



**BAYESCİ YAKLAŞIM VE BÜHLMANN-STRAUB KREDİBİLİTE
MODELLERİNİN MONTE CARLO SİMÜLASYONUyla
KARŞILAŞTIRILMASI**

Feyza Elif AKKUŞ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

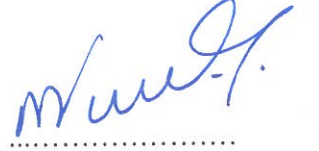
TEMMUZ 2019

Feyza Elif AKKUŞ tarafından hazırlanan “BAYESÇİ YAKLAŞIM VE BÜHLMANN-STAUB KREDİBİLİTE MODELLERİNİN MONTE CARLO SİMÜLASYONUyla KARŞILAŞTIRILMASI” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi İstatistik Ana Bilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Doç. Dr. Meral EBEGİL

İstatistik Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.



Başkan: Dr. Öğr. Üy. Yasemin GENÇTÜRK

Aktüerya Bilimleri Ana Bilim Dalı, Hacettepe Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.



Üye: Prof. Dr. Fikri GÖKPINAR

İstatistik Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.



Tez Savunma Tarihi: 17/07/2019

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

.....
Prof. Dr. Sena YAŞYERLİ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.


Feyza Elif AKKUŞ

17/07/2019

BAYESÇİ YAKLAŞIM VE BÜHLMANN-STRAUB KREDİBİLİTE MODELLERİNİN MONTE CARLO SİMÜLASYONUyla KARŞILAŞTIRILMASI

(Yüksek Lisans Tezi)

Feyza Elif AKKUŞ

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Temmuz 2019

ÖZET

Aktüerya uygulamalarında, sigorta şirketleri sigorta sözleşmeleri için prim belirlemek zorundadır. Prim belirlerken, portföydeki sigortalıların birbirinden farklı geçmiş deneyimlere sahip olduğu göz önünde bulundurulmalıdır. Sigortalının bireysel deneyimleri hesaba katılmadan ortak bir prim belirlendiğinde bu prim adil olmayacaktır. Çünkü portföyde bu prime göre daha iyi ve daha kötü durumda olan sigortalılar olacaktır. Dolayısıyla sigortalının bireysel deneyimlerine ve portföydeki diğer sigortalıların deneyimlerine belirli ağırlıklar verilerek hem sigorta şirketi hem de sigortalı açısından uzlaşma sağlayacak bir prim değeri belirlenmelidir. Böyle bir prim değeri kredibilite teorisinden yararlanılarak, ağırlıklandırma yoluyla belirlenebilir. Kredibilite teorisinde ağırlıklandırma işlemi Z kredibilite faktörü ile yapılmaktadır. Kredibilite faktörünü belirlemek için çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bu yöntemler, kredibilite modelleri olarak adlandırılır. Kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumlar, ilgili sigortalının bireysel deneyimlerini hesaba katmadan, primin sigortalıların genel ortalamasına göre hesaplandığı anlamına gelir ve bu durum kredibilite modellerinin iyi çalışmadığı durumdur. Bu çalışmada öncelikle kredibilite teorisinden bahsedilmiştir. Daha sonra kredibilite modelleri ele alınarak ilerleyen bölümde yapılacak olan simülasyon çalışması için ön bilgi sunulmuştur. Bu ön bilgiler ışığında, Bayesci yaklaşım ve Bühlmann-Straub kredibilite modellerinde farklı durumlarda, adaletli bir prim belirlenebilmesi için Monte Carlo simülasyonu ile Z kredibilite faktörünün aldığı değerler incelenmiştir. Her iki yöntemin iyi çalışmadığı durumlar belirlenerek sonuçlar yorumlanmıştır.

Bilim Kodu : 20501

Anahtar Kelimeler : Kredibilite Teorisi, Kredibilite Modelleri, Bühlmann Kredibilite Modeli, Bühlmann-Straub Kredibilite Modeli, Bayesci Yaklaşım

Sayfa Adedi : 71

Danışman : Doç. Dr. Meral EBEGİL

BAYESIAN APPROACH AND BUHLMANN-STRAUB CREDIBILITY MODELS
COMPARISON OF WITH MONTE CARLO SIMULATION

(M. Sc. Thesis)

Feyza Elif AKKUŞ

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

Temmuz 2019

ABSTRACT

In actuarial applications, insurance companies are required to determine premiums for insurance contracts. When determining premiums, it should be taken into consideration that the insured people in the portfolio have different past experiences. If a common premium is determined without taking into account the individual experience of the insured, this premium will not be fair. Because there are insured people in the portfolio who are in better and worse condition than this prime. Therefore, the individual experiences of the insured and the experiences of other insured persons in the portfolio should be given specific weighting and a premium value should be determined for both the insurer and the insured. Such premium value can be determined by weighting using credibility theory. In the credibility theory, weighting is done with the Z credibility factor. There are several methods for determining the credibility factor. These methods are called credibility models. Where the credibility factor takes a value of zero, it means that the premium is calculated according to the general average of the insured without taking into account the individual experience of the insured person, and this is the case where the credibility models do not work well. In this study, firstly credibility theory is mentioned. Then, the credibility models are and preliminary information is given for the simulation study which will be done in the following section. In the light of this preliminary information, in order to determine a fair premium in different cases in the Bayesian approach and Bühlmann-Straub credibility models, the values of Z credibility factor were examined by Monte Carlo simulation. In cases where both methods did not work well, the results were interpreted.

Science Code : 20501

Key Words : Credibility Theory, Credibility Models, Bühlmann Credibility Model, Bühlmann-Straub Credibility Model, Bayesian Approach

Page Number : 71

Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Meral EBEGİL

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam boyunca yardımları ve katkılarıyla beni destekleyen, her zaman daha çok çalışmaya teşvik eden değerli danışman hocam Sayın Doç. Dr. Meral EBEGİL'e, tez çalışmamda bana yol gösteren ve katkılarıyla destekleyen Sayın Prof. Dr. Fikri GÖKPINAR'a ve Tez İzleme Komitemde yer alan Sayın Dr. Öğr. Üy. Yasemin GENÇTÜRK'e değerli katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Hayatım boyunca beni her zaman destekleyen sevgili anneme ve her zaman yanımda olarak bana destek olan canım eşim Adem AKKUŞ'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	x
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xii
1. GİRİŞ.....	1
2. KREDİBİLİTE TEORİSİ	5
3. KREDİBİLİTE MODELLERİ.....	9
3.1.Sınırlı Dalgalanmalı Kredibilite Modeli	9
3.1.1. Sınırlı dalgalanmalı tam kredibilite.....	10
3.1.2. Sınırlı dalgalanmalı kısmi kredibilite.....	13
3.2. Klasik Kredibilite Modelleri.....	14
3.2.1. Bühlmann kredibilite modeli.....	15
3.2.2. Bühlmann - Straub kredibilite modeli.....	20
3.3. Klasik Kredibilite Modellerinde Uygulama	25
3.3.1. Bühlmann - Straub kredibilite modelinden yararlanılarak 2015, 2016, 2017 ve 2018 motorlu taşıtlar istatistikleri ile 2019 yılı prim tahmini.....	25
4. BAYESCİ YAKLAŞIM.....	37
5. MONTE CARLO SİMÜLASYON ÇALIŞMASI	45
5.1. Bayesci Yaklaşım ve Bühlmann – Straub Kredibilite Modellerinin Karşılaştırması için Monte Carlo Simülasyon Çalışması	45
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	65

Sayfa

KAYNAKLAR 69

ÖZGEÇMİŞ 71

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. 20 sigortalıya ait 10 yıllık kaza verileri	7
Çizelge 3.1. Alt branş teminat adet (poliçe sayısı)	25
Çizelge 3.2. Yazılan primler	26
Çizelge 3.3. Ödenen tazminat toplamı (hasar tutarı)	26
Çizelge 3.4. Ödeme yapılan mağdur sayısı (hasar sayısı)	27
Çizelge 3.5. Sigortalı başına ortalama hasar tutarı	28
Çizelge 3.6. 2019 yılı için Z kredibilite faktörü değerlerinin tahmini	32
Çizelge 3.7. Araç türlerine ait ortalama hasar tutarları	33
Çizelge 3.8. 2019 yılı prim değerlerinin tahmini	34
Çizelge 5.1. Bühlmann – Straub kredibilite modeli ve Bayesci yaklaşımda Z=0 değerleri.....	50
Çizelge 5.2. Bühlmann – Straub kredibilite modeli ve Bayesci yaklaşımda Z=0 değerleri.....	56
Çizelge 5.3. Bühlmann – Straub kredibilite modeli ve Bayesci yaklaşımda Z=0 değerleri.....	62

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 3.1. Yıllara göre ortalama hasar tutarları grafiği	36
Şekil 5.1. 1000 denemede $\theta_i \sim N(50,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 64)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	46
Şekil 5.2. 1000 denemede $\theta_i \sim N(50,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 64)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	46
Şekil 5.3. 1000 denemede $\theta_i \sim N(150,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 64)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	47
Şekil 5.4. 1000 denemede $\theta_i \sim N(150,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 64)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği	47
Şekil 5.5. 1000 denemede $\theta_i \sim N(50,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 81)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	48
Şekil 5.6. 1000 denemede $\theta_i \sim N(50,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 81)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği	48
Şekil 5.7. 1000 denemede $\theta_i \sim N(150,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 81)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	49
Şekil 5.8. 1000 denemede $\theta_i \sim N(150,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 81)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	49
Şekil 5.9. 1000 denemede $\theta_i \sim N(50,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 400)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	52
Şekil 5.10. 1000 denemede $\theta_i \sim N(50,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 400)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	52
Şekil 5.11. 1000 denemede $\theta_i \sim N(150,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 400)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	53
Şekil 5.12. 1000 denemede $\theta_i \sim N(150,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 400)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	53
Şekil 5.13. 1000 denemede $\theta_i \sim N(50,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 900)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	54

Şekil	Sayfa
Şekil 5.14. 1000 denemede $\theta_i \sim N(50,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 900)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	54
Şekil 5.15. 1000 denemede $\theta_i \sim N(150,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 900)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	55
Şekil 5.16. 1000 denemede $\theta_i \sim N(150,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 900)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği	55
Şekil 5.17. 1000 denemede $\theta_i \sim N(50,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 1600)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	58
Şekil 5.18. 1000 denemede $\theta_i \sim N(50,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 1600)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği	58
Şekil 5.19. 1000 denemede $\theta_i \sim N(150,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 1600)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	59
Şekil 5.20. 1000 denemede $\theta_i \sim N(150,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 1600)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği	59
Şekil 5.21. 1000 denemede $\theta_i \sim N(50,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 2500)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	60
Şekil 5.22. 1000 denemede $\theta_i \sim N(50,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 2500)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği	60
Şekil 5.23. 1000 denemede $\theta_i \sim N(150,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 2500)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	61
Şekil 5.24. 1000 denemede $\theta_i \sim N(150,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 2500)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği.....	61

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler

Açıklamalar

a	Hipotetik ortalamaların varyansı
C	Kredibilite prim değeri
m	Toplam riske maruz kalma değeri
μ	Hipotetik ortalamaların beklenen değeri
v	Süreç varyansının beklenen değeri
Z	Kredibilite faktörü

1. GİRİŞ

Kredibilite teorisi, 1890'ların sonlarına doğru işverenlerin mesuliyet sigortalarının fiyatlandırma çalışmalarıyla ortaya çıkmıştır. Kredibilite kuramının başlangıcı olan ilk çalışma ise, verilere tam kredibilite verilmesi için gerekli kriterleri ortaya koyan makalenin Mowbray tarafından yazılmasıyla başlamıştır. Bu çalışma ile sınırlı dalgalanmalı kredibilite kuramının başlangıcı yapılmıştır (Mowbray, 1914).

Whitney, en fazla kesinlik kuramının başlangıcını oluşturmuştur. Gelecek dönemdeki hasarın, bireyin hasar bilgisi ve risk sınıfına ilişkin hasar bilgisinin ağırlıklandırılmasıyla elde edilebileceğini göstermiştir. Ağırlıklandırma işlemi normal ve binom varyanslarının fonksiyonu olan kredibilite faktörü ile yapılmaktadır (Whitney, 1918).

Arthur Bailey, modern kredibilite teorisinin öncüsü olarak bilinmektedir. Klasik kredibilite ile en küçük kareler yaklaşımının temelini oluşturmuştur. Bailey kredibilite çalışmalarında kredibilite teorisine Bayesci metodoloji ile katkı sağlamıştır (Bailey, 1945; Bailey, 1950).

Mayerson (1964) kredibilite teorisine önemli bir temel oluşturan Bayesci yaklaşım ile incelemiştir (Mayerson, 1964).

Bühlmann, Bayes yönteminin en iyi doğrusal yaklaşımı olarak ifade edilebilecek Bühlmann kredibilite modelini oluşturmuştur. Bühlmann kredibilite modeli, gözlemlerin varyanslarının homojen olduğu varsayımına dayanır (Bühlmann, 1967). Daha sonra Bühlmann ve Straub riske maruz kalan birim sayılarının bireylere göre farklılık gösterdiği durumu dikkate alarak Bühlmann kredibilite modelinin genişletilmiş hali olan Bühlmann-Straub kredibilite modeli ile katkı sağlamışlardır. Bühlmann modelinde varyans homojenliği dikkate alınırken, Bühlmann-Straub modelinde varyans homojenliği varsayımı bozularak, genişletilmiş olan bu modele varyans heterojenliği özelliği getirilmiştir (Bühlmann ve Straub, 1970).

Jewell 1975'de iki aşamalı hiyerarşik modeli geliştirmiştir. Hachemeister (1975) doğrusal regresyon modelini geliştirmiştir (Hachemeister, 1975). De Vylder (1978) kredibilite kuramında yapısal parametrelerin yansız kestiricileri üzerine çalışmalar yapmıştır (De Vylder, 1978). Taylor (1979) ise Jewell tarafından geliştirilen iki aşamalı hiyerarşik modeli

genişleterek daha fazla aşamalı model üzerine çalışmalar yapmıştır (Kremer,1994; Ebegil, 2007). Ragnar Norberg (1986) hiyerarşık kredibilite kuramını regresyon bağlamında incelenmiştir (Norberg, 1986).

McCullogh ve Nelder (1989) alışmalarında sundukları örnekler ile sigortacılıkta verilerin modellenmesinde kullanılan Genelleştirilmiş Doğrusal Model’lerin başlangıcına katkı sağlamışlardır (McCullogh ve Nelder, 1989). Klugman (1992) her risk için koşullu kayıp dağılımı ve parametrik bir önsel bilgi seçerek, kredibilite kuramına Bayesci bir analiz getirmiştir (Klugman, 1992).

Makov ve arkadaşları (1996) aktüeryal modellemeye Bayesci yaklaşımların getirilmesinde ncölük yapmışlardır. Bu tekniklerden bir kısmı yoğun hesaplamalar gerektiren Bayesci metotla sonuca varma yöntemini, Markov zinciri Monte-Carlo yaklaşımını esas almıştır (Makov ve ark., 1996).

Young 1997 yılında, karar kuramını kullanarak hasar fonksiyonunu en küçükleyen bir kredibilite formölü geliştirmiştir (Young, 1997).

Nelder ve Verrall (1997), hiyerarşık genelleştirilmiş doğrusal modelleri kullanarak klasik kredibilite teorisinin genelleştirilmiş doğrusal modeller çerçevesinde yorumlanabilecek bir yöntem geliştirmişlerdir (Nelder ve Verall, 1997). Frees ve arkadaşları (1999, 2001) doğrusal karma modellere giriş konusunda bir çalışma yapmışlardır (Frees ve ark., 1999; Frees ve ark., 2001). Ebegil (2006), Nelder ve Verrall (1997)’in çalışmalarını, Bühlmann-Straub kredibilite modelinin hiyerarşık genelleştirilmiş doğrusal modellerle bağlantısını kurarak genişletmiştir (Ebegil, 2006).

Gau, Gangopadhyay ve Han (2008), Kredibilite faktörünün aralık tahminini incelemiştir (Gau ve ark., 2008). Bühlmann-Straub kredibilite modelinin bazı uzantılarını sunan çalışma ise Atanasiu (2009) tarafından yapılmıştır. Kovaryans yapılarına dayalı olarak güncel bir kredibilite formölü tanımlanmıştır. Yeni tanımlanan bu kredibilite primi, önceki dönem ve geçerli olan dönemdeki hasarlarda net prim fiyatının ağırlıklı ortalaması olarak hesaplanabileceğini göstermiştir (Atanasiu, 2009).

Risklerin bağımlı olduğu durumda kredibilite primleri Wen ve Deng (2009) tarafından incelenmiş olup, risklerin eşit korelasyon yapılarını açıklamak için Bühlmann kredibilite formülünü geliştirerek bu modelde parametre tahminlerini dikkate almışlardır.

Sigorta şirketleri sigorta sözleşmeleri için prim belirlemek zorundadır. Prim belirlerken dikkat edilmesi gereken nokta, sigorta portföylerinde sigortalıların her birinin geçmiş deneyimlerinin birbirinden farklı olduğu, yani portföylerin genellikle heterojen olduğudur. Sigorta şirketi prim belirlerken sigortalıların bireysel deneyimlerini hesaba katmadan sigorta portföyündeki tüm sigortalıların deneyimlerine göre prim belirlerse bu durum adaletsizliğe yol açacaktır. Çünkü sigorta portföyünde geçmiş deneyimleri iyi durumda olan sigortalılar bulunurken, kötü deneyime sahip sigortalılarda bulunmaktadır. Sigorta şirketleri iyi durumda olan sigortalıları kaybetmemek için onlarla uzlaşma sağlayabileceği prim belirlemelidir. Böyle bir prim ağırlıklandırma yoluyla hesaplanabilir. Ağırlıklandırma işlemi için kredibilite teorisinden yararlanılmaktadır. Kredibilite teorisinde ağırlıklandırma işlemi ise Z kredibilite faktörü ile yapılmaktadır. Z kredibilite faktörü $0 \leq Z \leq 1$ aralığında değer almaktadır. Kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumlarda sigortalının bireysel ortalamasına sıfır ağırlık verilerek prim belirlenirken, sıfırdan farklı değer aldığı durumlarda ise kişinin bireysel deneyimlerinden de yararlanıldığı anlamına gelir.

Bu çalışmanın ilk bölümünde adil bir prim değeri belirlenebilmesi için yararlanılacak olan kredibilite teorisi anlatılmıştır. Sınırlı dalgalanmalı kredibilite modellerinden bahsedilerek, sınırlı dalgalanmalı tam kredibilite ve sınırlı dalgalanmalı kısmi kredibilenin anlatımlarına yer verilmiştir. Daha sonra klasik kredibilite modelleri olan Bühlmann kredibilite modeli, Bühlmann kredibilite modelinin genişletilmiş hali olan Bühlmann-Straub kredibilite modeli ile Bayesci yaklaşımın teorik anlatımlarına yer verilmiş ve örnek çözümleriyle bu modeller incelenmiştir. Bu bölümde, son bölümde yapılacak olan Bayesci Yaklaşım ve Bühlmann Straub Kredibilite Modeli'nin Monte Carlo Simülasyonu ile kıyaslanması için ön bilgi sunulmuştur.

Bir sonraki bölümde, sigorta şirketlerinin bir sonraki yıla mali olarak hazırlıklı olabilme isteğinden doğan ihtiyaçla, Türkiye Sigortalar Birliğinden alınan 2015, 2016, 2017 ve 2018 yıllarının trafik sigortası verileri derlenerek 2019 yılı için Z kredibilite faktörü değerleri hesaplanmış ve prim tahmini yapılmıştır.

Çalışmanın son bölümünde ise, MATLAB programından yararlanılarak Monte Carlo Simülasyonu ile Bayesci yaklaşım ve Bühlmann-Straub kredibilite modelinde farklı ortalama ve varyanslar için Z kredibilite faktörünün aldığı değerleri incelemek amacıyla 1000 deneme yapılmıştır. Burada esas amaç, tercih edilmeyen durum olan kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumları inceleyerek hangi modelin farklı durumlarda daha iyi sonuçlar verdiğini gözlemlemektir. Adaletli bir prim belirlenmesi için ağırlıklandırma işleminde kullanılan Z kredibilite faktörünün, hem Bayesci yaklaşım hem de Bühlmann Straub kredibilite modeli için Monte Carlo simülasyonu ile elde edilmiş olan değerleri grafiklerle gösterilmiştir. Grafiklerde görülen, Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumlar, tablolar yardımıyla gösterilmiştir. Tablolarda iki yöntemin birbiriyle kıyaslanmasının yapılabilmesi için Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumların sayısı belirtilmiş ve çıkan sonuçlar üzerine her iki yöntemin, ortalama ve varyans değerlerinin değişiminden nasıl etkilendiği incelenmiştir.

2. KREDİBİLİTE TEORİSİ

Kredibilite ilk olarak Mowbray tarafından, poliçelerin fiyatlandırılması amacıyla bir riske ilişkin geçmişe ait bilgi ve deneyimlerin miktarı olarak tanımlanmıştır (Mowbray, 1914). Aktüerya bilimlerinde ise kredibilite kelimesi ilk olarak aktüerin fiyatlandırma yaparken bir kısım sigortalının deneyimine ne ölçüde güvenmesi gerektiğini belirtmek üzere güvenin ölçüsü olarak kullanılmıştır (Longley-Cook, 1962).

Kredibilite kuramında, pratikte bir sigorta uygulamasında hasar geçmişi veya hasar deneyimlerinin kullanıldığı düşünüldüğünde, poliçe sahibinin hasar geçmişi, sigorta şirketinin belirlediği prim oranından daha iyi durumda olabilir. Bu durumda poliçe sahibi indirim talep edebilecektir. Benzer şekilde belirli bir hasar geçmişine sahip olan poliçe sahibine uygulanan prim oranı, eğer hasar geçmişi varsayılandan daha kötü ise sigorta şirketi diğer durumlarda uygulanan primlere oranla daha yüksek prim talebinde bulunabilecektir. Burada dikkat edilmesi gereken husus poliçe sahibinin hasar deneyiminin gerçekten güvenilir olup olmadığıdır.

