^2$, ayrılmış gruplar içi kareler toplamı $\sum_{i=1}^k (n_i-1)\ln S_i^2$ şeklindedir. Birleştirilmiş varyans

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i-1)S_i^2}{n-k}$$

ile verilen B test istatistiği aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$B = \ln \frac{(S_p^2)^{n-k}}{\prod_{i=1}^k (S_i^2)^{n_i-1}},$$

$$B = \ln (S_p^2)^{n-k} - \sum_{i=1}^k \ln (S_i^2)^{n_i-1} \quad (2.3)$$

C_B düzeltme terimi,

$$C_B = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left(\sum_{i=1}^k \frac{1}{(n_i-1)} - \frac{1}{(n-k)} \right),$$

olmak üzere düzeltilmiş B_C istatistiği, $B_C = \frac{B}{C_B}$ şeklinde olur. B_C istatistiği

asimptotik χ_{k-1}^2 dağılımına sahiptir. $B_C > \chi_{k-1, \alpha}$ olduğunda H_0 hipotezi reddedilir.

Bartlett testi normal dağılım varsayımı altında oldukça güçlü bir test olarak bilinir. Normallik varsayımı sağlanmadığında bu testin gücünün düştüğü gözlemlenmiştir [Box, 1953 ve Zar, 1999].

2.2. Hartley Testi

Varyansların homojenliği testi için kullanılan önemli bir diğer testte F_{max} ya da diğer adıyla Hartley'in F_{max} testidir. Hartley (1950) tarafından önerilen bu test grup varyanslarının en büyüğü ile en küçüğünün oranlanmasıyla elde edilir. Bu test Bartlett testi gibi normallik varsayımına dayanmaktadır. Kullanım kolaylığı bakımından yaygın olarak kullanılan Hartley testinin en önemli zorluklarından biri dağılımın kesin olarak elde edilememesidir. Bunun yanı sıra gruptaki gözlem sayılarının eşit olmadığı durumlarda I.tip hata bakımından öngörülen nominal seviyeye ulaşamadığı bilinmektedir. H_0 hipotezini H_1 hipotezine karşı test etmek için kullanılan test istatistiği

$$F_{\max} = \frac{\max_{1 \leq i \leq k} S_i^2}{\min_{1 \leq i \leq k} S_i^2} \quad (2.4)$$

şeklinde dir. Burada H_0 hipotezini reddetmek için c kritik değer olmak üzere $F_{\max} > c$ olmalıdır. $F_{\max}$ 'ın H_0 hipotezinin doğruluğu altındaki dağılımı doğrudan hesaplanamadığından Hartley farklı k , n ve α değerleri için c kritik değerlerini bulan bir tablo oluşturmuştur. Tezde H_0 'ın doğruluğu altında $F_{\max}$ 'ın simülasyon yoluyla dağılımını oluşturarak c kritik değerleri elde edilmiştir. Bu testte ortaya çıkan en büyük sıkıntı örnek çapı eşit olmadığına I. tip hatanın oldukça yüksek çıkmasıdır.

2.3. Levene 1 Testi

Varyansların homojenliğini test etmek amacıyla kullanılan bir diğer önemli test de Levene (1960) tarafından geliştirilmiştir. Bu testin en önemli özelliği normallik varsayımının bozulması durumunda sağlam bir test olmasıdır. Levene testi bu özelliğinden dolayı yaygın bir biçimde kullanılmakla birlikte birçok alternatifi geliştirilmiştir. Levene testi gözlem birimlerinin grup ortalamalarından farklarının

mutlak değerlerine F testinin uygulanmasıdır. Levene 1 testi için verilerin aşağıdaki gibi bir düzenlemesi verilsin.

Çizelge 2.2. k tane grup için yeniden düzenlenen veriler

1	2	...	k
$ y_{11} - \bar{y}_1 $	$ y_{21} - \bar{y}_2 $	...	$ y_{k1} - \bar{y}_k $
$ y_{12} - \bar{y}_1 $	$ y_{22} - \bar{y}_2 $	...	$ y_{k2} - \bar{y}_k $
...	...	...	...
...	...	...	...
...	...	...	...
$ y_{1n_1} - \bar{y}_1 $	$ y_{2n_2} - \bar{y}_2 $	...	$ y_{kn_k} - \bar{y}_k $

$|y_{ij} - y_i|$ ifadesi değişimin bir başka göstergesidir ve bu ifadenin varyansın bir fonksiyonu olduğunu göstermek gerekir.

$y \sim N(\mu, \sigma^2)$ olmak üzere, $E(y) = \mu$ ve $V(y) = \sigma^2$ olacağından

$$\begin{aligned}
 E(|y - \mu|) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2} |y - \mu| dy \\
 &= -\int_{-\infty}^{\mu} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2} (y - \mu) dy + \int_{\mu}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2} (y - \mu) dy \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[-\int_{-\infty}^{\mu} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2} \left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right) dy + \int_{\mu}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2} \left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right) dy \right] \\
 &= -\frac{1}{2} \left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2 = u \text{ olsun.}
 \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2}2\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)\frac{1}{\sigma}dy = du \quad \text{ise} \quad \left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)dy = -\sigma du$$

olur. Sınırları belirlemek için aşağıdaki işlemler yapılır.

$$y = \mu \quad \text{için} \quad -\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2 = u \quad \text{ise} \quad -\frac{1}{2}\left(\frac{\mu-\mu}{\sigma}\right)^2 = 0 = u ,$$

$$y = -\infty \quad \text{için} \quad -\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2 = u \quad \text{ise} \quad -\frac{1}{2}\left(\frac{-\infty-\mu}{\sigma}\right)^2 = -\infty = u$$

$$y = +\infty \quad \text{için} \quad -\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2 = u \quad \text{ise} \quad -\frac{1}{2}\left(\frac{+\infty-\mu}{\sigma}\right)^2 = -\infty = u \quad \text{olur.}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[-\lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^0 e^u (-\sigma du) + \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b e^u (-\sigma du) \right]$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \left[\lim_{a \rightarrow -\infty} (e^0 - e^a) - \lim_{b \rightarrow \infty} (e^b - e^0) \right] = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} [1 - e^{-\infty} - e^{\infty} + 1] = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} 2 = \sigma \sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

$$E(|y - \mu|) = \sigma \sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

olur. Böylece, $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$ hipotezini test etmekle

$$H_0 : \sigma_1 \sqrt{\frac{2}{\pi}} = \sigma_2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} = \dots = \sigma_k \sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

hipotezini test etmek eşdeğer olacağından

$$|y_{ij} - \bar{y}_i| \tag{2.5}$$

dönüştürülmüş verisine ANOVA uygulayarak varyansların homojenliği test edilebilir.

Tüm gruplar için örnek çapları yeterince büyük ise F-testi varsayımların bozulmasından çok fazla etkilenmeyecektir. Bununla birlikte küçük örnek çaplarında bu testin yeniden düzenlenmesi gerekir [Loh, 1987]. Levene testi, dağılımın şekline bağlı olarak değişiklik göstermektedir [Brown ve Forsythe, 1974; Games ve ark., 1972; Fellers, 1972]. Miller (1968) Levene testinin asimptotik olarak dağılımdan bağımsız olmadığını göstermiştir. Neel ve Stallings (1974) normal dağılan bir yığınla bile örnek çapları küçük olduğunda Levene testinin I.tip hata oranının yüksek olduğunu göstermektedir. Bu nedenle Levene testine alternatif olarak çeşitli testler oluşturulmuştur. Bu testler aşağıdaki biçimde ifade edilir.

2.3.1. Levene 2 testi

Levene testinin alternatif versiyonlarından biri olan bu test, ortalamadan mutlak sapmalar yerine medyandan mutlak sapmaları kullanmaktır. Diğer bir deyişle $\tilde{y}_i$, i 'ninci grubun medyanı olmak üzere

$$z_{ij} = |y_{ij} - \tilde{y}_i| \quad (2.6)$$

dönüştürülmüş verisine ANOVA testini uygulayarak varyansların homojenliği test edilebilir. Bu test aynı zamanda Brown ve Forsythe (1974) testi olarak da adlandırılır. Brown ve Forsythe (1974) örnek çapının 10 veya daha fazla olduğu durumlarda bu testin daha sağlam sonuçlar verdiğini göstermiştir. Ayrıca mutlak sapmalarda yüzde 10 budanmış ortalamadan (%10 en büyük ve %10 en küçük değerler silindikten sonraki ortalama) elde edilen bir Levene istatistiği, W_{10} önerilmektedir [Brown ve Forsythe, 1974].

2.3.2. Levene 3 testi

Levene 3 testi, Levene testinin bir başka alternatifidir. Bu test

$$z_{ij} = (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 \quad (2.7)$$

şeklinde verilen grup ortalamasından sapmanın karesi ile elde edilen dönüştürülmüş gözlemlere ANOVA testinin uygulanmasına dayanmaktadır. Miller (1968) bu testin sağlam olduğu sonucuna varmasına rağmen Games ve ark. (1972) ve Fellers (1972) bu testin sağlam olmadığını ileri sürmektedir.

2.3.3. Levene 4 testi

Diğer bir alternatif test

$$z_{ij} = \log(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 \quad (2.8)$$

şeklinde verilen grup ortalamasından sapmanın karesinin logaritması ile elde edilen veri dönüşümüne ANOVA testinin uygulanmasına dayanmaktadır.

2.3.4. Levene 5 testi

Levene testine bir başka alternatif test

$$z_{ij} = \sqrt{|y_{ij} - \bar{y}_{i.}|} \quad (2.9)$$

şeklinde verilen grup ortalamalarından sapmanın mutlak değerinin karekökü ile elde edilen dönüşüme ANOVA prosedürünün uygulanmasına dayanmaktadır.

2.4. Bhandary ve Dai Testi

Bu test Bhandary ve Dai (2009) tarafından geliştirilmiştir. Testin çalışmalarında Simes (1986)'ın I.tip hata oranlarını kontrol altında tutmak amacıyla sıralı p-değerlerinde kullanılmak üzere önerdiği Bonferroni tipi düzeltme prosedürü kullanılmıştır. Bu test istatistiğinin uygulanışı aşağıdaki gibidir.

1) i . ($i=1,2,\dots,k$) gruptaki verileri çıkardıktan sonra geri kalan gruplar üzerinden elde edilen birleştirilmiş varyans aşağıdaki gibidir.

$$S_{p,i}^2 = \frac{\sum_{j \neq i}^k (n_j - 1) S_j^2}{r_i}$$

Burada $r_i = \sum_{j \neq i}^k (n_j - 1)$ şeklinde tanımlanır ve kullanılan F-test istatistiği

$$F_{i,h} = \frac{S_i^2}{S_{p,i}^2} \quad \text{ve} \quad F_{h,i} = \frac{S_{p,i}^2}{S_i^2} \quad (2.10)$$

şeklinde elde edilir.

2) 1.adımda hesaplanan $F_{i,h}$ istatistiklerinden faydalananarak P_i değerleri aşağıdaki gibi bulunur. Burada P_i değerleri

$$Y \sim F_{n_i-1, r_i} \quad \text{ve} \quad Y \sim F_{r_i, n_i-1}$$

olmak üzere

$$P_i = P(Y > F_{i,h}) \quad \text{ve} \quad P_i = P(Y > F_{h,i}) \quad (2.11)$$

şeklinde olur.

3) 2.adımda elde edilen P_i değerleri artan sırada sıralanır ve $P_{(1)}, P_{(2)}, \dots, P_{(2k)}$ şeklinde gösterilir.

H_0 hipotezini reddetmek için

$\exists i \in \{1, 2, \dots, 2k\}$ için $P_{(i)} < \frac{i}{2k} \alpha$ olmalıdır.

H_0 hipotezinin kabul edilmesi için

$P_{(1)} \geq \frac{1}{2k} \alpha, P_{(2)} \geq \frac{2}{2k} \alpha, \dots, P_{(2k)} \geq \alpha$ ifadesi sağlanmalıdır.

2.5. ANOM Testi

Ortalamaların analizi ANOM (the analysis of means) ortalamaları ve oranları karşılaştırmak için ve bunlardan herhangi birinin genel ortalama ve orandan önemli biçimde farklılığı varsa bunu görmek için geliştirilen grafiksel bir testir. Görünüşte bir ANOM karar çizgisi, bir kontrol çizgisine benzemektedir. ANOM'un genel ortalama, merkez çizgisidir, alt ve üst karar limitleri vardır. Grup ortalamaları çizilir, karar limitlerinin ötesine düşenlerin ortalama değerden istatistiksel olarak farklı olduğu söylenir. Bu koşullarda sabit ana etkileri analiz etmek için ANOVA (the analysis of variance) da kullanılabilir, fakat ANOM daha uygundur ve genellikle daha faydalı sonuç üretir [Wludyka ve ark., 2005]. ANOM etkileşimler için de kullanılabilirken, ANOM'un temel avantajı ana etkiler için kullanıldığında meydana gelir. Ana etkiler çalışıldığında ANOM'un ANOVA'ya göre iki avantajı vardır: (1) Eğer faktör düzeylerinden herhangi birisi, istatistiksel olarak genel ortalamadan farklıysa, ANOM, tam olarak hangisinin farklı olduğunu gösterir ve (2) ANOM hem

istatistiksel hem de pratik olarak farkların öneminin kolayca değerlendirilmesine izin veren grafiksel bir formda sunulabilir.

Ortalamalar arasındaki farkı tespit etmek amacıyla kullanılan ANOM, aynı zamanda varyanslar arasındaki farkı tespit etmek amacıyla da kullanılabilir. Varyanslar için ortalamaların analizini (ANOMV) uygulamak için y_{ij} gözlemlerine

$$t_{ij} = \left(y_{ij} - \bar{y}_{i.} \right)^2,$$

dönüşümünü uygulamak gerekir. Wludyka ve Nelson (1997) tarafından verilen güç karşılaştırmaları ANOMV'nin, normallik varsayımı altında hipotezi test etmek için iyi bir seçim olduğunu göstermektedir. Bu bölümdeki metotlar dengeli ve dengesiz verilere, ek olarak ANOMV'nin küçük ve büyük örnek versiyonlarına uygulanacaktır.

Bu metodu uygularken kullanılacak bazı ortak ifadeler aşağıdaki gibidir.

$$\sigma^2 = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^k n_i} \quad \tau_i = \sigma_i^2 - \sigma^2 \quad \hat{\tau}_i = \bar{t}_{i.} - \bar{t}_{..}$$

k tane yığının her birinden n_i çaplı örnekler çekilsin. Bu durumda, Eş. 2.2

$H_0: \tau_1 = \dots = \tau_k = 0$ olarak yazılabilir.

Örnek çapı eşit iken;

$$\hat{\sigma}^2 = \text{KO}_{\text{Hata}} = \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{k}$$

olmak üzere

$$\bar{t}_i = \frac{n-1}{n} s_i^2 \quad \text{ve} \quad \bar{t}_{..} = \frac{n-1}{n} \text{KO}_{\text{Hata}}$$

biçimindedir ve bundan dolayı

$$\hat{\tau}_i = \frac{n-1}{n} (s_i^2 - \text{KO}_{\text{Hata}}) \quad (2.12)$$

şeklinde olur. H_0 'ı test etmek için $\hat{\tau}_i$ 'yi standartlaştırmak gerekir. Wludyka ve Nelson (1997), $\hat{\tau}_i$ 'yi Eş. 2.12'deki gibi standartlaştırmıştır. $\hat{\tau}_i$, Eş. 2.13'de verilen b_i 'nin bir lineer fonksiyonudur ve bu yüzden $\hat{\tau}$ ya dayalı oluşturulan bir karar kuralıyla b_i 'ye dayalı oluşturulan bir karar kuralı denk olacaktır. b_i aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$b_i = \frac{s_i^2}{\sum_{j=1}^k s_j^2}, \quad (2.13)$$

B_i değişkeni b_i 'nin davranışını belirleyen rastgele değişken olmak üzere, B_i için

$$P_r [L_\alpha \leq B_i \leq U_\alpha \text{ i } 1, 2, \dots, k \text{ için}] = 1 - \alpha \quad (2.14)$$

ifadesi yazılabilir. Burada L_α ve U_α değerleri B_i için kritik değerler olarak adlandırılır. Bu kritik değerler sadece α 'ya değil aynı zamanda grup sayısı ve örnek çapına da bağlıdır. Aşağıda verilen UDL (upper decision line) üst karar çizgisi, LDL (lower decision line) alt karar çizgisi ve CL (center line) merkez çizgisi olarak adlandırılır. UDL ve LDL karar çizgileri ve CL merkez çizgisi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} UDL &= U(\alpha; k, n-1)kKO_{\text{Hata}} \\ CL &= KO_{\text{Hata}} \\ LDL &= L(\alpha; k, n-1)kKO_{\text{Hata}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Eğer herhangi bir şekilde s_i^2 karar çizgisinin dışına düşerse hipotez Eş. 2.2 reddedilir. Eş. 2.14'deki koşul tek başına kritik değer bulmak için yeterli değildir. Bu koşulla beraber aşağıda verilen Eş. 2.16 koşulunda sağlanmalıdır.

$$P_r(B_i > U_\alpha) = P_r(B_i < L_\alpha) \quad i=1,2,\dots,k \quad (2.16)$$

$k=3$ için, Eş. 2.14 ve Eş. 2.16'i sağlayan kritik değerler sayısal integrasyon yoluyla elde edilebilir. k 'nın daha büyük değerleri için sayısal integrasyon mümkün değildir. Bunun yerine k 'nın daha büyük değerleri için L_α ve U_α sınırları bulunmuştur. Bu sınırlar simülasyon yolu ile üretilmiştir.

