GAZİ ÜNİVERSİTESİ

1926

BİR SAVONİUS RÜZGAR TÜRBİNİNİN PERFORMANSININ SAYISAL İNCELENMESİ VE İYİLEŞTİRİLMESİ

İzzet ŞAHİN

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ENERJİ SİSTEMLERİ MÜHENDİSLİĞİ

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

HAZİRAN 2015

İzzet ŞAHİN tarafından hazırlanan "BİR SAVONİUS RÜZGAR TÜRBİNİNİN PERFORMANSININ SAYISAL İNCELENMESİ VE İYİLEŞTİRİLMESİ" adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi Enerji Sistemleri Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Adem ACIR

Enerji Sistemleri Mühendisliği, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum …………………….

Başkan : Prof. Dr. Mustafa İLBAŞ

Enerji Sistemleri Mühendisliği, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum …………………...

Üye : Prof. Dr. İlker YILMAZ

Havacılık ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Erciyes Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum …………………...

Tez Savunma Tarihi: 25/06/2015

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

…………………….…….

Prof. Dr. Şeref SAĞIROĞLU

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

İzzet ŞAHİN
25/06/2015

BİR SAVONİUS RÜZGAR TÜRBİNİ PERFORMANSININ SAYISAL İNCELENMESİ VE İYİLEŞTİRİLMESİ

(Yüksek Lisans Tezi)

İzzet ŞAHİN

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Haziran 2015

ÖZET

Bu çalışmada rüzgar enerjisinden yararlanmak için kullanılan düşey rüzgar türbinlerinden olan Savonius rüzgar türbini analizi yapılmış olup performansını artırmaya yönelik yeni tasarımlar incelenmiştir. Klasik Savonius türbini üzerinde yapılan bir deneysel çalışma referans alınmış ve Savonius rüzgar türbininin sayısal analizi FLUENT bilgisayar programı kullanılarak yapılmıştır. Sayısal olarak yapılan çalışma referans değerler ile doğrulanmış ve daha sonra yeni tasarımlar yapılmış ve sayısal olarak bu tasarımların etkisi incelenmiştir. Yapılan bu tasarımlar da rüzgar türbini performansını iyileştirmek için klasik Savonius türbin etrafına 6 ve 8 adet yönlendirici plakalar yerleştirilmiştir. Yönlendirici levhanın adet, uzunluk ve konumunun değişimi ile Savonius rüzgar türbininin performansı hız oranı, tork ve momentum katsayıları dikkate alınarak incelenmiştir. Savonius rüzgar türbinin performansının klasik Savonius rüzgar türbinine nazaran arttığı tespit edilmiştir. Yeni tasarımlarda 6 ve 8 adet yönlendirici plakaların 30° yerleşim konumlarına göre performansa etkisi karşılaştırılmış ve 6 adet yönlendirici kullanılan yeni tasarımın daha iyi performans gösterdiği tespit edilmiştir. Ayrıca, 6 adet yönlendirici kullanılan türbinde levhaların açısal konumlarının (20° ve 30°) ve boyutlarının (L=90 mm ve 150 mm) etkisi incelenmiştir. 30° lik açısal konumunda ve 150 mm'lik boyutta daha fazla performans gösterdiği belirlenmiştir. Ancak, Savonius türbin çapının yaklaşık 1/4 üne karşılık gelen 90 mm'lik levha uzunluğunun üretim maliyet açısından daha uygun olduğu düşünülmüştür. Sonuç olarak, yeni tasarlanmış Savonius türbinin, klasik türbine göre güç katsayısında ortalama % 30 değerinde artış tespit edilmiştir. Ayrıca, yeni tasarımda statik tork ve dinamik tork katsayılarında da artışlar görülmüştür.

Bilim Kodu	:	708.3.026
Anahtar Kelimeler	:	CFD, FLUENT, Savonius rüzgar türbini, Yönlendirici plakalar
Sayfa Adedi	:	115
Danışman	:	Prof. Dr. Adem ACIR

NUMERICAL INVESTIGATION AND IMPROVING OF A SAVONIUS WIND TURBINE PERFORMANCE

(M. Sc. Thesis)

İzzet ŞAHİN

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

June 2015

ABSTRACT

In the present study, Savonius wind turbine, which is used to benefit from wind energy and one of the vertical wind turbines, has been investigated and purposed new design to raise its performance. An experimental study, which was conducted on classic Savonius wind turbine, has been referenced and Savonius wind turbine numerical analysis has been performed by using FLUENT computer program. After numerical analysis has been verified with reference values, new designs are devised and effect of these designs is investigated as a numerically. In these designs, to improve wind turbine performance 6 and 8 guidance plates are placed around of the classic Savonius wind turbine. Changing of number, length, and position of the guidance plates effect on Savonius wind turbine performance has been investigated by taking account of tip speed ratio, torque, and momentum coefficients. In new designs, it has been figured out that performance of Savonius wind turbine has increased in comparison to classical Savonius wind turbine. In new designs, 6 guidance plates have been compared with 8 guidance plates on 30° plate position in terms of performance and it has been figured out that performance of new design, 6 guidance plates have been used, is better. In addition, effect of angular position (20° and 30°) and length (L=90 mm and 150 mm) of the guidance plates has been investigated. It has been determined that better performance is obtained for 30° angular position and 150 mm length. However, 90 mm guidance plate length corresponding approximately one fourth of diameter of Savonius turbine has been considered more appropriate in terms of cost of production. As a result, it has been figured out that power coefficient of new design Savonius wind turbine has increased almost thirty percent in comparison to classical Savonius wind turbine. Besides, it is determined that static torque and dynamic torque coefficient has increased in new design.

Science Code : 708.3.026
Key Words : CFD, FLUENT, Savonius wind turbine, Guidance plates

Page Number : 115
Supervisor : Prof. Dr. Adem ACIR

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans öğrenimim boyunca ve tez çalışması sırasında çok değerli fikirleriyle beni yönlendiren, bana olan desteklerini ve güvenlerini esirgemeyen değerli danışmanım sayın Prof. Dr. Adem ACIR'a en içten teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Çalışmalarım tüm hayatım boyunca sabırla beni destekleyen aileme ve bilgilerini benimle paylaşmaktan çekinmeyen sayın Yrd. Doç. Dr. Özgür EROL'a ve sayın Arş. Gör. Serhat KARYEYEN'e teşekkür ederim.