Kredibilite modellemesi, aktüerlerin gelecekteki primleri, geçmiş risk deneyimlerine göre ya da risk gruplarına göre belirlemelerine izin veren bir oranlama sürecidir. Bazı kredibilite yaklaşımları altında, C (hasar frekansı, hasar tutarı, risk primi, vb.) şu şekilde hesaplanır:

$$C = ZR + (1 - Z)H \quad (2.1)$$

Bu eşitlikte,

R : Güncel gözlemlerin ortalaması

H : Önceki gözlemlerin ortalaması

Z : Kredibilite faktörü

C : Kredibilite kestiricisi (hasar frekansı, hasar tutarı, risk primi, vb.)

olarak tanımlanır. Aynı zamanda Eş. 2.1’de ki R değeri, portföydeki herhangi bir sigortalının geçmiş hasar bilgisi; H değeri ise tüm portföye geçmiş hasar bilgisi olarak da tanımlanabilir.

Kredibilite faktörü Z,

$$Z = \frac{n}{(n + k)} \quad (2.2)$$

şeklinde ifade edilir. Burada n , denemelerin (dönemlerin) sayısı veya riske maruz kalan birim sayısıdır ve k ,

$$k = \frac{v}{a} = \frac{\text{Süreç Varyansının Beklenen Değeri}}{\text{Hipotetik Ortalamaların Varyansı}}$$

olarak ifade edilir.

Kredibilite faktörü Z, güncel gözlemlere atanan ağırlığı ya da sigortalının geçmiş deneyimlerine atanan ağırlığı göstermektedir. $(1 - Z)$ ise önceki dönemlerdeki gözlemlere atanan ağırlığı ya da sigorta portföyündeki diğer sigortalıların geçmiş deneyimlerine atanan ağırlığı göstermektedir.

Küçük veri seti kullanıldığında, yani sigortalıya ilişkin gözlem değeri az olduğunda, Z değeri 0'a yaklaşacaktır. Bu durumda prim tüm portföyün ortalamasına yakın bir değer olarak belirlenir. $Z=1$ olduğunda ise bir sonraki döneme ilişkin kestirim tamamen sigortalının geçmiş deneyimlerine göre yapılmış olur. Yani portföy homojen ise kişilere uygulanacak net prim genel ortalama olarak belirlenebilirken, portföy heterojen ve sigortalıların geçmiş hasar bilgisi yeterli ise sigortalının bireysel ortalaması prim olarak belirlenebilir (Dannenburg ve ark., 1996).

Bailey, $C = ZR + (1 - Z)H$ formülünün ya bilinmeyen p parametrelili Bernoulli-Beta modeli kullanılarak ya da bilinmeyen λ parametrelili Poisson-Gamma modelini kullanarak Bayes teoreminden türediğini göstermiştir. Bailey'in çalışmaları, kredibilite teorisinde Bayesci yöntemin kullanılmasına yol açmıştır (Bailey, 1950). Seçilen model için Bayesci istatistiksel analiz, önsel bilginin mevcut durum miktarı ve varsayımlar ile başlar. Bu önceki girdiler daha sonra, olabilirlik fonksiyonu yoluyla, olasılıksal gözlemlenen verilerden alınan bilgilerle birleştirilebilir. Önsel ve olasılıksal birleşim mekanizması Bayes teoremidir.

Teknik anlamda sonsal olasılık, önsel ile olabilirlik fonksiyonunun çarpımlarıyla orantılı olma durumudur.

$$\text{sonsal} \propto \text{önsel} \times \text{olabilirlik}$$

Fakat bu önsel dağılım varsayımı Bailey'in modelinde ciddi derecede sınırlandırılmıştır. Bühlmann (1967) bu sınırlandırmanın üstesinden gelmiş ve Eş. 2.1'deki,

$$C = ZR + (1 - Z)H$$

formülünü kanıtlamıştır.

Kredibilite kavramını Norberg(1979)'a ait bir örnek ile anlatalım (Goovaerts. ve ark., 1990). Bir sigorta şirketi yirmi tane sürücüyü sigortalasın ve sürücülerin geçen on yıllık verileri Çizelge 2.1.'deki gibi olsun.

Çizelge 2.1. 20 sigortalıya ait 10 yıllık kaza verileri

YILLAR	SİGORTALILAR																				Toplam Hasar Sayısı	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		20
	1		1	1							1							1	1			5
	2							1		1	1							1				4
	3			1				1		1				1								4
	4																	1				1
	5									1	1											2
	6		1				1			1		1				1						5
	7									1					1			1				3
	8									1		1						1				3
	9		1				1				1	1	1									5
	10									1		1						1		1		4
Σ	0	3	2	0	0	2	2	0	7	4	4	1	1	1	1	0	6	1	1	0	36	

Çizelge 2.1’de 20 sigorta müşterisinin 10 yıllık hasar deneyimi yer almaktadır. Çizelgenin son satırı her bir sigortalı için toplam hasar sayısını verirken, son sütun ise tüm sigortalıların her yıl için gerçekleşen hasar sayılarının toplamalarını göstermektedir.

Bazı sigortalıların hasar deneyimlerini inceleyecek olursak; 1, 4, 5, 8, 16 ve 20 numaralı sigortalıların hasar sayılarına bakıldığında geçen 10 yıl süresince hiç hasar deneyimi bulunmamaktadır. 9 numaralı sigortalıya bakıldığında 10 yılın 7 yılında hasar deneyimi kaydettiği görülürken; 17 numaralı sigortalı ise 10 yıl içinde 6 kez hasar deneyimi yaşamıştır. Bu sigorta portföyünde sigorta şirketi için 1, 4, 5, 8, 16 ve 20 numaralı sigortalılar iyi bir hasar geçmişine sahip sigortalılar olarak görülürken; 9 ve 17 numaralı müşteriler hasar geçmişi kötü yani riskli müşteriler olarak görülecektir.

Tüm sigortalılar için 10 yıllık hasar bilgisine göre 1. yılda 5 tane hasar meydana geldiği görülürken 4. yılda 1 tane hasar meydana gelmiştir.

Çizelge 2.1’den hasar maliyetleri hesaplandığında;

$$1.\text{yılda ortalama hasar maliyeti} = 5/20 = 0,25$$

$$5.\text{yılda ortalama hasar maliyeti} = 1/20 = 0,05$$

$$10.\text{yılın sonunda ortalama hasar maliyeti} = 36/200 = 0,18 \text{ olacaktır.}$$

Diğer sigortalılara göre daha fazla hasar deneyimi olan 9. ve 17. sigortalılar dikkate alınmadan geriye kalan 18 sigortalı için hasar maliyeti hesaplandığında, $23/180 = 0.13$ değerine düşecektir.

Örnekten de anlaşılmaktadır ki, sigorta primi 20 sigortalının ortalamasına göre belirlenecek olursa, hasar deneyimi iyi olmayan sürücüler hasar maliyetini artıracığından prim değeri de yüksek belirlenecektir. Hasar deneyimi iyi durumda olan sürücüler, bu prim tutarının kendileri için haksızlık olduğunu düşünecektir. Bir başka sigortacı onlara daha uygun bir sözleşme sunabilir. Bu durumda sigortacı iyi olan sürücülerini kaybedecektir. Dolayısıyla sigortacı riski az olanlar için daha düşük prim belirlerken risk durumları arttıkça daha yüksek bir prim belirleyerek bu dengeyi sağlamalıdır.

3. KREDİBİLİTE MODELLERİ

Kredibilite ağırlıklı tahmin değerinin hesaplanması için kullanılan bir yöntemdir. Bu ağırlıklandırma işlemi ise Z kredibilite faktörü ile yapılmaktadır. Z kredibilite faktörünün belirlenmesi için çeşitli yöntemler kullanılmaktadır. Bu yöntemler “Kredibilite Modelleri” olarak ifade edilir.

Temel kredibilite modelleri,

1. Sınırlı Dalgalanmalı Kredibilite
2. Klasik Kredibilite

olarak iki başlık altında incelenmektedir.

Sınırlı dalgalanmalı kredibilite modeli, sınırlı dalgalanmalı tam kredibilite ve sınırlı dalgalanmalı kısmi kredibilite olarak iki ayrı başlık altında incelenir.

Klasik kredibilite modelleri ise, Bühlmann kredibilite modeli ve Bühlmann-Straub kredibilite modeli olarak iki başlık altında incelenmektedir. Bühlmann kredibilite modelinin genelleştirilmiş hali Bühlmann-Straub kredibilite modelidir (Ebegil, 2007).

3.1. Sınırlı Dalgalanmalı Kredibilite Modeli

Sınırlı dalgalanmalı kredibilite modeli ilk olarak Mowbray (1914) tarafından, işçi tazminatları üzerine çalışması sırasında öne sürülmüştür. Daha sonra Whitney (1918) tarafından yapılan çalışmalarla devam etmiştir (Mowbray, 1914; Whitney, 1918).

Sınırlı dalgalanmalı kredibilite teorisinde, kredibilite faktörü Z 'yi belirlemek ve tam kredibilite için gerekli beklenen hasar sayısını bulmak için frekans dağılımlı modeller kullanılmaktadır (Ebegil, 2007).

Sınırlı dalgalanmalı kredibilite modeli, kredibilite teorisinin başlangıç noktası olmuştur ve uzun yıllar boyunca aktüerler tarafından kullanılmıştır.

$i = 1, 2, \dots, n$ iken, bir risk sınıfındaki herhangi bir poliçe sahibinin i 'inci deneyim dönemindeki hasar sayısı X_i ile gösterilsin,

$$E(X_i) = \mu$$

ve

$$Var(X_i) = \sigma^2$$

olsun, poliçe sahibine ait geçmiş deneyim verilerinin ortalaması,

$$\bar{X} = (X_1 + X_2 + \dots + X_n) / n$$

biçiminde ifade edilir ve X_i 'ler bağımsız ise,

$$E(\bar{X}) = \mu$$

ve

$$Var(\bar{X}) = \sigma^2 / n$$

olacaktır.

Sigortacı, eğer sigortalının geçmiş deneyimleri durağansa yani değişkenlik göstermiyorsa (varyans küçükse), $\bar{X}$ değerini kullanarak prim belirleyebilir. Ancak sigortalının geçmiş deneyimleri çok fazla dalgalanıyorsa ve belirli bir sabitlik göstermiyorsa sigortalıya ait deneyimler sigortacı için güvenilir olmayacaktır. Dolayısıyla bu durumdaki bir sigortalı için $\bar{X}$ değeri gelecek dönemin tahmini için daha az kullanılır (Klugman ve ark., 1998).

3.1.1. Sınırlı dalgalanmalı tam kredibilite

Tam kredibilite yaklaşımı, kredibilite faktörünün Z 'nin bir değerini alması ($Z=1$) durumudur. Bu durum sigortalının sadece geçmiş deneyimlerinden yararlanılarak prim

belirlendiği anlamına gelir. Sigortalıların geçmişe ait hasar deneyim bilgisinin çok sayıda olması genellikle sigortalının sadece bireysel deneyimlerine dayanan sigorta primi hesaplanmasını ortaya çıkartır. Bu durumda sigortalının geçmiş deneyimlerinin miktarı önemlidir. Çünkü bu bilgilerin çokluğu sigortalının gelecekteki tahminlerinin güvenilirliğini güçlendirmektedir. Yeterli sayıda hasar bilgisine sahip sigortalılar genellikle primlerinin kendilerine ait bilgilere dayalı olarak belirlenmesini ister.

Tam kredibilitede, sigortalının tam kredibiliteyi sağlayacak deneyim miktarına ne zaman (yıl, dönem, vb.) ulaşacağı önemlidir. Bunun için uygulanan yöntemde $\bar{X}$ 'nin durağanlığını ölçmek için $\bar{X}$ ile μ arasındaki farklılığın μ 'ye göre yüksek bir olasılıkla küçük olması temel alınmıştır (Ebegil, 2007).

Bu durumda tam kredibilite,

$r > 0$ ve $0 < p < 1$ olmak üzere,

$$P(-r\mu \leq \bar{X} - \mu \leq r\mu) \geq p \quad (3.1)$$

eşitsizliği yoluyla belirlenir. Verilen eşitsizliğe standartlaştırma yapıldığında,

$$P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right| \leq \frac{r\mu\sqrt{n}}{\sigma}\right) \geq p \quad (3.2)$$

olacaktır. Bu yüzden, Eş. 3.2'de $\frac{r\mu\sqrt{n}}{\sigma}$ yerine $x = \frac{r\mu\sqrt{n}}{\sigma}$ alındığında x_p ,

$$x_p = \text{enk}_x \left\{ P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right| \leq x\right) \geq p \right\} \quad (3.3)$$

olarak yazılabilir. Burada, x_p Eş. 3.3'te verilen eşitsizliği sağlayan en küçük x değeridir.

$\bar{X}$ 'nin sürekli dağılımı varsa bu durumda " $\geq$ " işareti " $=$ " işaretine dönüşür.

Bu durumda, Eş. 3.3,

$$P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right| \leq x_p\right) = p \quad (3.4)$$

şeklinde yazılabilir.

Buradan yola çıkarak, tam kredibilite için koşul $r\mu\sqrt{n}/\sigma \geq x_p$ olacaktır.

Veya,

$$r\mu\sqrt{n} \geq x_p\sigma \text{ 'dan}$$

$$\frac{\sigma}{\mu} \leq \frac{r}{x_p} \sqrt{n} = \sqrt{\frac{n}{\lambda_0}} \quad (3.5)$$

olarak ifade edilir. Burada $\lambda_0 = (x_p/r)^2$, dir. Ayrıca tam kredibilite,

$$Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \leq \frac{\mu^2}{\lambda_0} \quad (3.6)$$

biçiminde gösterilir. Süreç durağansa yani değişkenlik az ise prim hesabı yapılırken $\bar{X}$ bilgisi kullanılır. Tam kredibilite için riske maruz kalan birim sayısının en küçük değeri,

$$n \geq \lambda_0 \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2 \quad (3.7)$$

eşitsizliğinden elde edilir (Klugman ve ark., 1998). Merkezi limit teoreminden, n değerinin büyük olduğu durumlarda;

$$\frac{(\bar{X} - \mu)}{(\sigma/\sqrt{n})} = Z_n : N(0,1) \quad (3.8)$$

standart normal dağılımına uyar.

Buradan Eş. 3.4,

$$P(|Z_n| \leq x_p) = p \quad (3.9)$$

olacaktır. Z_n standart normal dağılıma sahip olup, x_p değeri standart normal dağılım tablosu yardımı ile bulunabilmektedir (Ebegil, 2007).

3.1.2. Sınırlı dalgalanmalı kısmi kredibilite

Tam kredibilitenin uygun olmadığına karar verildiğinde kısmi kredibilite kullanılır. Kısmi kredibilite, prim hesabı yaparken hem geçmişe ait deneyim olan $\bar{X}$ 'nin hem de önsel ortalamanın birlikte kullanmanın mümkün olması durumu olarak ifade edilir. Dolayısıyla $Z < 1$ durumunu sağlayacak biçimde bir değer belirlenmesi gerekir. Bunun için ağırlıklı ortalama yoluna başvurulabilir. Kredibilite primi,

$$C = Z\bar{X} + (1 - Z)H \quad (3.10)$$

kredibilite faktörü Z ise,

$$Z = \frac{n}{(n + k)} \quad (3.11)$$

şeklinde hesaplanır.

Kredibilite prim değeri C 'nin varyansı, Eş. 3.6'daki μ^2/λ_0 'a eşit olacak şekilde kontrol edilmelidir. Buradan,

$$\begin{aligned} Var(C) &= \frac{\mu^2}{\lambda_0} = Var[Z\bar{X} + (1 - Z)H] \\ &= Z^2 Var(\bar{X}) \\ &= Z^2 \frac{\sigma^2}{n} = \frac{\mu^2}{\lambda_0} \end{aligned}$$

olacaktır (Klugman ve ark., 1998).

Burada $\frac{\mu}{\sigma} \sqrt{\frac{n}{\lambda_0}} < 1$ olduğunda,

$$Z = \frac{\mu}{\sigma} \sqrt{\frac{n}{\lambda_0}} \quad (3.12)$$

olarak elde edilir. $\frac{\mu}{\sigma} \sqrt{\frac{n}{\lambda_0}} > 1$ olduğunda ise, tam kredibilite verilebileceği görülmektedir.

Özetleyecek olursak,

$$Z = \min \left\{ \frac{\mu}{\sigma} \sqrt{\frac{n}{\lambda_0}}, 1 \right\} \quad (3.13)$$

şeklinde ifade edilir. Eşitlikte $\lambda_0 = \left(\frac{x_p}{r} \right)^2$, dir (Ebegil, 2007).

3.2. Klasik Kredibilite Modelleri

Kredibilite yaklaşımları; Sınırlı Dalgalanmalı Yaklaşım, Bayesci Yaklaşım ve En Fazla Kesinlik Yaklaşımı olarak üç ayrı başlık altında incelenir. Sınırlı Dalgalanmalı Kredibilite Kuramı Literatürde Geleneksel Kredibilite Kuramı olarak da bilinirken En Fazla Kesinlik Kuramı ise Klasik Kredibilite Kuramı olarak da adlandırılmaktadır (Goovaerts ve ark., 1990).

Klasik Kredibilite Kuramında kredibilite faktörleri, Bayesci bir modelde optimal katsayılar olarak elde edilmektedir. Dolayısıyla Kredibilite Teorisi, Geleneksel Kredibilite Kuramı ve Klasik Kredibilite Kuramı olarak iki başlık altında incelenmektedir.

Geleneksel Kredibilite Modeli, Tam Kredibilite Yaklaşımı ve Kısmi Kredibilite Yaklaşımı olarak iki başlık altında incelenirken, Klasik Kredibilite Modeli ise Bühlmann Kredibilite modeli, Bühlmann-Straub Kredibilite Modeli olmak üzere iki başlık altında incelenmektedir.

3.2.1. Bühlmann kredibilite modeli

Bühlmann kredibilite modeli, kredibilite kuramında kredibilite faktörü Z 'nin belirlenebilmesi için kullanılan kredibilite modellerindendir. Klasik kredibilite modellerinde ilk ve en basit modeldir (Klugman ve ark., 1998).

Bühlmann kredibilite modeli kayıp hata kare fonksiyonunun en küçüklenmesi anlamında Bayesci primin (veya en küçük kareler kredibilite primi) en iyi doğrusal yaklaşımı olarak bilinmektedir (Ebegil, 2007).

Her bir sigortalı için θ koşulu altında geçmiş hasar miktarları $X_1, X_2, \dots, X_i$ birbirinden bağımsız olsun.

i dönemi için koşullu beklenen değer,

$$\mu(\theta) = E(X_i | \theta = \theta) \quad (3.14)$$

süreç varyansı,

$$v(\theta) = Var(X_i | \theta = \theta) \quad (3.15)$$

olarak ifade edilir.

Burada $\mu(\theta)$ hipotetik ortalama ve $v(\theta)$ süreç varyansı olarak adlandırılır.

Eş. 3.14 ve 3.15'den hipotetik ortalamaların beklenen değeri μ ,

$$\mu = E(\mu(\theta)) \quad (3.16)$$

süreç varyansının beklenen değeri v ,

$$v = E(v(\theta)) \quad (3.17)$$

hipotetik ortalamaların varyansı a ,

$$a = Var[\mu(\theta)] \quad (3.18)$$

olarak ifade edilir. X_i 'nin ortalaması,

$$E(X_i) = E[E(X_i|\theta = \theta)] = E[\mu(\theta)] = \mu \quad (3.19)$$

varyansı,

$$\begin{aligned} Var(X_i) &= E[Var(X_i|\theta = \theta)] + Var[E(X_i|\theta = \theta)] \\ &= E[v(\theta)] + Var[\mu(\theta)] \\ &= v + a \end{aligned} \quad (3.20)$$

ve kovaryansı,

$$\begin{aligned} Cov(X_i, X_j) &= E(X_i X_j) - E(X_i)E(X_j) \\ &= E[E(X_i X_j|\theta = \theta)] - \mu^2 \\ &= E[E(X_i|\theta = \theta)E(X_j|\theta = \theta)] - \{E[\mu(\theta)]\}^2 \\ &= \{E[\mu(\theta)]^2\} - \{E[\mu(\theta)]\}^2 \\ &= Var[\mu(\theta)] \\ &= a \end{aligned} \quad (3.21)$$

şeklinde elde edilir (Klugman ve ark., 1998).

Bühlmann kredibilite modelinde, $\mu_{n+1}(\theta)$ hipotetik ortalama, bir sonraki dönemde ortalama hasarların tahmin edilmesi için kullanılmak isteniyor ise, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$ gözlemleri yapılmış olduğundan önerilebilecek bir yöntem, geçmiş verilerin doğrusal fonksiyonu ile $\mu_{n+1}(\theta)$ değerinin elde edilmesidir. Dolayısıyla bu işlemin yapılabilmesi için $\alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i X_i$ doğrusal fonksiyonu kullanılarak $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 'lerin kestiricileri bulunmaktadır. α değerleri, aşağıda verilmiş olan karesel hata kayıp hata fonksiyonunun beklenen değerini en küçük yapacak şekilde seçilir (Ebegil, 2007).

$$Q = E \left\{ \left[\mu_{n+1}(\theta) - \alpha_0 - \sum_{i=1}^n a_n X_i \right]^2 \right\} \quad (3.22)$$

Eş. 3.22'deki Q fonksiyonunu en küçük yapacak şekilde α değerleri belirlenir. Burada α değerleri, $\tilde{\alpha}_0, \tilde{\alpha}_1, \dots, \tilde{\alpha}_n$ olarak gösterilsin, $\mu, \sigma^2 = v + a$ ve korelasyon katsayısı $\rho = a/(v + a)$ parametreleri, $\tilde{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i X_i$ ifadesinde yerine yazıldığında, Bühlmann kredibilite primi,

$$\tilde{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i X_i = Z\bar{X} + (1 - Z)\mu, \quad (3.23)$$

olarak elde edilir. Z kredibilite faktörü,

$$Z = \frac{n}{(n + k)} \quad (3.24)$$

ve

$$k = \frac{v}{a} = \frac{E[Var(X_j|\theta = \theta)]}{Var[E(X_j|\theta = \theta)]} \quad (3.25)$$

olacaktır (Klugman ve ark., 1998; Erdal, 2013).