Eşit olmayan örnek çapları için;

$$\bar{t}_{i.} = \frac{n_i - 1}{n_i} s_i^2 \quad \text{ve} \quad \bar{t}_{..} = \frac{N - k}{N} KO_{\text{Hata}}$$

elde edilir ve bu yüzden standartlaştırılan $\hat{\tau}_i$ değeri

$$\hat{\tau}_i = \frac{n_i - 1}{n_i} s_i^2 - \frac{N - k}{N} \text{KO}_{\text{Hata}}$$

şeklindedir ve

$$b_i^* = \frac{(n_i - 1) s_i^2}{(N - k) \text{KO}_{\text{Hata}}}$$

ifadesinin lineer bir fonksiyonudur. Kritik değerler bu durumda α , k ve bütün n_i 'lere bağlıdır. B_i^* , b_i 'nin davranışını tanımlamak için rasgele değişkeni belirtsin. L_i^* ve U_i^* aşağıdaki gibi her grup için n_i 'lere bağlı olarak ayrı ayrı bulunur.

$$\begin{aligned} L_i^* &= L^*(\alpha; k, \{n_i\}) U_{n_i}^* = \text{Beta}^{-1} \left(1 - \alpha / (2k), \theta_i, \sum_{i \neq j} \theta_j \right) \\ U_i^* &= U^*(\alpha; k, \{n_i\}) L_{n_i}^* = \text{Beta}^{-1} \left(\alpha / (2k), \theta_i, \sum_{i \neq j} \theta_j \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

değerlerinin

$$P_r \left[L_i^* \leq B_i^* \leq U_i^* \text{ i}=1,2,\dots,k \text{ için } \right] = 1 - \alpha \quad (2.18)$$

ifadesini sağlaması gerekir. Burada Beta^{-1} fonksiyonu Beta dağılım fonksiyonunun tersini ifade etmektedir. Buna bağlı olarak karar çizgileri UDL ve LDL aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
UDL &= U^*(\alpha; k, \{n_i\}) \left(\frac{N-k}{n_i-1} \right) KO_{\text{Hata}} \\
CL &= KO_{\text{Hata}} \\
LDL &= L^*(\alpha; k, \{n_i\}) \left(\frac{N-k}{n_i-1} \right) KO_{\text{Hata}}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Burada KO_{Hata} aşağıdaki formül kullanılarak hesaplanmaktadır.

$$KO_{\text{Hata}} = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_i^2}{N - k}$$

n_i 'ler farklı iken kritik değerleri tam olarak elde etmek zordur. Eğer n_i 'ler çok farklı değilse yaklaşık değerler Wludyka ve ark., (2005)'deki Tablo 4'de verilen $sd = n_{\min} = \min_i \{n_i; i = 1, 2, \dots, k\}$ değerleri kullanılarak bulunabilir. Eğer n_i 'ler birbirine yakın değilse veya daha yakın kritik değerler istenirse,

$$P_r(B_i^* > U_i^*) = P_r(B_i^* < L_i^*) = \alpha / (2k) \tag{2.20}$$

ifadesini sağlayan L_i^* ve U_i^* değerleri kullanabilir. Burada $B_i^* \sim \text{Beta}(\theta_i, \sum_{i \neq j} \theta_j)$ dir.

$\theta_i = (n_i - 1) / 2$ şeklinde hesaplanır. L_i^* ve U_i^* değerleri simülasyon yoluyla elde edilmiştir. Daha sonra elde edilen b_i değerlerinin bu aralıkta olup olmadığı dikkate alınarak red ve kabul bölgeleri belirlenmiştir.

2.6. Jackknife Yöntemi

Bu yöntem genelde sapmalı sonuçlar verir fakat elde edilen varyans değerlerinin daha küçük olması ve herhangi bir varsayıma dayanmamasından dolayı birçok

durumda kullanılabilir. Jackknife yöntemi kısaca örnekteki her bir birimin ayrı ayrı çıkartılarak elde edilen yeni örnekler üzerinden istatistiğin yeniden hesaplanmasına dayanır.

Miller (1968), iki grup için varyansların homojenliğini test etmek amacıyla Jackknife tekniğine dayanan yeni bir test önermiştir. Jackknife yöntemi için kullanılan bazı istatistiksel ifadeler aşağıdaki gibi verilmiştir.

Her bir örnekten tek eleman çıkartılarak elde edilen yeni varyans ve ortalama aşağıdaki şekilde bulunur.

$$s_{i(j)}^2 = (n_i - 2)^{-1} \sum_{l \neq j} (y_{il} - \bar{y}_{i(j)})^2 \quad \bar{y}_{i(j)} = (n_i - 1)^{-1} \sum_{l \neq j} y_{il}, (i = 1, 2)$$

Örneğin y_{11}, y_{12}, y_{13} grubu için ortalama ve varyans değerleri

$$\bar{y}_{1(1)} = \frac{y_{12} + y_{13}}{2} \quad \bar{y}_{1(2)} = \frac{y_{11} + y_{13}}{2} \quad \bar{y}_{1(3)} = \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$s_{1(1)}^2 = \frac{(y_{12} - \bar{y}_{1(1)})^2 + (y_{13} - \bar{y}_{1(1)})^2}{1} \quad s_{1(2)}^2 = \frac{(y_{11} - \bar{y}_{1(2)})^2 + (y_{13} - \bar{y}_{1(2)})^2}{1}$$

$$s_{1(3)}^2 = \frac{(y_{11} - \bar{y}_{1(3)})^2 + (y_{12} - \bar{y}_{1(3)})^2}{1} \quad \text{şeklinde hesaplanır.}$$

2.6.1. Jackknife 1 yöntemi

$$U_{ij} = n_i \log s_i^2 - (n_i - 1) \log s_{i(j)}^2$$

olmak üzere Tukey (1962) U_{ij} 'lerin bağımsız dağıldığını ve t-testinin U_{ij} 'lere göre sağlam olduğunu göstermiştir. Miller (1968) çalışmasında,

$$t_n = n_i^{\frac{1}{2}} (\bar{U}_{i.} - \log \sigma_i^2)$$

test istatistiğini kullanmıştır ve bu istatistiğin dağılımı $\beta_2 - 1$ varyanslı ve 0 ortalamalı normal dağılımdır. Miller böyle bir testin asimptotik olarak sağlam olduğunu göstermiştir. Burada; $\beta_2 = E(Y - \mu)^4 / \sigma^4$ ifadesi basıklık ölçüsüdür.

Layard (1973), Miller'in iki-grup için Jackknife testini k -grup için genelleştirir.

Layard'ın testinde

$$J_1 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{U}_{i.} - \bar{U}_{..})^2 / (k-1)}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (U_{ij} - \bar{U}_{i.})^2 / (n-k)} \quad (2.21)$$

olarak verilen ve $\log s_i^2$ 'nin yapay değerlerine dayanan F-testi kullanılır. J_1 , $(k-1)$ ve $(n-k)$ serbestlik dereceli F dağılımının $100(1-\alpha)$ 'nıncı yüzdeliğinden daha büyük olduğunda sıfır hipotezi reddedilir.

2.6.2. Jackknife 2 Yöntemi

O'Brien (1978) aşağıda Q_{ij} şeklinde verilen alternatif Jackknife yapay değerlerini kullanmayı önermiştir. Q_{ij} , aşağıdaki formül kullanılarak hesaplanır.

$$Q_{ij} = n_i s_i^2 - (n_i - 1) s_{i(j)}^2 = (n_i - 2)^{-1} \left\{ n_i (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 - s_i^2 \right\}$$

H_0 hipotezini test etmek için O'Brien'nın test istatistiği

$$J_2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{Q}_{i.} - \bar{Q}_{..})^2 / (k-1)}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Q_{ij} - \bar{Q}_{i.})^2 / (n-k)} \quad (2.22)$$

şeklinde verilen Q_{ij} 'ye dayanan F-test istatistiğini kullanmaktadır. J_2 , $(k-1)$ ve $(n-k)$ serbestlik dereceli F dağılımının $100(1-\alpha)$ 'nıncı yüzdeliğinden daha büyük olduğunda H_0 hipotezi reddedilir.

2.7. Genelleştirilmiş Test Değişkeni ve Genelleştirilmiş p-değeri Testi

Genelleştirilmiş test değişkeni kavramı ve genelleştirilmiş p-değeri ilk olarak Tsui ve Weerahandi (1989) tarafından bazı istatistiksel testlerde kullanılmak için önerilmiştir. Bu yöntem birçok istatistiksel analizde kullanılmaktadır. Özellikle bilgisayarların hızlanması ile birlikte son yıllarda daha yaygın olarak kullanılan yöntemde test istatistiğinin dağılımı teorik olarak elde edilemediğinden Monte-Carlo yöntemi kullanılarak p-değeri hesaplanmıştır. Genelleştirilmiş p-değeri ve genelleştirilmiş test değişkeni kavramları EK-1'de verilmiştir. Bu yöntem özellikle ilgilenilen parametrelerin yanı sıra ilgilenilmeyen parametreleri de içeren problemleri çözmek için kullanılmaktadır.

Eş. 2.1'deki tek yönlü ANOVA modeli göz önünde bulundursun. i . grubun örnek varyansı olarak diğer yaklaşımlardan farklı bir şekilde, yığın varyansının en çok olabilirlik tahmin edicisi kullanılır. Dolayısıyla her bir grubun varyansının en çok olabilirlik tahmin edicisi $S_i^2 = \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 / n_i$ ($i = 1, 2, \dots, k$) şeklinde ifade edilir.

Genelleştirilmiş test değişkenini uygun bir şekilde yapılandırmak için, Eş. 2.2'deki hipotez aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
H_{01} : \ln \sigma_1^2 &= \ln \sigma_2^2 = \dots = \ln \sigma_k^2 \\
H_{11} : \exists \ln \sigma_i^2 &\neq \ln \sigma_j^2 \quad i \neq j = 1, 2, \dots, k
\end{aligned} \tag{2.23}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{pmatrix}_{(k-1) \times k} \quad \ln \sigma^2 = (\ln \sigma_1^2, \ln \sigma_2^2, \dots, \ln \sigma_k^2)'$$

şeklinde olsun. Bu durumda Eş. 2.23'deki hipotezler aşağıdaki gibi tekrar ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
H_{02} : A \ln \sigma^2 &= 0 \\
H_{12} : A \ln \sigma^2 &\neq 0
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Hannig ve ark. (2006) ve Liu ve Xu (2010)'ye göre $\ln \sigma_i^2$ için genelleştirilmiş pivot

$$\mathfrak{R}_{\ln \sigma_i^2} = \ln \frac{s_i^2}{S_i^2} \sigma_i^2 = \ln \frac{n_i s_i^2}{U_i} = \ln(n_i s_i^2) - \ln(U_i)$$

şeklinde ifade edilir. Burada

$$U_i = \frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2} \sim \chi_{n_i-1}^2 \quad i = 1, 2, \dots, k$$

şeklinde ve birbirlerinden bağımsızdır. $\mathfrak{R}_{\ln \sigma_i^2} = \ln \sigma_i^2$ ifadesinin sağlanması için $(\bar{Y}_i, S_i^2) = (\bar{y}_i, s_i^2)$ olması gerekmektedir. $\mathfrak{R}_{\ln \sigma_i^2}$ nin dağılımları $(\bar{y}_i, s_i^2)$ gibi herhangi bilinmeyen parametreleri içermemektedir. Bu yüzden $\mathfrak{R}_{\ln \sigma_i^2}$ ler sırasıyla $\ln \sigma_i^2$ ler için genelleştirilmiş pivottur. Sonra $A \ln \sigma^2$ için genelleştirilmiş pivot

$$\mathfrak{R}_{A \ln \sigma^2} = A \mathfrak{R}_{\ln \sigma^2} = A(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_1^2}, \mathfrak{R}_{\ln \sigma_2^2}, \dots, \mathfrak{R}_{\ln \sigma_k^2})' \quad (2.25)$$

olarak elde edilir. $\bar{Y} = (\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_k)'$ ve $S^2 = (S_1^2, S_2^2, \dots, S_k^2)'$ olmak üzere $(\bar{y}, s^2)$ verildiğinde $\mathfrak{R}_{A \ln \sigma^2}$ nin koşullu beklenen değerinin

$$\begin{aligned} \mu_{\mathfrak{R}} &= E(\mathfrak{R}_{A \ln \sigma^2} | (\bar{y}, s^2)) \\ &= AE(\mathfrak{R}_{\ln \sigma^2} | (\bar{y}, s^2)) \\ &= A \left(E(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_1^2} | (\bar{y}, s^2)), E(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_2^2} | (\bar{y}, s^2)), \dots, E(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_k^2} | (\bar{y}, s^2)) \right)' \end{aligned} \quad (2.26)$$

ve $(\bar{y}, s^2)$ verildiğinde $\mathfrak{R}_{A \ln \sigma^2}$ nin koşullu kovaryans matrisinin

$$\begin{aligned} \Sigma_{\mathfrak{R}} &= Cov(\mathfrak{R}_{A \ln \sigma^2} | (\bar{y}, s^2)) \\ &= ACov(\mathfrak{R}_{\ln \sigma^2} | (\bar{y}, s^2))A' \\ &= A \text{diag} \left(Var(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_1^2} | (\bar{y}, s^2)), Var(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_2^2} | (\bar{y}, s^2)), \dots, Var(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_k^2} | (\bar{y}, s^2)) \right) A' \end{aligned} \quad (2.27)$$

olduğu görülür. Eş. 2.26 ve Eş. 2.27'deki formüllerde

$$E\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_i^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right) = \ln(n_i s_i^2) - E(\ln U_i);$$

$$Var\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_i^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right) = Var(\ln U_i) = E\left((\ln U_i)^2\right) - (E(\ln U_i))^2;$$

$$E(\ln U_i) = \int_0^\infty \ln y \frac{1}{2^{\frac{n_i-1}{2}} \Gamma\left(\frac{n_i-1}{2}\right)} y^{\frac{n_i-3}{2}} e^{-\frac{y}{2}} dy;$$

$$E\left((\ln U_i)^2\right) = \int_0^\infty (\ln y)^2 \frac{1}{2^{\frac{n_i-1}{2}} \Gamma\left(\frac{n_i-1}{2}\right)} y^{\frac{n_i-3}{2}} e^{-\frac{y}{2}} dy.$$

eşitliği bulunur. İntegralin değeri nümerik yöntemlerle elde edilebilir. Bununla birlikte bu ifadeyi her seferinde hesaplamak uzun süre almaktadır. Bu amaçla farklı n_i değerleri için bu ifade 1×10^7 kez simüle edilerek beklenen değerler meta modelleme yöntemi kullanılarak herhangi bir n_i değeri için %99,5 uyumla yakın sonuç verecek şekilde bir fonksiyon oluşturulmuştur. Böylece program çalışırken daha hızlı çalışması sağlanmıştır. Elde edilen fonksiyon ve uyum oranları EK-2’de verilmiştir.

$$D = \left(\sum_{\mathfrak{R}} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma^2} - \mu_{\mathfrak{R}} \right),$$

$\mathfrak{R}_{\ln \sigma^2}$ nin standartlaştırılmış ifadesi olmak üzere $(\bar{Y}, S^2) = (\bar{y}, s^2)$ iken D ’nin gözlem değeri d ’dir. Böylece $(\bar{y}, s^2)$ biliniyorken D ’nin dağılımının bilinmeyen herhangi bir parametreden bağımsız olduğu aşıkardır.

$$\|D\|^2 = \left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma^2} - \mu_{\mathfrak{R}} \right)' \sum_{\mathfrak{R}}^{-1} \left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma^2} - \mu_{\mathfrak{R}} \right)$$

ifadesi herhangi bir bilinmeyen parametreden bağımsızdır ve $H_{02} : A \ln \sigma^2 = 0$ hipotezinin doğruluğu altında gözlemlenmiş $\|d\|^2$ değeri herhangi bir parametreye bağlı olmayan $\mu'_{\mathfrak{R}} \sum_{\mathfrak{R}}^{-1} \mu_{\mathfrak{R}}$ sabitine eşittir. Bu yüzden $\|D\|^2$ genelleştirilmiş bir test değişkenidir. $\|D\|^2$ aracılığıyla, genelleştirilmiş p-değeri

$$\begin{aligned}
p(\bar{y}, s^2) &= P\left(\|D\|^2 \geq \|d\|^2 \mid H_{02}\right) \\
&= P\left(\left(\mathfrak{R}_{A \ln \sigma^2} - \mu_{\mathfrak{R}}\right)' \sum_{\mathfrak{R}}^{-1} \left(\mathfrak{R}_{A \ln \sigma^2} - \mu_{\mathfrak{R}}\right) \geq \mu'_{\mathfrak{R}} \sum_{\mathfrak{R}}^{-1} \mu_{\mathfrak{R}}\right) \\
&= P\left(\sum_{i=1}^k \frac{(\ln U_i - E(\ln U_i))^2}{Var(\ln U_i)} - \frac{1}{\sum_{j=1}^k \frac{1}{Var(\ln U_j)}} \left(\sum_{i=1}^k \frac{\ln U_i - E(\ln U_i)}{Var(\ln U_i)}\right)^2\right. \\
&\quad \left.\geq \sum_{i=1}^k \frac{(\ln(n_i s_i^2) - E(\ln U_i))^2}{Var(\ln U_i)} - \frac{1}{\sum_{j=1}^k \frac{1}{Var(\ln U_j)}} \left(\sum_{i=1}^k \frac{\ln(n_i s_i^2) - E(\ln U_i)}{Var(\ln U_i)}\right)^2\right) \quad (2.28)
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. $p(\bar{y}, s^2)$, α dan daha küçük olduğunda H_0 hipotezi reddedilecektir.