Yüksek lisans hayatım boyunca bana maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen ve yurtiçi yüksek lisans bursu aldığım TÜBİTAK'a TÜBİTAK BİDEB'e ve personeline teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET iv

ABSTRACT.......... v

TEŞEKKÜR.......... vi

İÇİNDEKİLER vii

ÇİZELGELERİN LİSTESİ.......... ix

ŞEKİLLERİN LİSTESİ x

SİMGELER VE KISALTMALAR.......... xiv

1. GİRİŞ.......... 1

2. RÜZGAR TÜRBİNLERİ.......... 13

2.1. Yatay Eksenli Rüzgar Türbinleri (HAWT).......... 14

2.2. Düşey Eksenli Rüzgar Türbinleri (VAWT).......... 15

2.2.1. Darrieus tip rüzgar türbini.......... 16

2.2.2. Savonius tip rüzgar türbini.......... 17

2.3. Rüzgar Türbinlerinin Aerodinamiği.......... 19

2.3.1. Doğrusal momentum teorisi ve betz limiti.......... 19

2.3.2. Açısal momentum teorisi 24

2.3.3. Rüzgar türbinleri için kanat profilleri 30

2.3.4. Kanat elemanı teorisi.......... 33

2.3.5. Kanat elemanı momentum teorisi 37

3. SAYISAL YÖNTEMLER 41

3.1. Bir Problemin Sayısal Çözümünde Yapılması Gereken Temel İşlemler.......... 41

3.1.1. Matematiksel formülasyon.......... 42

3.1.2. Ayrıklaştırma.......... 44

3.2. Genel İki ve Üç Boyutlu Sıkıştırılamaz Akış 69
3.2.1. Temel değişkenler metodu 71
4. YAPILAN ÇALIŞMALAR ve SONUÇLAR 79
4.1. Deneysel Çalışma ve Sonuçlar 79
4.2. Sayısal Çalışma ve Sonuçlar 81
4.2.1. Sayısal çalışmanın deneysel sonuçlar ile kıyaslanması 81
4.2.2. Savonius rotor performansının iyileştirilmesi 84
5. SONUÇ VE ÖNERİLER 95
KAYNAKLAR 99
EKLER 101
EK-1. Kararlı ısı kondüksiyonu olan tek boyutlu çubuk için sıcaklık dağılımı 102
EK-2. Expilicit, Crank – Nicolson ve tam implicit metotlarının uygulamaları 104
EK-3. İki boyutlu ısı kondüksiyonu çözümü 106
EK-4. Dört farklı metodun kararlı iki boyutlu probleme uygulanması 107
EK-5. Simple algoritmasının kullanılması 110
ÖZGEÇMİŞ 113

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge **Sayfa**

Çizelge 2.1. Uç hız oranının değişmesi ile a_2 ve $C_{p,\max}$ değerinin değişimi ve a_2 değerinin 0.333 (1/3)'e yakınsaması 29

Çizelge 3.1. Değişik metotlar için A fonksiyonu 67

Çizelge 4.1.Savonius rotorun temel boyutları 80

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil **Sayfa**

Şekil 2.1. Yatay eksenli rüzgar türbinleri 13
Şekil 2.2. Düşey eksenli rüzgar türbinleri 14
Şekil 2.3. Yatay eksenli rüzgar türbininin genel yapısı 15
Şekil 2.4. Düşey eksenli (Darrieus tip) rüzgar türbininin genel yapısı 16
Şekil 2.5. Darrieus tip rüzgar türbininin farklı rotor yapıları 17
Şekil 2.6. Savonius tip rüzgar türbini ve dönme mekanizması 18
Şekil 2.7. Basit bir Savonius rotorun elde edilmesi 18
Şekil 2.8. Hesaplamalar için aktüatör disk modeli 20
Şekil 2.9. C_p, C_T Değerlerinin eksenel indüksiyon faktörü ile değişimi 23
Şekil 2.10. Rotordan geçen rüzgarın hareketi 24
Şekil 2.11. Rotor analizi için oluşturulan geometri 25
Şekil 2.12. Teorik maksimum güç katsayısı, açısal momentum teorisi ve Betz limiti ... 29
Şekil 2.13. NACA0015 simetrik kanat profili 30
Şekil 2.14. Kanat profilinin kaldırma ve sürükleme kuvvetleri (F_L, F_D) 31
Şekil 2.15. Kaldırma ve sürükleme katsayısının hücum açısı ile değişimi 32
Şekil 2.16. Farklı hücum açılarında kanat etrafındaki akış 32
Şekil 2.17. Farklı hücum açılarında kanat etrafındaki basınç dağılımı 33
Şekil 2.18. Dönen halkasal akış borusu 33
Şekil 2.19. Bölmelere ayrılmış kanat elemanı modeli 34
Şekil 2.20. Kanat geometrisi ve kuvvet analizi 34
Şekil 2.21. Kanat boyunca düzeltme faktörünün değişimi 39
Şekil 3.1. Eliptik, parabolik, hiperbolik denklemlerin fiziksel karşılaştırılması 44
Şekil 3.2. İki boyutlu bir problem için düğüm noktaları 44

Şekil **Sayfa**

Şekil 3.3. Taylor serisi fonksiyon grafiği.. 45

Şekil 3.4. Taylor serisi açılımı için kullanılan grafik.. 46

Şekil 3.5. Taylor serisi açılımı için kullanılan grafik-2 47

Şekil 3.6. İki değişkenli sonlu farklar açılımı 48

Şekil 3.7. İki değişkenli sonlu farklar açılımının indisel gösterimi 49

Şekil 3.8. Kontrol hacmi formülasyonu 51

Şekil 3.9. Tek boyutlu kontrol hacmi 51

Şekil 3.10. Basamak ve lineer profil 52

Şekil 3.11. Tek boyutlu kontrol hacminin indisli gösterimi 55

Şekil 3.12. Kararsız tek boyutlu ısı iletimi denklemi için kontrol hacmi 58

Şekil 3.13. $T_P = fT_P^1 + (1-f)T_P^0$ ifadesinin Δt adımı süresince değişimi....................... 60