Örnek:

Bir otobüs firması sürücülerini belirli kriterlere göre kötü, orta ve iyi olmak üzere 3 gruba ayırmaktadır. Kolaylık sağlaması açısından kötü sınıfındaki sürücüler E, orta sınıfındaki sürücüler F ve iyi sınıftaki sürücüler G harfleri ile gösterilsin. Her grup içinde, yıllık hasar frekansları, $\theta_E = 0,70$; $\theta_F = 0,50$ ve $\theta_G = 0,30$ parametreleriyle Poisson rassal değişkeni

şeklinde dağıldığı varsayılın. Ayrıca, θ aşağıda gösterildiği gibi belirlenen basit bir önsel dağılıma sahip olsun.

$$\pi_{\theta}(\theta) = \begin{cases} 0,25 & , \theta = \theta_E \\ 0,45 & , \theta = \theta_F \\ 0,30 & , \theta = \theta_G \end{cases}$$

Bir sürücü rastgele seçiliyor ve bu sürücünün 2016 yılında 1 hasarı, 2017 yılında hasar bulunmadığı, 2018 yılında ise 2 hasarı bulunduğu görülüyor. Bu duruma göre sürücünün beklenen hasar sayısı ne olabilir?

Çözüm:

Bühlmann kredibilite modeli yardımıyla beklenen hasar sayısını bulalım,

$$E(X_{2019}) = Z\bar{X} + (1 - Z)\mu$$

şeklinde ifade edilir.

$$\mu = E[E(X_i/\theta)] = E \begin{cases} 0,25 & , \theta = \theta_E \\ 0,45 & , \theta = \theta_F \\ 0,30 & , \theta = \theta_G \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &= (0,70)(0,25) + (0,50)(0,45) + (0,30)(0,30) \\ &= 0,175 + 0,225 + 0,09 \\ &= 0,49 \end{aligned}$$

olarak bulunur. Böylece kredibilite faktörü Z değerini yazacak olursak,

$$Z = \frac{n}{n + k}$$

$$k = \frac{v}{a}$$

formülünden,

2016, 2017 ve 2018 yıllarına ait bilgiler bulunduğundan, bilgisi verilen yıl sayısı 3 tür ve dolayısıyla n=3 olarak alınacaktır. Buradan,

$$Z = \frac{3}{3 + \frac{v}{a}}$$

olarak yazılır. Burada süreç varyansının beklenen değeri v ,

$$v = E[Var(X_i/\theta)] = E \begin{cases} 0,25 & , \theta = \theta_E \\ 0,45 & , \theta = \theta_F \\ 0,30 & , \theta = \theta_G \end{cases}$$

Poisson dağılımında ortalama ve varyans değerleri birbirine eşit olduğundan 0,49 olarak bulduğumuz ortalama değeri varyansa eşit olur ve buradan,

$$v = 0,49$$

olarak ifade edilir. Aynı zamanda,

$$a = Var[E(X_i/\theta)] = Var \begin{cases} 0,25 & , \theta = \theta_E \\ 0,45 & , \theta = \theta_F \\ 0,30 & , \theta = \theta_G \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a &= [(0,70)^2(0,25) + (0,50)^2(0,45) + (0,30)^2(0,30)] - (0,49)^2 \\ &= [0,1225 + 0,1125 + 0,027] - (0,2401) \\ &= 0,262 - 0,2401 \\ &= 0,0219 \end{aligned}$$

olarak bulunur. Kredibilite faktörü Z ,

$$Z = \frac{3}{3 + \frac{0,49}{0,0219}} = 0,1182$$

olacaktır. 2016 yılında 1, 2017 yılında hasar bulunmadığı yani 0 ve 2018 yılında 2 hasar olduğu bilgisinden yola çıkarak,

$$\bar{X} = \frac{1 + 0 + 2}{3} = 1$$

şeklinde elde edilir. Buradan Bühlmann kredibilite modeli yardımıyla,

$$\begin{aligned}
 E[X_{2019}/x = (1,0,2)] &= Z\bar{X} + (1 - Z)\mu \\
 &= (0,1182)(1) + (1 - 0,1182)(0,49) \\
 &= 0,1182 + 0,4321 \\
 &= 0,5503
 \end{aligned}$$

olarak bulunur (Ebegil, 2007).

Burada rastgele seçilen ve 2016, 2017, 2018 yıllarına ait geçmiş hasar bilgileri verilmiş olan sürücü için 2019 yılına ait Z kredibilite faktörünün değeri 0,1182 bulunurken, 2019 yılına ait beklenen hasar sayısı ise 0,5503 olarak bulunmuştur.

3.2.2. Bühlmann - Straub kredibilite modeli

Bühlmann ve Straub, 1970 yılında Bühlmann modelinin genelleştirilmiş şekli üzerine çalışmışlardır. Bühlmann kredibilite modelinde her geçmiş dönem için birbirinden bağımsız ve aynı dağılımlı olma durumu kısıt getirir yani Bühlmann modeli, geçmiş poliçe dönemlerinde riske maruz kalan birim sayılarının farklı olmasına izin vermez. Bühlmann-Straub modelinde bu kısıtlamalar aşılmaya çalışılmıştır.

Her poliçe sahibi için, geçmiş hasar bilgisi $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)'$ ile gösterilsin. θ , bir derecelendirme sınıfında her poliçe sahibinin risk seviyesini karakterize eden bir risk parametresi olmak üzere, $\theta = \theta$ iken $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)'$ aynı ortalama, fakat farklı varyansa sahip, bağımsız ve aynı dağılımlı rassal değişkenlerdir.

Bühlmann modelinde olduğu gibi $\mu(\theta)$,

$$E(X_i|\theta = \theta) = \mu(\theta) \tag{3.26}$$

ve koşullu varyansı,

$$Var(X_i|\theta = \theta) = v(\theta)/m_i \tag{3.27}$$

biçiminde ifade edilir.

Burada m_i , bireylerin i 'inci poliçe dönemindeki riske maruz kalan birim sayısını gösterir. Bühlmann modelinde her bir dönemde bir sigortalı için θ verilmişken, sigortalının ortalaması $\mu(\theta)$ ve varyansı $v(\theta)$ olarak verilmiştir. Model dönem ortalaması $\bar{X}_{mi}$ 'yi esas alacak biçime dönüşür. $\mu(\theta)$ ve $v(\theta)/m_i$ i 'nci sigorta döneminde θ verilmişken örnek ortalamasının ortalama ve varyansını gösterir (Ebegil, 2007).

Bühlmann-Straub kredibilite modelinde de, Bühlmann modelinde bulunan aynı tanımlar kullanılabilir. $\mu(\theta)$ hipotetik ortalama ve $v(\theta)$ süreç varyansı olmak üzere,

hipotetik ortalamaların beklenen değeri μ ,

$$\mu = E(\mu(\theta)) \quad (3.28)$$

süreç varyansının beklenen değeri v ,

$$v = E(v(\theta)) \quad (3.29)$$

ve hipotetik ortalamaların varyansı a ,

$$a = Var[\mu(\theta)] \quad (3.30)$$

olarak ifade edilir.

X_i ' nin ortalaması,

$$E[X_i] = E[E(X_i|\theta = \theta)] = E(\mu(\theta)) = \mu \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.31)$$

X_i ' nin varyansı,

$$Var[X_i] = E[Var(X_i|\theta = \theta)] + Var[E(X_i|\theta = \theta)] \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned}
&= E \left[\frac{v(\theta)}{m_i} \right] + Var[\mu(\theta)] \\
&= \frac{v}{m_i} + a
\end{aligned}$$

ve X_i ' nin kovaryansı,

$$\begin{aligned}
Kov(X_i, X_k) &= E(X_i, X_k) - E(X_i)E(X_k) & i \neq k & \quad i, k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.33) \\
&= E[E(X_i X_k | \theta = \theta)] - \mu^2 \\
&= E[E(X_i | \theta = \theta)E(X_k | \theta = \theta)] - \{E[\mu(\theta)]\}^2 \\
&= \{E[\mu(\theta)]^2\} - \{E[\mu(\theta)]\}^2 \\
&= Var[\mu(\theta)] \\
&= a
\end{aligned}$$

olarak ifade edilir.

$m = m_1 + m_2 + \dots + m_n$ olmak üzere , m bütün poliçe dönemleri için toplam riske maruz kalma değeridir. Bu model için,

$$E[X_i] = E[E(X_i | \theta = \theta)] = E(\mu(\theta)) = \mu$$

ve

$$E[\mu_{n+1}(\theta)] = \tilde{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i E(X_i)$$

eşitliklerini kullanarak,

$$\mu = \tilde{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i \mu = \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i = 1 - \tilde{\alpha}_0 / \mu \quad (3.34)$$

elde edilir.

$i, k = 1, \dots, n$ için $Kov(X_i, X_{n+1}) = \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i Kov(X_i, X_k)$ eşitliği kullanılarak,

$$a = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \tilde{\alpha}_i a + \tilde{\alpha}_k \left(\frac{v}{m_k} + a \right) = \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i a + \frac{v \tilde{\alpha}_k}{m_k}$$

olacaktır. Buradan $\tilde{\alpha}_k$ ya göre çözüldüğünde, $i, k = 1, \dots, n$ olmak üzere,

$$\tilde{\alpha}_k = \frac{a}{v} m_k \left(1 - \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i \right) = \frac{a}{v} \frac{\tilde{\alpha}_0}{\mu} m_k \quad (3.35)$$

(3.34) ve (3.35) eşitliklerini kullanarak,

$$\tilde{\alpha}_0 = \frac{\mu}{1 + ma/v} = \frac{v/a}{m + v/a} \mu$$

Buradan,

$$\tilde{\alpha}_i = \frac{a \tilde{\alpha}_0}{\mu v} m_i = \frac{m_i}{m + v/a}$$

olacaktır ve kredibilite primi,

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i X_i &= \frac{v/a}{m + v/a} \mu + \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{m + v/a} X_i \\ &= \frac{v/a}{m + v/a} + \frac{m}{m + v/a} \bar{X} \\ &= Z \bar{X} + (1 - Z) \mu, \end{aligned} \quad (3.36)$$

olarak ifade edilir.

$k = v/a$ olduğundan,

$$Z = \frac{m}{m + k}$$

ve

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{m} X_i$$

olarak ifade edilir.

Eşitliklere bakıldığında da anlaşılmaktadır ki Bühlmann-Straub kredibilite faktörü m 'ye bağlıdır ve $\bar{X}$ ise X_i 'lerin ağırlıklı ortalamasıdır. Bühlmann-Straub kredibilite faktörü özetlenecek olursa,

$$E[X_{n+1}] = Z\bar{X} + (1 - Z)\mu \quad (3.36)$$

$$Z = \frac{m}{m + k} \quad (3.37)$$

şeklinde gösterilir. Bühlmann-Straub modelinde kredibilite faktörü Z , her sınıf için ayrı hesaplanmalıdır. Bühlmann-Straub kredibilite prim tahmin edicisi,

$$\hat{Z}_i = \frac{m_i}{m_i + \hat{k}} \quad (3.38)$$

ve

$$\hat{k} = \frac{\hat{v}}{\hat{a}}$$

olmak üzere,

$$\hat{C}_i = \hat{Z}_i \bar{X}_i + (1 - \hat{Z}_i) \hat{\mu} \quad (3.39)$$

olacaktır (Klugman ve ark., 1998; Ebegil, 2007).

3.3. Klasik Kredibilite Modellerinde Uygulama

Bu bölümde, klasik kredibilite modellerinden olan Bühlmann-Straub kredibilite modelinden yararlanarak, Türkiye Sigorta, Reasürans ve Emeklilik Şirketleri Birliği’nden alınan trafik sigortası verileri kullanılarak 2019 yılı için Z kredibilite faktörü ve kredibilite prim tahmini yapılacaktır.

3.3.1. Bühlmann - Straub kredibilite modelinden yararlanılarak 2015, 2016, 2017 ve 2018 motorlu taşıtlar istatistikleri ile 2019 yılı prim tahmini

Türkiye Sigorta, Reasürans ve Emeklilik Şirketleri Birliği’nden alınan 2015, 2016, 2017 ve 2018 yıllarının trafik sigortası verileri kullanılarak 2019 yılı için Bühlmann-Straub kredibilite modeliyle her bir araç türüne ait Z kredibilite faktörü hesaplanacak ve prim tahmini yapılacaktır. Altı araç türüne ait “Police Sayısı”, “Yazılan Primler”, “Hasar Tutarı” ve “Hasar Sayısı” verileri tablolaştırılarak düzenlenmiştir.

Çizelge 3.1. Alt branş teminat adet (poliçe sayısı)

Alt Branş Teminat Adet (Police Sayısı)					
Yıllar	2015	2016	2017	2018	Toplam
Otomobil	9 415 487	10 261 689	11 006 061	11 774 081	42 457 318
Taksi	75 127	82 242	73 008	84 166	314 543
Minibüs	356 917	369 527	376 658	408 610	1 511 712
Otobüs	169 448	159 030	156 218	169 576	654 272
Kamyonet	2 782 531	2 964 434	3 142 225	3 330 600	12 219 790
Kamyon	394 103	393 402	379 418	397 845	1 564 768
Toplam	13 193 613	14 230 324	15 133 588	16 164 878	58 722 403

Çizelge 3.2. Yazılan primler

Yazılan Primler					
Yıllar	2015	2016	2017	2018	Toplam
Otomobil	3 233 391 839	6 439 814 858	5 926 271 978	6 765 841 870	22 365 320 545
Taksi	98 386 891	183 906 139	138 127 562	163 552 475	583 973 067
Minibüs	293 772 361	512 089 458	428 732 214	533 539 309	1 768 133 342
Otobüs	299 992 759	446 366 401	341 916 953	406 402 159	1 494 678 272
Kamyonet	1 339 306 768	2 508 902 330	2 289 176 749	2 597 758 918	8 735 144 765
Kamyon	550 380 364	801 687 209	673 603 974	825 851 647	2 851 523 194
Toplam	5 815 230 982	10 892 766 395	9 797 829 430	11 292 946 378	37 798 773 185

Çizelge 3.3. Ödenen tazminat toplamı (hasar tutarı)

Ödenen Tazminat Toplamı (Hasar Tutarı)					
Yıllar	2015	2016	2017	2018	Toplam
Otomobil	2 145 380 978	2 796 801 067	3 206 704 168	4 145 222 555	12 294 108 768
Taksi	65 144 919	79 905 568	104 981 573	138 899 321	388 931 381
Minibüs	167 067 788	223 724 037	249 542 381	333 997 335	974 331 541
Otobüs	162 385 057	191 331 444	215 682 956	284 943 854	854 343 311
Kamyonet	890 274 186	1 101 741 695	1 232 627 283	1 599 269 159	4 823 912 323
Kamyon	309 432 491	365 984 457	365 110 466	449 476 793	1 490 004 207
Toplam	3 739 685 419	4 759 488 268	5 374 648 827	6 951 809 017	20 825 631 531

Çizelge 3.4. Ödeme yapılan mağdur sayısı (hasar sayısı)

Ödeme Yapılan Mağdur Sayısı (Hasar Sayısı)					
Yıllar	2015	2016	2017	2018	Toplam
Otomobil	668 064	692 709	766 667	851 605	2 979 045
Taksi	22 979	23 398	28 767	31 081	106 225
Minibüs	46 115	47 646	56 837	62 421	213 019
Otobüs	42 386	39 574	42 788	48 185	172 933
Kamyonet	296 531	285 303	313 975	343 125	1 238 934
Kamyon	79 992	76 083	77 203	84 402	317 680
Toplam	1 156 067	1 164 713	1 286 237	1 420 819	5 027 836

Hesaplamaların yapılabilmesi için sigortalı başına ortalama hasar tutarları gerekir. Bu hesaplama, her bir araç türüne ait hasar tutarlarının toplam sigortalı sayılarına bölünmesi ile bulunur. Altı araç türü için sigortalı başına ortalama hasar tutarları,

Otomobil araç türü için,

2015 yılı sigortalı başına ortalama hasar tutarı;

$$\frac{2145380978}{9415487} = 227,857$$

2016 yılı sigortalı başına ortalama hasar tutarı;

$$\frac{2796801067}{10261689} = 272,548$$

⋮

Kamyon araç türü için,

2015 yılı sigortalı başına ortalama hasar tutarı;

$$\frac{309432491}{394103} = 785,156$$

⋮

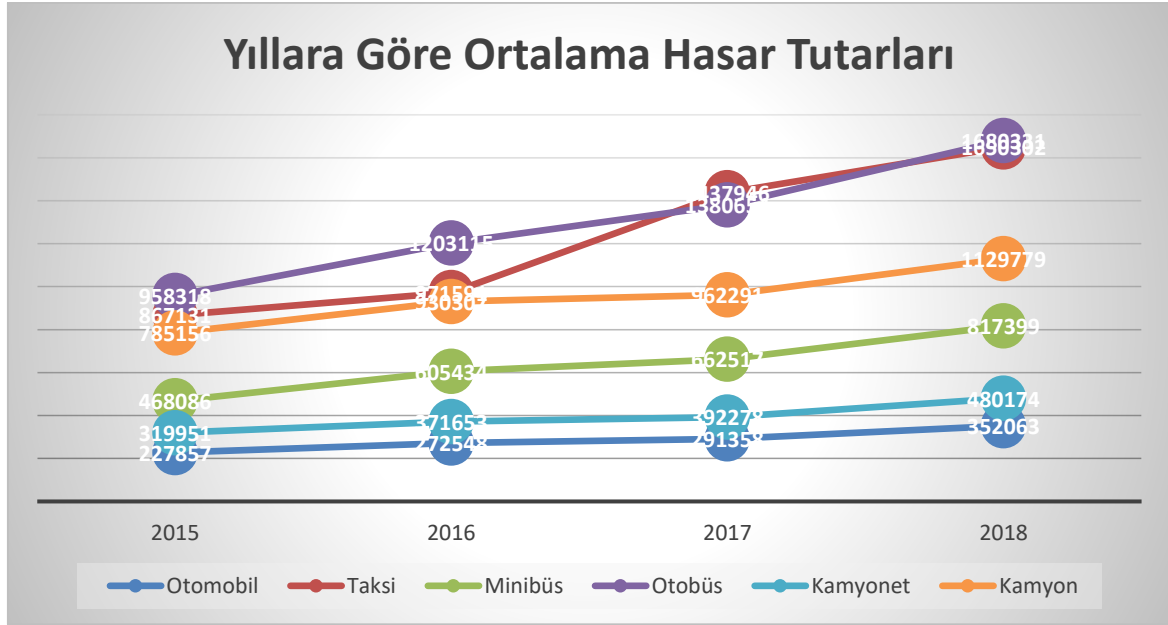
2018 yılı sigortalı başına ortalama hasar tutarı;

$$\frac{449476793}{397845} = 1129,779$$

şeklinde hesaplanır. Hesaplanan tüm değerler Çizelge 3.5’te verilmiştir.

Çizelge 3.5. Sigortalı başına ortalama hasar tutarı

Sigortalı Başına Ortalama Hasar Tutarı					
Yıllar	2015	2016	2017	2018	Toplam
Otomobil	227 857	272 548	291 358	352 063	1 143 826
Taksi	867 131	971 591	1 437 946	1 650 302	4 926 970
Minibüs	468 086	605 434	662 517	817 399	2 553 435
Otobüs	958 318	1 203 115	1 380 654	1 680 331	5 222 418
Kamyonet	319 951	371 653	392 278	480 174	1 564 058
Kamyon	785 156	930 307	962 291	1 129 779	3 807 532
Toplam	3 626 499	4 354 647	5 127 044	6 110 049	19 218 239



Şekil 3.1. Yıllara göre ortalama hasar tutarları grafiği

Her bir araç türü için Bühlmann-Straub kredibilite modeliyle kredibilite prim tahmini için Eş. 3.39'daki,

$$C_i = \hat{Z}_i \bar{X}_i + (1 - \hat{Z}_i) \hat{\mu}$$

formülünden yararlanılır. Burada öncelikle kredibilite faktörünün hesaplanması gerekir. Kredibilite faktörü Z, Eş. 3.38'den

$$\hat{Z}_i = \frac{m_i}{m_i + \hat{k}}$$

olarak ifade edilir. Burada $\hat{k}$ değeri,

$$\hat{k} = \frac{\hat{v}}{\hat{a}}$$

olacaktır. Kredibilite prim tahmini için gerekli hesaplamaları yapacak olursak,

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^6 m_i \bar{X}_i = \frac{20825631531}{58722403} = 354,645$$

$$\hat{\mu} = \bar{X} = 354,645$$

olarak bulunur. $\hat{k}$ değerini elde etmek için $\hat{v}$ ve $\hat{a}$ değerleri hesaplanmalıdır. $\hat{v}$ değeri,

$$\hat{v} = \frac{\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^4 m_{ij} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{\sum_{i=1}^6 (n_i - 1)}$$

şeklinde hesaplanır. Burada işlemlerin daha anlaşılır olması açısından eşitliğin üst kısmındaki $\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^4 m_{ij} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$ değerini elde edelim,

$m_{ij} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$				Toplam
31782841471,69	1844962267,68	321122830,76	51454182500,21	$\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^4 m_{ij} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$ $= 255086408072,04$
9987516267,58	5566045069,99	3104299838,48	14745225038,67	
10348057815,46	400595086,69	219826610,60	13098124465,52	
20436785924,91	1670455507,22	879877305,77	23811877671,98	
14051704632,66	1111221288,23	5021231,96	26476691074,25	
10955195625,11	183147549,93	41098859,73	12590532136,97	

şeklinde hesaplanacaktır. Formülde yerine yazdığımızda $\hat{v}$ değeri,

$$\begin{aligned} \hat{v} &= \frac{255086408072,04}{6 \times (4 - 1)} \\ &= 14171467115,11 \end{aligned}$$

olarak bulunur ve $\hat{a}$ değeri,

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^6 m_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2 - v(n - 1)}{m - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^6 m_i^2} = \frac{1729959272235,74 - 14171467115,11(6 - 1)}{58722403 - \frac{1}{58722403} 1957207900610820}$$

$$= \frac{1659101936660,19}{25392569,74}$$

$$= 65338,09$$

şeklinde hesaplanacaktır. Böylece, $\hat{k}$ değeri,

$$\hat{k} = \frac{\hat{v}}{\hat{a}} = \frac{14171467115,11}{65338,09} = 216894,43$$

olacaktır. Her bir araç türü için kredibilite faktörü tahminlerini hesaplanırsa,

$$\hat{Z}_i = \frac{m_i}{m_i + \hat{k}}$$

formülünden,

Otomobil araç türü için,

$$\hat{Z}_1 = \frac{m_1}{m_1 + \hat{k}} = \frac{42457318}{42457318 + 216894,43} = 0,9949$$

Taksi araç türü için,

$$\hat{Z}_2 = \frac{m_2}{m_2 + \hat{k}} = \frac{314543}{314543 + 216894,43} = 0,5919$$

Minibüs araç türü için,

$$\hat{Z}_3 = \frac{m_3}{m_3 + \hat{k}} = \frac{1511712}{1511712 + 216894,43} = 0,8745$$

Otobüs araç türü için,

$$\hat{Z}_4 = \frac{m_4}{m_4 + \hat{k}} = \frac{654272}{654272 + 216894,43} = 0,7510$$

Kamyonet araç türü için,

$$\hat{Z}_5 = \frac{m_5}{m_5 + \hat{k}} = \frac{12219790}{12219790 + 216894,43} = 0,9826$$

Kamyon araç türü için,

$$\hat{Z}_6 = \frac{m_6}{m_6 + \hat{k}} = \frac{1564768}{1564768 + 216894,43} = 0,8783$$

olarak bulunur.