3. UYGULAMALAR

Bu bölümde varyansların homojenliği varsayımını test etmek için 2.bölümde tanıtılan testlerin Wludyka ve ark. (2005)'de verilen örnek 4.1'deki veri üzerinden uygulanışı gösterilecektir. Bir meyve suyu firması üretim yapmakta kullandığı 4 makinenin birbirinden farklı miktarlarda dolum yaptığından şüphelenmektedir. Her makineden altışar örnek alınıp kaç mililitre dolum yaptığı ölçülmüştür elde edilen veriler Çizelge 3.1'de yer almaktadır.

Çizelge 3.1. Dört makineye ait dolum miktarları

1	2	3	4
87,7	83	90,9	86,5
100,4	87,2	94,2	71,4
85,9	86,7	85,6	80,7
105,5	86	98,5	94,4
74,9	80,4	99,7	97,8
75,3	86,3	108,5	97,9

Bu verilere ilişkin H_0 hipotezi

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 \quad (3.1)$$

olarak verilir.

Uygulamaları yapılacak olan testler için bu veriye ait gerekli ortalama ve varyanslar aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

Çizelge 3.2. Dört gruba ait grup ortalamaları ve grup varyansları

Grup (i)	$\bar{y}_i$	S_i^2
1	88,28	159,38
2	84,93	7,11
3	96,23	62,65
4	88,12	113,21

3.1. Bartlett Testinin Uygulanışı

Bartlett (1937a-1937b) tarafından önerilen Bartlett testini kullanarak Eş. 3.1’de verilen H_0 hipotezini test etmek için önce S_p^2 birleştirilmiş varyans değerinin hesaplanması gerekir. Bu değer,

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2}{n - k}$$

eşitliği ile hesaplanır.

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (n_i - 1) S_i^2}{24 - 4} = \frac{342,35}{4} = 85,59$$

olarak elde edilir. Eş. 2.3 ile B test istatistiği,

$$B = \ln(S_p^2)^{n-k} - \sum_{i=1}^k \ln(S_i^2)^{n_i-1}$$

şeklinde verilmiştir. Buna göre B test istatistiğinin değeri,

$$B = \ln(S_p^2)^{n-k} - \left(\ln(S_1^2)^{n_1-1} + \ln(S_2^2)^{n_2-1} + \ln(S_3^2)^{n_3-1} + \ln(S_4^2)^{n_4-1} \right) = 9,5$$

olarak elde edilmiştir. C_B düzeltme terimi ise

$$C_B = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left(\sum_{i=1}^k \frac{1}{(n_i-1)} - \frac{1}{(n-k)} \right) = 1,08$$

şeklinde hesaplanmıştır. Dolayısıyla B_C test istatistiği,

$$B_C = \frac{B}{C_B} = \frac{9,5}{1,08} = 8,8$$

olarak bulunur. $\alpha = 0,05$ anlamlılık düzeyinde kritik değer $c=7,86$ dır.

$B_C = 8,8 > 7,86$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. Dolayısıyla Bartlett testine göre 0,05 anlamlılık düzeyinde varyanslar homojen değildir.

3.2. Hartley Testinin Uygulanışı

Hartley testi için $F_{\max}$ değerini hesaplamak gerekir. $F_{\max}$ değeri ,

$$F_{\max} = \frac{\max_{1 \leq i \leq k} S_i^2}{\min_{1 \leq i \leq k} S_i^2} = \frac{\max \{159,38; 7,11; 62,66; 113,21\}}{\min \{159,38; 7,11; 62,66; 113,21\}} = \frac{159,38}{7,11} = 22,42$$

şeklinde bulunur. $F_{\max}$ test istatistiğinin kritik değerini bulmak için yapılan simülasyon sonucunda c kritik değeri 13,78 bulunmuştur. $F_{\max} > c$ yani $22,42 > 13,78$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. Dolayısıyla Hartley testine göre 0,05 anlamlılık düzeyinde varyanslar homojen değildir.

3.3. Levene 1 Testinin Uygulanışı

Levene 1 testi için ilk önce Eş. 2.5'deki dönüşüm uygulanmalıdır. Bu dönüşüm

verilerin grup ortalamalarından farklarının mutlak değerleri alınarak yapılır. Daha sonra bu dönüştürülmüş veriye F-testi uygulanırsa kareler toplamı (KT), kareler ortalaması (KO) ve serbestlik derecesi (sd) olmak üzere;

Çizelge 3.3. Levene 1 testi için ANOVA tablosu

Kaynak	sd	KT	KO	F _{hesap}
Deneme	3	204,75	68,25	3,02
Hata	20	452,33	22,62	
Genel	23	657,08		

değeri elde edilir. $F_{hesap} < F_{3,20,0,05}$ yani $3,02 < 8,66$ olduğundan H_0 hipotezi kabul edilir. Levene 1 testinin sonucuna göre 0,05 anlamlılık düzeyinde varyansların homojen olduğu söylenebilir.

3.4. Levene 2 Testinin Uygulanışı

Levene 2 testini uygulamak içinde Eş. 2.6'daki dönüşüm uygulanmalıdır. Bu dönüşüm verilerin grup medyanlarından sapmalarının mutlak değerleri alınarak yapılır. Yine bu dönüştürülmüş veriye F-testi uygulanırsa;

Çizelge 3.4. Levene 2 testi için ANOVA tablosu

Kaynak	sd	KT	KO	F _{hesap}
Deneme	3	217,12	72,37	2,69
Hata	20	538,08	26,9	
Genel	23	755,2		

değeri elde edilir. $F_{hesap} < F_{3,20,0,05}$ yani $2,69 < 8,66$ olduğundan H_0 hipotezi kabul edilir. Levene 2 testinin sonucuna göre 0,05 anlamlılık düzeyinde varyansların homojen olduğu söylenebilir.

3.5. Levene 3 Testinin Uygulanışı

Levene 3 testini uygulamak içinde Eş. 2.7'deki dönüşüm uygulanmalıdır yani bu dönüşüm verilerin grup ortalamalarından sapmalarının karesi alınarak yapılır. Yine bu dönüştürülmüş veriye F-testi uygulanırsa;

Çizelge 3.5. Levene 3 testi için ANOVA tablosu

Kaynak	sd	KT	KO	F_{hesap}
Deneme	3	53720,74	17906,91	2,72
Hata	20	131665,13	6583,26	
Genel	23	185385,87		

değeri elde edilir. $F_{\text{hesap}} < F_{3,20,0,05}$ yani $2,72 < 8,66$ olduğundan H_0 hipotezi kabul edilir. Levene 3 testinin sonucuna göre 0,05 anlamlılık düzeyinde varyansların homojen olduğu söylenebilir.

3.6. Levene 4 Testinin Uygulanışı

Levene 4 testini uygulamak içinde Eş. 2.8'de verilen, verilerin grup ortalamalarından sapmalarının karesinin logaritması ile elde edilen dönüştürülmüş gözlemlere F-testi uygulanırsa;

Çizelge 3.6. Levene 4 testi için ANOVA tablosu

Kaynak	sd	KT	KO	F_{hesap}
Deneme	3	24,22	8,07	2,45
Hata	20	65,69	3,29	
Genel	23	89,91		

değeri elde edilir. $F_{\text{hesap}} < F_{3,20,0,05}$ yani $2,45 < 8,66$ olduğundan H_0 hipotezi kabul edilir. Levene4 testinin sonucuna göre 0.05 anlamlılık düzeyinde varyansların

homojen olduğu söylenebilir.

3.7. Levene 5 Testinin Uygulanışı

Levene 5 testini uygulamak içinde Eş.2.9’da verilen verilerin grup ortalamalarından sapmalarının mutlak değerinin karekökünü alma dönüşümünü uygulamak gerekir. Yine bu dönüştürülmüş veriye F-testi uygulanırsa

Çizelge 3.7. Levene 5 testi için ANOVA tablosu

Kaynak	sd	KT	KO	F_{hesap}
Deneme	3	8,01	2,67	2,90
Hata	20	18,32	0,92	
Genel	23	26,33		

değeri elde edilir. $F_{\text{hesap}} < F_{3,20,0,05}$ yani $2,90 < 8,66$ olduğundan H_0 hipotezi kabul edilir. Levene 5 testinin sonucuna göre 0,05 anlamlılık düzeyinde varyansların homojen olduğu söylenebilir.

3.8. Bhandary ve Dai Testinin Uygulanışı

Bhandary ve Dai (2009) tarafından geliştirilen bu testi uygulamak için ilk olarak her bir grup sırayla çıkartılarak geri kalan grupların birleştirilmiş $S_{p,i}^2$ varyansları hesaplanır. Bu varyanslar, Çizelge 3.8’de verildiği gibidir.

Çizelge 3.8. Dört gruba ait birleştirilmiş varyans değerleri

Gruplar(i)	r_i	$S_{p,i}^2$
1	15	60,99
2	15	111,75
3	15	93,23
4	15	76,38

Bu veriler kullanılarak Eş. 2.10'daki $F_{i,h}$ ve $F_{h,i}$ ($i=1,2,3,4$) test istatistikleri, Çizelge 3.9'da verilmiştir.

Çizelge 3.9. Dört gruba ait test istatistiklerinin değerleri

Gruplar (i)	$F_{i,h}$	$F_{h,i}$
1	2,61	0,38
2	0,06	15,72
3	0,67	1,49
4	1,48	0,68

olarak elde edilir. Eş. 2.11'de verilen P değerleri,

$$Y \sim F_{5,15} \text{ ve } Y \sim F_{15,5} \text{ olmak üzere}$$

Çizelge 3.10. Dört gruba ait test istatistiklerinin p-değerleri

Gruplar (i)	$P_i = P(Y > F_{i,h})$	$P_i = P(Y > F_{h,i})$
1	0,0686	0,933
2	0,997	0,0033
3	0,652	0,389
4	0,254	0,743

şeklinde bulunur. Bulunan P değerleri küçükten büyüğe doğru aşağıdaki gibi sıralanır.

$$0,0033 < 0,0686 < 0,254 < 0,389 < 0,652 < 0,743 < 0,933 < 0,997$$

Daha sonra

$$P(1) < P(2) < P(3) < P(4) < P(5) < P(6) < P(7) < P(8)$$

şeklinde sıralanan P değerleri için $P(i) < \frac{i}{2k}\alpha$ eşitsizliğini sağlayanlara bakılır.

$$\frac{i}{2k}\alpha = \frac{1}{2 \times 4}(0,05) = 0,00625 \quad P(1) = 0,0033 < 0,00625$$

$$\frac{i}{2k}\alpha = \frac{2}{2 \times 4}(0,05) = 0,0125 \quad P(2) = 0,0686 > 0,0125$$

$$\frac{i}{2k}\alpha = \frac{3}{2 \times 4}(0,05) = 0,01875 \quad P(3) = 0,254 > 0,01875$$

$$\frac{i}{2k}\alpha = \frac{4}{2 \times 4}(0,05) = 0,025 \quad P(4) = 0,389 > 0,025$$

$$\frac{i}{2k}\alpha = \frac{5}{2 \times 4}(0,05) = 0,03125 \quad P(5) = 0,652 > 0,03125$$

$$\frac{i}{2k}\alpha = \frac{6}{2 \times 4}(0,05) = 0,0375 \quad P(6) = 0,743 > 0,0375$$

$$\frac{i}{2k}\alpha = \frac{7}{2 \times 4}(0,05) = 0,04375 \quad P(7) = 0,933 > 0,04375$$

$$\frac{i}{2k}\alpha = \frac{8}{2 \times 4}(0,05) = 0,05 \quad P(8) = 0,997 > 0,05$$

sonuçta $P(1) < \frac{1}{2k}\alpha$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. Dolayısıyla Bhandary ve

Dai testine göre 0,05 anlamlılık düzeyinde varyansların homojen olmadığı söylenebilir.

3.9. ANOM Testinin Uygulanışı

ANOMV testini uygulamak için örnek çapları eşit olduğunda

$$KO_{Hata} = 85,59$$

şeklinde hesaplanır. θ_i , değerleri

$$\theta_i = (n_i - 1) / 2 = \theta_1 = \dots = \theta_4 = (6 - 1) / 2 = 2,5000$$

olmak üzere toplam $\sum_{i \neq j} \theta_j$ değerleri

$$\sum_{i \neq j} \theta_j = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = \dots = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 7,5000$$

şeklinde hesaplanır. Buradan da U ve L değerleri aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} L_i^* = L^*(\alpha; k, \{n_i\}) &= Beta^{-1}\left(\alpha / (2k), \theta_i, \sum_{i \neq j} \theta_j\right) \\ &= Beta^{-1}(0,05 / (2.4), (2,5), (7,5)) = 0,0272 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_i^* = U^*(\alpha; k, \{n_i\}) &= Beta^{-1}\left(1 - \alpha / (2k), \theta_i, \sum_{i \neq j} \theta_j\right) \\ &= Beta^{-1}(1 - 0,05 / (2.4), (2,5), (7,5)) = 0,6297 \end{aligned}$$

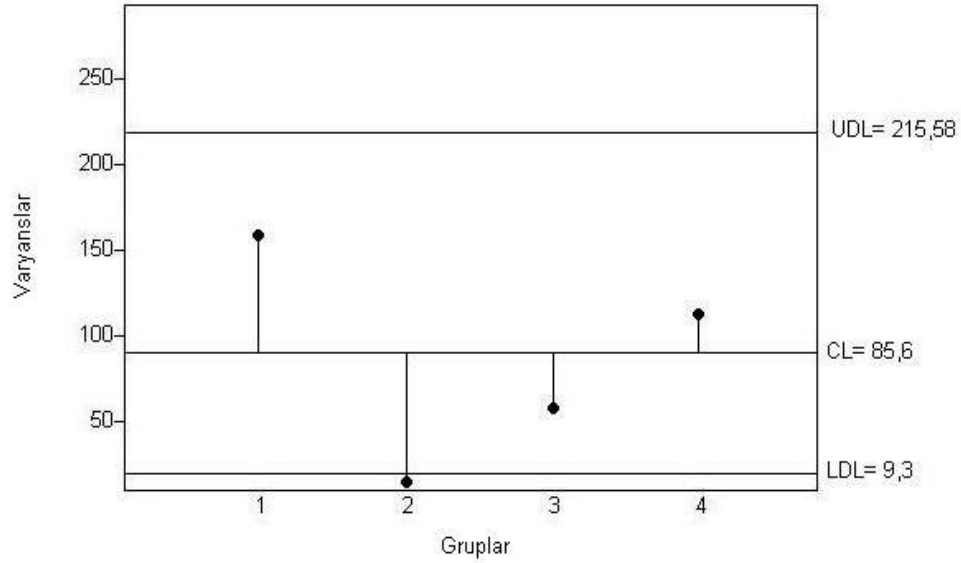
UDL ve LDL karar çizgileri ve CL merkez çizgisi aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$UDL = U(\alpha; k, n-1)kKO_{Hata} = (0,6297)(4)(85,59) = 215,5827$$

$$CL = KO_{Hata} = 85,59$$

$$LDL = L(\alpha; k, n-1)kKO_{Hata} = (0,0272)(4)(85,59) = 9,2987$$

Grupların varyansları hesaplandığında 159,3857; 7,1107; 62,6547; 113,2057 değerleri elde edilir. Aşağıdaki şekilde de görüldüğü gibi bu varyans değerlerinden 2.grubun varyansı karar çizgisinin dışına düştüğü için hipotez reddedilir yani 0,05 anlamlılık düzeyinde varyansların homojen olmadığı söylenebilir.



Şekil 3.1. Anom testinin grafiği

3.10. Jackknife 1 Yönteminin Uygulanışı

Layard (1973), Miller'in iki-grup için önerdiği Jackknife yöntemini k -grup için genellemiştir. Jackknife yöntemini uygulamak için kullanılan bazı istatistiksel ifadeler aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$\bar{y}_{i(j)} = (n_i - 1)^{-1} \sum_{l \neq j} y_{il}, (i=1,2)$$

$$\bar{y}_{1(1)} = 88,4, \bar{y}_{1(2)} = 85,86, \dots, \bar{y}_{1(6)} = 90,88, \dots, \bar{y}_{4(6)} = 86,16$$

Benzer şekilde varyanslar içinde bu işlemi yaparsak,

$$s_{i(j)}^2 = (n_i - 2)^{-1} \sum_{l \neq j} (y_{il} - \bar{y}_{i(j)})^2$$

$$s_{1(1)}^2 = 199,13, s_{1(2)}^2 = 155,188, \dots, s_{1(6)}^2 = 148,662, \dots, s_{4(6)}^2 = 112,793$$

elde edilir. Grupların varyansları;

$$s_1^2 = 159,3857; s_2^2 = 7,1107; s_3^2 = 62,6547; s_4^2 = 113,2057$$

şeklinde olmak üzere U değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$U_{ij} = n_i \log s_i^2 - (n_i - 1) \log s_{i(j)}^2$$

$$U_{11} = 3,96, U_{12} = 5,21, \dots; U_{16} = 5,42, \dots, U_{46} = 4,75$$

Hesaplanan bu veriler kullanılarak Eş. 2.21'deki test istatistiğinin değeri,

$$J_1 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{U}_{i.} - \bar{U}_{..})^2 / (k-1)}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (U_{ij} - \bar{U}_{i.})^2 / (n-k)} = \frac{10,3211}{2,9720} = 3,4728$$

olarak bulunur. Burada p değeri 0,0354 olur. $0,0354 < 0,05$ yani $p < \alpha$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir yani 0,05 anlamlılık düzeyinde varyansların homojen olmadığı söylenebilir.