Şekil 3.14. İki boyutlu kontrol hacmi 62

Şekil 3.15. Hibrid metot ile exponansiyel metot 66

Şekil 3.16. Beş metodun karşılaştırılması 68

Şekil 3.17. Zig – zaglı kontrol hacmi 72

Şekil 3.18. Normal ve kaydırılmış kontrol hacmi 73

Şekil 3.19. x yönünde kaydırılmış kontrol hacmi 75

Şekil 3.20. y yönünde kaydırılmış kontrol hacmi 75

Şekil 4.1. Savonius rüzgar türbininin geometrisi 79

Şekil 4.2. (a) Tork katsayısının, (b) Güç katsayısının hız oranı ile değişimi................. 80

Şekil 4.3. Statik tork sayısının rotorun açısı ile değişimi 80

Şekil 4.4. İki boyutlu Savonius rotorun akış alanı içindeki ve 0° deki konumu............ 81

Şekil 4.5. Oluşturulan mesh yapısı 82

Şekil 4.6. Sayısal ve deneysel sonucun karşılaştırılması statik tork 83

Şekil **Sayfa**

Şekil 4.7. Sayısal ve deneysel sonucun karşılaştırılması güç katsayısı 83

Şekil 4.8. Sayısal ve deneysel sonucun karşılaştırılması dinamik tork.......................... 83

Şekil 4.9. Savonius rotor üzerinde farklı zamanlar için hız dağılımı............................ 84

Şekil 4.10. 8 adet yönlendirici plakanın kullanıldığı rotor 85

Şekil 4.11. Klasik rotor ile yeni tasarımın statik tork açısından karşılaştırılması........... 85

Şekil 4.12. Klasik rotor ile yeni tasarımın dinamik tork açısından karşılaştırılması 86

Şekil 4.13. Klasik rotor ile yeni tasarımın güç katsayısı açısından karşılaştırılması 86

Şekil 4.14. Yönlendirici plakaların yerleştirildiği rotorda hız dağılımı......................... 86

Şekil 4.15. 6 adet yönlendirici plakaların kullanıldığı rotor 87

Şekil 4.16. Klasik rotor ve yeni tasarımların statik torklarının karşılaştırılması 87

Şekil 4.17. Klasik rotor ve yeni tasarımların dinamik torklarının karşılaştırılması........ 88

Şekil 4.18. Klasik rotor ve yeni tasarımların güç katsayılarının karşılaştırılması 88

Şekil 4.19. 30° konumlu 6 adet yönlendirici plakanın yerleştirildiği rotorun hız dağılımı 89

Şekil 4.20. 20° konumlu 6 adet yönlendirici plaka... 89

Şekil 4.21. Yönlendirici plakalı rotorların statik tork katsayıları 89

Şekil 4.22. Yönlendirici plakalı rotorların dinamik tork katsayıları.............................. 90

Şekil 4.23. Yönlendirici plakalı rotorların güç katsayıları.. 90

Şekil 4.24. 20° konumlu 6 adet yönlendirici plakanın yerleştirildiği rotorun hız dağılımı 91

Şekil 4.25. 30° yönlendirilmiş 150 mm boyunda 6 adet plaka 91

Şekil 4.26. Farklı boydaki yönlendirici plakalı rotorların statik tork katsayıları........... 92

Şekil 4.27. Farklı boydaki yönlendirici plakalı rotorların dinamik tork katsayıları 92

Şekil 4.28. Farklı boydaki yönlendirici plakalı rotorların güç katsayıları 93

Şekil 4.29. 30° konumlu 6 adet yönlendirici 150 mm plakanın yerleştirildiği rotorun hız dağılımı 93

Şekil **Sayfa**

Şekil 5.1. 30° konumlu 6 adet yönlendirici 150 mm plakanın yerleştirildiği rotor ile klasik rotorun güç kat sayılarının karşılaştırılması 95

Şekil 5.2. 30° konumlu 6 adet yönlendirici 150 mm plakanın yerleştirildiği rotor ile klasik rotorun dinamik tork katsayılarının karşılaştırılması 96

Şekil 5.3. 30° konumlu 6 adet yönlendirici 150 mm plakanın yerleştirildiği rotor ile klasik rotorun statik tork katsayılarının karşılaştırılması............................... 96

Şekil 5.4. Klasik Savonius rotorun zamana bağlı basınç dağılımı................................. 97

Şekil 5.5. 90 mm uzunluğunda yönlendirici plakalar konulmuş Savonius rotorun zamana bağlı basınç dağılımı... 97

Şekil 5.6. 150 mm uzunluğunda yönlendirici plakalar konulmuş Savonius rotorun zamana bağlı basınç dağılımı... 97

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	**Açıklamalar**
λ	Tip speed ratio, Rüzgar ve rotor uç hız oranı
r_{pi}	Overlap ratio kanat örtüşme oranı
A	Aspect ratio boy – en oranı / Alan
Re	Reynolds sayısı
U	Hız
P	Basınç
ρ	Yoğunluk
T	İtme kuvveti
$\dot{m}$	Kütlesel debi
α	Indiksiyon faktörü / Hücum açısı
C_p	Güç katsayısı
C_T	Tork katsayısı
r	Yarı çap
ω	Akışın açısal hızı
Ω	Türbin rotor açısal hızı
c	Cord uzunluğu
F_L	Kaldırma kuvveti
F_D	Sürükleme kuvveti
$U_{bağ}$	Bağıl rüzgar hızı
θ_p	Kanat burulma açısı
φ	Bağıl rüzgar hızının açısı / Değişken
$\theta_{p,0}$	Kanat uç eğim açısı
θ_T	Kanat burulma açısı
F_N	Normal kuvvet
F_T	Teğetsel kuvvet
B	Kanat sayısı

Simgeler	Açıklamalar
C_l	Kaldırma katsayısı
C_d	Sürükleme katsayısı
f	Düzeltme faktörü
t	Zaman
∇	Gradient operatör
u, v	x, y hız dağılımı
N, W, S, E	Kontrol hacmi formülosyonu sınırları
S	Kaynak terimi
i, j	Kordinat üzerinde noktayı ifade eden terim
Pe	Peclet sayısı
a	Savonius türbin rotor çapı
D	Savonius türbin çapı
H	Savonius türbin yüksekliği
S	Savonius türbin kanat aralığı
d	Savonius türbin kanat çapı
C_{ts}	Statik tork katsayısı
l	Yönlendirici levha uzunluğu

Kısaltmalar	Açıklamalar
CFD	Computational fluid dynamics
HAD	Hesaplamalı akışkanlar dinamiği
HAWT	Yatay eksenli rüzgar türbini
VAWT	Düşey eksenli rüzgar türbini
TDMA	Tri dioganal matrix algoritm
SİMPLE	Semi implicit method for pressure linked equations