Çizelge 3.6.'da hesaplanan tüm Z kredibilite faktörü değerlerinin 2019 yılı tahmini verilmiştir.

Çizelge 3.6. 2019 yılı için Z kredibilite faktörü değerlerinin tahmini

Araç Türü	2019 Yılı için Z Kredibilite Faktörü Değerlerinin Tahmini
Otomobil	0,9949
Taksi	0,5919
Minibüs	0,8745
Otobüs	0,7510
Kamyonet	0,9826
Kamyon	0,8783

Bühlmann-Straub Kredilite prim değerlerini hesaplayacak olursak,

$$C_i = \hat{Z}_i \bar{X}_i + (1 - \hat{Z}_i) \hat{\mu}$$

eşitlikte araç türlerine ait ortalama hasar tutarlarından ($\bar{X}_i$) yararlanılması gerekir. Bu değerler daha önce hesapladığımız sigortalı başına ortalama hasar tutarı değerinin toplamının, dönem sayısına (2015-2016-2017-2018) bölünmesi ile bulunur. Bulunan değerler Çizelge 3.7'de verilmiştir.

Çizelge 3.7. Araç türlerine ait ortalama hasar tutarları

Araç Türlerine Ait Ortalama Hasar Tutarları		
Araç Türü	Toplam	Ortalama ($\bar{X}_i$ ’ değerleri)
Otomobil	1 143 826	285956,5
Taksi	4 926 970	1231743,5
Minibüs	2 553 435	638358,75
Otobüs	5 222 418	1305605,5
Kamyonet	1 564 058	391014,5
Kamyon	3 807 532	951883

Her bir araç türü için Bühlmann-Straub kredibilite modeliyle kredibilite prim tahmini için,

$$C_i = \hat{Z}_i \bar{X}_i + (1 - \hat{Z}_i) \hat{\mu}$$

eşitliğinden,

Otomobil araç türü için,

$$C_1 = \hat{Z}_1 \bar{X}_1 + (1 - \hat{Z}_1) \hat{\mu}$$

$$C_1 = (0,9949)(285956,5) + (1 - 0,9949)(354,645)$$

$$C_1 = 284499,93$$

Taksi araç türü için,

$$C_2 = \hat{Z}_2 \bar{X}_2 + (1 - \hat{Z}_2) \hat{\mu}$$

$$C_2 = (0,5919)(1231743,5) + (1 - 0,5919)(354,645)$$

$$C_2 = 729213,12$$

Minibüs araç türü için,

$$C_3 = \hat{Z}_3 \bar{X}_3 + (1 - \hat{Z}_3) \hat{\mu}$$

$$C_3 = (0,8745)(638358,75) + (1 - 0,8745)(354,645)$$

$$C_3 = 558289,23$$

Otobüs araç türü için,

$$C_4 = \hat{Z}_4 \bar{X}_4 + (1 - \hat{Z}_4) \hat{\mu}$$

$$C_4 = (0,7510)(1305605,5) + (1 - 0,7510)(354,645)$$

$$C_4 = 980597,29$$

Kamyonet araç türü için,

$$C_5 = \hat{Z}_5 \bar{X}_5 + (1 - \hat{Z}_5) \hat{\mu}$$

$$C_5 = (0,9826)(391014,5) + (1 - 0,9826)(354,645)$$

$$C_5 = 384217,02$$

Kamyon araç türü için,

$$C_6 = \hat{Z}_6 \bar{X}_6 + (1 - \hat{Z}_6) \hat{\mu}$$

$$C_6 = (0,8783)(951883) + (1 - 0,8783)(354,645)$$

$$C_6 = 836082$$

şeklinde bulunur. 2019 yılına ait elde edilmiş olan prim değerleri Çizelge 3.8’de verilmiştir.

Çizelge 3.8. 2019 yılı prim değerlerinin tahmini

Araç Türü	2019 Yılı Prim Değerlerinin Tahmini
Otomobil	284499,93
Taksi	729213,12
Minibüs	558289,23
Otobüs	980597,29
Kamyonet	384217,02
Kamyon	836082,00

Böylelikle, Türkiye Sigorta, Reasürans ve Emeklilik Şirketleri Birliği'nden alınan otomobil, taksi, minibüs, otobüs, kamyonet ve kamyon araç türlerine ait 2015, 2016, 2017 ve 2018 yıllarına ait trafik sigortası verileri kullanılarak, Bühlmann-Straub kredibilite modeli yardımıyla, tüm araç türlerinin kredibilite faktörü değerleri hesaplanmış ve daha sonra tüm araç türleri için 2019 yılı prim tahmini yapılmıştır.

4. BAYESCİ YAKLAŞIM

Bayesci yaklaşım önsel olasılığın var olduğu bir yöntemdir. Önsel olasılık önceden var olan verilerden, bilgilerden yararlanılarak hesaplanan olasılıktır. Önsel olasılık daha sonra olabilirlik fonksiyonu yoluyla birleşerek Bayes yaklaşımını oluşturur. Sonsal olasılık fonksiyonu, önsel olasılık fonksiyonu ve olabilirlik fonksiyonunun çarpımı ile orantılı olacaktır. Bu ifade,

$$sonsalsal \propto \text{önsel} \times \text{olabilirlik} \quad (4.1)$$

şeklinde gösterilir.

İfadeden de anlaşılacağı üzere, Bayesci olasılık teorisinde sonsal olasılık, bir olayın deneye dayalı verilerde dikkate alınarak bulunan koşullu olasılığıdır (Ebegil, 2007).

Kredibilite faktörünün Bayesci yaklaşımla incelenmesi üzerine de çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Bayesci yaklaşımı inceleyecek olursak, θ bir rassal değişken olmak üzere, bu değişken ile tanımlanan yığının bazı önsel bilgilerinin olduğu varsayılın.

$\pi_{\theta}(\theta)$: Risk karakteristiklerinin yığındaki önsel dağılımı

X : Kayıp miktarı, hasar sıklıkları

θ : risk parametresi, herhangi bir sigortalının deneyimi

olmak üzere, $\theta = \theta$ değeri verildiğinde hasarların veya kayıpların koşullu dağılımı, $f_{X|\theta}(x|\theta)$ olsun. Sigortalı için $X = x$ gözlemi yapılmışken, X_{n+1} dönemi için fiyatlandırma yapılacak olunursa, sigortalı için θ risk parametresidir. Sigortalının farklı riske maruz kalma dönemlerine karşılık gelen deneyimleri de birbirinden bağımsız olsun. θ koşulu altında hasarlar veya kayıplar $X_1, X_2, \dots, X_n, X_{n+1}$ birbirinden bağımsız olmak üzere, X_i 'nin koşullu olasılık fonksiyonu,

$$f_{X_i|\theta}(x_i|\theta); \quad i = 1, 2, \dots, n, n + 1 \quad (4.2)$$

şeklinde olacaktır (Ebegil, 2007).

Burada bir sigortalının risk parametresi θ 'dan değişiklik göstermediği varsayılarak bir sonraki dönemdeki hasar veya kayıplarının tahmininde, n dönem için bir sonraki dönem olan $n+1$ döneminde geçmiş hasar bilgisinden faydalanarak X_{n+1} 'in kestirilebilmesi için $\theta = \theta$ verilmişken X_{n+1} 'in koşullu dağılımını bulunması hedeflenmektedir. X_{n+1} 'in koşullu dağılımı elde edilirken sonsal dağılım gözlenen değerlerine dayanan ve θ hakkında oluşturulan önsel olasılıkların güncelleştirilmesi gerekir. Eğer θ biliniyorsa, $f_{X_{n+1}|\theta}(x_{n+1}|\theta)$ kullanılabilir. Ancak θ bilinmediğinde, aynı sigortalı için geçmiş hasar bilgisi, x bilecektir. Dolayısıyla θ koşulu yerine x koşulu getirilir ve $X = x$ verildiğinde X_{n+1} 'in koşullu dağılımı elde edilecektir. Bu dağılıma kestirici dağılım adı verilir. Kestirici dağılım, sonsal dağılım üzerinden $x_1, x_2, \dots, x_n$ koşulu altında x_{n+1} 'e ilişkin yoğunluk fonksiyonunun beklenen değeri olarak tanımlanabilir (Ebegil, 2007). Koşullu bağımsızlık verilmişken, $X_1, X_2, \dots, X_n, \theta$ 'nin ortak dağılımı,

$$f_{X,\theta}(x, \theta) = f_{X|\theta}(x|\theta)\pi(\theta) = f(x_1, x_2, \dots, x_n|\theta)\pi(\theta)$$

$$= \left[\prod_{i=1}^n f_{X_i|\theta}(x_i|\theta) \right] \pi(\theta) \quad (4.3)$$

olarak ifade edilir. X 'in marjinal dağılımı,

$$f_X(x) = \int f_{X,\theta}(x, \theta) d\theta = \int \left[\prod_{i=1}^n [f_{X_i|\theta}(x_i|\theta)] \right] \pi(\theta) d\theta \quad (4.4)$$

olacaktır. $X_1, X_2, \dots, X_n, X_{n+1}$ 'in ortak dağılımı,

$$f_{(X_1, X_2, \dots, X_n, X_{n+1})}(x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}) = \int \left[\prod_{i=1}^{n+1} [f_{X_i|\theta}(x_i|\theta)] \right] \pi(\theta) d\theta \quad (4.5)$$

olarak ifade edilir. Buradan $X = x$ verilmişken, X_{n+1} 'in koşullu yoğunluğu,

$$\begin{aligned}
f_{X_{n+1}|X}(x_{n+1}|x) &= \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1})}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \\
&= \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1})}{f_X(x)} = \frac{\int [\prod_{i=1}^{n+1} [f_{X_i|\theta}(x_i|\theta)]] \pi(\theta) d\theta}{f_X(x)} \quad (4.6)
\end{aligned}$$

olarak elde edilir.

X verilmişken, θ 'nın sonsal yoğunluğu ise, Eş. 4.3 ve 4.4'ten

$$\pi_{\theta|X}(\theta|x) = \frac{f_{X,\theta}(x, \theta)}{f_X(x)} = \frac{[\prod_{i=1}^n [f_{X_i|\theta}(x_i|\theta)]] \pi(\theta)}{f_X(x)} \quad (4.7)$$

ve

$$\left[\prod_{i=1}^n [f_{X_i|\theta}(x_i|\theta)] \right] \pi(\theta) = \pi_{\theta|X}(\theta|x) f_X(x) \quad (4.8)$$

şeklinde elde edilir. Eş. 4.6,

$$\begin{aligned}
f_{X_{n+1}|X}(x_{n+1}|x) &= \frac{\int f_{X_{n+1}|\theta}(x_{n+1}|\theta) \pi_{\theta|X}(\theta|x) f_X(x) d\theta}{f_X(x)} \\
&= \int f_{X_{n+1}|\theta}(x_{n+1}|\theta) \pi_{\theta|X}(\theta|x) d\theta \quad (4.9)
\end{aligned}$$

olarak yazılır.

Buradan, herhangi bir sigortalı için gözlemlenen $X = x$ verisi baz alınarak X_{n+1} değeri kestirilmek istensin.

θ biliniyorsa hipotetik ortalama,

$$\mu_{n+1}(\theta) = E[X_{n+1}|\theta = \theta] = \int x_{n+1} f_{X_{n+1}|\theta}(x_{n+1}|\theta) dx_{n+1} \quad (4.10)$$

olacaktır. Ve hipotetik ortalamanın beklenen değeri,

$$\mu = E(X_{n+1})E[E[X_{n+1}|\theta = \theta]] = E[\mu_{n+1}(\theta)] \quad (4.11)$$

şeklinde yazılabilir.

Bu yüzden ortak prim, hipotetik ortalamanın θ üzerindeki ortalaması olur. Bu prim, sigortalı hakkında hiçbir bilgi yok ise kullanılabilir. Fakat θ değeri bilinmediği için en iyi yöntem gözlem verilerini kullanmaktır.

Böylece sigortalının Bayesci primi (kestirici dağılımın ortalaması),

$$\begin{aligned} E(X_{n+1}|X = x) &= \int x_{n+1} f_{X_{n+1}|X}(x_{n+1}|x) dx_{n+1} \\ &= \int x_{n+1} \left[\int f_{X_{n+1}|\theta}(x_{n+1}|\theta) \pi_{\theta|X}(\theta|x) d\theta \right] dx_{n+1} \\ &= \int \left[\int x_{n+1} f_{X_{n+1}|\theta}(x_{n+1}|\theta) dx_{n+1} \right] \pi_{\theta|X}(\theta|x) d\theta \\ &= E(X_{n+1}|X = x) = \int \mu_{n+1}(\theta) \pi_{\theta|X}(\theta|x) d\theta \end{aligned}$$

Bayesci prim,

$$E(X_{n+1}|X = x) = \int x_{n+1} f_{X_{n+1}|X}(x_{n+1}|x) dx_{n+1} \quad (4.12)$$

olacaktır. Veya

$$E(X_{n+1}|X = x) = \int \mu_{n+1}(\theta) \pi_{\theta|X}(\theta|x) d\theta \quad (4.13)$$

şeklinde elde edilir.

Buradan Bayesci primin sonsal dağılım $\pi_{\theta|x}(\theta|x)$ üzerinden hipotetik ortalamanın beklenen değerine eşit olduğu görülmektedir (Klugman ve ark., 1998; Ebegil, 2007)

Daha önceki bölümlerde Bühlmann kredibilite modeli yardımıyla çözmüş olduğumuz bir örneği şimdide Bayesci yaklaşım ile çözelim:

Örnek:

Bir otobüs firması sürücülerini belirli kriterlere göre kötü, orta ve iyi olmak üzere 3 gruba ayırmaktadır. Kolaylık sağlaması açısından kötü sınıfındaki sürücüler E, orta sınıfındaki sürücüler F ve iyi sınıftaki sürücüler G harfleri ile gösterilsin. Her grup içinde yıllık hasar frekansının E sınıfı için beklenen değeri 0,70; F sınıfı için 0,50 ve G sınıfı için 0,30 olan bir Poisson rassal değişkeni şeklinde dağıldığı varsayılın. Ayrıca, θ aşağıda gösterildiği gibi belirlenen basit bir önsel dağılıma sahip olsun.

$$\pi_{\theta}(\theta) = \begin{cases} 0,25 & , \theta = \theta_E \\ 0,45 & , \theta = \theta_F \\ 0,30 & , \theta = \theta_G \end{cases}$$

Bir sürücü rastgele seçiliyor ve bu sürücünün 2016 yılında 1 hasarı, 2017 yılında hasar bulunmadığı, 2018 yılında ise 2 hasarı bulunduğuna göre, bu sürücünün 2019 yılı için beklenen hasar sayısı ne olabilir?

Çözüm:

Geçmişe ait hiçbir veri olmadığında, 2019 yılına ait hasar sayısına ilişkin en iyi tahmin basit şekliyle hipotetik ortalamanın beklenen değeri veya önsel ortalama olacaktır.

Buradan,

$$E[E(X_i/\theta)] = E[\mu(\theta)] = (0,70)(0,25) + (0,50)(0,45) + (0,30)(0,30)$$

$$= 0,175 + 0,225 + 0,09$$

$$= 0,49$$

olacaktır. Fakat verilmiş olan 2016 yılında 1 hasar, 2017 yılında hasar olmadığı ve 2018 yılında 2 hasar bulunduğu bilgisi bu tahminin değişmesine neden olur. X_i / θ 'nin dağılımı Poisson olsun,

$$f(x_1, x_2, x_3, \theta) = \frac{e^{-\theta} \theta^{x_1}}{x_1!} \times \frac{e^{-\theta} \theta^{x_2}}{x_2!} \times \frac{e^{-\theta} \theta^{x_3}}{x_3!} \times \pi_{\theta}(\theta)$$

olacaktır. Burada,

x_1 ; 2016 yılındaki hasar sayısı

x_2 ; 2017 yılındaki hasar sayısı

x_3 ; 2018 yılındaki hasar sayısı

olarak gösterilirse ortak olasılıklar,

E sınıfı için:

$$f(1; 0; 2; 0,70) = \frac{e^{-0,70} (0,70)^1}{1!} \times \frac{e^{-0,70} (0,70)^0}{0!} \times \frac{e^{-0,70} (0,70)^2}{2!} \times (0,25) = 0,00525$$

F sınıfı için:

$$f(1; 0; 2; 0,50) = \frac{e^{-0,50} (0,50)^1}{1!} \times \frac{e^{-0,50} (0,50)^0}{0!} \times \frac{e^{-0,50} (0,50)^2}{2!} \times (0,45) = 0,006276$$

G sınıfı için:

$$f(1; 0; 2; 0,30) = \frac{e^{-0,30} (0,30)^1}{1!} \times \frac{e^{-0,30} (0,30)^0}{0!} \times \frac{e^{-0,30} (0,30)^2}{2!} \times (0,30) = 0,001647$$

olarak bulunur.

X 'in marjinal dağılımı, $f_x(x) = \sum_{\theta} f(x, \theta)$ $X = (1,0,2)$ durumu için,

$$\begin{aligned}
f_x(1,0,2) &= f(1,0,2, \theta_E) + f(1,0,2, \theta_F) + f(1,0,2, \theta_G) \\
&= 0,00525 + 0,006276 + 0,001647 \\
&= 0,013173
\end{aligned}$$

olacaktır. Sonsal olasılık fonksiyonu $\pi_{\theta/X} = \frac{f(X,\theta)}{f(X)}$,

$$P(\theta = 0,70/X) = \frac{0,00525}{0,013173} = 0,39854$$

$$P(\theta = 0,50/X) = \frac{0,006276}{0,013173} = 0,47643$$

$$P(\theta = 0,30/X) = \frac{0,001647}{0,013173} = 0,12503$$

olarak bulunur. Ve sonuç olarak kestirici dağılımın beklenen değeri,

$$\begin{aligned}
E[X_{2019}/x = (1,0,2)] &= \sum_{\theta} E(X/\theta)\pi[\theta/x = (1,0,2)] \\
&= (0,70)(0,39854) + (0,50)(0,47643) + (0,30)(0,12503) \\
&= 0,278978 + 0,238215 + 0,037509 \\
&= 0,5547
\end{aligned}$$

olacaktır.

Daha önce geçmiş bilgi verilmeden hesaplanan tahmin değeri 0,49 çıkmıştı, ancak 2016, 2017 ve 2018 yıllarına ait verilen bilgiler kullanıldığında bu değer 0,5547 olarak bulunmuştur. Dolayısıyla geçmiş bilgilerden yararlanıldığında, hasar sayısı için tahmin değerlerinin farklı çıkabileceği görülmektedir (Ebegil, 2007).

Önceki bölümlerde Bühlmann kredibilite modeli yardımıyla çözdüğümüz bu örnekte, hasar sayısının tahmin değerini 0,5503 olarak bulmuştuk. Bayesci yaklaşımla bu örneği çözdüğümüzde ise 2019 yılına ait hasar sayısının tahmin değeri 0,5547 olarak bulunmuştur.