3.11. Jackknife 2 Yönteminin Uygulanışı

O'Brien (1978) tarafından önerilen bu yöntem $Q_{ij} = n_i s_i^2 - (n_i - 1) s_{i(j)}^2$ şeklinde verilen alternatif Jackknife yapay değerleri kullanılarak hesaplanır. Yöntemde kullanılacak Q_{ij} değerleri

$$Q_{ij} = n_i s_i^2 - (n_i - 1) s_{i(j)}^2$$

$$Q_{11} = -39,34; Q_{12} = 180,37; \dots; Q_{46} = 115,27$$

şeklinde hesaplanır. H_0 hipotezini test etmek için Eş. 2.22'de verilen O'Brien'nın test istatistiği

$$J_2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{Q}_{i.} - \bar{Q}_{..})^2 / (k-1)}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Q_{ij} - \bar{Q}_{i.})^2 / (n-k)} = \frac{25787}{14812} = 1,74$$

şeklinde bulunur. Buradanda p değeri 0,19 olur. $0,0354 > 0,05$ yani $p > \alpha$ olduğundan H_0 hipotezi kabul edilir yani 0,05 anlamlılık düzeyinde varyansların homojen olduğu söylenebilir.

3.12. Genelleştirilmiş Test Değişkeni ve Genelleştirilmiş p-değerinin Uygulanışı

İlk olarak Tsui ve Weerahandi (1989) tarafından önerilmiştir. Bu testi uygulamak için her bir grubun varyansının ve ortalamasının en çok olabilirlik tahmin edicileri aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır.

$$\bar{X}_1 = 88,28, \bar{X}_2 = 84,93, \bar{X}_3 = 96,23, \bar{X}_4 = 88,12$$

$$S_1^2 = 132,82, S_2^2 = 5,93, S_3^2 = 52,21, S_4^2 = 94,34$$

Burada,

$$\mathfrak{R}_{\ln \sigma_i^2} = \ln \frac{S_i^2}{S_i^2} \sigma_i^2 = \ln \frac{n_i S_i^2}{U_i} = \ln(n_i S_i^2) - \ln(U_i) \quad i = 1, 2, 3, 4$$

şeklindedir ve

$$U_i = \frac{n_i S_i^2}{\sigma_i^2} \sim \chi_{n_i-1}^2 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

biçiminde ifade edilir. $\mathfrak{R}_{\ln \sigma^2}$ nin koşullu beklenen değeri

$$E\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_i^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right) = \ln(n_i s_i^2) - E(\ln U_i)$$

$$E\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_1^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right) = 5,5663; \quad E\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_2^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right) = 2,4565;$$

$$E\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_3^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right) = 4,6326; \quad E\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_4^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right) = 5,2241$$

olmak üzere

$$\mu_{\mathfrak{R}} = A \left(E\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_1^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right), E\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_2^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right), E\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_3^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right), E\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_4^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right) \right)'$$

$$\mu_{\mathfrak{R}} = A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}_{3 \times 4} \begin{pmatrix} 5,57 \\ 2,46 \\ 4,63 \\ 5,22 \end{pmatrix}_{4 \times 1} = \begin{pmatrix} 0,3421 \\ -2,7676 \\ -0,5916 \end{pmatrix}_{3 \times 1}$$

ve $\mathfrak{R}_{\ln \sigma^2}$ 'nin koşullu kovaryans matrisi

$$Var\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_i^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right) = Var(\ln U_i) = E\left((\ln U_i)^2\right) - (E(\ln U_i))^2 = 0,64 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

olmak üzere

$$\sum_{\mathfrak{R}} = A \text{diag}\left(Var\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_1^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right), \dots, Var\left(\mathfrak{R}_{\ln \sigma_4^2} \mid (\bar{y}, s^2)\right)\right) A'$$

$$\sum_{\mathfrak{R}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}_{3 \times 4} \begin{pmatrix} 0,64 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,64 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,64 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,64 \end{pmatrix}_{4 \times 4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}_{3 \times 4}'$$

$$\sum_{\mathfrak{R}} = \begin{pmatrix} 1,2879 & 0,6440 & 0,6440 \\ 0,6440 & 1,2879 & 0,6440 \\ 0,6440 & 0,6440 & 1,2879 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

şeklinde hesaplanır. Bu değerlerden hareketle,

$$\|d\|^2 = \mu'_{\mathfrak{R}} \sum_{\mathfrak{R}}^{-1} \mu_{\mathfrak{R}} = \begin{pmatrix} 0,3421 \\ -2,7676 \\ -0,5916 \end{pmatrix}_{3 \times 1} \begin{pmatrix} 1,2879 & 0,6440 & 0,6440 \\ 0,6440 & 1,2879 & 0,6440 \\ 0,6440 & 0,6440 & 1,2879 \end{pmatrix}_{3 \times 3} \begin{pmatrix} 0,3421 \\ -2,7676 \\ -0,5916 \end{pmatrix}_{3 \times 1} = 9,09$$

olarak bulunur.

$$\|D\|^2 = \left(\mathfrak{R}_{\mathcal{A} \ln \sigma^2} - \mu_{\mathfrak{R}} \right)' \sum_{\mathfrak{R}}^{-1} \left(\mathfrak{R}_{\mathcal{A} \ln \sigma^2} - \mu_{\mathfrak{R}} \right)$$

ifadesinin değeri 5000 kez simüle edilerek p değerinin tahmini aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\hat{p} = \frac{\#(\|D\|^2 > \|d\|^2)}{5000} = 0,0145$$

Elde elden p-değerinin tahmini 0,05'den küçük olduğundan varyansların homojen olmadığı söylenebilir.

4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Bu bölümde, Bölüm 2’de tanıtılan test istatistiklerinin MATLAB R2009A programı kullanılarak deneysel I.tip hata oranları ve güçleri bakımından karşılaştırılması simülasyon yoluyla yapılarak bulunan sonuçlar tablolarla gösterilmiş ve yorumlarına yer verilmiştir.

4.1. Test İstatistiklerinin Deneysel I.Tip Hata Oranları Bakımından Karşılaştırılması

Test istatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları bakımından karşılaştırılması amacıyla varyansları eşit olarak belirlenen farklı grup sayısı ve örnek çapı dikkate alınarak simülasyonlar yapılmıştır. H_0 hipotezinin doğruluğu altında 30000 tekrar yapılarak Hartley testinin 0,05 ve 0,10 anlamlılık düzeyinde kritik değerleri elde edilmiştir. Bu sayıdan sonra elde edilen kritik değerler çok sapmadığından 30000 tekrar yeterli görülmüştür. Genelleştirilmiş p-değeri, her biri 4000 tekrara dayalı simülasyon yapılarak elde edilen değerlerin gözlem değerleri ile kıyaslanmasıyla bulunmuştur. Manly (2007) yeniden örnekleme tekniklerinde p-değerini bulurken $\alpha = 0,05$ olduğunda 3000 ile 4000 civarında bir denemenin, $\alpha = 0,10$ olduğunda ise 1000 ile 2000 arasında bir denemenin yeterli olacağını belirtmiştir.

Aynı varyanslı ve normal dağılımlı yığınardan aynı ve farklı çaplarda örnekler üretilmiştir. Bu örneklerin her biri için H_0 hipotezini test etmek amacıyla 2.bölümde anlatılan ANOM, Bartlett (B), Brahandary-Dai (DAI), Genelleştirilmiş P (GP), Hartley (H), Jackknife 1 Yöntemi (JN1), Jackknife 2 Yöntemi (JN2), Levene 1 (LEV1), Levene 2 (LEV2), Levene 3 (LEV3), Levene 4 (LEV4), Levene 5 (LEV5) testlerinin yazılan programlar kullanılarak test istatistiklerinin değerleri hesaplanmış ve bu değerlerden hareketle p-değerleri bulunmuştur. Bulunan p-değerleri α değerinden küçük ise H_0 hipotezi reddedilmiştir. Bu işlemler 5000 kez tekrarlanarak her bir test istatistiğinin H_0 hipotezini reddetme sayıları saptanmış ve bunlar 5000 deneme sayısına bölünerek her bir test istatistiği için deneysel I.tip hata oranları hesaplanmıştır.

Hartley testinde, örnek çaplarının eşit olmadığı durumlarda deneysel I.tip hata oranlarının çok yüksek çıktığı gözlemlenmiş ve bu değerler dikkate alınmamıştır.

Grup sayıları, $k=3$, $k=5$ ve $k=7$ iken, testlerin deneysel I.tip hata oranları $\alpha=0,05$ için Çizelge 4.1’de ve $\alpha=0,10$ için de Çizelge 4.2’de gösterilmiştir. Ayrıca bu çizelgelere ve yorumlarına yer verilmiştir.

Çizelge 4.1. Nominal $\alpha=0,05$, aynı ve farklı örnek çapları için test istatistiklerinin deneysel I. tip hata oranları

Örnek Çapı	ANOM	B	DAI	GP	H	JN1	JN2	LEV1	LEV2	LEV3	LEV4	LEV5
(5,5,5)	0,0472	0,0502	0,0490	0,0496	0,0512	0,0340	0,0124	0,0802	0,0058	0,0572	0,0626	0,0828
(3,5,7)	0,0468	0,0518	0,0490	0,0526	-	0,0420	0,0062	0,0810	0,0042	0,0618	0,0854	0,0938
(15,15,15)	0,0504	0,0560	0,0526	0,0542	0,0550	0,0546	0,0324	0,0598	0,0308	0,0526	0,0580	0,0614
(13,15,17)	0,0414	0,0486	0,0438	0,0484	-	0,0500	0,0232	0,0552	0,0256	0,0420	0,0532	0,0592
(35,35,35)	0,0422	0,0464	0,0438	0,0468	0,0504	0,0482	0,0380	0,0500	0,0356	0,0450	0,0470	0,0516
(33,35,37)	0,0504	0,0556	0,0522	0,0566	-	0,0554	0,0438	0,0574	0,0414	0,0524	0,0504	0,0548
(5,5,5,5,5)	0,0448	0,0476	0,0460	0,0490	0,0488	0,0292	0,0088	0,0960	0,0028	0,0710	0,0658	0,0906
(3,4,5,6,7)	0,0532	0,0510	0,0552	0,0530	-	0,0334	0,0080	0,0960	0,0146	0,0804	0,0884	0,0988
(15,15,15,15,15)	0,0442	0,0436	0,0460	0,0440	0,0462	0,0484	0,0312	0,0578	0,0232	0,0542	0,0566	0,0612
(11,13,15,17,19)	0,0418	0,0452	0,0426	0,0460	-	0,0452	0,0256	0,0544	0,0206	0,0504	0,0472	0,0532
(35,35,35,35,35)	0,0542	0,0502	0,0550	0,0516	0,0494	0,0498	0,0438	0,0548	0,0382	0,0520	0,0490	0,0524
(31,33,35,37,39)	0,0482	0,0492	0,0492	0,0478	-	0,0482	0,0382	0,0488	0,0364	0,0492	0,0538	0,0534
(5,5,5,5,5,5,5)	0,0466	0,0482	0,0476	0,0496	0,0460	0,0288	0,0106	0,1120	0,0014	0,0932	0,0786	0,1062
(2,3,4,5,6,7,8)	0,0502	0,0428	0,0520	0,0482	-	0,0000	0,1280	0,1220	0,0236	0,0938	0,1456	0,1398
(15,15,15,15,15,15,15)	0,0480	0,0540	0,0494	0,0552	0,0528	0,0464	0,0326	0,0666	0,0258	0,0638	0,0576	0,0646
(11,13,15,17,19,21,23)	0,0432	0,0468	0,0448	0,0424	-	0,0456	0,0348	0,0606	0,0294	0,0594	0,0540	0,0594
(35,35,35,35,35,35,35)	0,0474	0,0442	0,0482	0,0450	0,0454	0,0470	0,0356	0,0498	0,0314	0,0474	0,0460	0,0500
(31,33,35,37,39,41,43)	0,0490	0,0514	0,0502	0,0526	-	0,0512	0,0434	0,0582	0,0386	0,0538	0,0518	0,0556

Çizelge 4.2. Nominal $\alpha=0,10$, aynı ve farklı örnek çapları için test istatistiklerinin deneysel I. tip hata oranları

Örnek Çapı	ANOM	B	DAI	GP	H	JN1	JN2	LEV1	LEV2	LEV3	LEV4	LEV5
(5,5,5)	0,0844	0,1000	0,0894	0,1022	0,1064	0,0754	0,0300	0,1462	0,0200	0,1178	0,1188	0,1476
(3,5,7)	0,0828	0,0934	0,0868	0,0988	-	0,0738	0,0132	0,1416	0,0166	0,1122	0,1308	0,1488
(15,15,15)	0,0790	0,0954	0,0840	0,0956	0,0978	0,0904	0,0694	0,1114	0,0626	0,0992	0,1020	0,1090
(13,15,17)	0,0912	0,1064	0,0990	0,1044	-	0,0988	0,0694	0,1046	0,0624	0,0962	0,1014	0,1064
(35,35,35)	0,0866	0,1034	0,0928	0,1052	0,1006	0,1038	0,0922	0,1110	0,0896	0,1040	0,1014	0,1114
(33,35,37)	0,0926	0,1130	0,1022	0,1106	-	0,1060	0,0974	0,1084	0,0904	0,1116	0,0978	0,1062
(5,5,5,5,5)	0,0904	0,0996	0,0954	0,1026	0,0966	0,0602	0,0270	0,1756	0,0096	0,1508	0,1414	0,1732
(3,4,5,6,7)	0,0910	0,0972	0,0964	0,1076	-	0,0660	0,0188	0,1708	0,0340	0,1430	0,1458	0,1768
(15,15,15,15,15)	0,0872	0,0948	0,0902	0,0912	0,0918	0,0880	0,0604	0,1128	0,0566	0,1072	0,1024	0,1112
(11,13,15,17,19)	0,0846	0,0922	0,0872	0,0930	-	0,0866	0,0640	0,1076	0,0544	0,0990	0,0940	0,1050
(35,35,35,35,35)	0,0944	0,1066	0,0996	0,1042	0,1028	0,1050	0,0896	0,1094	0,0812	0,1054	0,1026	0,1090
(31,33,35,37,39)	0,0874	0,0934	0,0932	0,0964	-	0,0906	0,0830	0,1036	0,0776	0,0992	0,1036	0,1070
(5,5,5,5,5,5,5)	0,0922	0,0948	0,0976	0,0960	0,0984	0,0564	0,0240	0,1950	0,0056	0,1656	0,1370	0,1796
(2,3,4,5,6,7,8)	0,0988	0,1010	0,1044	0,0994	-	0,0000	0,1582	0,2116	0,0502	0,1642	0,2204	0,2346
(15,15,15,15,15,15,15)	0,0884	0,1034	0,0946	0,1032	0,1046	0,0896	0,0690	0,1254	0,0574	0,1160	0,1140	0,1236
(11,13,15,17,19,21,23)	0,0886	0,0890	0,0940	0,0932	-	0,0814	0,0744	0,1134	0,0570	0,1124	0,1044	0,1080
(35,35,35,35,35,35,35)	0,0932	0,0922	0,0982	0,0936	0,0996	0,0880	0,0756	0,1044	0,0748	0,0960	0,0892	0,1008
(31,33,35,37,39,41,43)	0,0974	0,1008	0,1032	0,1034	-	0,0980	0,0862	0,1088	0,0812	0,1126	0,1052	0,1098

Çizelge 4.1 incelendiğinde, örnek çaplarının küçük olduğu durumlarda LEV1, LEV4 ve LEV5 testlerinin, örnek çapı küçük ve grup sayısı fazla iken LEV3 testinin deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha = 0,05$ değerinden oldukça yüksektir. Özellikle bu durum grup sayısı arttıkça daha da belirginleşmektedir. Elde edilen hata oranları grup sayısı 3 iken 0,0802 olmakla birlikte özellikle grup sayısı arttıkça 0,1398 değerine ulaştığı dolayısıyla başlangıçta kabul edilen 0,05 değerinden çok uzaklaşıldığı görülmektedir. Bu sebeple deneysel I.tip hata oranları kabul edilebilir düzeyde değildir. Örnek çapı arttığında LEV testlerin deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha = 0,05$ 'e yakın değerler aldığı gözlemlenmiştir. Aralarında çok büyük farklar olmamakla birlikte grup sayısı az iken LEV3 testinin grup sayısı çok olduğunda da LEV4 testinin daha kullanışlı bir test olduğu söylenebilir. Hartley testide örnek çapı küçük ve eşit iken özellikle grup sayısı arttığında LEV testlerine göre daha iyi sonuçlar vermektedir.