1. GİRİŞ

Enerji evrenin yaradılışından buyana vardan yok olmayan ve yoktan var edilmeyen ancak farklı boyutlarda karşılaştığımız ve insanlığın var oluşundan günümüze kadar gereksinim duyduğu en önemli ihtiyaçlardan birisidir. İlk olarak besin enerjisini kullanarak var oluşunu sürdüren insan daha sonra enerjinin farklı boyutlarını öğrenmiş ve bu enerjiyi icat ettiği aletlerde ya da makinalarda kullanarak çağa uygun farklı ihtiyaçlarını karşılamaya çalışmıştır. Eski yüzyıllarda dünyanın enerjiye olan talebi gerek teknolojisinin gerek sanayisinin az gelişmiş olmasından ve nüfusunun az olmasından dolayı az iken günümüzde dünyanın gelişen teknoloji, artan nüfus ve sanayi ihtiyaçlarını karşılamak için enerjiye olan talebi gün geçtikçe artmaktadır. Günümüze kadar ve halen dünya enerji ihtiyaçlarının büyük çoğunluğunu fosil yakıtlardan yani hidrokarbonlardan karşılamaktadır. Ancak bu yakıtların yanması sonucunda küresel ısınmaya sebep olan sera gazlarının salınımının gerçekleşmesi ve bu yakıtların yakın tarihte tükeneceğinin bilinmesi yani sınırlı olması dünyayı hem şimdiki enerji ihtiyacını karşılamak hem de artan enerji talebine yetişebilmek için farklı enerji kaynakları aramaya ve kullanmaya zorlamaktadır.

Dünya enerjiyi genellikle elektrik enerjisi yoluyla ve fosil yakıtları ısı enerjisine ve mekanik enerjiye dönüştürme yoluyla kullanmaktadır. Fosil yakıtların tükeneceğinin bilincinde olan dünya fosil yakıtlara yani hidrokarbonlara alternatif olarak biyogaz üreteceği yöntemlere yönelmiştir. Elektrik enerjisinin büyük bir çoğunluğunu hem fosil yakıtlardan hem hidrolik santrallerden hem de nükleer santrallerden elde eden dünya elektriği farklı kaynaklardan yani alternatif kaynaklardan sağlayacağı yöntemlere yönelmiştir.

Enerji ihtiyaçlarını karşılamak için alternatif enerji kaynağı arayan dünya için nükleer enerji önemli bir enerji kaynağı olmasına rağmen küresel ısınmaya engel olamamaktadır. Hem küresel ısınmaya hem enerji ihtiyacına olumlu yanıt veren enerji kaynakları rüzgardan ve güneşten sağlanan enerji olduğu düşünülerek bu kaynaklardan en fazla şekilde yararlanılmaya çalışılmaktadır. Bu yüzden rüzgar enerjisinden faydalanma isteği gittikçe artmaktadır, rüzgar enerjisinden daha iyi yararlanmak için rüzgardan enerji elde eden makinalar yani rüzgar türbinleri üzerinde çalışmalar yoğunlaşmıştır. Rüzgar türbinlerinin performansını artıracak yeni tasarımlar yapılarak daha fazla enerji kazanımı sağlanmaya çalışılmaktadır.

Rüzgar enerjisi, güneş tarafından ısınan farklı hava tabakaları arasında yüksek ve düşük basınçtan dolayı oluşan bir atmosferik olay, bir hava hareketidir. Aslında dolaylı olarak güneş enerjisidir ancak güneş enerjisinden farklı olduğunu düşündüğüm bir durumu vardır ve şu şekilde açıklamak uygun olacaktır. Güneşten gelen ışınların bir kısmı tekrar uzaya dünya dışına yansır ancak solar bir sistem yaparsak yansıyacak olan ışınları dünyada tutarız ve enerji olarak kullanırız ve bunun sera etkisi gibi olduğunu düşünüyorum ve küresel ısınmaya katkısının olacağını düşünüyorum. Fakat rüzgar enerjisi güneşin dünyada kalan enerjisinden kaynaklandığı için küresel ısınmaya etkisi olmayacaktır. Bu yüzden rüzgar enerjisi hem temiz hem de yenilenebilir enerji olarak kullanılmaya daha elverişlidir.

Rüzgar enerjisinden yararlanmak için farklı rüzgar türbinleri geliştirilmiştir. Genellikle iki farklı rüzgar türbini modeli bulunmaktadır. Bu modellerden birisi yatay eksenli rüzgar türbini (HAWT) diğeri ise düşey eksenli rüzgar türbinleridir (VAWT) ve bu modellerde kendi içlerinde farklı tasarımlara ayrılmaktadır. Elektrik enerjisi üretiminde düşey rüzgar türbinlerinin güç katsayıları yüksek olduğu için kullanımları yaygındır. Ancak bu iki modelin bir birine olan bazı üstünlükleri bulunmaktadır.

Yatay rüzgar türbinlerinin avantajları ve dezavantajları

- Güç katsayıları yüksektir.
- Başlangıç torkları yüksektir yani yüksek rüzgar hızına gereksinim duyarlar düşük rüzgar hızında dönmezler.
- Rüzgar hızını etkilemeyecek yerleşim yerlerinden uzağa konumlandırılırlar.
- Bakım maliyetleri yüksektir.
- Jeneratör ve dişli kutusu için ve kanatlar için kuleye ihtiyaç vardır.
- İlk kurulum maliyetleri yüksektir.

Düşey rüzgar türbinlerinin avantajları ve dezavantajları

- Güç katsayıları düşüktür.
- Başlangıç torkları düşüktür yani düşük rüzgar hızlarında harekete başlarlar.

- Düşey eksenli oldukları için zemine jeneratör ve dişli kutusu yerleştirilebilir yani kule masrafı yoktur.
- Bakım maliyetleri düşüktür.
- İlk kurulum maliyetleri düşüktür.
- Düşey eksenli oldukları için yani rüzgara dik oldukları için rüzgarın yönüne göre yön değiştirmeye ihtiyaç duymazlar.