5. MONTE CARLO SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

5.1. Bayesci Yaklaşım ve Bühlmann-Straub Kredibilite Modellerinin Karşılaştırması için Monte Carlo Simülasyon Çalışması

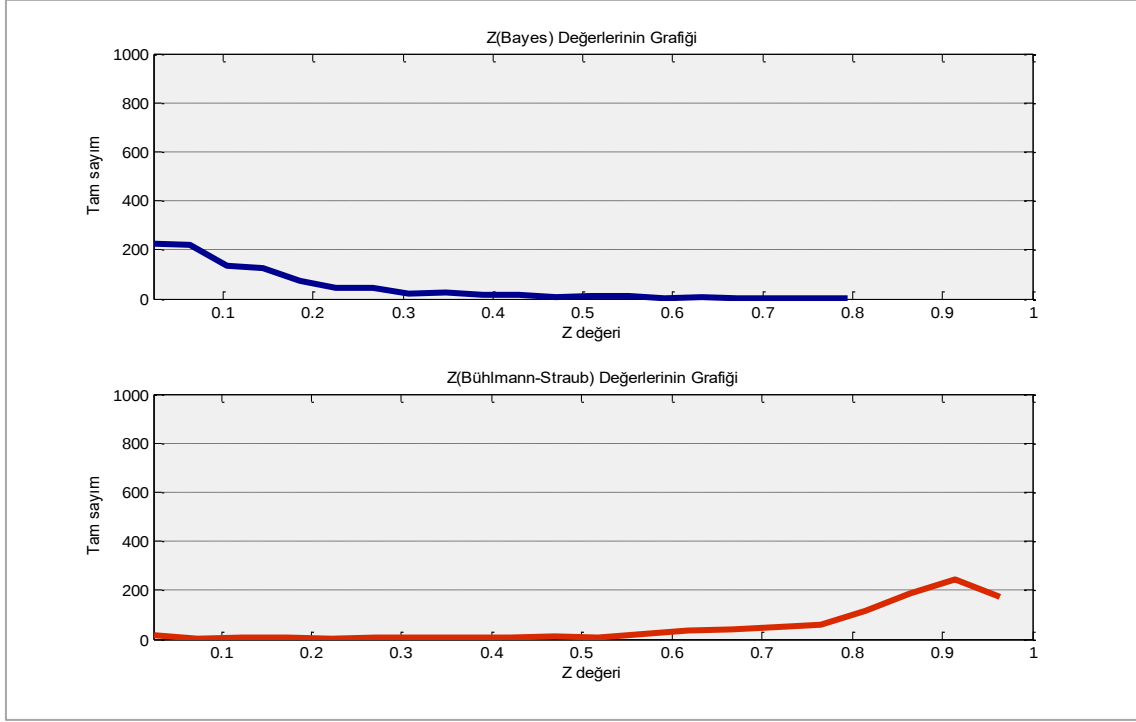
Daha önceki bölümlerde de bahsedildiği gibi sigorta portföylerinde prim hesabı yaparken, Z kredibilite faktörünün aldığı değerler adil bir prim değeri belirleyebilmek için oldukça önemlidir. Kredibilite modellerinin iyi çalışmadığı durumlar, kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumlardır. Çünkü kredibilite faktörü sıfır değerini aldığı anda hesaplanacak olan prim değeri, sigorta portföyündeki tüm sigortalıların ortalamasına göre hesaplanmış olacaktır. Bu durumda kişinin geçmiş deneyimlerini dikkate almadan adaletsiz bir prim değeri belirlenmiş olur. Dolayısıyla Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumlar kredibilite modellerinin iyi çalışmadığı durumlardır.

Bu bölümde, daha önceki bölümlerde teorik olarak bilgi verilmiş olan Bayesci Yaklaşım ve Bühlmann-Straub kredibilite modelleri için MATLAB programından yararlanılarak ortak belirlenmiş olan ortalama ve varyanslar ile Monte Carlo simülasyon çalışması yapılmıştır. Z kredibilite faktörünün aldığı değerleri incelemek amacıyla, risk parametresi θ_i 'nin ortalaması 50 ve 150; varyansı ise 81 ve 625 alınarak, süreç varyansının 64, 81, 400, 900, 1600, 2500 değerleri için 5 sigortalının bulunduğu 5 yıllık dönemi içeren farklı sigorta portföyleri oluşturulmuş ve simülasyonla her bir sigorta portföyü için 1000 tekrar yapılmıştır. Z kredibilite faktörü her bir deneme için ayrıca hesaplanmıştır. Kredibilite faktörünün aldığı değerler öncelikle grafikler yardımıyla gösterilmiş, daha sonra ise kredibilite faktörünün sıfır ($Z = 0$) çıktığı durumların sayısındaki değişimi daha net görebilmek amacıyla tablolar ile üç parça halinde özetlenmiştir. Bayesci yaklaşım ve Bühlmann-Straub kredibilite modeli için hesaplanmış olan Z kredibilite faktörü değerlerinin belirlenmiş olan ortalama ve varyansa göre değişimi incelenmiş ve iki yöntemin iyi çalışmadığı durumların karşılaştırması yapılmıştır.

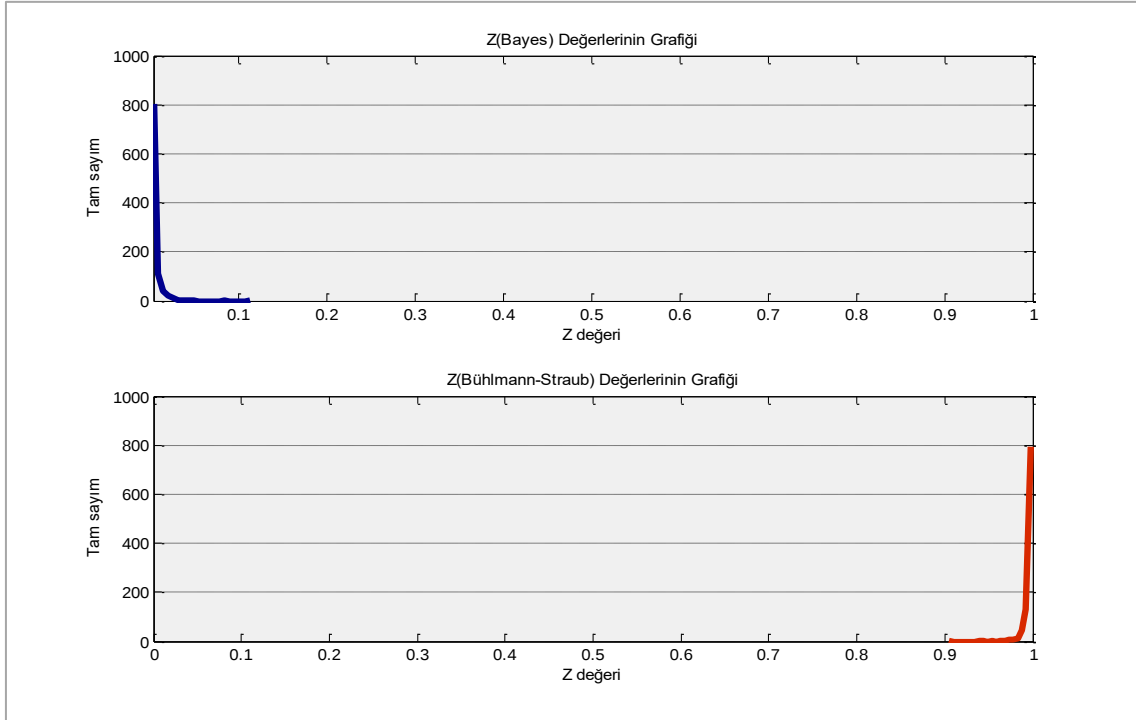
 Bühlmann-Straub kredibilite modeli için Z kredibilite faktörünün aldığı değerler kırmızı,

 Bayesci yaklaşım için Z kredibilite faktörünün aldığı değerler lacivert ile gösterilmiştir.

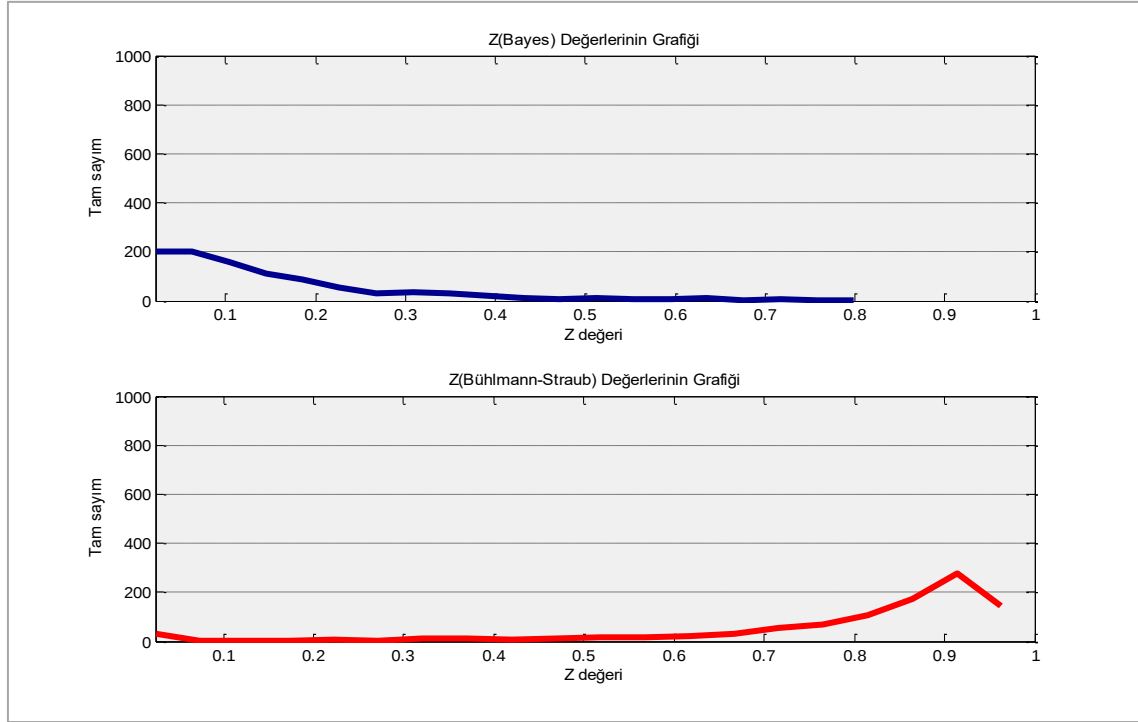
Süreç varyansının 64 ve 81 olduğu durumda kredibilite faktörü değerlerinin grafikleri,



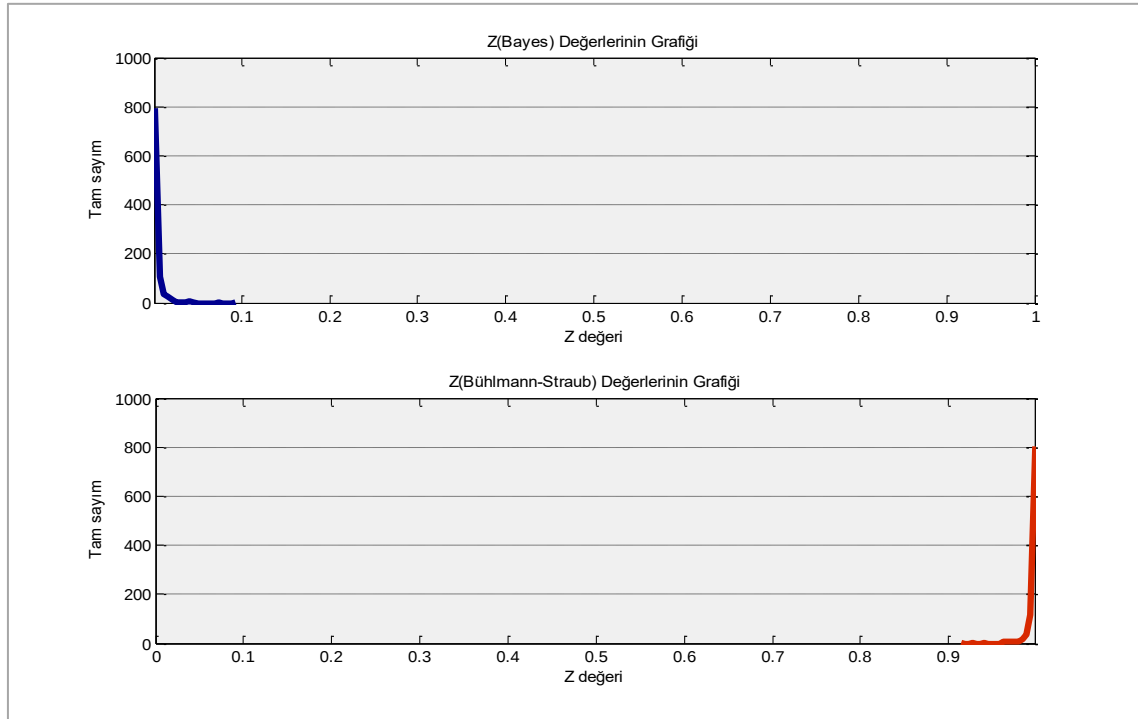
Şekil 5.1. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(50, 81)$ ve $X_{ij} | \theta_i \sim N(\theta_i, 64)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



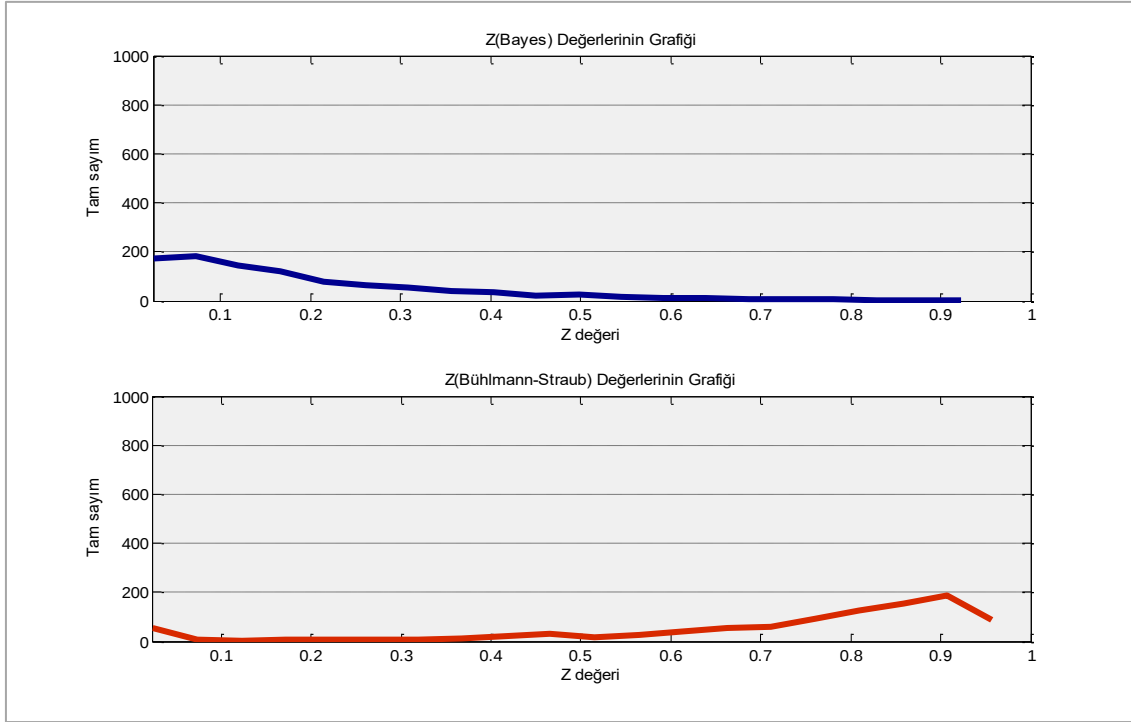
Şekil 5.2. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(50, 625)$ ve $X_{ij} | \theta_i \sim N(\theta_i, 64)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



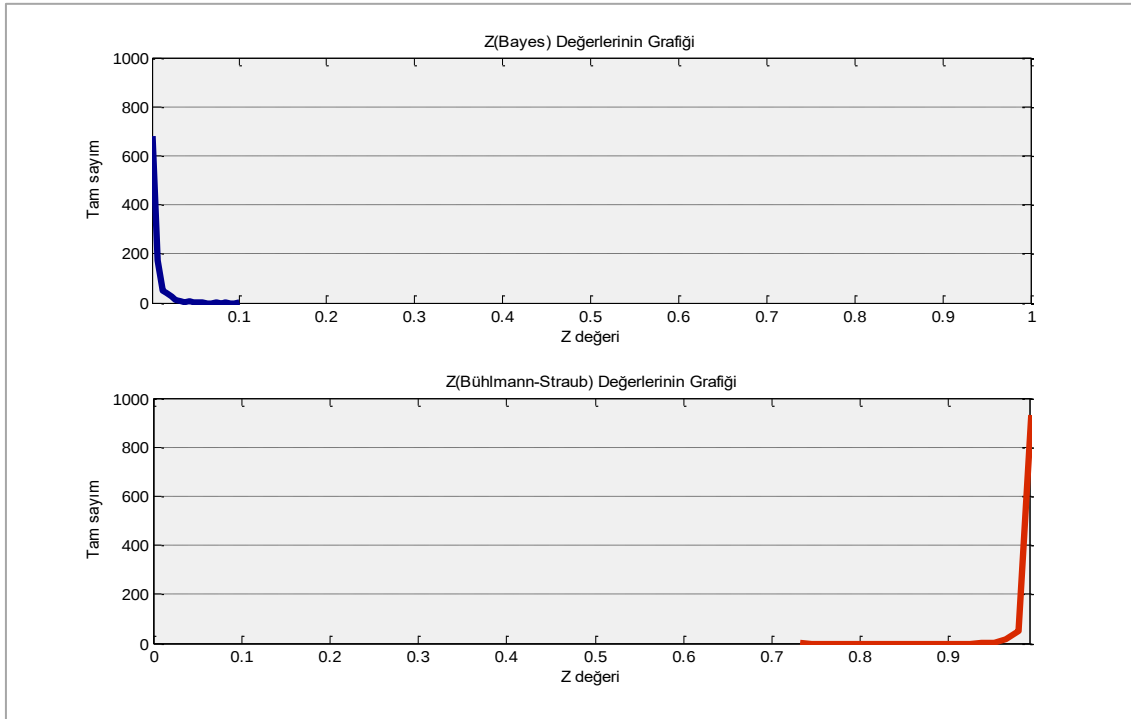
Şekil 5.3. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(150, 81)$ ve $X_{ij} | \theta_i \sim N(\theta_i, 64)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



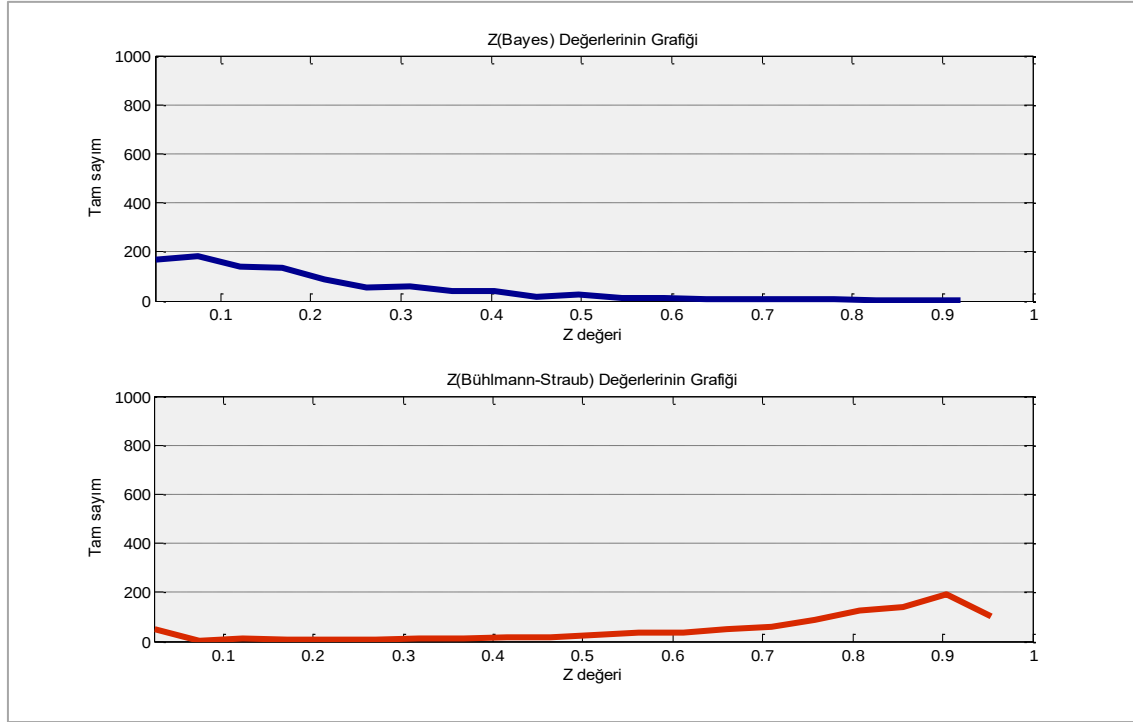
Şekil 5.4. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(150, 625)$ ve $X_{ij} | \theta_i \sim N(\theta_i, 64)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



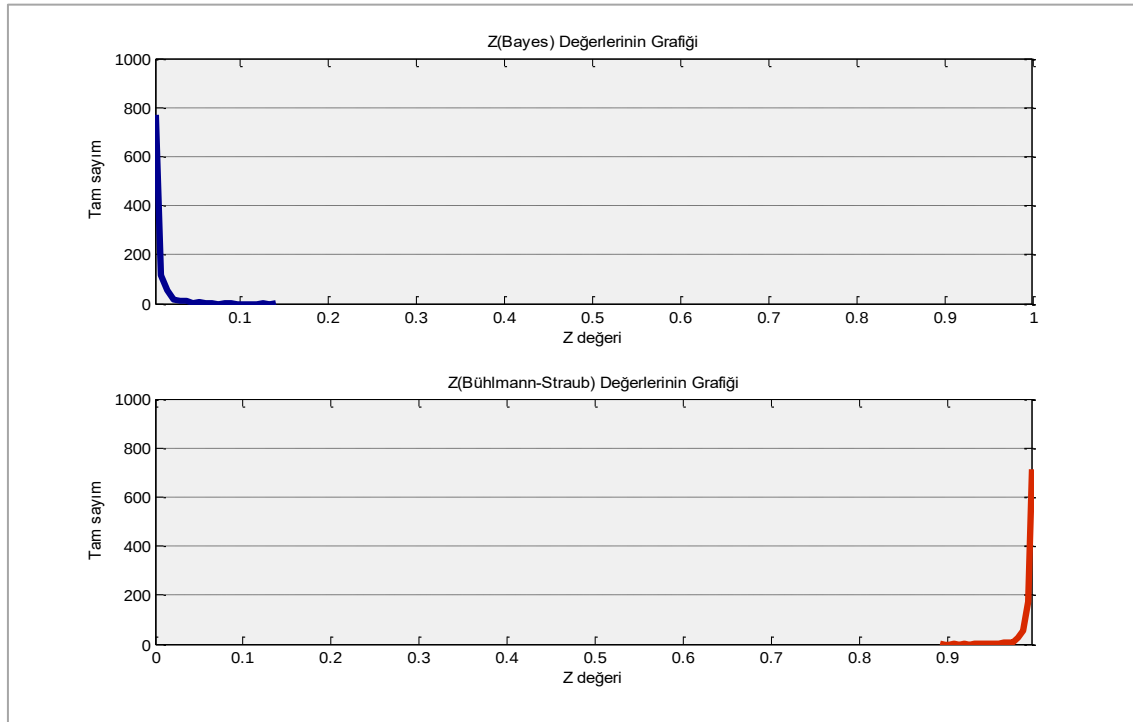
Şekil 5.5. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(50, 81)$ ve $X_{ij} | \theta_i \sim N(\theta_i, 81)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



Şekil 5.6. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(50, 625)$ ve $X_{ij} | \theta_i \sim N(\theta_i, 81)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



Şekil 5.7. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(150, 81)$ ve $X_{ij} | \theta_i \sim N(\theta_i, 81)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



Şekil 5.8. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(150, 625)$ ve $X_{ij} | \theta_i \sim N(\theta_i, 81)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği

Monte Carlo simülasyon çalışmasında, risk parametresi θ_i için ortalama 50 ve 150; varyans 81 ve 625 olarak belirlenmiştir. Şekil 5.1 ile Şekil 5.8 arasındaki grafiklerde, süreç varyansının 64 ve 81 olduğu durumlar ele alınarak, Bayesci yaklaşım ile Bühlmann-Straub kredibilite modelleri için kredibilite faktörünün aldığı değerler gösterilmiştir. Daha önceki bölümlerde de ifade edildiği gibi, Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumlar kredibilite modellerinin iyi çalışmadığı durumlardır. Çizelge 5.1’de Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumların sayısı her iki model için de verilmiştir.