JN2 testi genellikle örnek çapının büyük ve farklı olduğu durumlarda, LEV2 testi ise örnek çapının büyük, farklı ve grup sayısının az olduğu durumda nominal $\alpha = 0,05$ değerine yakın deneysel I.tip hata oranları vermektedir. Diğer durumlarda ise her iki testin I.tip hata oranlarının oldukça küçük çıktığı gözlenmiştir. Benzer olarak JN1 testinin örnek çapı küçük iken deneysel I.tip hata oranının küçük olduğu, örnek çapı arttıkça I.tip hatanın nominal $\alpha = 0,05$ değerine oldukça yaklaştığı görülmektedir. I.tip hatanın düşük olması arzu edilen bir durum olmasına rağmen bu durum II.tip hatanın yükselmesine sebep olabilmektedir. Dolayısıyla I.tip hatanın mümkün olduğunca varsayılan nominal I.tip hataya yakın olması istenmektedir. Çizelge 4.1'e bakıldığında JN2 ve LEV2 testlerinin deneysel I.tip hata oranlarının diğer testlere kıyasla hemen hemen her durumda nominal $\alpha = 0,05$ değerinden küçük olduğu görülmektedir.

Bartlett, Brahandary-DAI, Genelleştirilmiş p-değeri ve ANOM testlerinin deneysel I.tip hataları, nominal $\alpha = 0,05$ değerine yakın çıktığından bu testlerin her örnek çapında iyi sonuç verdiği söylenebilir. $\alpha = 0,05$ anlamlılık düzeyinde testlere genel olarak bakılırsa bu dört testin diğerlerine göre daha kullanışlı oldukları söylenebilir.

Çizelge 4.2 incelendiğinde LEV1, LEV3, LEV4, LEV5 ve JN1 testlerinin $\alpha = 0,10$ anlamlılık düzeyinde, $\alpha = 0,05$ anlamlılık düzeyinde olduğu gibi örnek çapları küçük olduğunda LEV testlerinin deneysel I.tip hata oranlarının nominal $\alpha = 0,10$ değerinden yüksek olduğu ve grup sayısı arttıkça bu oranların daha da yükseldiği görülmektedir. JN1 testinde ise deneysel I.tip hata oranının nominal $\alpha = 0,10$ değerinden düşük çıktığı ve yine grup sayısı arttıkça bu oranın daha da düştüğü gözlemlenmiştir. Dolayısıyla $\alpha = 0,10$ anlamlılık düzeyinde bu testler anlatılan durumlarda kullanışlı değildir.

LEV2 ve JN2 testlerinin örnek çapının büyük olduğu durumlarda deneysel I.tip hata oranlarının nominal değer olan $\alpha = 0,10$ değerine yaklaştığı diğer durumlarda küçük değerler alarak uzaklaştığı söylenebilir. Sonuç olarak bu iki testin deneysel I.tip hata oranının $\alpha=0,10$ alındığında örnek çapları büyük iken daha iyi çıktığı görülmektedir. Bartlett, Brahandary-DAI, Genelleştirilmiş p-değeri ve ANOM testlerinin deneysel I.tip hataları, nominal $\alpha=0,10$ değerine yakın çıktığından bu testlerin de yine nominal $\alpha = 0,05$ değerinde olduğu gibi her örnek çapında iyi sonuç verdiği ve diğer testlere göre daha kullanışlı olduğu söylenebilir.

4.2. Test İstatistiklerinin Güç Değerleri Bakımından Karşılaştırılması

Test istatistiklerinin güç bakımından karşılaştırılması amacıyla farklı grup varyansları kombinasyonları ile normal dağılım varsayımı altında yığınlardan aynı ve farklı çaplarda örnekler üretilmiştir. Üretilen örneklerin her biri için gerçekte yanlış olan H_0 hipotezinin testi için ANOM, B, DAI, GP, H, JN1, JN2, LEV1, LEV2, LEV3, LEV4, LEV5 testlerinin yine test istatistiklerinin değerleri ve p-değerleri bulunmuştur. Bu işlemler 5000 kez tekrarlanarak her bir test istatistiğinin H_0 hipotezini reddetme sayıları saptanmış ve bunlar 5000 tekrar sayısına bölünerek her bir test istatistiği için deneysel güç değerleri hesaplanmıştır. Grup sayıları, $k=3$, $k=5$, $k=7$ iken, $\alpha=0,05$ için testlerin deneysel güç değerleri Çizelge 4.3-4.8'de gösterilmiştir. Aşağıda bu çizelgelere ve yorumlarına yer verilmiştir.

Çizelge 4.3. Nominal $\alpha=0.05$, $k=3$ ve örnek çapları aynı iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek Çapı	S. Sapma	ANOM	B	DAI	GP	H	JN1	JN2	LEV1	LEV2	LEV3	LEV4	LEV5
(5,5,5)	(1,5;1;1)	0.1020	0.1080	0.1058	0.0926	0.0956	0.0676	0.0290	0.1500	0.0144	0.1124	0.1100	0.1514
(5,5,5)	(2;1;1)	0.2392	0.2388	0.2478	0.1950	0.1986	0.1220	0.0646	0.2482	0.0396	0.1808	0.1780	0.2440
(5,5,5)	(2;1,5;1)	0.1474	0.1532	0.1526	0.1446	0.1416	0.0982	0.0362	0.1882	0.0196	0.1384	0.1470	0.1912
(5,5,5)	(1,5;1,5;1)	0.0888	0.0946	0.0906	0.0944	0.0930	0.0666	0.0198	0.1218	0.0106	0.0886	0.1008	0.1272
(5,5,5)	(2;2;1)	0.1684	0.1848	0.1744	0.1860	0.1872	0.1226	0.0288	0.1902	0.0198	0.1182	0.1724	0.2142
(15,15,15)	(1,5;1;1)	0.3252	0.3344	0.3308	0.3060	0.3046	0.2702	0.2304	0.3012	0.2122	0.2972	0.1738	0.2532
(15,15,15)	(2;1;1)	0.7520	0.7558	0.7582	0.7222	0.7140	0.6400	0.5798	0.6742	0.5806	0.6722	0.4070	0.5942
(15,15,15)	(2;1,5;1)	0.5512	0.5848	0.5630	0.5926	0.5880	0.5224	0.3318	0.5020	0.3788	0.4302	0.3254	0.4586
(15,15,15)	(1,5;1,5;1)	0.2568	0.2840	0.2676	0.2902	0.2824	0.2614	0.1282	0.2442	0.1500	0.1934	0.1684	0.2276
(15,15,15)	(2;2;1)	0.6808	0.7124	0.6900	0.7368	0.7188	0.6434	0.3164	0.5830	0.4454	0.4302	0.4192	0.5572
(35,35,35)	(1,5;1;1)	0.6686	0.6778	0.6764	0.6558	0.6506	0.6246	0.6392	0.6176	0.5782	0.6670	0.3370	0.5228
(35,35,35)	(2;1;1)	0.9874	0.9878	0.9878	0.9846	0.9830	0.9786	0.9790	0.9772	0.9706	0.9848	0.7618	0.9390
(35,35,35)	(2;1,5;1)	0.9456	0.9570	0.9522	0.9590	0.9576	0.9398	0.8860	0.9110	0.8856	0.9040	0.6506	0.8462
(35,35,35)	(1,5;1,5;1)	0.6328	0.6598	0.6430	0.6766	0.6724	0.6504	0.5048	0.5760	0.5222	0.5416	0.3446	0.5070
(35,35,35)	(2;2;1)	0.9868	0.9888	0.9876	0.9908	0.9884	0.9844	0.9350	0.9640	0.9544	0.9476	0.7638	0.9314

Çizelge 4.3 incelendiğinde yani örnek çaplarının eşit ve grup sayılarının 3 olduğu durumda, örnek çapları küçük iken özellikle LEV1 ve LEV5 testlerinin diğer testlerden daha yüksek güç değerlerine sahip oldukları görülmektedir. Fakat bu testlerin deneysel I.tip hata oranları nominal, $\alpha=0,05$ değerinden oldukça yüksek çıktığı için değerlendirme yapılırken güç değerleri dikkate alınmamıştır.

Örnek çapı küçük olduğunda JN1, JN2 ve LEV2 testlerinin diğer testlere göre daha düşük güç değerlerine sahip olduğu gözlenmiştir. Sadece bir tane grup varyansı büyük olduğunda LEV3 ve LEV4 testleri diğer testler içinde az da olsa daha yüksek güç değerlerine sahiptir. Yine tek grup varyansı büyük olduğunda varyansın değeri arttıkça DAI, ANOM ve B testleri birbirlerine yakın güç değerlerine sahip olmakla birlikte diğer testlere göre daha iyi sonuçlar vermiştir. Yığın varyanslarının üçü de birbirinden farklı olduğu zaman B ve DAI testlerinin diğer testlere göre biraz daha iyi sonuç verdiği söylenebilir. Yığın varyanslarının iki tanesi büyük diğeri küçük olduğunda testlerin güç değerleri hemen hemen birbirlerine yakın olup özellikle LEV4 testinin, varyans değerleri arttığında da H testinin diğer testlere göre az da olsa üstünlükleri göze çarpmaktadır. Ancak LEV3 testinin gücü düşük çıkmıştır.

Örnek çapı arttıkça JN2, LEV2 ve LEV4 testlerinin yine diğer testlere göre daha düşük güç değerlerine sahip oldukları görülmektedir. Ancak örnek çapı 30'un üstüne çıktığında bu testlerin güç değerleri de artmaktadır. Özellikle JN2 ve LEV2 testlerinin deneysel I.tip hata oranları nominal değerden daha düşük olmasına rağmen güç değerlerinin oldukça yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Tek grup varyansı farklı olduğunda B ve DAI testlerinin diğer testlere göre az da olsa üstünlüğü göze çarpmaktadır. Örnek çapı arttıkça üç yığın varyansının birbirinden farklı olduğu durum ile iki yığın varyansının büyük olduğu durumda testlerin birbirlerine yakın güç değerlerine sahip oldukları ancak GP testinin daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Sonuç olarak grup sayısının 3 olduğu durumda örnek çapı küçük ve eşit iken testler birbirlerine yakın güç değerlerine sahip olmakla birlikte B testinin hemen hemen her durum için iyi bir test olduğu söylenebilir. Örnek çapı arttıkça testlerin güç değerlerinin de arttığı özellikle GP testinin bu durumda daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu söylenebilir.

Çizelge 4.4. Nominal $\alpha=0,05$, $k=3$ ve örnek çapları farklı iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek Çapı	S. Sapma	ANOM	B	DAI	GP	H	JN1	JN2	LEV1	LEV2	LEV3	LEV4	LEV5
(3,5,7)	(1,5;1;1)	0,0994	0,0852	0,1012	0,0436	0,0848	0,0702	0,0034	0,1492	0,0044	0,1696	0,0806	0,1272
(3,5,7)	(1;1;1,5)	0,0842	0,1014	0,0894	0,1112	0,0132	0,0602	0,0122	0,1242	0,0172	0,0602	0,1482	0,1546
(3,5,7)	(2;1;1)	0,2106	0,1780	0,2164	0,0622	0,0886	0,1238	0,0026	0,2644	0,0158	0,3168	0,1172	0,2116
(3,5,7)	(1;1;2)	0,2068	0,2312	0,2154	0,2272	0,0030	0,1110	0,0236	0,2030	0,0386	0,0862	0,2382	0,2552
(3,5,7)	(2;1,5;1)	0,1884	0,1624	0,1964	0,0636	0,0970	0,0998	0,0098	0,2362	0,0108	0,2536	0,1222	0,1972
(3,5,7)	(1;1,5;2)	0,0848	0,1144	0,0888	0,1404	0,0016	0,0700	0,0108	0,1208	0,0188	0,0552	0,1780	0,1718
(3,5,7)	(1,5;1,5;1)	0,1088	0,0976	0,1154	0,0594	0,0970	0,0668	0,0154	0,1624	0,0092	0,1538	0,1094	0,1494
(3,5,7)	(1;1,5;1,5)	0,0536	0,0696	0,0562	0,0844	0,0108	0,0482	0,0072	0,0852	0,0072	0,0444	0,1200	0,1178
(3,5,7)	(2;2;1)	0,2518	0,2218	0,2642	0,1198	0,0970	0,1310	0,0234	0,2734	0,0186	0,2494	0,1676	0,2506
(3,5,7)	(1;2;2)	0,0782	0,1066	0,0810	0,1456	0,0024	0,0782	0,0136	0,1148	0,0130	0,0602	0,1920	0,1778
(13,15,17)	(1,5;1;1)	0,2968	0,2982	0,3054	0,2234	1,0000	0,2390	0,2386	0,2854	0,1936	0,2932	0,1540	0,2320
(13,15,17)	(1;1;1,5)	0,3196	0,3360	0,3298	0,3530	0,9936	0,2792	0,2124	0,3022	0,2194	0,2826	0,1858	0,2666
(13,15,17)	(2;1;1)	0,7248	0,7240	0,7322	0,6342	1,0000	0,6146	0,6002	0,6634	0,5558	0,6758	0,3856	0,5732
(13,15,17)	(1;1;2)	0,7730	0,7808	0,7794	0,7840	0,7436	0,6628	0,5630	0,6980	0,6032	0,6638	0,4290	0,6164
(13,15,17)	(2;1,5;1)	0,5874	0,6146	0,6016	0,5268	1,0000	0,5274	0,3898	0,5314	0,3942	0,4874	0,3178	0,4690

Çizelge 4.4. (Devam) Nominal $\alpha=0,05$, $k=3$ ve örnek çapları farklı iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek Çapı	S. Sapma	ANOM	B	DAI	GP	H	JN1	JN2	LEV1	LEV2	LEV3	LEV4	LEV5
(13,15,17)	(1;1,5;2)	0,5260	0,5684	0,5406	0,6284	0,7182	0,5000	0,2884	0,4744	0,3658	0,3784	0,3238	0,4386
(13,15,17)	(1,5;1,5;1)	0,2690	0,2878	0,2804	0,2292	1,0000	0,2648	0,1602	0,2624	0,1612	0,2322	0,1704	0,2322
(13,15,17)	(1;1,5;1,5)	0,2172	0,2500	0,2244	0,3102	0,9940	0,2380	0,0972	0,2106	0,1322	0,1448	0,1660	0,2078
(13,15,17)	(2;2;1)	0,7186	0,7392	0,7284	0,6928	10000	0,6704	0,3856	0,6242	0,4858	0,5102	0,4176	0,5720
(13,15,17)	(1;2;2)	0,5948	0,6432	0,6032	0,7300	0,7544	0,5948	0,2228	0,5172	0,3854	0,3272	0,3808	0,5088
(33,35,37)	(1,5;1;1)	0,6674	0,6798	0,6782	0,6096	1,0000	0,6196	0,6452	0,6136	0,5678	0,6716	0,3316	0,5166
(33,35,37)	(1;1;1,5)	0,6698	0,6852	0,6800	0,7004	0,9996	0,6292	0,6328	0,6160	0,5786	0,6640	0,3406	0,5220
(33,35,37)	(2;1;1)	0,9874	0,9876	0,9882	0,9792	1,0000	0,9744	0,9788	0,9714	0,9618	0,9818	0,7514	0,9278
(33,35,37)	(1;1;2)	0,9898	0,9900	0,9908	0,9902	0,7422	0,9822	0,9796	0,9752	0,9686	0,9820	0,7758	0,9420
(33,35,37)	(2;1,5;1)	0,9464	0,9568	0,9504	0,9404	1,0000	0,9410	0,8938	0,9082	0,8858	0,9100	0,6410	0,8492
(33,35,37)	(1;1,5;2)	0,9418	0,9550	0,9474	0,9654	0,7532	0,9422	0,8810	0,9106	0,8884	0,9012	0,6458	0,8514
(33,35,37)	(1,5;1,5;1)	0,6468	0,6750	0,6606	0,6370	1,0000	0,6544	0,5274	0,5820	0,5312	0,5624	0,3502	0,5084
(33,35,37)	(1;1,5;1,5)	0,6022	0,6350	0,6132	0,6952	1,0000	0,6080	0,4452	0,5338	0,4848	0,4928	0,3266	0,4718
(33,35,37)	(2;2;1)	0,9906	0,9922	0,9910	0,9890	1,0000	0,9854	0,9416	0,9706	0,9596	0,9564	0,7858	0,9388
(33,35,37)	(1;2;2)	0,9820	0,9858	0,9832	0,9924	0,7518	0,9814	0,9168	0,9652	0,9510	0,9358	0,7680	0,9312

Çizelge 4.4 incelendiğinde yani örnek çaplarının farklı ve grup sayılarının 3 olduğu durumda, yine çizelge 4.3'dekine benzer olarak örnek çapları küçük iken özellikle LEV1, LEV4 ve LEV5 testlerinin diğer testlerden daha yüksek güç değerlerine sahip oldukları görülmektedir. Fakat bu testlerin ve örnek çapları farklı olduğunda H testinin deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha=0,05$ değerinden oldukça uzaklaştığından yorum yapılırken testlerin güç değerleri dikkate alınmamıştır.

Çizelge 4.3'de olduğu gibi örnek çapı küçük iken JN2 ve LEV2 testlerinin diğer testlere göre daha düşük güç değerlerine sahip oldukları görülmüştür. Örnek çapları küçük olduğunda örnek çapları ile yığın varyansları ters orantılı olduğu zaman LEV3 testinin gücü diğer testlere göre daha yüksektir. Ancak varyans değeri büyük olduğunda ANOM, B ve DAI testlerinin güçlerinin biraz daha ön plana çıktıkları görülmektedir. Örnek çapları ile grup varyansları doğru orantılı olduğu zaman da GP testinin gücü diğer testlere göre daha iyidir. Örnek çapları ile yığın varyansları doğru orantılı iken tek varyans büyük değer aldığıda B testinin gücünün diğer testlere göre biraz daha iyi olduğu görülmektedir.