Yukarıda avantaj ve dezavantajlardan görüldüğü üzere düşey rüzgar türbinlerinin avantajları fazla olmasına rağmen güç katsayıları düşük olduğu için ve rüzgar hızı ile türbin dönme hızı oranı 0 ile 1.4 arasında pozitif bir güç katsayısı verdiği için elektrik üretiminden kullanımları pek tercih edilmemiştir. Ancak son zamanlarda avantajları yüksek olan bu türbinlerin güç katsayılarını artırmaya yönelik yeni tasarımlar yapılmaktadır. Fakat yeni tasarımlar sadece deneye yönelik olmakta uygulamaya yönelik kısmı az olmaktadır veya bu rüzgar türbinlerinin avantajını bozacak biçimde tasarım yapılmaktadır. Bazı tasarımlar bu türbinlerin konumunu rüzgarın yönü ile değiştirmeye çalışmaktadır ancak bunlar düşey rüzgar türbinlerinin güç katsayısını artırırken rüzgarın yönüne göre yön değiştirmeye ihtiyaç duymayan bu türbinlerin avantajını ortadan kaldırmaktadır.

Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada rüzgar enerjisinden yararlanmak için kullanılan düşey rüzgar türbinlerinden olan Savonius rüzgar türbinleri incelenmiştir. Düşey rüzgar türbinlerinin avantajlarını bozmayacak şekilde yeni tasarım yapılmaya çalışılmıştır. Bu tasarımda Savonius rüzgar türbinin hem güç katsayısı artırılmaya hem pozitif güç katsayısı verdiği aralığın artırılmasına çalışılmıştır hem de rüzgara göre açısal konumu 180° veya 360° civarında negatif tork veren türbinin ilk dönmeye başlama torkunun pozitif yapılması amaçlanmıştır. Yeni yapılan tasarımların hepsi sayısal olarak FLUENT hesaplamalı akışkanlar mekaniği programında incelenmiştir ve optimum tasarım yapılmaya çalışılmıştır. Çalışmanın doğruluğu daha önce deneysel olarak Savonius rüzgar çarkını inceleyen bir çalışma ile kıyaslanacaktır [1]. Uygulanan sayısal yöntem deneyle doğrulandıktan sonra yeni tasarımların geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Araştırmanın Önemi

Bu çalışmada düşey eksenli rüzgar türbinlerinin dezavantajı olan güç katsayılarının artırılması amaçlanmıştır ve böylelikle performansı artan Savonius rüzgar türbinin kullanımının artması amaçlanmıştır. Ayrıca bu rüzgar türbinleri düşük rüzgar hızlarında güç üretebildikleri için yerleşim yerlerine yakın bölgelerinde hatta bina çatılarında kullanımının yaygınlaştırılması amaçlanmıştır. Daha düşük maliyetlerle üretilen bu rüzgar türbinlerinin kullanımının artması ile rüzgar enerjisinden daha fazla yararlanılması sağlanacaktır ve daha düşük maliyetle elektrik üretimi yapılacaktır. Rüzgardan enerji elde etme oranı fazlalaşacak ve hem insanların enerji için harcadıkları maliyet düşecek hem temiz enerji kullanılarak fosil yakıtlara bağımlılık azalacak hem de küresel ısınmaya karşı önlemler insanların konforundan ödün vermeden alınacaktır.

Literatür Taraması

Literatürde düşey eksenli rüzgar türbinleri ile ilgili ve bu türbinlerin performansını artırma ile ilgili bir çok çalışma bulunmaktadır. Genelde güç katsayısı 0,15 civarında olan Savonius rüzgar türbininin güç katsayısını artırmaya yönelik olan çalışmalar yapılmaktadır. Deneysel verilerini kullandığımız ve bu verileri sayısal olarak doğruladığımız çalışma Hayashi ve diğerlerinin yaptığı çalışmadır. Bu çalışmada Hayashi ve diğerleri klasik Savonius rotorunun tork değişimini azaltmak ve başlama karakteristiğini artırmak amacıyla kanatları arasında 120° derece açı farkı bulunan ve birbirine ekli 3 aşamalı yeni Savonius rotor dizayn etmişlerdir ve rüzgar tüneli testi için bu rotoru imal etmişlerdir. Rüzgar tünelinde klasik Savonius rotor ve yeni tasarımları olan üç aşamalı Savonius rotor üzerinde deneysel olarak çalışmışlardır. Rüzgar tüneli testi sonucunda üç aşamalı rotorun klasik Savonius rüzgar türbinine göre statik ve dinamik tork değişiminin daha iyi olduğunu deneysel olarak ispatlamışlardır. Statik tork ve dinamik tork değişiminin iyi olması rotorun dönmeye başlama karakteristiğinin geliştirdiğini belirtmişlerdir. Üç aşamalı Savonius rotorun değişimi olmayan ve sabit güç katsayısı verdiğini belirtmişlerdir. Tip speed ratio yani rüzgar hızı ile rotor hızı oranı arttıkça güç katsayısında düşme olduğunu belirtmişlerdir. Her iki Savonius rotor için maksimum güç katsayısının $\lambda = 0.8$ de olduğunu ancak üç aşamalı rotorun maksimum güç katsayısının klasik rotora göre daha fazla olduğunu deneysel çalışmalarla belirtmişlerdir [1].

Savonius rotorun performansını artırmaya yönelik bir diğer çalışmada Irabu ve diğerlerinin deneysel olarak rüzgar tünelinde çalıştığı Savonius rotoru bir yönlendirici kutu tüneli içine koyduğu çalışmadır. Irabu ve arkadaşları çalışmalarında değişik rüzgar hızlarında Savonius rotorun güç çıkışını ayarlamak ve geliştirmek ve aynı zamanda güçlü rüzgar altında rotorun zarar görmesini engellemeyi araştırmışlardır. Bu amaçlarını yapabilmek için çalışmalarında yönlendirici bir kutu tüneli kullanmışlardır. Bu kullanılan yönlendirici kutu tüneli içinde Savonius rotorun bulunduğu ve rüzgar giriş çıkışına izin veren bir dikdörtgendir. Yönlendirici kutu tünelin giriş ve çıkışı arasındaki oranı giriş debisini veya giriş gücünü ayarlamak için değişebilir olarak ayarlamışlardır. İlk olarak Savonius rotorun en iyi performansı vereceği kutu konumunu ayarlamak için deneyler yürütmüşlerdir. Deneyleri hem rotor dururken farklı açılarda yaparak statik torku ölçerek hem de rotor dönerken dinamik torku ölçerek yapmışlardır. Yaptıkları deney sonucunda maksimum rotor açısal dönme hızına yönlendirici kutu oranı 0,3 ile 0,7 arasındaki değerlerde ulaşıldığını belirtmişlerdir. Güç katsayısı değeri yönlendirici kutu oranı 0,43 değerinde olduğunda eğer Savonius rotor üç kanatlı ise klasik Savonius rotora göre 1,5 kat daha fazla eğer rotor iki kanatlı ise klasik Savonius rotora göre 1,23 kat fazla olduğunu belirtmişlerdir [2].