Çizelge 5.1. Bühlmann-Straub kredibilite modeli ve Bayesci yaklaşımda $Z=0$ değerleri

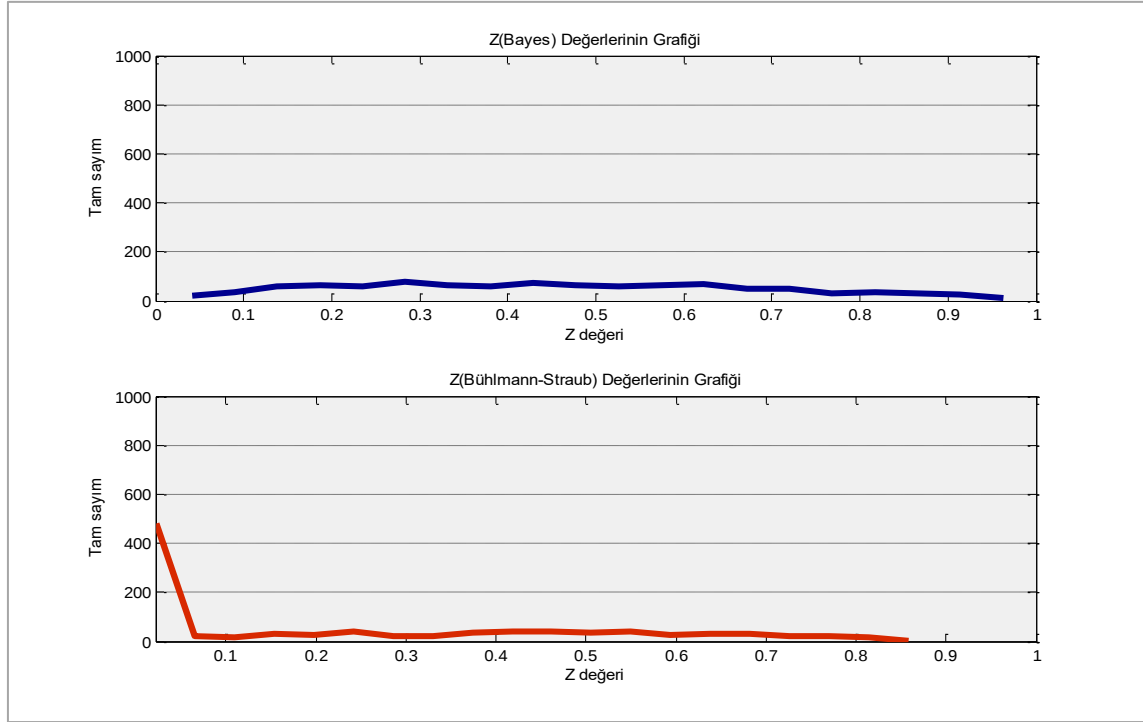
Parametre Değerleri	Bühlmann-Straub kredibilite modelinde $Z=0$ çıkan durumların sayısı	Bayesci yaklaşımda $Z=0$ çıkan durumların sayısı
$\theta_i \sim N(50,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 64)$	18	225
$\theta_i \sim N(50,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 64)$	0	803
$\theta_i \sim N(150,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 64)$	25	269
$\theta_i \sim N(150,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 64)$	0	796
$\theta_i \sim N(50,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 81)$	53	172
$\theta_i \sim N(50,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 81)$	0	679
$\theta_i \sim N(150,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 81)$	52	166
$\theta_i \sim N(150,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 81)$	0	769

Çizelge 5.1’de verilmiş olan parametre değerleri için, Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumların sayısı Bühlmann-Straub kredibilite modelinde çok azken, Bayesci yaklaşımda oldukça çok olduğu görülmektedir.

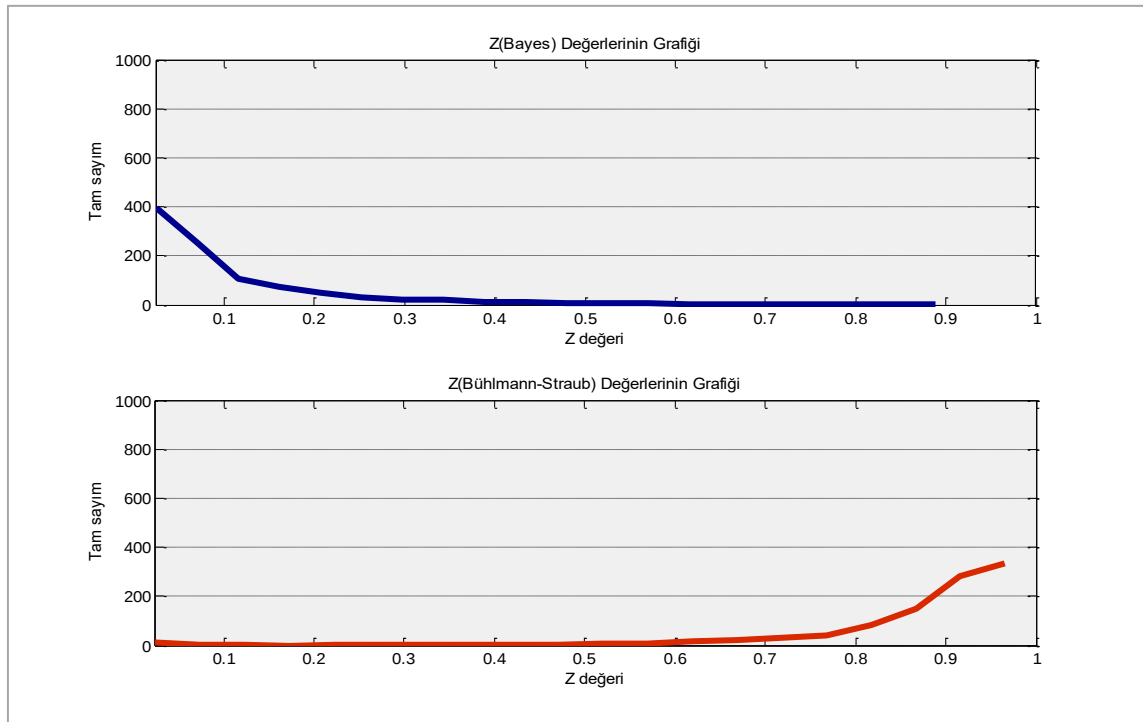
Kredibilite faktörü Z 'nin sıfır çıktığı durumların sayısına bakıldığında, risk parametresi θ_i 'nin 50 ve 150 olarak alınmış olan ortalama değerlerinden etkilenmediği görülmektedir.

Süreç varyansı 64'den 81'e çıkarıldığında Bayesci yaklaşımda, kredibilite faktörünün sıfır çıkan durumlarının sayısında bir miktar azalma gözlemlenirken; Bühlmann-Straub kredibilite modelinde ise kredibilite faktörünün sıfır çıktığı durumların sayısında artış meydana gelmiştir. Bu değişimi gözlemlemek amacıyla risk parametresi θ_i 'nin aynı ortalama ve varyans değerleri için süreç varyansını 400'e ve daha sonra 900'e çıkararak Monte Carlo simülasyonu ile 1000 deneme yapılmış ve Z kredibilite faktörünün aldığı değerlerin grafikleri Şekil 5.9 ile Şekil 5.16 arasında gösterilmiştir.

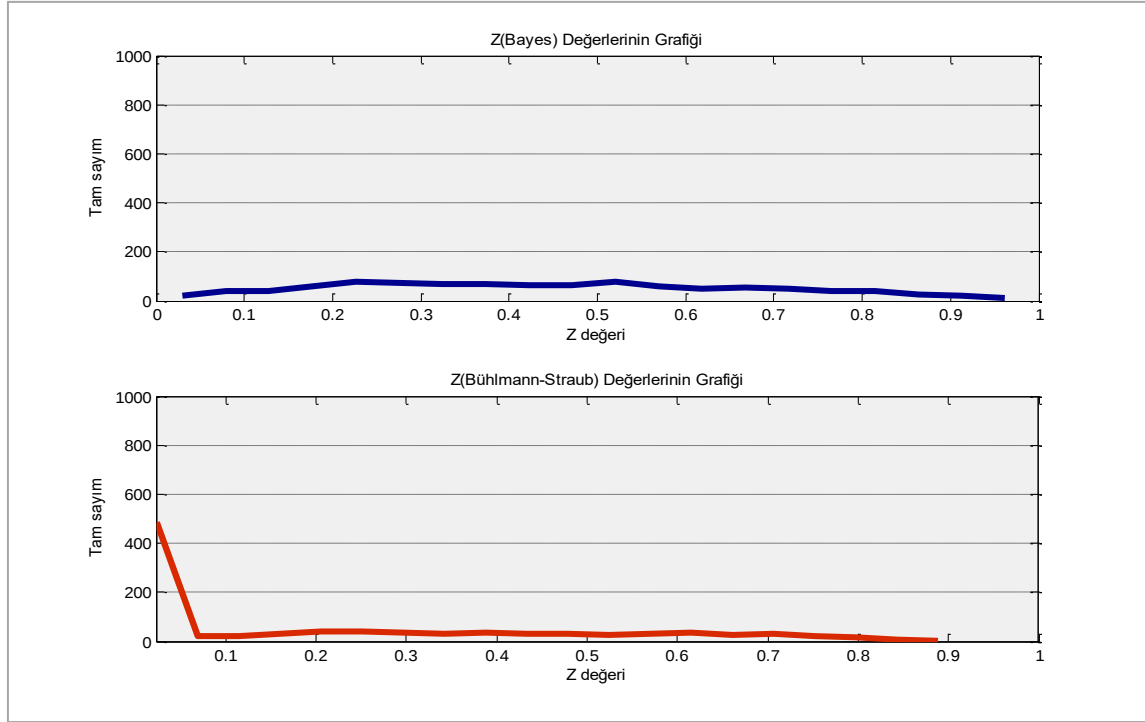
Süreç varyansının 400 ve 900 olduğu durumda kredibilite faktörü değerlerinin grafikleri,



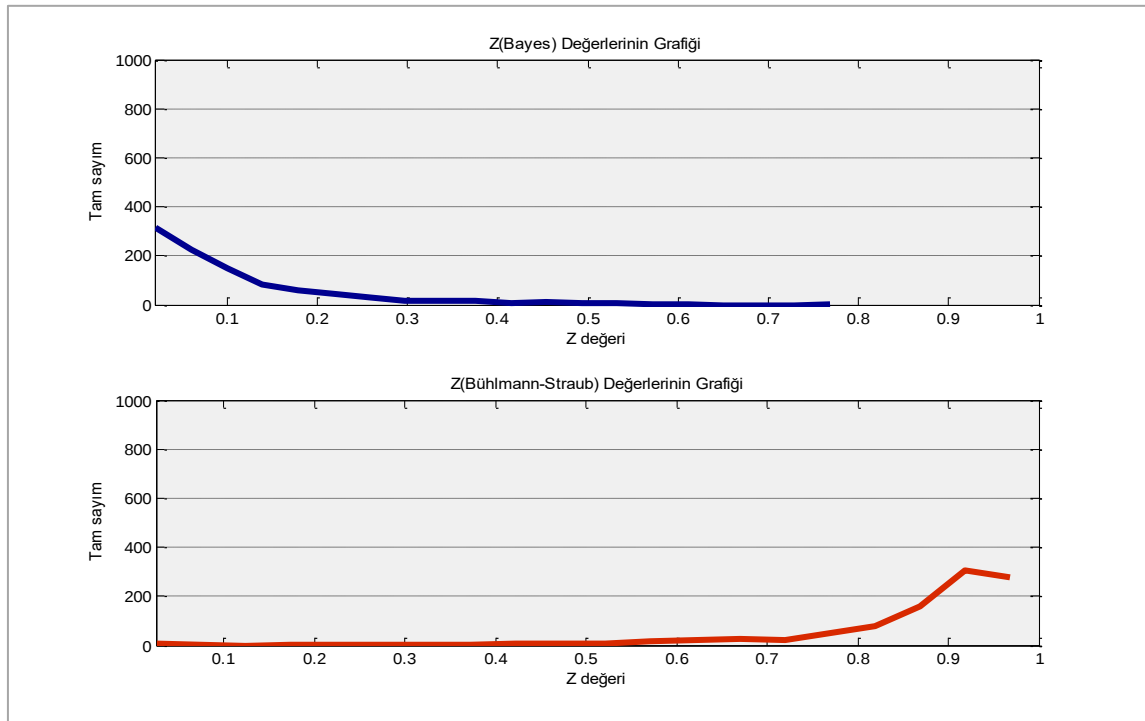
Şekil 5.9. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(50,81)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 400)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



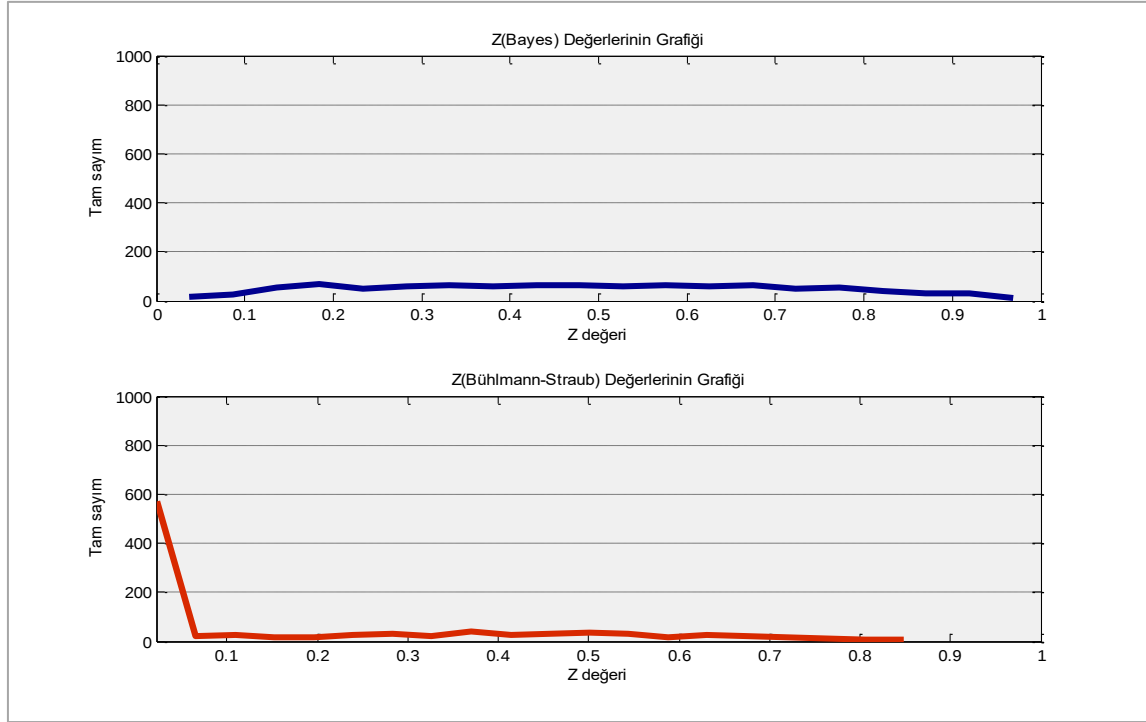
Şekil 5.10. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(50,625)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 400)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



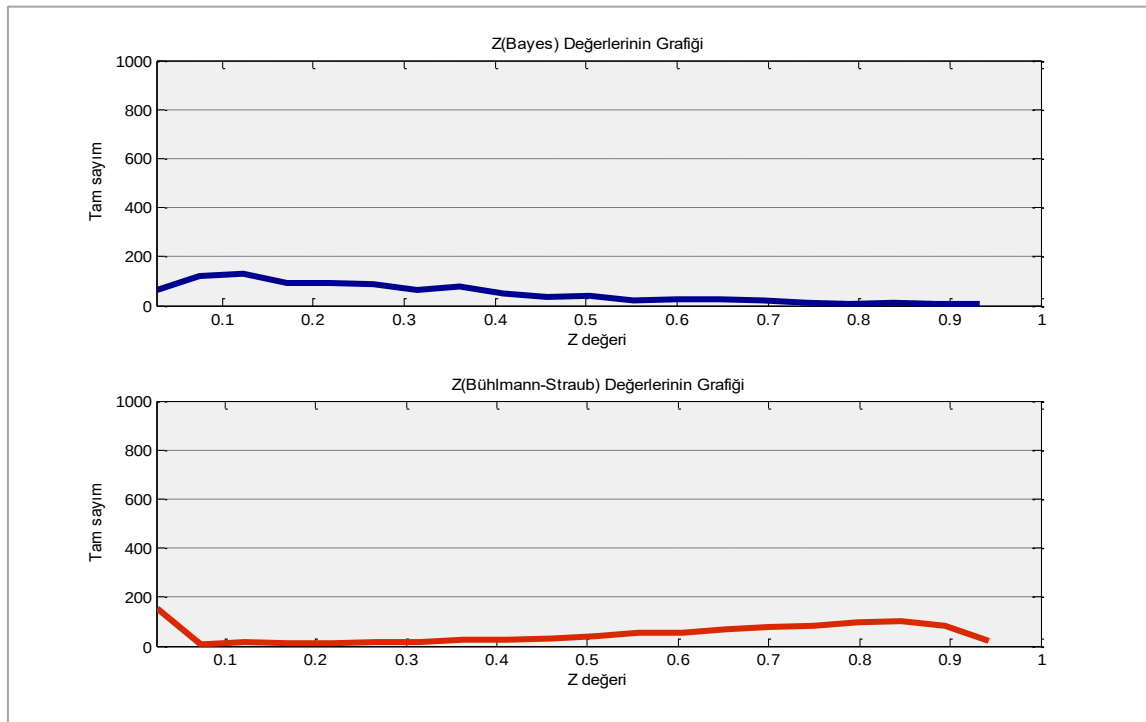
Şekil 5.11. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(150,81)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 400)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



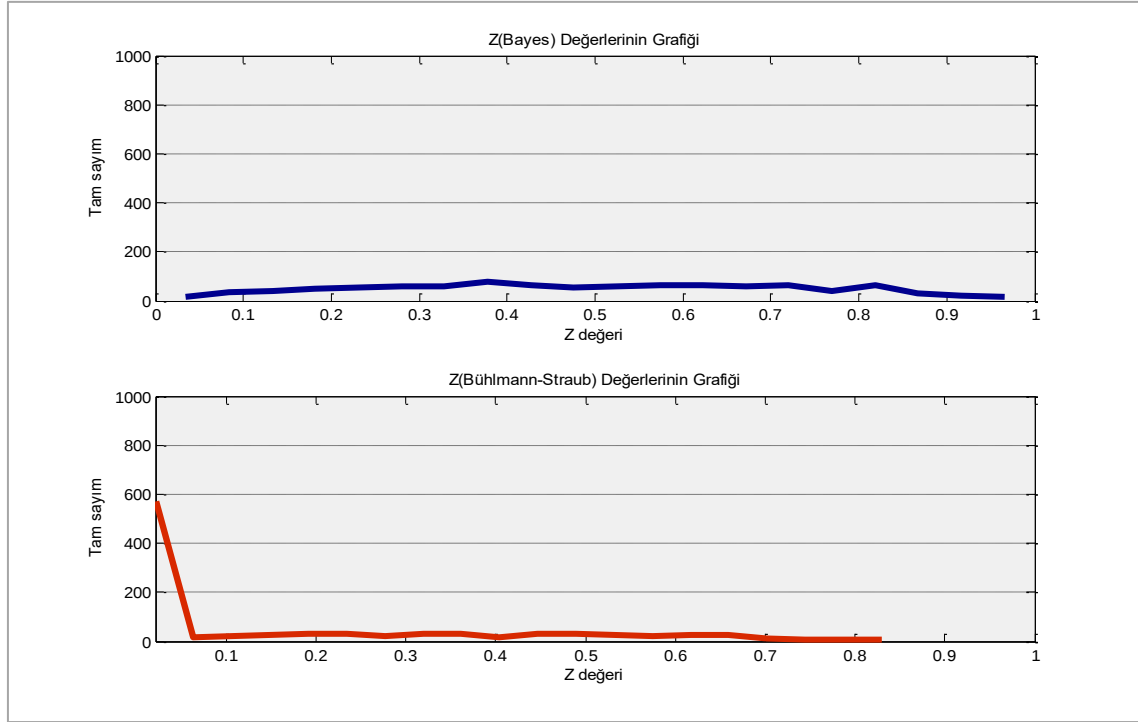
Şekil 5.12. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(150,625)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 400)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



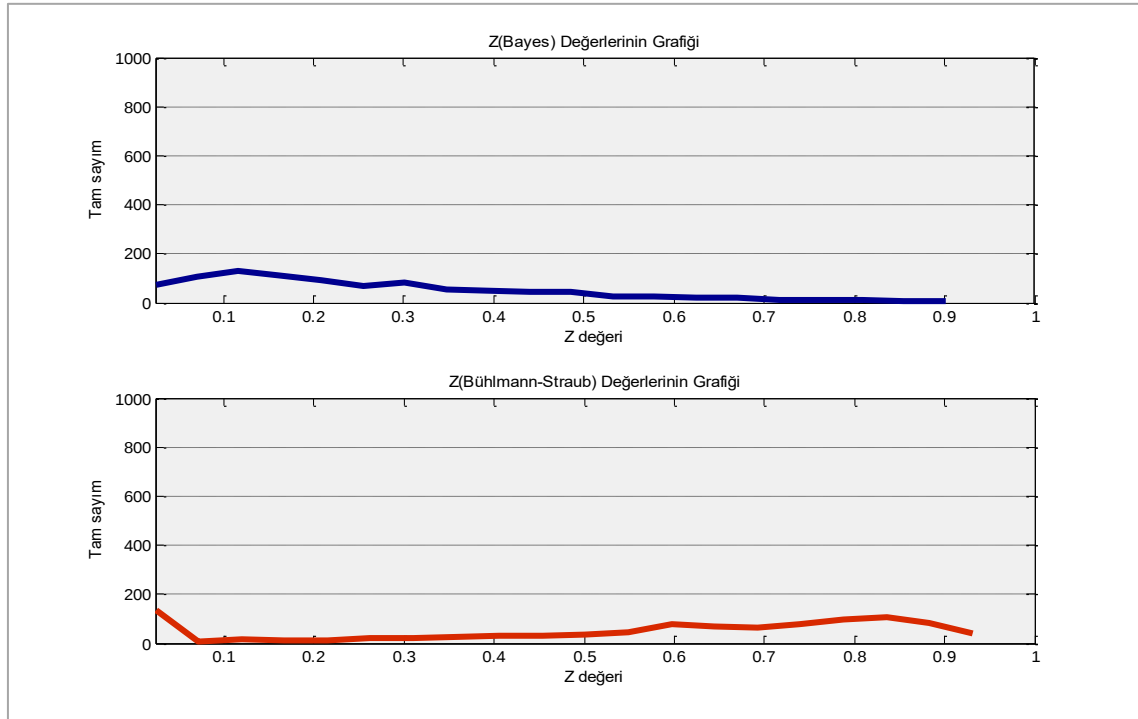
Şekil 5.13. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(50,81)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 900)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



Şekil 5.14. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(50,625)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 900)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



Şekil 5.15. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(150,81)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 900)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



Şekil 5.16. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(150,625)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 900)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği

Şekil 5.9 ile Şekil 5.16 arasındaki grafiklerde, süreç varyansının 400 ve 900 değerlerine çıkarıldığı durumlar ele alınarak, Bayesci yaklaşım ile Bühlmann-Straub kredibilite modelleri için kredibilite faktörünün aldığı değerler gösterilmiştir. Çizelge 5.2’de Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumların sayısı her iki model için de verilmiştir.