Örnek çapları arttıkça örnek çapları ile grup varyansları ters orantılı iken, tek varyans farklı olduğunda DAI testinin, birden fazla varyans farklı olduğunda da B testinin güç değerlerinin, ANOM ve GP testlerine yakın olmakla birlikte diğer testlerden daha yüksek oldukları görülmektedir. Örnek çapları ile grup varyansları doğru orantılı olduğu zamanda da GP testinin gücü daha iyi olmaktadır. Örnek çapları 30 ve üzerinde değerler aldığı zaman tüm testlerin güç değerlerinin yükseldiği fakat yine de JN ve LEV testlerinin güçlerinin bu değerleri geçemediği görülmektedir. Sonuç olarak grup sayısının 3 olduğu durumda örnek çapları küçük ve farklı iken örnek çapları ve yığın varyansları ters orantılı olduğunda LEV3 testi, doğru orantılı olduğunda da GP testi daha iyi güç değerlerine sahip olmaktadır. Örnek çapı arttıkça yine örnek çapları ile yığın varyansları doğru orantılı olduğunda GP testinin, ters orantılı olduğunda da B testinin daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.5. Nominal $\alpha=0,05$, $k=5$ ve örnek çapları aynı iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek Çapı	S. Sapma	ANOM	B	DAI	GP	H	JN1	JN2	LEV1	LEV2	LEV3	LEV4	LEV5
(5,5,5,5,5)	(1,5;1;1;1;1)	0,1220	0,1080	0,1240	0,0796	0,0840	0,0516	0,0270	0,1648	0,0100	0,1330	0,1046	0,1536
(5,5,5,5,5)	(2;1;1;1;1)	0,3002	0,2610	0,3038	0,1540	0,1774	0,0934	0,0834	0,2964	0,0480	0,2500	0,1728	0,2692
(5,5,5,5,5)	(2;1,5;1;1;1)	0,2388	0,2382	0,2472	0,1680	0,1756	0,0918	0,0528	0,2748	0,0314	0,2090	0,1764	0,2576
(5,5,5,5,5)	(1,5;1,5;1;1;1)	0,1184	0,1312	0,1214	0,0978	0,1002	0,0652	0,0302	0,1744	0,0120	0,1378	0,1202	0,1732
(5,5,5,5,5)	(2;2;1;1;1)	0,2670	0,3222	0,2752	0,2284	0,2162	0,1350	0,0706	0,3538	0,0436	0,2664	0,2268	0,3316
(15,15,15,15,15)	(1,5;1;1;1;1)	0,3442	0,3218	0,3502	0,2606	0,2674	0,2192	0,2522	0,3118	0,2046	0,3358	0,1572	0,2516
(15,15,15,15,15)	(2;1;1;1;1)	0,8192	0,7802	0,8222	0,6944	0,7102	0,6058	0,6982	0,7314	0,6290	0,7708	0,3912	0,6260
(15,15,15,15,15)	(2;1,5;1;1;1)	0,6874	0,7682	0,7040	0,7130	0,6824	0,6254	0,6102	0,7024	0,5786	0,7066	0,3878	0,6136
(15,15,15,15,15)	(1,5;1,5;1;1;1)	0,3332	0,4288	0,3440	0,3854	0,3446	0,3276	0,2804	0,3860	0,2556	0,3872	0,2010	0,3284
(15,15,15,15,15)	(2;2;1;1;1)	0,7712	0,9046	0,7988	0,8798	0,8224	0,7898	0,7222	0,8446	0,7432	0,8170	0,5362	0,7638
(35,35,35,35,35)	(1,5;1;1;1;1)	0,7244	0,6874	0,7288	0,6352	0,6356	0,5942	0,6860	0,6330	0,5846	0,7146	0,3000	0,5096
(35,35,35,35,35)	(2;1;1;1;1)	0,9908	0,9876	0,9908	0,9816	0,9806	0,9766	0,9872	0,9790	0,9728	0,9894	0,7454	0,9412
(35,35,35,35,35)	(2;1,5;1;1;1)	0,9766	0,9940	0,9810	0,9928	0,9858	0,9854	0,9860	0,9844	0,9784	0,9892	0,7736	0,9544
(35,35,35,35,35)	(1,5;1,5;1;1;1)	0,7004	0,8530	0,7326	0,8364	0,7766	0,7988	0,7992	0,7884	0,7498	0,8306	0,4380	0,6816
(35,35,35,35,35)	(2;2;1;1;1)	0,9962	0,9994	0,9974	0,9992	0,9986	0,9994	0,9988	0,9984	0,9976	0,9992	0,9084	0,9918

Çizelge 4.5 incelendiğinde yani örnek çaplarının aynı ve grup sayılarının 5 olduğu durumda, örnek çapları küçük iken yine çizelge 4.3’de olduğu gibi LEV1, LEV3 ve LEV5 testleri yüksek güç değerlerine ulaşmalarına rağmen deneysel I.tip hata oranlarının çok yüksek çıkmasından dolayı bu testlerin güçleri değerlendirmeye alınmamıştır.

ANOM, B ve DAI testleri birbirine yakın güç değerlerine sahip olmakla birlikte bir tane yığın varyansı farklı olduğunda DAI testinin gücü, birden fazla yığın varyansı farklı olduğunda B testinin gücü diğer testlere göre daha yüksektir. Örnek çapları arttıkça bu testlere GP ve H testleri de yakın değerler almakla birlikte yine bir tane yığın varyansı farklı olduğunda DAI testi, birden fazla yığın varyansı farklı olduğunda da B testi diğer testlere göre daha iyi güç değerlerine sahip olmaktadır. JN ve LEV testlerinin güçleri de oldukça iyi değerlere ulaşmasına rağmen B ve DAI testlerinden daha yüksek değildir.

Sonuç olarak grup sayısının 5 ve örnek çaplarının eşit olduğu durumda bir tane yığın varyansı farklı iken DAI testi, birden fazla yığın varyansı farklı olduğunda da B testi diğer testlere göre daha iyi güç değerlerine sahiptir. Çizelge 4.3’deki grup sayısının 3 olduğu durum ile Çizelge 4.5 deki grup sayısının 5 olduğu durum kıyaslanırsa, grup sayısı arttıkça ANOM, B ve DAI testlerinin de güçlerinin arttığı ancak diğer testlerin tek yığın varyansının farklı olduğu durumlarda güçlerinin düştüğü diğer durumlarda güçlerinin arttığı görülmektedir.

Çizelge 4.6. Nominal $\alpha=0,05$, $k=5$ ve örnek çapları farklı iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek Çapı	S. Sapma	ANOM	B	DAI	GP	H	JN1	JN2	LEV1	LEV2	LEV3	LEV4	LEV5
(3,4,5,6,7)	(1,5;1;1;1;1)	0,0976	0,0754	0,0992	0,0438	0,0134	0,0556	0,0030	0,1632	0,0106	0,1820	0,0898	0,1370
(3,4,5,6,7)	(1;1;1;1;1,5)	0,1218	0,1230	0,1260	0,1016	0,0000	0,0546	0,0170	0,1600	0,0282	0,1050	0,1410	0,1766
(3,4,5,6,7)	(2;1;1;1;1)	0,2290	0,1684	0,2328	0,0624	0,0158	0,1064	0,0016	0,2958	0,0238	0,3558	0,1198	0,2304
(3,4,5,6,7)	(1;1;1;1;2)	0,3420	0,2960	0,3488	0,2010	0,0000	0,0984	0,0554	0,3012	0,0764	0,1966	0,2336	0,3052
(3,4,5,6,7)	(2;2;1,5;1;1)	0,2498	0,2478	0,2576	0,0898	0,0148	0,1158	0,0354	0,3520	0,0880	0,3580	0,1564	0,2828
(3,4,5,6,7)	(1;1;1,5;2;2)	0,1216	0,1730	0,1276	0,1914	0,0002	0,0848	0,0220	0,1970	0,0474	0,1018	0,2220	0,2486
(3,4,5,6,7)	(1,5;1,5;1;1;1)	0,1302	0,1146	0,1340	0,0564	0,0132	0,0628	0,0240	0,2064	0,0442	0,2224	0,1076	0,1734
(3,4,5,6,7)	(1;1;1;1,5;1,5)	0,0868	0,1058	0,0912	0,1104	0,0014	0,0560	0,0122	0,1414	0,0324	0,0806	0,1496	0,1680
(3,4,5,6,7)	(2;2;1;1;1)	0,3078	0,2796	0,3160	0,0988	0,0168	0,1384	0,0448	0,3974	0,1152	0,4276	0,1678	0,3172
(3,4,5,6,7)	(1;1;1;2;2)	0,1988	0,2808	0,2064	0,2548	0,0004	0,1096	0,0276	0,2750	0,0808	0,1380	0,2670	0,3194
(11,13,15,17,19)	(1,5;1;1;1;1)	0,2808	0,2576	0,2852	0,1418	1,0000	0,1834	0,2424	0,2618	0,1556	0,3006	0,1170	0,2062
(11,13,15,17,19)	(1;1;1;1;1,5)	0,3868	0,3596	0,3928	0,3408	0,9842	0,2610	0,2456	0,3316	0,2334	0,3374	0,1710	0,2706
(11,13,15,17,19)	(2;1;1;1;1)	0,7028	0,6488	0,7046	0,4582	1,0000	0,4810	0,6332	0,6312	0,4980	0,6966	0,2930	0,5074
(11,13,15,17,19)	(1;1;1;1;2)	0,8788	0,8426	0,8812	0,8106	0,5834	0,6808	0,7096	0,7884	0,7046	0,7944	0,4494	0,6932
(11,13,15,17,19)	(2;2;1,5;1;1)	0,6936	0,8202	0,7212	0,6670	1,0000	0,7112	0,6360	0,7556	0,5994	0,7414	0,4342	0,6664

Çizelge 4.6. (Devam) Nominal $\alpha=0,05$, $k=5$ ve örnek çapları farklı iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek Çapı	S. Sapma	ANOM	B	DAI	GP	H	JN1	JN2	LEV1	LEV2	LEV3	LEV4	LEV5
(11,13,15,17,19)	(1;1;1;5;2;2)	0,5816	0,7872	0,6122	0,8562	0,5962	0,6754	0,3926	0,6790	0,5410	0,5336	0,4484	0,6272
(11,13,15,17,19)	(1,5;1,5;1;1;1)	0,3420	0,4028	0,3556	0,2348	1,0000	0,3022	0,3340	0,3840	0,2424	0,4228	0,1804	0,3034
(11,13,15,17,19)	(1,1;1;1,5;1;5)	0,3032	0,4226	0,3190	0,4706	0,9828	0,3340	0,2204	0,3734	0,2624	0,3228	0,2320	0,3318
(11,13,15,17,19)	(2;2;1;1;1)	0,7868	0,8756	0,8078	0,7380	1,0000	0,7552	0,7670	0,8256	0,7014	0,8444	0,4880	0,7304
(11,13,15,17,19)	(1;1;1;2;2)	0,7356	0,9088	0,7636	0,9234	0,5996	0,8030	0,6538	0,8356	0,7482	0,7570	0,5780	0,7774
(31,33,35,37,39)	(1,5;1;1;1;1)	0,6806	0,6450	0,6856	0,5114	1,0000	0,5494	0,6546	0,5958	0,5424	0,6782	0,2822	0,4774
(31,33,35,37,39)	(1;1;1;1;1,5)	0,7598	0,7290	0,7638	0,7260	1,0000	0,6276	0,6998	0,6766	0,6304	0,7378	0,3346	0,5548
(31,33,35,37,39)	(2;1;1;1;1)	0,9870	0,9824	0,9880	0,9616	1,0000	0,9636	0,9818	0,9710	0,9612	0,9860	0,7016	0,9222
(31,33,35,37,39)	(1;1;1;1;2)	0,9958	0,9920	0,9960	0,9926	0,9966	0,9854	0,9914	0,9868	0,9826	0,9922	0,7880	0,9606
(31,33,35,37,39)	(2;2;1,5;1;1)	0,9868	0,9988	0,9908	0,9956	1,0000	0,9970	0,9934	0,9950	0,9912	0,9958	0,8536	0,9810
(31,33,35,37,39)	(1;1;1,5;2;2)	0,9840	0,9984	0,9890	0,9992	0,9864	0,9962	0,9854	0,9918	0,9866	0,9904	0,8440	0,9750
(31,33,35,37,39)	(1,5;1,5;1;1;1)	0,7108	0,8346	0,7342	0,7318	1,0000	0,7792	0,7938	0,7736	0,7280	0,8224	0,4174	0,6698
(31,33,35,37,39)	(1;1;1;1,5;1,5)	0,6872	0,8518	0,7174	0,8802	1,0000	0,8034	0,7854	0,7894	0,7508	0,8216	0,4548	0,6902
(31,33,35,37,39)	(2;2;1;1;1)	0,9960	1,0000	0,9970	0,9986	1,0000	0,9984	0,9988	0,9984	0,9976	0,9990	0,8896	0,9906
(31,33,35,37,39)	(1;1;1;2;2)	0,9954	0,9996	0,9976	1,0000	0,9846	0,9984	0,9982	0,9986	0,9978	0,9990	0,9194	0,9918

Çizelge 4.6 incelendiğinde yani örnek çaplarının farklı ve grup sayılarının 5 olduğu durumda, yine örnek çapları küçük iken özellikle LEV1, LEV3 ve LEV5 testlerinin diğer testlerden daha yüksek güç değerlerine sahip oldukları görülmektedir. Fakat bu testlerin, LEV4 testinin ve örnek çapları farklı olduğunda H testinin deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha=0,05$ değerinden çok yüksek çıktığından dolayı yorum yapılırken testlerin güç değerleri dikkate alınmamıştır.

Sadece bir tane yığın varyansının büyük olduğu her koşulda DAI testinin gücünün diğer testlerin güçlerinden daha yüksek olduğu söylenebilir. Ancak örnek çapı küçük iken birden fazla farklı varyans olduğunda DAI testi, yığın varyanslarıyla örnek çaplarının ters orantılı olduğu durumlarda daha yüksek güç değerlerine sahip iken, doğru orantılı olduğu durumlarda GP testi daha yüksek güç değerlerine sahiptir. Örnek çapı arttıkça tüm testlerin güç değerlerinin arttığı, yine yığın varyansları ile örnek çaplarının doğru orantılı olduğu durumlarda GP testinin, ancak ters orantılı olduğu durumlarda da bu sefer B testinin daha yüksek güç değerlerine ulaştığı görülmektedir.

Sonuç olarak grup sayısının 5 ve örnek çaplarının farklı olduğu durumda tek yığın varyansı farklı iken DAI testi, birden fazla farklı varyans olduğunda örnek çapları ile yığın varyansları doğru orantılı iken GP testi, ters orantılı iken B testi daha yüksek güç değerlerine sahiptir. Grup sayısının 3 olduğu durumla kıyaslanırsa, grup sayısı arttıkça ANOM, B ve DAI testlerinin güçlerinin düştüğü GP testinin ise tek yığın varyansının farklı olduğu durumlarda gücünün arttığı diğer durumlarda ise düştüğü gözlenmiştir. Diğer testlerde ise örnek çapı arttıkça özellikle birden fazla yığın varyansının farklı olduğu durumlarda güçlerinin arttığı görülmektedir.

Çizelge 4.7. Nominal $\alpha=0,05$, $k=7$ ve örnek çapları aynı iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek Çapı	S. Sapma	ANOM	B	DAI	GP	H	JN1	JN2	LEV1	LEV2	LEV3	LEV4	LEV5
(5,5,5,5,5,5,5)	(1,5;1;1;1;1;1)	0,1218	0,1012	0,1236	0,0666	0,0800	0,0386	0,0298	0,1754	0,0112	0,1494	0,1106	0,1610
(5,5,5,5,5,5,5)	(2;1;1;1;1;1)	0,3284	0,2572	0,3318	0,1300	0,1558	0,0748	0,0934	0,3236	0,0530	0,2954	0,1604	0,2728
(5,5,5,5,5,5,5)	(2;1,5;1;1;1;1)	0,2734	0,2600	0,2794	0,1546	0,1658	0,0776	0,0842	0,3326	0,0386	0,2820	0,1794	0,2952
(5,5,5,5,5,5,5)	(1,5;1,5;1;1;1;1)	0,1348	0,1298	0,1384	0,0902	0,0940	0,0548	0,0364	0,2104	0,0140	0,1742	0,1250	0,1896
(5,5,5,5,5,5,5)	(2;2;1;1;1;1)	0,3362	0,3680	0,3462	0,2128	0,2186	0,1102	0,0960	0,4170	0,0604	0,3532	0,2280	0,3672
(15,15,15,15,15,15,15)	(1,5;1;1;1;1;1)	0,3584	0,3094	0,3630	0,2388	0,2654	0,1880	0,2612	0,3092	0,1912	0,3522	0,1434	0,2378
(15,15,15,15,15,15,15)	(2;1;1;1;1;1)	0,8188	0,7608	0,8208	0,6546	0,7064	0,5518	0,7076	0,7276	0,6140	0,7864	0,3454	0,5998
(15,15,15,15,15,15,15)	(2;1,5;1;1;1;1)	0,7550	0,7942	0,7664	0,7264	0,6952	0,6114	0,6870	0,7470	0,6256	0,7812	0,3896	0,6390
(15,15,15,15,15,15,15)	(1,5;1,5;1;1;1;1)	0,3860	0,4670	0,3984	0,3948	0,3452	0,3318	0,3632	0,4322	0,2860	0,4664	0,2060	0,3488
(15,15,15,15,15,15,15)	(2;2;1;1;1;1)	0,8706	0,9326	0,8850	0,8964	0,8492	0,8084	0,8348	0,8870	0,8050	0,8984	0,5490	0,8068
(35,35,35,35,35,35,35)	(1,5;1;1;1;1;1)	0,7250	0,6580	0,7280	0,5878	0,6222	0,5452	0,6806	0,6130	0,5546	0,7104	0,2728	0,4866
(35,35,35,35,35,35,35)	(2;1;1;1;1;1)	0,9934	0,9882	0,9936	0,9810	0,9830	0,9662	0,9896	0,9802	0,9746	0,9908	0,7224	0,9418
(35,35,35,35,35,35,35)	(2;1,5;1;1;1;1)	0,9914	0,9956	0,9918	0,9926	0,9894	0,9878	0,9940	0,9910	0,9870	0,9960	0,7830	0,9646
(35,35,35,35,35,35,35)	(1,5;1,5;1;1;1;1)	0,7888	0,8684	0,8056	0,8438	0,7856	0,8068	0,8496	0,8292	0,7922	0,8732	0,4614	0,7212
(35,35,35,35,35,35,35)	(2;2;1;1;1;1)	0,9990	1,0000	0,9994	0,9998	0,9982	0,9998	1,0000	0,9994	0,9990	1,0000	0,9182	0,9956

Çizelge 4.7 incelendiğinde yani örnek çaplarının aynı ve grup sayılarının 7 olduğu durumda, örnek çapları küçük iken yine daha önceki çizelgelerde olduğu gibi LEV1, LEV3, LEV4 ve LEV5 testleri yüksek güç değerlerine ulaşmalarına rağmen deneysel I.tip hata oranlarının çok yüksek çıkmasından dolayı bu testlerin güçleri dikkate alınmamıştır. Örnek çapları küçük iken ANOM, B ve DAI testlerinin güçleri diğer testlerden yüksek olmakla birlikte birden fazla varyansın farklı ve en büyük olduğu durum da B testinin gücü, diğer durumlarda ise DAI testinin gücü daha yüksektir. Örnek çapı arttıkça diğer testlerin güçleri de artmakla birlikte tek varyansın farklı olduğu durumlarda DAI testinin, birden fazla varyansın farklı olduğu durumlarda da B testinin LEV3 testine yakın değerler alarak daha iyi güç değerlerine ulaştığı görülmektedir.