Mohamed ve diğerleri Savonius rotorun geri dönen kanadını perdeleyen engel kullanarak Savonius türbinin performansını artırmayı amaçlamışlardır. Bu çalışmada hem iki kanatlı hem de üç kanatlı Savonius türbinin güç çıkış katsayısını artırmak amacıyla yeni bir dizayn düşünmüşlerdir. Ayrıca bu yeni tasarım ile türbinin kendi kendine çalışmaya başlama kabiliyeti geliştirilmesi amaçlanmıştır. Amaçlarını gerçekleştirmek için yaptıkları tasarımda türbinin geri dönen kanadının önüne bir engel perde koyarak hem geri dönen kanadın negatif etkisini azaltmayı hem de akışı ilerleyen kanada yönlendirmeyi amaçlamışlardır. İncelemelerini sayısal bir optimizasyon programında (ANSYS - Fluent) gerçekleştirmişlerdir. Yeni tasarımlarını daha önce yapılmış bir çalışma ile kıyaslamışlardır. Yaptıkları çalışma sonucunda çıkış güç katsayısında %27 artış olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca bu yaptıkları optimizasyonda iki kanatlı Savonius rotorun üç kanatlı Savonius rotora göre daha iyi olduğunu belirtmişlerdir [3].

Kamoji ve diğerleri üzerinde değişiklik yapılmış tek aşamalı Savonius rotor üzerinde deneysel araştırma yapmışlardır. Bu çalışmalarında klasik Savonius rotorun yada üzerinde değişiklik yapılmış klasik Savonius rotorun güç katsayısını artırmaya ve sabit dağılımlı statik tork katsayısı elde etmeyi amaçlamışlardır. Bu düşüncelerini gerçekleştirmek için Savonius rüzgar türbini alt ve üst kısmında bulunan plakalar arasında şaft kullanarak ve şaft kullanmayarak çalışılmıştır. Üzerinde değişiklik yapılmış ve alt ve üst plakalar arasında şaft bulunmayan Savonius rotor açık jet rüzgar türbininde test edilmiştir. Çalışmada geometrik parametrelerin rotorun tork katsayısı, statik tork katsayısı ve güç katsayısı performansı üzerine etkisi incelenmiştir. Çalışmalarında rotorun performansını geliştirmek için kanatların örtüşme oranı, kanat yay açısı, boy en oranı ve Reynolds sayısı parametrelerini incelemişlerdir. Modife edilmiş Savonius rotorun kanat örtüşme oranı değeri 0, kanat yay açısı 124° ve en boy oranı değeri 0,7 olduğunda 150 000 Reynolds sayısı için maksimum güç katsayısı elde edildiğini ve değerinin de 0,15 olduğunu deneysel olarak belirtmişlerdir. Elde edilen bu değer klasik Savonius türbinin güç katsayısı değerinden yüksektir [4].

Nobile ve diğerleri düşey rüzgar türbinini iki boyutlu olarak modellemişlerdir ve değişken rüzgar hızı altında sayısal olarak bir CFD programı kullanarak çalışmışlardır. İlk olarak CFD çözüm için gerekli parametreler olan meshden bağımsızlık, türbülans modeli ve zaman adımı boyutu üzerinde çalışmışlardır çünkü bu parametrelerden çözümün doğruluğunu çok yakından ilgilendirir ve bu parametrelerden çözümün bağımsız olması istenir. Sayısal çalışmalarını rüzgar tüneli test sonuçları ile karşılaştırıp güçlendirmişlerdir ve burada görülmektedir ki geometri simetri olduğu için 2D ve 3D çalışma arasında fark yoktur. Çalışmalarında iki farklı tasarım olan açık rotorlu türbin ile çok rotorlu türbini kıyaslamıştır, çok rotorlu türbinin daha iyi sonuç verdiği görülmüştür [5].

D’Alessandro ve diğerleri Savonius rotorun enerji performansının simülasyonu için yeni bir hesaplama yaklaşımı geliştirmişlerdir. Çalışmalarının doğruluğunu deneysel çalışma ile göstermişlerdir. Deneysel çalışmalarını çevresel rüzgar tünelinde gerçekleştirmişlerdir ve rüzgar hızını 6m/s den 1m/s artırarak 12m/s arasında değiştirerek Savonius rotorun güç ve tork katsayısını ölçmüşlerdir. Deneysel çalışmalarını tamamladıktan sonra Savonius rotor simetri olduğu için iki boyut olarak modelleme yapıp sayısal olarak çözüm yapmışlardır. ANSYS – Fluent ile Matlab’da yazdıkları kodu birlikte çalıştırmışlardır ve deneysel sonuç ile elde edilen sayısal sonucun çok yakın olduğunu belirtmişlerdir. Hem sayısal hem de deneysel sonuçtan rüzgar ve Savonius türbini uç hız oranı λ= 0,75 civarında olduğunda maksimum performans verdiğini göstermişlerdir [6].

Zhou ve diğerleri Savonius rüzgar türbini performansını ve akış alanını detaylı olarak incelemişlerdir. Bu çalışmalarında ki amaçları klasik Savonius tip rotor ile Bach tip rotor üzerindeki değişken akış altında davranışlarını sayısal olarak incelemektir ve bu türbinlerin aerodinamik performanslarını sayısal olarak geliştirmektir. Sayısal çalışmalarını Star-CCM+ programı kullanarak yapmışlardır. Türbini sayısal olarak döndürmek için dönen mesh yapısı kullanılmıştır. Çalışmalarında realizable k-ε türbülans modelini kullanmışlar ve y^+ değerini 1'in altında tutmuşlardır. Üzerinde çalıştıkları bu iki rotor tipini birbirleri ile kıyaslamışlardır ve sayısal sonuçlarını deneysel sonuçlarla kıyaslayarak doğruluğunu göstermişlerdir. Çalışmalarının sonucunda Bach tip rotorun Savonius tip rotora göre tork ve güç performansının daha iyi olduğunu çözüm sonuçları ile göstermişlerdir. Bach tip rotorun daha iyi sonuç vermesinin sebebini akış alanı karakteristiği, basınç dağılımı, hız dağılımından kaynaklandığı belirtilmiştir. Ayrıca kanat arasında ki boşluğun ve kanat yay açısının tork ve güç katsayısına etkisini incelemişleridir, Savonius tip rotorda kanatlar arasında bulunan boşluğun torka az bir olumlu etkisi olduğunu belirtmişlerdir. Bach tip rotorun kanatlarının birbiri arasında boşluk olmamasının merkez performansı açık şekilde iyileştirdiğini ifade etmişlerdir [7].