Çizelge 5.2. Bühlmann-Straub kredibilite modeli ve Bayesci yaklaşımda $Z=0$ değerleri

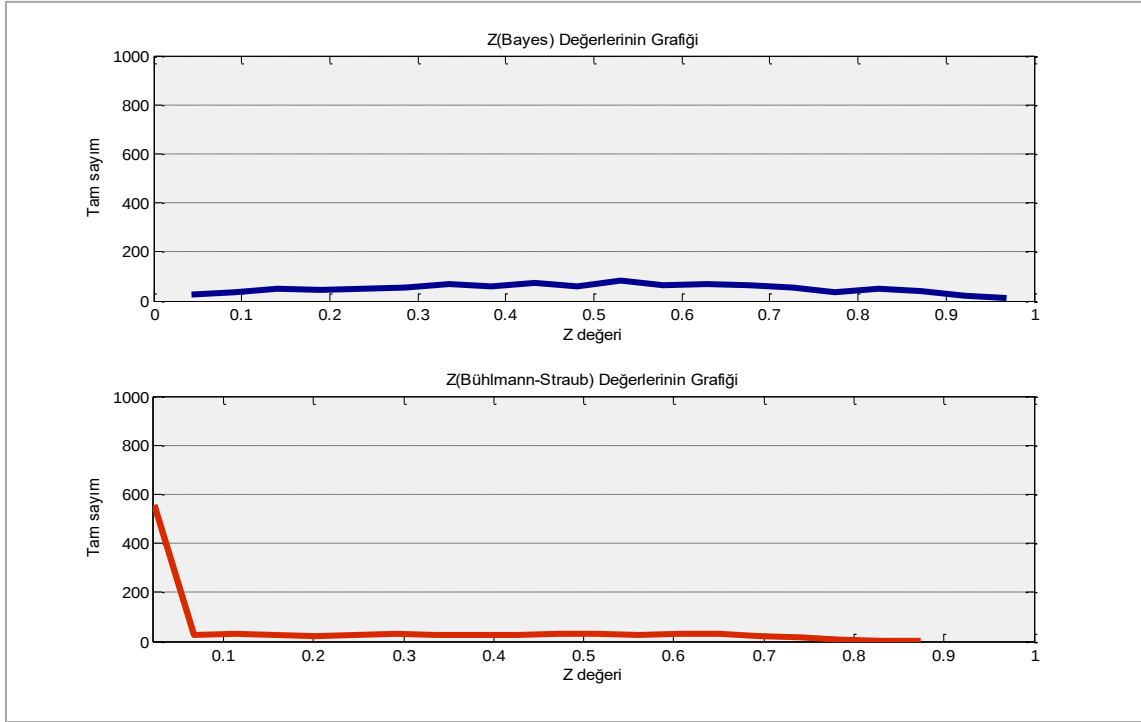
Parametre Değerleri	Bühlmann-Straub kredibilite modelinde $Z=0$ çıkan durumların sayısı	Bayesci yaklaşımda $Z=0$ çıkan durumların sayısı
$\theta_1 \sim N(50,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 400)$	481	0
$\theta_1 \sim N(50,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 400)$	14	396
$\theta_1 \sim N(150,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 400)$	484	0
$\theta_1 \sim N(150,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 400)$	9	315
$\theta_1 \sim N(50,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 900)$	569	0
$\theta_1 \sim N(50,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 900)$	152	66
$\theta_1 \sim N(150,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 900)$	573	0
$\theta_1 \sim N(150,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 900)$	134	74

Çizelge 5.1’de süreç varyansı 64’den 81’e çıkarıldığında Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumların sayısının Bayesci yaklaşımda bir miktar azaldığını, Bühlmann-Straub kredibilite modelinde ise arttığını gözlemlemiştik. Çizelge 5.2’de süreç varyansının artırılarak öncelikle 400’e daha sonra 900’e çıkarılmasıyla birlikte Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumların sayısında değişim meydana geldiği görülmektedir. Bayesci yaklaşım için kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumlar Çizelge 5.1’deki değerlere göre oldukça azalmıştır. Bayesci yaklaşımın aksine Bühlmann-Straub kredibilite modelinde

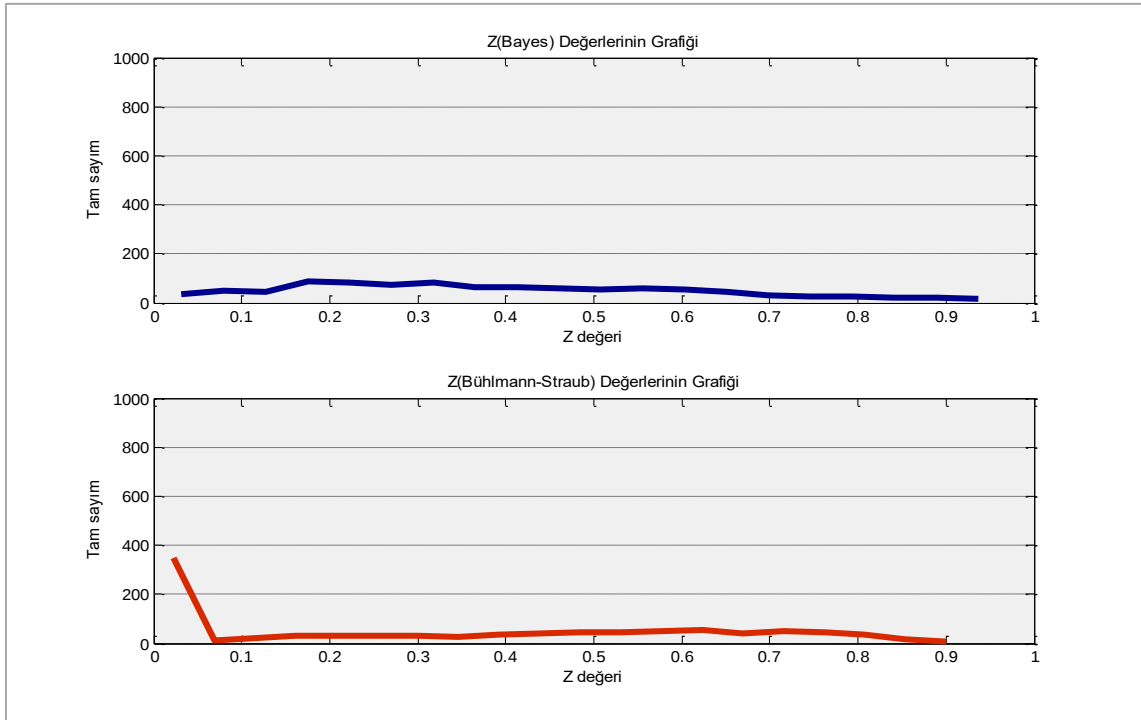
ise Z kredibilite faktörünün sıfır çıkan durumlarının sayısında artış meydana gelmiştir. Dolayısıyla Bayesci yaklaşımın süreç varyansının artmasıyla birlikte iyi sonuçlar verdiği görülürken, Bühlmann-Straub kredibilite modelinin ise iyi çalışmadığı durumlar ortaya çıkmaya başlamıştır.

Böylece, Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumlara süreç varyansının etki ettiği görülmektedir. Bu etkiyi incelemek amacıyla süreç varyansını 1600 ve 2500 değerlerine çıkararak Monte Carlo simülasyonu ile 1000 deneme yapılmış ve Z kredibilite faktörünün aldığı değerlerin grafikleri Şekil 5.17 ile Şekil 5.24 arasında gösterilmiştir.

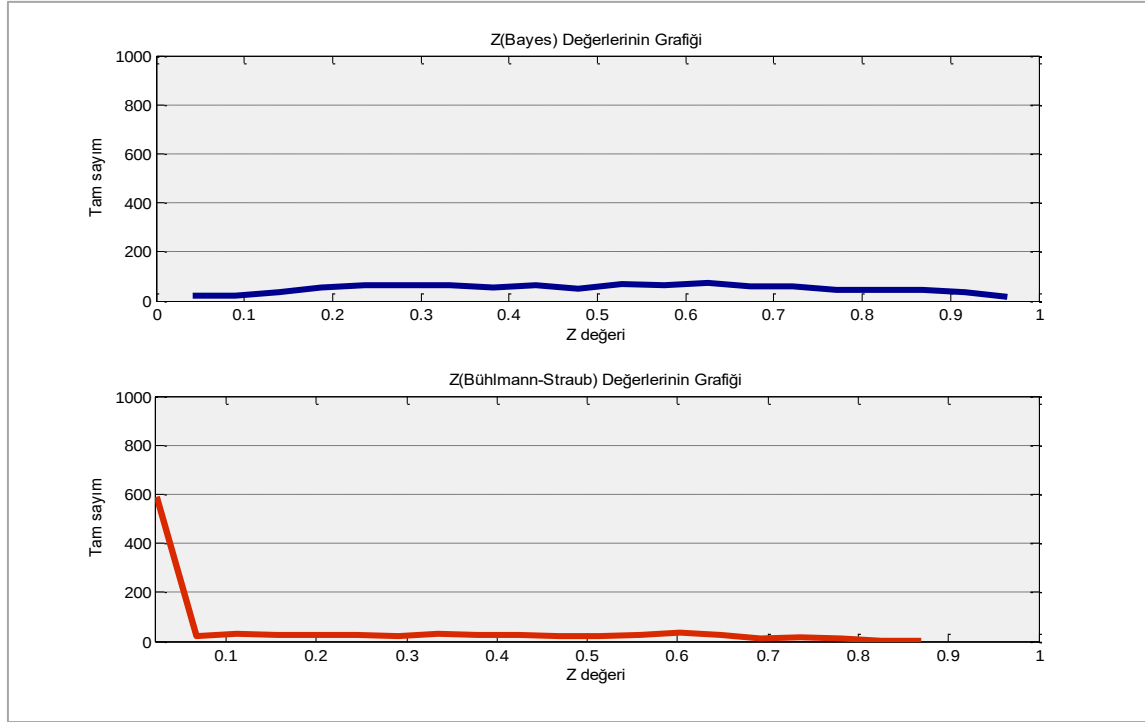
Süreç varyansının 1600 ve 2500 olduğu durumda kredibilite faktörü değerlerinin grafikleri,



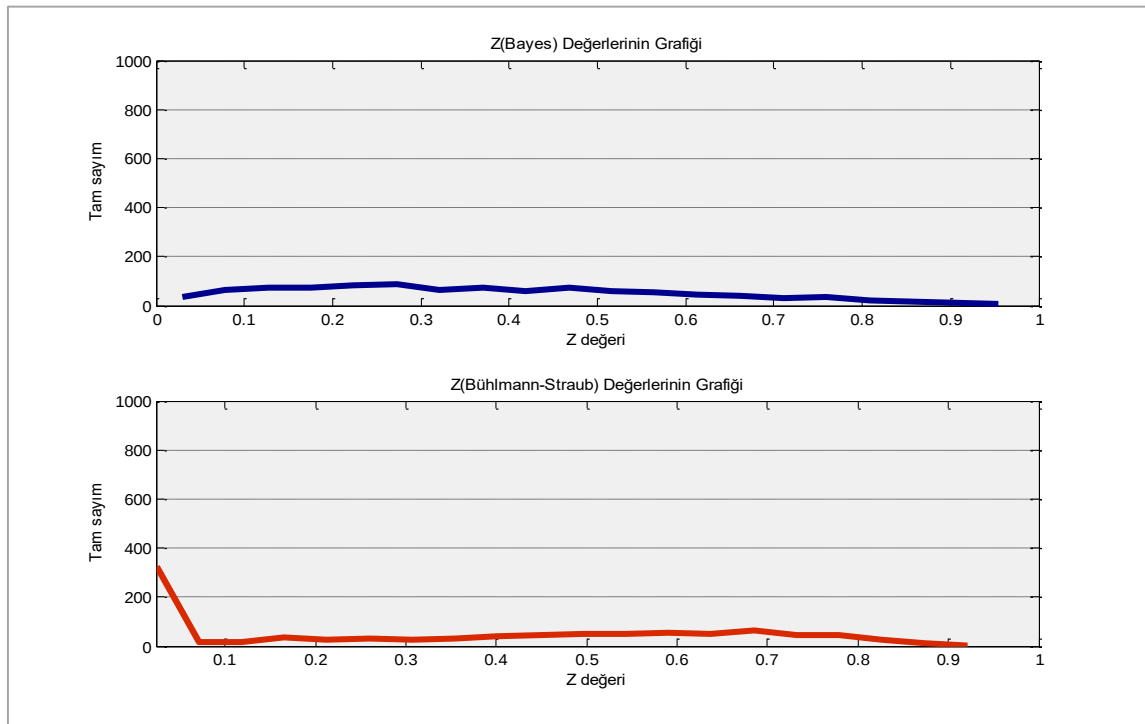
Şekil 5.17. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(50,81)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 1600)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



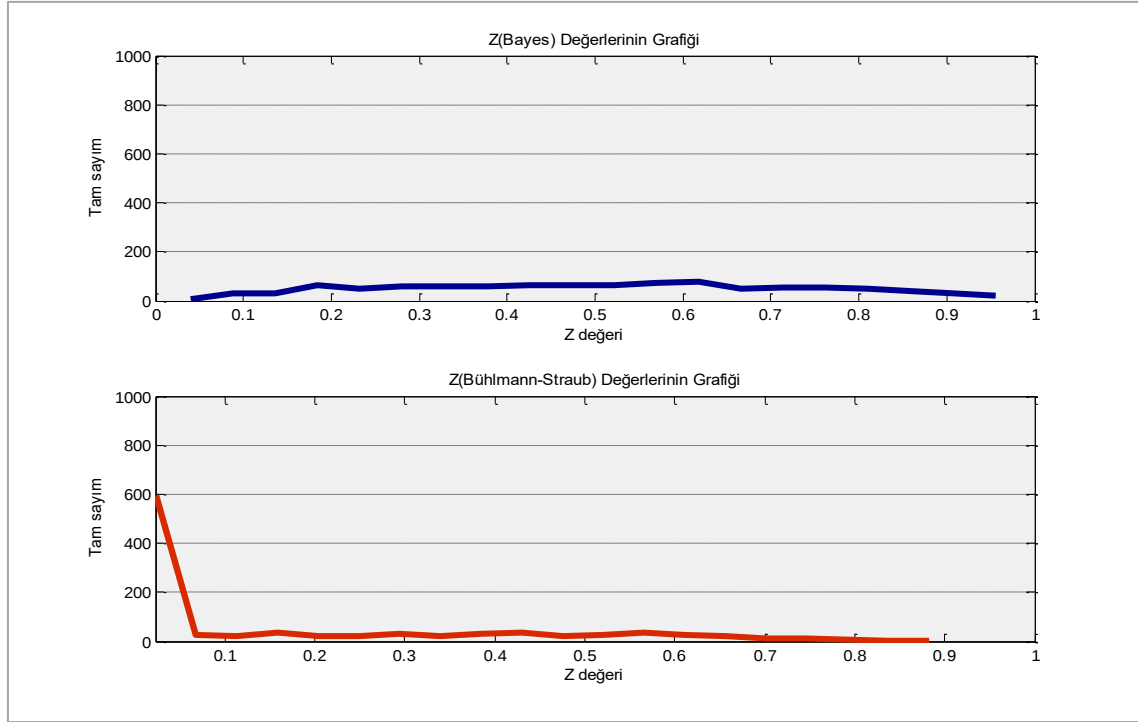
Şekil 5.18. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(50,625)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 1600)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



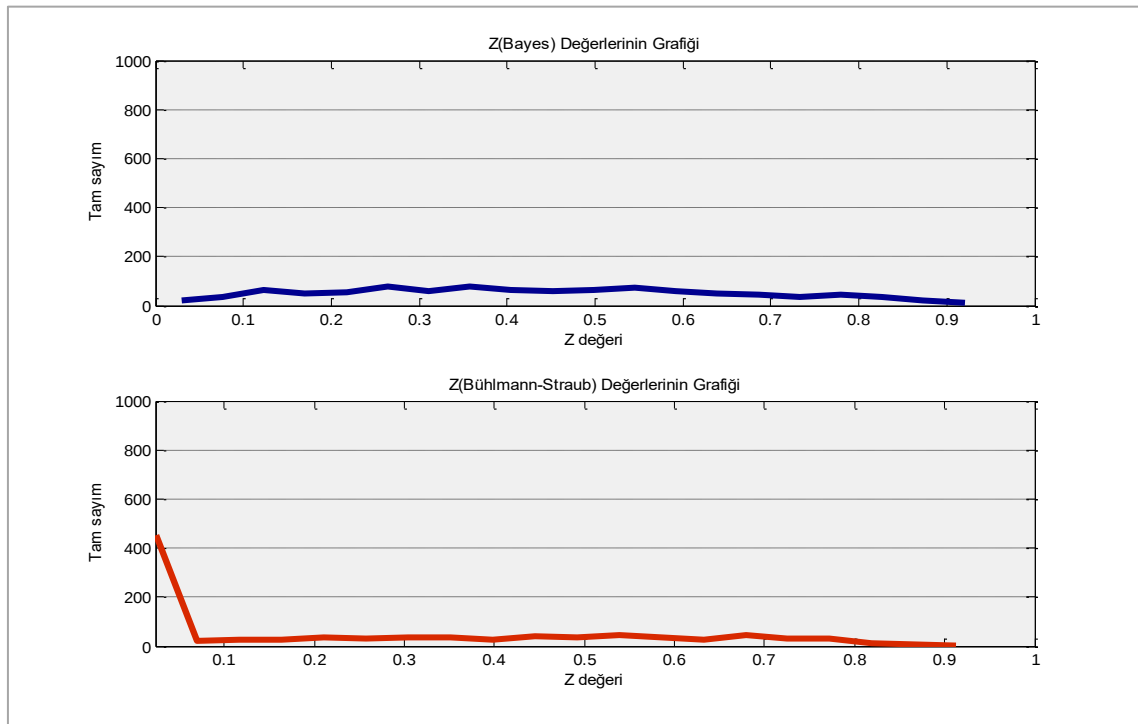
Şekil 5.19. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(150,81)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 1600)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