Sonuç olarak grup sayısının 7 ve örnek çaplarının eşit olduğu durumda, örnek çapı küçük iken DAI testi, örnek çapı arttıkça tek yığın varyansı farklı olduğunda DAI, birden fazla yığın varyansı farklı olduğunda B testi daha iyi güç değerlerine ulaşmaktadır. Çizelge 4.5 deki grup sayısının 5 olduğu durum ile Çizelge 4.7 deki grup sayısının 7 olduğu durum kıyaslanırsa, grup sayısı arttıkça ANOM, B, DAI ve LEV3 testlerinin güçlerinin arttığı ancak diğer testlerin tek yığın varyansının farklı olduğu durumlarda güçlerinin düştüğü diğer durumlarda güçlerinin arttığı görülmektedir.

Çizelge 4.8. Nominal $\alpha=0,05$, $k=7$ ve örnek çapları farklı iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek Çapı	S. Sapma	ANOM	B	DAI	GP	H	JN1	JN2	LEV1	LEV2	LEV3	LEV4	LEV5
(2,3,4,5,6,7,8)	(1,5;1;1;1;1;1)	0,0822	0,0588	0,0836	0,0474	0,0000	0,0000	0,3038	0,1860	0,0626	0,1738	0,1378	0,1720
(2,3,4,5,6,7,8)	(1;1;1;1;1;1,5)	0,1384	0,1154	0,1424	0,0872	0,0000	0,0000	0,1098	0,1842	0,0586	0,1150	0,2016	0,2140
(2,3,4,5,6,7,8)	(2;1;1;1;1;1)	0,1578	0,1060	0,1610	0,0472	0,0000	0,0000	0,4392	0,2798	0,1518	0,2786	0,1466	0,2402
(2,3,4,5,6,7,8)	(1;1;1;1;1;2)	0,4240	0,3268	0,4282	0,1812	0,0000	0,0000	0,1254	0,3510	0,1590	0,2286	0,3026	0,3652
(2,3,4,5,6,7,8)	(2;2;1,5;1,5;1;1)	0,2452	0,2080	0,2530	0,0516	0,0000	0,0000	0,3332	0,4312	0,1198	0,4632	0,1868	0,3484
(2,3,4,5,6,7,8)	(1;1;1,5;1,5;2;2)	0,1238	0,1728	0,1280	0,1674	0,0000	0,0000	0,0366	0,2100	0,0518	0,0974	0,2910	0,2864
(2,3,4,5,6,7,8)	(1,5;1,5;1;1;1;1)	0,1174	0,0878	0,1200	0,0438	0,0000	0,0000	0,2722	0,2408	0,0570	0,2576	0,1454	0,2044
(2,3,4,5,6,7,8)	(1;1;1;1;1,5;1,5)	0,1194	0,1240	0,1226	0,1104	0,0000	0,0000	0,0842	0,1910	0,0450	0,1038	0,2328	0,2350
(2,3,4,5,6,7,8)	(2;2;1;1;1;1)	0,2764	0,1926	0,2814	0,0538	0,0000	0,0000	0,3774	0,4256	0,1308	0,4724	0,1682	0,3354
(2,3,4,5,6,7,8)	(1;1;1;1;1;2)	0,2682	0,3578	0,2788	0,2612	0,0000	0,0000	0,0772	0,3584	0,1168	0,1782	0,3622	0,4082
(11,13,15,17,19,21,23)	(1,5;1;1;1;1;1)	0,2904	0,2448	0,2938	0,1074	1,0000	0,1710	0,2710	0,2612	0,1578	0,3248	0,1036	0,1906
(11,13,15,17,19,21,23)	(1;1;1;1;1;1,5)	0,4796	0,4232	0,4854	0,3742	0,9672	0,2894	0,3414	0,4004	0,3026	0,4412	0,2038	0,3306
(11,13,15,17,19,21,23)	(2;1;1;1;1;1)	0,7258	0,6648	0,7290	0,3906	1,0000	0,4656	0,6860	0,6468	0,5180	0,7340	0,2576	0,5108
(11,13,15,17,19,21,23)	(1;1;1;1;1;2)	0,9394	0,9050	0,9406	0,8640	0,4208	0,7568	0,8374	0,8606	0,7978	0,8866	0,4994	0,7594
(11,13,15,17,19,21,23)	(2;2;1,5;1,5;1;1)	0,7510	0,8934	0,7792	0,6834	1,0000	0,8036	0,8100	0,8474	0,7236	0,8678	0,4910	0,7494

Çizelge 4.8. (Devam) Nominal $\alpha=0,05$, $k=7$ ve örnek çapları farklı iken test istatistikleri için güç değerleri

Örnek Çapı	S. Sapma	ANOM	B	DAI	GP	H	JN1	JN2	LEV1	LEV2	LEV3	LEV4	LEV5
(11,13,15,17,19,21,23)	(1;1;1;1,5;1,5;2;2)	0,6708	0,8996	0,7014	0,9432	0,4530	0,7980	0,6012	0,8202	0,7226	0,7214	0,5370	0,7574
(11,13,15,17,19,21,23)	(1,5;1,5;1;1;1;1)	0,3828	0,4178	0,3952	0,1892	1,0000	0,2994	0,4204	0,4178	0,2682	0,4938	0,1682	0,3202
(11,13,15,17,19,21,23)	(1;1;1;1;1;1,5;1,5)	0,4282	0,5608	0,4452	0,5794	0,9650	0,4186	0,3764	0,5048	0,3970	0,4896	0,2664	0,4316
(11,13,15,17,19,21,23)	(2;2;1;1;1;1)	0,8692	0,9058	0,8772	0,7074	1,0000	0,7884	0,8808	0,8752	0,7744	0,9154	0,4818	0,7700
(11,13,15,17,19,21,23)	(1;1;1;1;1;2;2)	0,9166	0,9808	0,9310	0,9804	0,4330	0,9214	0,8886	0,9510	0,9142	0,9308	0,6822	0,8978
(31,33,35,37,39,41,43)	(1,5;1;1;1;1;1)	0,6920	0,6238	0,6966	0,4450	1,0000	0,5228	0,6656	0,5900	0,5316	0,6910	0,2568	0,4666
(31,33,35,37,39,41,43)	(1;1;1;1;1;1,5)	0,8114	0,7516	0,8150	0,7440	1,0000	0,6506	0,7542	0,7022	0,6552	0,7864	0,3278	0,5690
(31,33,35,37,39,41,43)	(2;1;1;1;1;1)	0,9918	0,9836	0,9920	0,9512	1,0000	0,9618	0,9872	0,9716	0,9620	0,9888	0,6634	0,9212
(31,33,35,37,39,41,43)	(1;1;1;1;1;2)	0,9984	0,9962	0,9984	0,9948	1,0000	0,9886	0,9968	0,9928	0,9910	0,9968	0,8090	0,9720
(31,33,35,37,39,41,43)	(2;2;1,5;1,5;1;1)	0,9920	1,0000	0,9946	0,9974	1,0000	0,9994	0,9992	0,9984	0,9970	0,9994	0,9008	0,9922
(31,33,35,37,39,41,43)	(1;1;1;1,5;1,5;2;2)	0,9894	1,0000	0,9940	1,0000	0,9986	0,9988	0,9984	0,9990	0,9978	0,9990	0,9140	0,9938
(31,33,35,37,39,41,43)	(1,5;1,5;1;1;1;1)	0,8000	0,8638	0,8130	0,7152	1,0000	0,8010	0,8640	0,8212	0,7770	0,8824	0,4310	0,7072
(31,33,35,37,39,41,43)	(1;1;1;1;1,5;1,5)	0,8396	0,9228	0,8570	0,9374	1,0000	0,8690	0,8912	0,8732	0,8424	0,9136	0,5092	0,7870
(31,33,35,37,39,41,43)	(2;2;1;1;1;1)	0,9996	0,9998	0,9998	0,9992	1,0000	0,9996	1,0000	0,9994	0,9986	1,0000	0,9114	0,9950
(31,33,35,37,39,41,43)	(1;1;1;1;1;2;2)	0,9996	1,0000	0,9998	1,0000	0,9984	0,9998	0,9998	0,9998	0,9996	1,0000	0,9510	0,9988

Çizelge 4.8 incelendiğinde yani örnek çaplarının farklı ve grup sayılarının 7 olduğu durumda, yine örnek çapları küçük iken JN2, LEV1, LEV3, LEV4 ve LEV5 testlerinin diğer testlerden daha yüksek güç değerlerine sahip oldukları görülmektedir. Fakat bu testlerin ve H testinin deneysel I.tip hata oranları nominal $\alpha=0,05$ değerinden çok yüksek çıktığından dolayı yorum yapılırken testlerin güç değerleri dikkate alınmamıştır.

Tek yığın varyansının büyük olduğu durumlarda genellikle her koşulda ANOM ve DAI testleri yakın güç değerlerine sahip olmakla birlikte DAI testinin gücünün diğer testlerden daha yüksek olduğu söylenebilir. Fakat örnek çapı 11 ile 23 arasında iken örnek çapı ile yığın varyansının ters orantılı olduğu durumlarda LEV3 testinin daha iyi güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Örnek çapı küçük iken birden fazla farklı varyans olduğunda DAI testi varyanslarla örnek çaplarının ters orantılı olduğu durumlarda, B testi ise doğru orantılı olduğu durumlarda daha yüksek güç değerlerine sahiptir. Örnek çapı arttıkça birden çok varyans farklı olduğunda, örnek çapları ile yığın varyansları doğru orantılı iken GP testi, ters orantılı iken de B ve LEV3 testlerinin daha güçlü olduğu görülmektedir. Örnek çapları daha da arttığında tüm varyansların farklı olduğu durumlarda B ve GP testlerinin güçleri 1 değerine ulaşmakla birlikte tüm testlerin güçlerinin hemen hemen birbirlerine yakın ve oldukça iyi sonuçlar verdiği gözlenmiştir. İki varyansın farklı olduğu durumlarda yine tüm testlerin güçleri birbirine yakın ve yüksek olmakla birlikte özellikle örnek çapları ve yığın varyanslarının doğru orantılı olduğu durumlarda GP testinin, ters orantılı olduğu durumlarda da LEV3 testinin güç değerleri biraz daha öne çıkmaktadır.

Sonuç olarak grup sayısı 7 ve örnek çapları farklı olduğunda, tek varyansın farklı olduğu durumlarda genellikle DAI testinin gücünün yüksek olduğu görülmektedir. Birden fazla yığın varyansının büyük olduğu durumda örnek çapı küçük iken, yığın varyansları ile örnek çapları doğru orantılı olduğunda B testi, ters orantılı olduğunda da DAI testi daha yüksek güç değerlerine sahiptir. Ancak örnek çapı arttıkça B testinin diğer testlerden daha iyi değerlere sahip olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.6 deki grup sayısının 5 olduğu durum ile Çizelge 4.8 deki grup sayısının 7 olduğu durum kıyaslanırsa, grup sayısı arttıkça örnek çapının küçük olduğu durumlarda ANOM ve DAI testlerinin örnek çapları ile yığın varyansları ters orantılı iken güçlerinin azaldığı, doğru orantılı iken arttığı görülmektedir. B ve GP testlerinin de örnek çapı küçük olduğunda güçlerinin azaldığı söylenebilir. Örnek çapı arttıkça tüm testlerin güç değerlerinin arttığı görülmektedir. Sadece JN1 testi bazı durumlarda ters orantılı iken azalıp doğru orantılı iken artan güç değerlerine sahiptir.

Simülasyon sonucunda elde edilen testin gücü ve I.tip hata değerleri Liu ve Xu (2010) ve Bhandary ve Dai (2009) makalelerinde elde edilen sonuçlarla paralellik göstermektedir.

5. SONUÇ

Bartlett, Brahandary-DAI, Genelleştirilmiş p-değeri ve ANOM testlerinin yapılan simülasyon sonucunda deneysel I.tip hata oranları, nominal $\alpha = 0,05$ değerine ve nominal $\alpha = 0,10$ değerine yakın çıktığından bu testlerin her örnek çapında her iki durumda da iyi sonuç verdiği söylenebilir. Testlere genel olarak bakılırsa bu dört testin diğerlerine göre daha kullanışlı oldukları görülmektedir.

Grup sayısının 3 ve örnek çaplarının eşit olduğu durumda, örnek çapı küçük iken B testinin hemen hemen her durum için, örnek çapı arttıkça da GP testinin daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu söylenebilir.

Grup sayısının 3 ve örnek çaplarının farklı olduğu durumda, örnek çapları ve yığın varyansları ters orantılı iken, örnek çapı küçük olduğunda LEV3 testi, örnek çapı arttığında da B testi daha yüksek güç değerlerine sahip olmaktadır. Her iki durumda da örnek çapları ile yığın varyansları doğru orantılı olduğunda GP testi daha iyi güç değerlerine ulaşmaktadır.

Grup sayısının 5 ve örnek çaplarının eşit olduğu durumda, bir tane yığın varyansı farklı iken DAI testi, birden fazla yığın varyansı farklı olduğunda da B testi diğer testlere göre daha yüksek güç değerlerine sahiptir.

Grup sayısının 5 ve örnek çaplarının farklı olduğu durumda, yine tek yığın varyansı farklı iken DAI testi, birden fazla farklı varyans olduğunda örnek çapları ile yığın varyansları doğru orantılı iken GP testi, ters orantılı iken B testi daha yüksek güç değerlerine sahiptir.

Grup sayısının 7 ve örnek çaplarının eşit olduğu durumda, örnek çapı küçük iken DAI testi, örnek çapı arttıkça tek yığın varyansı farklı olduğunda DAI, birden fazla yığın varyansı farklı olduğunda B testi daha iyi güç değerlerine ulaşmaktadır.

Grup sayısı 7 ve örnek çapları farklı olduğunda, tek varyansın farklı olduğu durumlarda genellikle DAI testinin gücünün yüksek olduğu görülmektedir. Birden fazla yığın varyansının büyük olduğu durumda örnek çapı küçük iken, yığın varyansları ile örnek çapları doğru orantılı olduğunda B testi, ters orantılı olduğunda da DAI testi daha yüksek güç değerlerine sahiptir. Ancak rnek çapı arttıka B testinin diğer testlerden daha iyi değerlere sahip olduğu görülmektedir.

KAYNAKLAR

Bartlett, M.S., "Some examples of statistical methods of research in agriculture and applied biology", **J. Roy. Statist. Soc. Suppl**, 4: 137-170 (1937a).

Bartlett, M.S., "Properties of sufficiency and statistical tests", **Proceedings of the Royal Statistical Society Series A**, 160: 268-282 (1937b).

Bhandary, M. ve Dai, H., "An Alternative Test for the Equality of Variances for Several Populations When the Underlying Distributions are Normal", **Communications in Statistics - Simulation and Computation**, 38 (1): 109-117 (2009).

Box, G.E.P., "Non-normality and tests on variances", **Biometrika**, 40: 318-335 (1953).

Brown, M.B. ve Forsythe, A.B., "Robust Tests for the Equality of Variances", **Journal of the American Statistical Association**, 69: 364-367 (1974).

Cochran, W.G., "The distribution of the largest of a set of estimated variances as a fraction of their total", **Annals of Eugenics**, London, 11: 47-52 (1941a).