Kacprzak ve diğerleri klasik ve üzerinde değişiklik yapılmış Savonius rüzgar türbinleri üzerinde sayısal olarak çalışma yapmışlarıdır. Savonius rüzgar türbini performansı için sayısal analizi ANSYS CFX programında yapmışlardır. Sayısal analizden elde ettikleri sonucu deneysel bir başka çalışma ile kıyaslayarak yaptıkları analizin doğruluğunu tespit etmişlerdir. Karşılaştırmalarında laminer – türbülans geçiş modelinin önemini vurgulamışlarıdır. Türbin kanatlarını eliptik olarak modellemişlerdir ve daha önce böyle bir modelin CFD ortamında analizi yapılmadığını vurgulamışlardır. Klasik, eliptik tip Savonius rotor ve Bach tip rotorlar üzerinde çalışmışlar ve bunları kendi aralarında değerlendirmişlerdir. Bütün türbin modellerini farklı hız oranlarında analiz etmişlerdir. Çalışmalarında güç katsayısı, tork katsayısı torkun açı ile değişimini göstermişlerdir. En önemli karakteristik akış yapısı belirlenmiş ve karşılaştırılmıştır. Çalışmalarının son aşamasında rotorun arkasına yerleştirdikleri bir noktadan FFT analiz aracılığı ile girdabı üç farklı model için gözlemlemişler ve incelemişlerdir. Çalışmalarının sonucunda her model için $\lambda = 0.8$ hız oranında maksimum güç katsayısı elde etmişlerdir. Güç katsayısının en yüksek Bach tip rotorda elde edilirken en az klasik tip Savonius rotorda elde edilmiştir. Eliptik Savonius rotorun klasik tip rotora göre daha iyi güç katsayısı vermiştir. $\lambda = 0,2$ ve

λ = 0,4 aralığında eliptik Savonius rotorun performansı diğerlerine göre daha iyi olduğu vurgulanmıştır [8].

Roy ve diğerleri Savonius rüzgar rotoru geliştirme ve dizaynı üzerine sayısal olarak çalışmışlardır. Çalışmalarında farklı hesaplama metotlarını uygulamışlar ve onların problem için uygunluğunu tespit etmeyi ve Savonius rotorun performansını geliştirmeyi amaçlamışlardır. Farklı modelleri deneysel sonuçlarla kıyaslamışlardır, Savonius rüzgar türbini parametrelerini sırayla değiştirerek performansa etkilerini incelemişler ve bunlara bağlı olarak optimum bir model geliştirip klasik Savonius rotor ile kıyaslama yapmışlardır. Sonuç olarak ayrıklaştırma metotlarının ve çözüm modellerinin Savonius rotorun güç ve tork katsayısı gibi değerlerini doğru tahmin etmek için önemli olduğunu belirtmişlerdir. Savonius türbinin performansının hız oranı, kanatların örtüşme oranı, en boy oranı, kanat yay açısı ve kanat sayısı gibi birçok parametreye bağlı olduğunu ifade etmişlerdir [9].

Jaohindy ve diğerleri farklı en boy oranına sahip olan Savonius rotorlarında geçiş kuvvetleri analizini sayısal olarak incelemişlerdir. Sayısal çalışmalarında Reynolds Averaged Navier – Stokes simülasyon modelini her iki Savonius rotor için kullanmışlardır. Sayısal çalışmalarını ticari kodu CD-Adapco Star-CCM+ ve CFdesign 2010 programını kullanarak yapmışlardır. Bir rotorun boy-en oranı 1,1 iken diğer rotorun boy-en oranı 0,7 olarak almışlardır. Elde ettikleri sayısal değerleri deneysel çalışma ile güçlendirmişlerdir. İki rotordan gelen geçiş kuvvetleri, bileşke kuvvetler, eksenel sürükleme ve yan kaldırma katsayıları birbirini tamamlayan deneysel ve sayısal sonuçlar ile değerlendirmişlerdir. Hız oranı λ = 0,6 üzerine çıktığında rotor dönüşüne eksenel sürükleme kuvvetinin etkisi artmakta iken yanal kaldırma kuvvetinin etkisi azalmakta olduğunu belirtmişlerdir. Artan hız oranı ile eksenel kuvvetin artmasından dolayı bileşke kuvvet açısının daha kesinleştiği vurgulamışlardır [10].

Driss ve diğerleri Savonius rüzgar rotorunun performansına kanat örtüşme oranının etkisini deneysel olarak farklı Reynolds sayıları için çalışmışlardır. Bu çalışmalarını yapabilmek için açık rüzgar türbini üzerinde dizayn yapmışlardır. Farklı kanat örtüşme oranları r_{pi} = 0, r_{pi} = 0,1 , r_{pi} = 0,3 ve r_{pi} = 0,3 için Savonius rotorun güç ve dinamik tork katsayısı performansı üzerinde deneysel olarak inceleme yapmışlardır. Çalışmaları sonucunda kanat örtüşme oranının Savonius rotorun performansına etkisi olduğunu belirlemişlerdir. Özellikle kanat örtüşme oranı r_{pi} = 0 olduğunda Savonius rotorun güç katsayısı ve tork katsayısının en yüksek değerine ulaştığı sonucuna deneysel olarak varmışlardır. Bununla birlikte aynı hız oranı için λ örtüşme oranının artması ile güç katsayısında düşüş olduğunu çalışmalarında belirtmişlerdir [11].