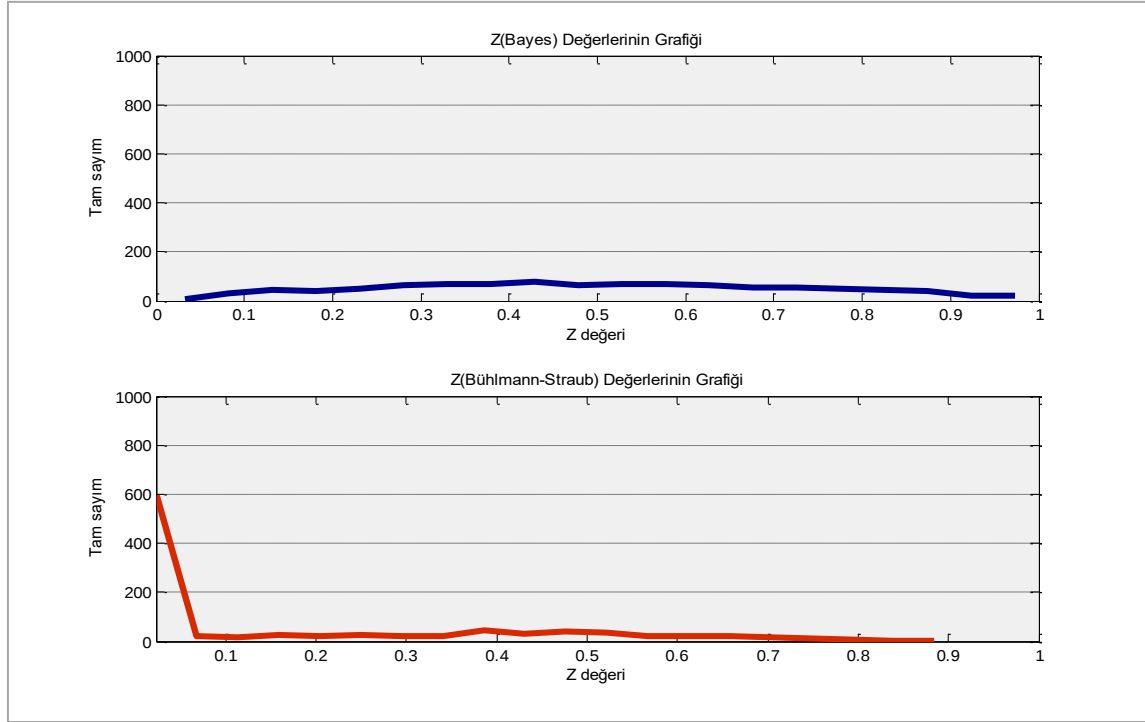
Şekil 5.20. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(150,625)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 1600)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



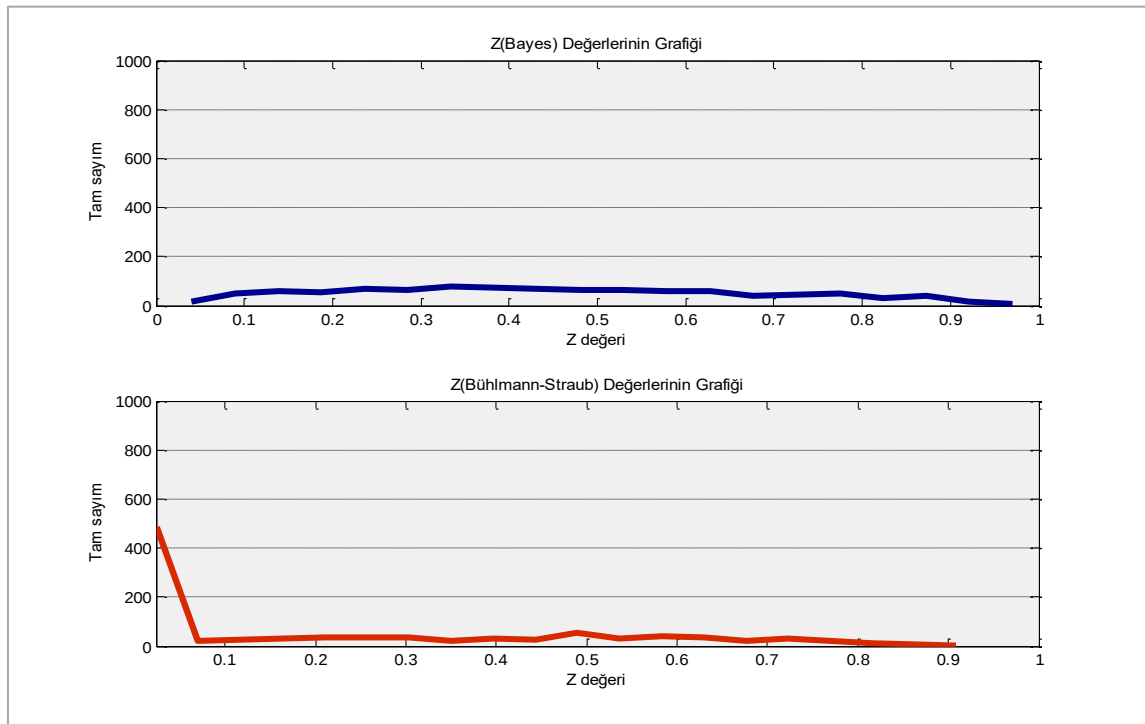
Şekil 5.21. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(50,81)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 2500)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



Şekil 5.22. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(50,625)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 2500)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



Şekil 5.23. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(150,81)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 2500)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği



Şekil 5.24. 1000 deneme sonucunda $\theta_i \sim N(150,625)$ ve $X_{ij}|\theta_i \sim N(\theta_i, 2500)$ portföyü için elde edilen Z kredibilite faktörü değerlerinin grafiği

Şekil 5.17 ile Şekil 5.24 arasındaki grafiklerde, süreç varyansının 1600 ve 2500 değerlerine çıkarıldığı durumlar ele alınarak, Bayesci yaklaşım ile Bühlmann-Straub kredibilite modelleri için kredibilite faktörünün aldığı değerler gösterilmiştir. Çizelge 5.3’de Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumların sayısı her iki model için de verilmiştir.

Çizelge 5.3. Bühlmann-Straub kredibilite modeli ve Bayesci yaklaşımda $Z=0$ değerleri

Parametre Değerleri	Bühlmann-Straub kredibilite modelinde $Z=0$ çıkan durumların sayısı	Bayesci yaklaşımda $Z=0$ çıkan durumların sayısı
$\theta_1 \sim N(50,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 1600)$	555	0
$\theta_1 \sim N(50,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 1600)$	349	0
$\theta_1 \sim N(150,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 1600)$	592	0
$\theta_1 \sim N(150,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 1600)$	327	0
$\theta_1 \sim N(50,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 2500)$	595	0
$\theta_1 \sim N(50,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 2500)$	453	0
$\theta_1 \sim N(150,81)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 2500)$	593	0
$\theta_1 \sim N(150,625)$ ve $X_{ij} \theta_i \sim N(\theta_i, 2500)$	485	0

Çizelge 5.2’de süreç varyansının artırılarak öncelikle 400’e daha sonra 900’e çıkarılmasıyla birlikte Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumların sayısında değişim meydana geldiği görülmüştür. Çizelge 5.3’de süreç varyansının 1600 ve 2500 değerlerine çıkarılmasıyla birlikte Bayesci yaklaşımda kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durum bulunmadığı görülmektedir. Bühlmann-Straub kredibilite modelinde ise kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumlarda büyük bir artış meydana gelmiştir. Süreç

varyansının büyümesiyle birlikte Bayesci yaklaşımda iyileşme görülürken Bühlmann-Straub kredibilite modelinin iyi çalışmadığı durumlar ortaya çıkmıştır.

Daha öncede ifade edildiği gibi 50 ve 150 olarak belirlenmiş olan ortalama değerlerinden Z kredibilite faktörünün etkilenmediği gözlemlenmiştir. Süreç varyansının artırılmasıyla birlikte ise Z kredibilite faktörünün aldığı değerlerin değiştiği görülmektedir. Dolayısıyla kredibilite faktörünün süreç varyansının değişiminden etkilendiği söylenebilir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Aktüerya uygulamalarında, sigorta şirketleri sigorta sözleşmeleri için prim belirlemek zorundadır. Prim belirlerken, portföydeki sigortalıların birbirinden farklı geçmiş deneyimlere sahip olduğu göz önünde bulundurulmalıdır. Sigortalının bireysel deneyimleri hesaba katılmadan ortak bir prim belirlendiğinde bu prim adil olmayacaktır. Çünkü portföyde bu prime göre daha iyi ve daha kötü durumda olan sigortalılar olacaktır. Dolayısıyla sigortalının bireysel deneyimlerine ve portföydeki diğer sigortalıların deneyimlerine belirli ağırlıklar verilerek hem sigorta şirketi hem de sigortalı açısından uzlaşma sağlayacak bir prim değeri belirlenmelidir. Böyle bir prim değeri kredibilite teorisinden yararlanılarak, ağırlıklandırma yoluyla belirlenebilir. Kredibilite teorisinde ağırlıklandırma işlemi Z kredibilite faktörü ile yapılmaktadır. Z Kredibilite faktörünü belirlemek için çeşitli yöntemler bulunmaktadır. Bu yöntemler kredibilite modelleri olarak adlandırılır. Temel kredibilite modelleri; Sınırlı Dalgalanmalı Kredibilite ve Klasik Kredibilite olarak iki başlık altında incelenmektedir. Sınırlı dalgalanmalı kredibilite modeli, sınırlı dalgalanmalı tam kredibilite ve sınırlı dalgalanmalı kısmi kredibilite olarak iki ayrı başlık altında incelenir. Klasik kredibilite modelleri ise, Bühlmann kredibilite modeli ve Bühlmann-Straub kredibilite modeli olarak iki başlık altında incelenmektedir.

Bazı kredibilite yaklaşımları altında, C (hasar frekansı, hasar tutarı, risk primi, vb.) Eş. 2.1'den $C = ZR + (1 - Z)H$ şeklinde tanımlanır. Daha öncede ifade edildiği gibi,

R : Güncel gözlemlerin ortalaması

H : Önceki gözlemlerin ortalaması

Z : Kredibilite faktörü

C : Kredibilite kestiricisi (hasar frekansı, hasar tutarı, risk primi, vb.)

olarak tanımlanır. Aynı zamanda Eş. 2.1'de ki R değeri, portföydeki herhangi bir sigortalının geçmiş hasar bilgisi; H değeri ise tüm portföye ait geçmiş hasar bilgisi olarak da ifade edilebilir.

Z kredibilite faktörü $[0,1]$ aralığında değerler almaktadır. Kredibilite faktörü bazı durumlarda sıfır değerini alabilir, sıfır değerini aldığı durumlarda ($Z = 0$) Eş. 2.1'de verilmiş olan formülde Z değeri yerine sıfır yazılacak ve $C = H$ olacaktır. Yani C değeri

(hasar frekansı, hasar tutarı, risk primi, vb.) sigorta portföyündeki diğer sigortalıların deneyimlerini gösteren H değerine eşit olacaktır. Bu durumda sigortalının bireysel deneyimleri hesaba katılmadan portföydeki tüm sigortalıların deneyimlerine göre ortak bir prim belirlenmiş olur. Bu prim değeri adil bir prim değeri olmayacaktır. Çünkü daha önceki bölümlerde de bahsedildiği gibi sigorta portföyünde geçmiş deneyimleri iyi ve kötü olan sigortalılar bulunabilir. Böyle bir prim değeri belirlendiğinde, geçmiş deneyimleri iyi olan sigortalılar daha düşük prim ödemek isteyecektir. Benzer şekilde, daha kötü hasar geçmişine sahip olan sigortalılar için düşük bir prim değeri belirlenmiş olacağından sigorta şirketi bu sigortalılar için daha yüksek prim belirlemek isteyecektir.

Kredibilite faktörü sıfırdan farklı değerler aldığında ise Eş. 2.1'den sigortalının bireysel deneyimlerine de ağırlık verilerek bir prim değeri belirlenmiş olacaktır. Dolayısıyla Z kredibilite faktörünün belirlenmesi prim hesabı için oldukça önemlidir.

Bu çalışmada öncelikle kredibilite teorisi hakkında bilgi verilmiştir. Daha sonra kredibilite modellerine yer verilerek sınırlı dalgalanmalı kredibilite ve klasik kredibilite modellerinden bahsedilerek son bölümde yapılacak olan Monte Carlo simülasyon çalışması için ön bilgi sunulmuştur.

Sigortacılar için bir sonraki yıla mali açıdan hazırlıklı olmak önemli bir ihtiyaçtır. Bu ihtiyaçtan yola çıkarak Bühlmann-Straub kredibilite modeliyle, 2015, 2016, 2017 ve 2018 yıllarının Türkiye Sigorta, Reasürans ve Emeklilik Şirketleri Birliği'nden alınan otomobil, taksi, minibüs, otobüs, kamyonet ve kamyon araç türlerine ait trafik sigortası verileri kullanılarak 2019 yılı için Z kredibilite faktörü ve kredibilite prim tahmini yapılmıştır.

Daha sonra kredibilite teorisi ve kredibilite modelleri ile ilgili önceki bölümlerde verilen ön bilgiler ışığında, Bayesci yaklaşım ve Bühlmann-Straub kredibilite modellerinde farklı durumlarda Z kredibilite faktörünün aldığı değerleri incelemek amacıyla, Monte Carlo simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışmasında, 5 sigortalının bulunduğu 5 yıllık dönemi içeren farklı durumlar için 1000 deneme yapılmıştır. Risk parametresi θ_i için ortalama 50 ve 150; varyans ise 81 ve 625 alınarak, süreç varyansının 64, 81, 400, 900, 1600, 2500 değerleri için farklı sigorta portföyleri oluşturulmuş ve Z kredibilite faktörü her bir deneme için ayrıca hesaplanmıştır. Kredibilite faktörünün sıfır değerini alması adaletsiz bir prim değerinin hesaplanmasına yol açacağından kredibilite modellerinin iyi çalışmadığı

durum olarak bilinmektedir. Dolayısıyla 1000 denemede bir model için çok sayıda ($Z = 0$) değeri elde edilirse, bu durum o modelin iyi çalışmadığını gösterir. Burada her iki modelin iyi çalıştığı ve iyi çalışmadığı durumları gözlemlmek amacıyla simülasyon çalışmasıyla elde edilen kredibilite faktörü değerleri grafiklerle gösterilmiştir. Daha sonra her iki modelin iyi çalışmadığı durumlar (kredibilite faktörünün sıfır ($Z = 0$) çıktığı durumlar) tablolar yardımıyla gösterilmiştir. Kredibilite faktörünün sıfır ($Z = 0$) çıktığı durumların sayısındaki değişimi daha net görebilmek amacıyla tablolar üç parça halinde verilmiştir.

Simülasyon çalışması sonucunda, kredibilite faktörü Z 'nin risk parametresi θ_i 'nin 50 ve 150 olarak alınmış olan ortalama değerlerinden etkilenmediği gözlemlenmiştir. Risk parametresi θ_i 'nin 81 ve 625 varyans değerleri için öncelikle süreç varyansı 64 alınarak kredibilite faktörünün sıfır çıktığı değerler gözlemlenmiştir. Süreç varyansının 64 olarak alındığı durumda 1000 denemede Z kredibilite faktörünün sıfır çıktığı durumların sayısı Bühlmann-Straub kredibilite modelinde çok az sayıdayken Bayesci yaklaşımda ise oldukça fazla olduğu görülmüştür. Daha sonra süreç varyansı 64'den 81'e çıkarıldığında Bayesci yaklaşımda kredibilite faktörünün sıfır çıkan durumlarının sayısında bir miktar azalma gözlemlenirken; Bühlmann-Straub kredibilite modelinde ise kredibilite faktörünün sıfır çıktığı durumların sayısında artış meydana gelmiştir. Bu değişimi gözlemlmek amacıyla risk parametresi θ_i 'nin aynı ortalama ve varyans değerleri için süreç varyansı 400'e ve daha sonra 900'e çıkarılarak 1000 deneme tekrarlanmıştır. Bayesci yaklaşım için, süreç varyansının 64 ve 81 olarak belirlendiği bir önceki duruma göre kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumların sayısının oldukça azaldığı görülürken, Bühlmann-Straub kredibilite modelinde ise Bayesci yaklaşımın aksine Z kredibilite faktörünün sıfır çıkan durumlarının sayısında büyük bir artış meydana gelmiştir. Bu artışı gözlemlmek amacıyla süreç varyansı 1600'e ve daha sonra 2500'e çıkarılarak 1000 deneme tekrarlanmış ve süreç varyansının bu değerlere çıkarılmasıyla birlikte Bayesci yaklaşımda kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumların bulunmadığı gözlemlenmiştir. Bühlmann-Straub kredibilite modelinde ise kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumlarda büyük bir artış meydana gelmiştir. Böylece süreç varyansının Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumlara etki ettiği gözlemlenmiştir.

Çalışmanın sonucunda, Bayesci yaklaşımın süreç varyansının artmasıyla birlikte iyi sonuçlar verdiği görülürken, Bühlmann-Straub kredibilite modelinin ise iyi çalışmadığı durumların ortaya çıktığı görülmüştür. Belirlenen süreç varyansları için Bayesci yaklaşım

ve Bühlmann-Straub kredibilite modelinde Z kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durumların sayısına bakıldığında iki modelin birbirinden farklı sonuçlar verdiği görülmüştür. Elde edilen sonuçlara göre, adil bir prim belirlenebilmesi için süreç varyansı büyük olduğunda Bayesci yaklaşımda kredibilite faktörünün sıfır değerini aldığı durum oluşmadığından Bayesci yaklaşımın kullanılması tercih edilebilir. Süreç varyansının küçük olduğu durumlarda ise Bayesci yaklaşımın iyi çalışmadığı durumlar ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla Bühlmann-Straub kredibilite modeli daha iyi sonuçlar verdiği için Z kredibilite faktörü Bühlmann-Straub kredibilite modeliyle belirlenebilir.

KAYNAKLAR

- Atanasiu, V. (2009). Some extensions of the Bühlmann-Straub credibility formulae. *Buletinul Academiei de Stiinte a Republicii Moldova*, 3(61), 3-12.
- Bailey, A. L. (1945). A Generalized Theory of Credibility. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, 32, 13-20.
- Bailey, A. L. (1950). Credibility Procedures: Laplace's Generalization of Bayes Rule and The Combination of Collateral Knowledge with Observed Data. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, 37, 7-23.
- Bühlmann, H. (1967). Experience Rating and Credibility. *ASTIN Bulletin*, 4(3), 199-207.
- Bühlmann, H. and Straub, E. (1970). Glaubwürdigkeit für Schadensätze. *Mitteilungen der Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker*, 70(1), 111-133.
- De Vylder, F. (1978). Parameter Estimation in Credibility Theory. *ASTIN Bulletin*, 10(1), 99-112.
- Dannenburg, D. R., Kaas, R., and Goovaerts, M. J. (1996). *Practical Actuarial Credibility Models. Institute of Actuarial Science and Econometrics*, University of Amsterdam, The Netherlands, 3-40.
- Ebegil, M. (2006). A Study to Examine Bühlmann-Straub Credibility Model in Generalized Linear Models. *Ankara University Communications Series A1*, 55(2), 9-16.
- Ebegil, M. (2007). *Kredibilite Teorisinde Parametre Tahmini ve İstatistiksel Bir Yaklaşım*, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 43-78.
- Erdal, A. (2013). *Klasik Kredibilite Modellerinde Kredibilite Faktörünün İncelenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Frees, E. W., Young, V. R., Luo, Y. (1999). A Longitudinal Data Analysis Interpretation of Credibility Models. *Insurance: Mathematics and Economics*, 24(3), 229-247.
- Frees, E. W., Young, V. R., Luo, Y. (2001). Case Studies Using Panel Data Models. *North American Actuarial Journal*, 5(4), 24-42.
- Gau, W., Gangopadhyay, A., Han, Z. (2008). Interval Estimation of the Credibility Factor. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, 2(1), 71-84.
- Goovaerts, M. J., Kaas, R., Van Heerwaarden, A. E. and Bauwelinckx, T. (1990). *Effective Actuarial Methods*. Amsterdam, Holland: North Holland, 112-129.
- Hachemeister, C. (1975). *Credibility for Regression Models with Application to Trend*. Academic Press, New York.

İnternet: Türkiye Sigortalar Birliği, Motorlu Taşıtlar İstatistikleri. URL: <https://www.tsb.org.tr/resmi-istatistikler.aspx?pageID=909>, Son Erişim Tarihi: 17.07.2019.

Klugman, S. A. (1992). Bayesian Statistics in Actuarial Science with Empasis on Credibility. *Kluwer*, Boston 65-76.

Klugman, S.A., Panjer, H. H. and Willmot, G. E. (1998). *Loss Models From Data to Decisions* (2nd ed.), New York: *John Wiley & Sons*, 515–600.

Kremer, E. (1994). Robust Credibility Via Robust Kalman Filtering. *ASTIN Bulletin*, 24(2), 221-233.

Makov, U. E., Smith, A. F. and Liu, Y. H. (1996). Bayesian methods in actuarial science. *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)*, 45(4), 503-515.

Mayerson, A. L. (1964). A Bayesian View of Credibility. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, 51, 85-104.

McCullogh, P. and Nelder, J. A. (1989). *Generalized Linear Models*, Monographs on Statistics and Applied Probability (2nd ed.), New York, Chapman and Hall, 423-431.

Mowbray, A. H. (1914). How Extensive a Payroll Exposure is Necessary to Give a Dependable Pure Premium?. *Proceedings of the Casualty Actuarial society*, (1), 24-30.

Nelder, J. A., and Verrall, R. J. (1997). Credibility Theory and Generalized Linear Models. *ASTIN Bulletin*, 27(1), 71-82.

Norberg, R. (1986). Hierarchical Credibility: Analysis of a Random Effect Linear Model with Nested Classification. *Scandinavian Actuarial Journal*, 204-222.

Whitney, A. W. (1918). Theory of Experience Rating. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, (4), 274-292.

Young, V. R. (1997). Credibility Using Semiparametric Models. *ASTIN Bulletin*, 27(2), 273-285.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : AKKUŞ, Feyza Elif
 Uyruğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 28.04.1991, Altındağ
 Medeni hali : Evli
 Telefon : 0 (553) 567 26 04
 e-mail : feyzaelifakkus@gmail.com



Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi / İstatistik Bölümü	Devam ediyor
Yandal	Ankara Üniversitesi / İktisat Bölümü	2014
Lisans	Ankara Üniversitesi / İstatistik Bölümü	2014
Lise	Ankara Cumhuriyet Lisesi	2009

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2017-Halen	Aile, Çalışma ve Sosyal Hizmetler Bakanlığı	AÇSH Uzman Yrd.

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

Akkuş, F. E., Ebegil, M. ve Gökpınar, F. (2019, 26-27 Nisan). “*Bühlmann-Straub Kredibilite Modeli ve Bayesci Yaklaşımın Kredibilite Faktörü Bakımından İncelenmesi*”, 2. Uluslararası Akademik Öğrenci Çalışmaları Kongresi Bildiri Kitapçığı, İstanbul.

Hobiler

Yüzme, Spor, Dans



GAZİ GELECEKTİR..