Cochran, W.G., "Testing a linear relation among variances", **Biometrics**, 7: 17-32 (1941b).

Fellers, R.R., "The effects of nonnormality and sample size on the robustness of tests of homogeneity of variance", **Paper presented at the meeting of the Northeast Educational Research Association**, (1972).

Games, P., Winkler, H., Probert, D., "Robust tests for homogeneity of variance", **Educational and Psychological Measurement**, 32: 887-909 (1972).

Hartley, H.O., "The maximum F-ratio as a short-cut test for heterogeneity of variance", **Biometrika**, 37: 308-312 (1950).

Hannig, J., Iyer, H.K., Patterson, P., "Fiducial generalized confidence intervals", **Journal of the American Statistical Association**, 101: 254-269 (2006).

Hochberg, Y. ve Tamhane, A.C., "Multiple Comparison Procedures", **John Wiley & Sons**, New York, (1987).

Hsu, J.C., "Multiple Comparisons: Theory and Methods", **Chapman & Hall**, New York, (1996).

Islam, K., "Transformed Tests for Homogeneity of Variances and Means", Doktora Tezi, **The Graduate College of Bowling Green State University**, Ohio, (2006).

Layard, M.W.J., "Robust large sample tests for homogeneity of variances", **J.Amer. Statist. Assoc.**, 68: 195–198 (1973).

Levene, H., "Contributions to Probability and Statistics: Essays in Honor of Harold Hotellings", **In:Olkin. I.et al. eds. Stanford University Press.**, 278-292 (1960).

Liu, X. ve Xu, X., "A New Generalized p-Value Approach for Testing the Homogeneity of Variances", **Statistics and Probability Letters**, 80: 1486-1491 (2010).

Loh, W.Y., "Some modifications of Levene's test of variance homogeneity", **Journal of Computational Statistics and Simulation**, 28: 213-226 (1987).

Manly, B.F.J., "Randomization, Bootstrap and Monte Carlo methods in biology", **Chapman & Hall**, Boca Raton, (2007).

Martin, C.G. ve Games, P.A., "Anova tests for homogeneity of variances: nonnormality and unequal samples", **Journal of Educational Statistics**, 2: 187-206 (1977).

Miller, R.G. Jr., "Jackknifing variances", **Ann. Math. Statist.**, 39: 567–582 (1968).

Neel, J.H. ve Stallings, W.M.A., "Monte Carlo study of Levene's test of homogeneity of variance: Empirical frequencies of Type I error in normal distributions", **The American Educational Research Association**, Chicago, (1974).

O'Brien, R.G., "Robust techniques for testing heterogeneity of variance effects in factorial designs", **Psychometrika**, 43: 327–342 (1978).

Scheffé, H., "The analysis of variance", **Wiley**, New York, (1959) .

Simes, J.R., "An improved Bonferroni procedure for multiple tests of significance", **Biometrika**, 73: 751–754 (1986).

Tukey, J.W., "Data Analysis and Behavioral Science", **N.J.: Unpublished monograph**, Princeton, (1962).

Tsui, K.W. ve Weerahandi, S., "Generalized p-values in significance testing of hypotheses in the presence of nuisance parameters", **Journal of the American Statistical Association**, 84: 602-607 (1989).

Welch, "On the comparison of several mean values:an alternative approach", **Biometrika**, 38: 330-336 (1951).

Wludyka, P.S. ve Nelson, P.R., "An Analysis of Means Type Test for Variances from Normal Populations", **Technometrics**, 39: 274-285 (1997).

Wludyka, P.S., Nelson, P.R. ve Copeland, K.A.F., “The Analysis of Means A Graphical Method for Comparing Means, Rates, and Proportions”, **SIAM, Philederphia**, (2005).

Weerahandi, S., “Exact statistical method for data analysis”, **Springer-Verlag**, New York, (1995).

Weerahandi, S., “Generalized inference in repeated measures: Exact methods in MANOVA and mixed models”, **Wiley**, New York, 1-60 (2004).

Xu, L. ve Wang, S., “A new generalized p-value for ANOVA under Heteroscedasticity”, **Statistics and Probability Letters**, 78: 963-969 (2007a).

Xu, L. ve Wang, S., “A new generalized p-value and its upper bound for ANOVA under unequal erros variances”, **Communications in Statistics Theory and Methods**, 37: 1002-1010 (2007b).

Yiğit, E., “Homojen olmayan varyans varsayımı altında tek yönlü varyans analizinde kullanılan test istatistikleri ve bir karşılaştırma”, Yüksek Lisans Tezi, **Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, Ankara, (2009).

Zar, J.H., “Biostatistical Analysis”, **Prentice–Hall Inc. Simon and Schuster/ A Viacom Company**, New Jersey, (1999).

EKLER

EK-1 Genelleştirilmiş test değişkeni ve genelleştirilmiş p-değeri kavramları

Genelleştirilmiş test değişkeni kavramı ve genelleştirilmiş p-değeri ilk olarak Tsui ve Weerahandi (1989) tarafından bazı istatistiksel testlerde kullanılmak için önerilmiştir. Bu problemler, ilgilenilen parametrelerin yanı sıra ilgilenilmeyen parametreleri de içerdiğinden dolayı çözülmesi oldukça zordur [Yiğit, 2009].

Y rasgele değişkeninin yoğunluk fonksiyonu $f(Y/\zeta)$ olarak gösterilsin. $\zeta = (\theta, \eta)$ bilinmeyen parametrenin bir vektörü, θ ilgilenilen parametre ve η da ilgilenilmeyen parametrenin bir vektörüdür. H_0 ve alternatif hipotez H_1

$$H_0 : \theta \leq \theta_0$$

$$H_1 : \theta > \theta_0$$

biçiminde ifade edilsin. Burada θ_0 belirli bir değerdir. H_0 hipotezi test edilmek istendiğinde, kullanılacak test istatistiğine bağlı olarak bulunan testin p-değeri ilgilenilmeyen η parametresine bağlı olabilir. Böylece H_0 hipotezini düzgün bir biçimde test etmek mümkün olmayabilir. Böyle durumlarda uç bölgenin olasılığının yani p-değerinin hesaplanması η ilgilenilmeyen parametreden bağımsız olacak şekilde yapılmalıdır. Buna göre uç bölge

$$C_y(\zeta) = \{Y : T(Y; y, \theta_0, \eta) \geq T(y; y, \theta_0, \eta)\}$$

olarak elde edilir. Bu uç bölge hem y gözlem değerine hem de dağılımın $\zeta = (\theta, \eta)$ parametrelerine bağlıdır. $C_y(\zeta)$ olarak gösterilen uç bölgeye genelleştirilmiş uç bölge denir. $C_y(\zeta)$, y gözlem değerine ve $\zeta = (\theta, \eta)$ parametrelerine bağlı olduğu için bu değerlere bağlı olan bir test değişkenine ihtiyaç vardır. $T(Y; y; \zeta)$ olarak gösterilen genelleştirilmiş test değişkeni rasgele bir değişkendir ve aşağıdaki koşulları sağlar.

EK-1 (Devam) Genelleştirilmiş test değişkeni ve genelleştirilmiş p-değeri kavramları

1. Sabit y ve $\zeta = (\theta_0, \eta)$ için, $T(Y; y; \zeta)$ nin dağılımı ilgilenilmeyen η parametrelerinden bağımsızdır.
2. T değişkeninin gözlemlenmiş değeri olan $t = T(y; y; \zeta)$ bilinmeyen parametrelere bağlı değildir.
3. Sabit y ve η için, $P(T(Y; y; \zeta) \geq t)$ olasılığı θ parametresinin monoton bir fonksiyonudur.

Bu üç koşul dikkate alındığında bir test istatistiğinin aynı zamanda bir test değişkeni olduğu görülebilir. Test değişkeninin, test istatistiğinden en büyük farkı ve avantajı test değişkeninin ilgilenilmeyen parametreye (η) bağlı olarak yazılabilesidir. Bunun dışında test değişkeni test istatistiğinin genelleştirilmiş halidir ve test istatistiğinin tüm avantajlarına sahiptir.

Yukarıdaki koşullar altında, eğer $T(Y; y; \zeta)$, stokastik olarak θ' da artıyorsa, genelleştirilmiş p-değerleri,

$$p = \sup_{\theta \leq \theta_0} P\{T(Y; y, \theta, \eta) \geq t\} = P\{T(Y; y, \theta_0, \eta) \geq T(y; y, \theta_0, \eta)\},$$

olarak tanımlanabilir. Bu konuyu daha iyi anlayabilmek için aşağıdaki örnek verilmiştir.

Örnek: $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$, parametreleri μ ve σ^2 olan normal dağılımdan seçilen rasgele bir örnek olsun. İlgilendiğimiz parametre $\theta = \mu + \sigma^2$ olsun. Yani $H_0: \mu + \sigma^2 \leq \theta_0$ hipotezi $H_1: \mu + \sigma^2 > \theta_0$ hipotezine karşı test edilmek istensin [Weerahandi, 2004]. μ ve σ^2 parametrelerinin sırasıyla maksimum en çok olabilirlik tahmin edicileri ve yeterli istatistikleri $\bar{Y}$ ve S^2 'dir. $\bar{Y}$, Z ve U

EK-1 (Devam) Genelleştirilmiş test değişkeni ve genelleştirilmiş p-değeri kavramları

$$\bar{Y} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad Z = \frac{\bar{Y} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad U = \frac{nS^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

dağılımına sahiptir. θ parametresini Z ve U rasgele değişkenleri ve $\bar{Y}$ ve S^2 yeterli istatistiklerinin terimleri ile ifade edilirse

$$\begin{aligned} \theta &= \bar{Y} - Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \sigma^2 \\ &= \bar{Y} - Z \frac{S}{\sqrt{U}} + \frac{nS^2}{U} \end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. T test değişkeni,

$$T = \bar{y} - Z \frac{s}{\sqrt{U}} + \frac{ns^2}{U} - \theta$$

olarak elde edilir. Bu ifadedeki Z ve U değişkenlerinin yerine yukarıda verilen değerleri yazılırsa,

$$\begin{aligned} T &= \bar{y} - \frac{\bar{Y} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \frac{s}{S} \frac{\sigma / \sqrt{n}}{S} + \frac{s^2 \sigma^2}{S^2} - \theta \\ &= \bar{y} - \frac{s(\bar{Y} - \mu)}{S} + \frac{s^2 \sigma^2}{S^2} - \theta \end{aligned}$$

olur. T değişkeninin gözlem değeri olan $t=0$ 'dır. $H_0: \theta \leq \theta_0$ hipotezinin testi için oluşturulan genelleştirilmiş p-değeri

$$p = P(T \geq 0 / \theta = \theta_0)$$

EK-1 (Devam) Genelleştirilmiş test değişkeni ve genelleştirilmiş p-değeri kavramları

$$= P\left(\bar{y} - \theta_0 \geq Z \frac{s}{\sqrt{U}} - \frac{ns^2}{U}\right)$$

olarak elde edilir.

EK-2 Meta modelleme ile elde edilen $\log(U)$ değişkeninin beklenen değeri ve varyansı

$\log(U)$ değişkeninin beklenen değeri için meta-modelleme ile elde edilen fonksiyon aşağıdaki gibidir.

$$\tilde{E}(\log(U)) = \frac{(p_1 \log^2(U) + p_2 \log(U) + p_3)}{(\log^2(U) + q_1 \log(U) + q_2)}$$

Burada $p_1 = 3,45$; $p_2 = 19,71$; $p_3 = -48,19$; $q_1 = 19,72$; $q_2 = -1,025$ şeklindedir. Meta modellemeden elde edilen fonksiyonla ve simülasyonla bulunan beklenen değerlerin uygunluğu Çizelge E2.1’de verildiği gibidir.

Çizelge E2.1 Meta modelleme yöntemi ve simülasyon ile elde edilen beklenen değer için nispi farklar

n_i	$\hat{E}(\log(U))$	$\tilde{E}(\log(U))$	Mutlak fark	Nispi Fark(%)
5	1,1160	1,1145	0,1519	0,1361
7	1,3962	1,3914	0,4803	0,3440
9	1,6159	1,5873	2,8625	1,7715
12	1,7965	1,8048	0,8338	0,4641
15	1,9493	1,9695	2,0204	1,0365
18	2,0819	2,1011	1,9169	0,9207
21	2,1994	2,2096	1,0117	0,4600
24	2,3043	2,3010	0,3286	0,1426
28	2,3991	2,4031	0,4012	0,1672
32	2,4860	2,4881	0,2109	0,0848
36	2,5658	2,5600	0,5821	0,2269
40	2,6399	2,6218	1,8084	0,6850
45	2,7087	2,6877	2,0959	0,7738
50	2,7732	2,7439	2,9358	1,0586
60	2,8338	2,8344	0,0585	0,0206
70	2,8909	2,9042	1,3326	0,4610
80	2,9449	2,9597	1,4844	0,5041
90	2,9960	3,0050	0,8994	0,3002
100	3,0448	3,0426	0,2206	0,0725

EK-2 (Devam) Meta modelleme ile elde edilen $\log(U)$ değişkeninin beklenen değeri ve varyansı

Burada $\hat{E}(\log(U))$ ve $\tilde{E}(\log(U))$ değerleri sırasıyla simülasyon ve meta-modelleme ile elde edilen $\log(U)$ değişkeninin beklenen değerleridir. Burada mutlak fark

$$MF = \left| \hat{E}(\log(U)) - \tilde{E}(\log(U)) \right|$$

şeklinde ve nisbi fark

$$NF = \left| \hat{E}(\log(U)) - \tilde{E}(\log(U)) \right| / \hat{E}(\log(U)) \times 100$$

şeklinde ifade edilir.

Benzer şekilde $\log(U)$ değişkeninin varyansı için meta-modelleme ile elde edilen fonksiyon aşağıdaki gibidir.

$$\tilde{V}(\log(U)) = \frac{(p_1 \log^5(U) + p_2 \log^4(U) + p_3 \log^3(U) + p_4 \log^2(U) + p_5 \log(U) + p_6)}{(\log^5(U) + q_1 \log^4(U) + q_2 \log^3(U) + q_3 \log^2(U) + q_4 \log(U) + q_5)}$$

Burada;

$$p_1 = 0,0694; p_2 = 1,6297; p_3 = -7,6141; p_4 = 248,328; p_5 = 106,082; p_6 = 7,3423$$

$$q_1 = -13,5282; q_2 = 163,644; q_3 = -168,401; q_4 = -6,7534; q_5 = 18,8566 \text{ dir.}$$

Meta modellemekten elde edilen fonksiyonla ve simülasyonla bulunan varyansın uygunluğu Çizelge E2.2’de verildiği gibidir.

EK-2 (Devam) Meta modelleme ile elde edilen $\log(U)$ değişkeninin beklenen değeri ve varyansı

Çizelge E2.2 Meta modelleme yöntemi ve simülasyon ile elde edilen varyans için nispi farklar

n_i	$\hat{V}(\log(U))$	$\tilde{V}(\log(U))$	Mutlak fark	Nispi Fark(%)
5	0,6449	0,6449	0,0000	0,0001
7	0,4907	0,4852	0,0579	1,5634
9	0,3952	0,3994	0,0042	1,0653
12	0,3304	0,3304	0,0001	0,0232
15	0,2837	0,2835	0,0002	0,0744
18	0,2487	0,2484	0,0002	0,0995
21	0,2213	0,2216	0,0004	0,1620
24	0,1994	0,2010	0,0016	0,8046
28	0,1815	0,1802	0,0013	0,7118
32	0,1663	0,1647	0,0016	0,9588
36	0,1536	0,1528	0,0007	0,4872
40	0,1427	0,1435	0,0008	0,5643
45	0,1331	0,1344	0,0012	0,9313
50	0,1248	0,1272	0,0023	1,8763
60	0,1175	0,1167	0,0009	0,7386
70	0,1110	0,1094	0,0017	1,4878
80	0,1051	0,1040	0,0011	1,0737
90	0,0999	0,0999	0,0000	0,0013
100	0,0952	0,0967	0,0014	1,5154

Burada $\hat{V}(\log(U))$ ve $\tilde{V}(\log(U))$ değerleri sırasıyla simülasyon ve meta-modelleme ile elde edilen $\log(U)$ değişkeninin varyanslarıdır. Burada mutlak fark

$$MF = \left| \hat{V}(\log(U)) - \tilde{V}(\log(U)) \right|$$

şeklinde ve nispi fark

EK-2 (Devam) Meta modelleme ile elde edilen $\log(U)$ değişkeninin beklenen değeri ve varyansı

$$NF = \left| \hat{V}(\log(U)) - \tilde{V}(\log(U)) \right| / \hat{V}(\log(U)) \times 100$$

şeklinde ifade edilir.

Çizelge E2.1 ve E2.2’den görüldüğü gibi meta modelleme ve simülasyon ile elde edilen değerler arasındaki nispi fark %2’nin altındadır. Bu da uyumun %98’in üzerinde olduğunu göstermektedir.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : AKSOY, Sevgi
 Uyruğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 17.12.1976 Denizli
 Medeni hali : Bekar
 Telefon : 0 (312) 3590073
 Faks : 0 (312) 3594115
 e-mail : Sevgi-AKSOY35@hotmail.com.

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Lisans	Ege Üniversitesi/ Matematik Bölümü	1998
Lise	Şirinyer Lisesi	1994

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
1998-2010	M.E.B	Öğretmen

Yabancı Dil

İngilizce

Hobiler

Basketbol, kara kalem çalışması