Akwa ve diğerleri Savonius rüzgar türbini performansı üzerine farklı bir açıdan bakmışlardır. Savonius türbinlerinin maksimum güç katsayısı aralığı 0,05 ile 0,30 arasında olduğunu belirtmişlerdir. Çalışmalarında Savonius rüzgar türbini performansı üzerinde artış yapmak için gerekli olan bilgileri toplamışlardır. Savonius rotorun performansını çalışma koşulları, geometri ve akış parametrelerinden etkilendiğini belirtmişlerdir. Genelde Savonius türbini performansını etkileyen parametrelerin kanatların arasında bulunduğu plakalar, boy-en oranı, kanat yay açısı ve boşluğu, kanat örtüşme oranı, kanat sayısı, kanat ve rotor şekli, rotor aşaması, Reynolds sayısı, türbülans yoğunluğu ve stator gibi parametrelerin etkilediğini belirtmişlerdir. Çalışmalarını diğer makaleleri inceleyerek konu hakkında bilgi toplama üzerine yapmışlar ve makalelerini Savonius rotor üzerine çalışan araştırmacılar için bir toplu bilgi olarak sunmuşlardır. Amaçları bir çok araştırmacıdan topladıkları bilgileri yeni araştırmacıların Savonius rotorunun performansını artırması için üzerinde duracağı parametreleri göstermek olmuştur [12].

Mizoram ve diğerleri Savonius rotorun farklı rotor açıları için hesaplamalı akışkanlar dinamiği programını kullanarak akış analizini yapmışlardır. Çalışmalarını gerçekleştirmek için iki kanatlı yüksekliği 60cm çapı 17 cm olan Savonius rotoru GAMBIT programı kullanarak dizayn etmişlerdir. Savonius rotor simetrik olduğu için bu rotorun performansını iki boyutta Fluent programı kullanarak tahmin etmişlerdir. Çözümlemelerinde standart k-ε türbülans modeli standart duvar şartlarını kullanmışlardır. İkinci dereceden upwind ayrıklaştırma şekli akışın basınç-hız bileşimine adapte edilmiştir. Statik basınç analizi 0° den 360° dereceye kadar 45°lik adımlarla yapılmıştır. Rotor açısının 90° ye denk gelen üst kısmından ve 270° ye denk gelen alt kısmına kadar olan maksimum statik basınç dağılımını incelemişlerdir. Bu iki 90° ve 270° açıda negatif bölgenin azaldığını ve böylece yüksek tork ve yüksek devir elde edildiğini bunun sonucunda da güç katsayısında artış olduğunu belirtmişlerdir [13].

Shigetomi ve diğerleri iki Savonius türbininin etrafındaki akış alanı etkileşimini incelemişlerdir. Çalışmalarında artık rüzgar türbinlerinin tek tek değil de kombine çalıştığını belirtmişler ve beraber çalışan türbinlerin birbirini güç ve performans açısından etkilemesi deneysel olarak değişmeyen hız çıkışı veren açık jet rüzgar tünelinde yapmışlardır. Çalışmalarında ilk olarak tek bir Savonius türbininin etrafındaki hız dağılımını ve akışı farklı hücum açılarında incelemişlerdir daha sonra iki ve daha fazla Savonius rotorun bir birine yakın akış alanı içine yerleştirmişlerdir. Bu iki türbinin konulduğu akış alanında hız dağılımı, basınç dağılımı incelemişlerdir. Türbinleri akış alanı içinde farklı yerlere konumlandırmışlardır ve birden fazla türbini aynı akış alanı içinde en uygun şekilde nasıl çalışacağını belirlemişlerdir. Türbinleri akışın yönüne göre arka arkaya sıralamak yerine “v” şeklinde sıralamanın daha uygun olduğunu vurgulamışlardır. Bu çalışmalarında ilerde düşey rüzgar türbinlerinin bina çatılarında, şehir içinde küçük alanlarda birden çok rotorun kullanılacağını düşünerek en uygun konumlandırma hakkında bilgi vermek için yapmışlardır [14].

Afungchui ve diğerleri Savonius rotorun aerodinamik performansını vorteks metoduna dayılı incelemişlerdir. Çalışmalarının amacı Savonius rotor üzerindeki lineer olmayan iki boyutlu değişken akışı sayısal olarak belirlemek ve rotorun aerodinamik performansını geliştirmek için uygun bir kod geliştirmektir. Bunun için bir model tasarlamışlar ve modelde kanatları yarı dairesel olarak seçmişlerdir. Bu yarı dairesel iki kanat üzerindeki eğriler girdaplar için modellemişlerdir daha sonra akış alanını Laplace denklemleri ile ifade etmişlerdir. Çok yönlü Neumann sınır koşullarını yarı dairenin eğrileri üzerine uygulamışlar ve Kutta Joukowsky koşulunu da eğrilerin baş ve sonuna uygulamışlarıdır. Geliştirdikleri kodu kullanarak elde ettikleri sabit rotor üzerinde ki tork dağılımı ve dönen rotor üzerindeki değişen basınç alanını bir kaç deneysel sonuçlarla ve diğer sayısal sonuçlarla kıyaslamışlardır. Kıyaslama yaptıkları sayısal sonuçlara göre deneysel verilere daha uygun değerler bulmuşlardır. Ancak bu buldukları sonuçlar $\lambda = 0{,}6$ hız oranına kadar uygunluk gösterirken bundan sonraki hız oranlarında geliştirdikleri kodu viskoz etkilerden dolayı uygun bulmamışlardır [15].

Kamoji ve diğerleri helisel Savonius rotorun performansını test etmişlerdir. Çalışmalarında klasik Savonius rüzgar türbininin bir tur yani 360° döndüğünde bazı açılarda yüksek tork katsayısına sahip iken bazı açılarda 135° den 165° ye kadar ve 315° den 345° ye kadar olan bölgelerde negatif tork verdiğini belirtmişlerdir. Klasik Savonius türbininin bu eksikliğini gidermek ve statik tork değişimini azaltmak için 90° burkulma açısı olan helisel bir Savonius türbini tasarlamışlardır. Farklı boy-en oranında, farklı örtüşme oranında tasarladıkları helisel Savonius rotorları açık jet rüzgar tünelinde deneysel olarak analizlerini yapmışlardır. Bu rotorların statik tork katsayılarını, dinamik tork katsayılarını ve güç katsayılarını ölçmüşlerdir. Helisel rotorların performansını kanatların arasında durduğu plakalar arasında şaft olup olmaması durumunda, kanat örtüşme oranlarının r_{pi} = 0,0 , r_{pi} = 0,1 , r_{pi} = 0,16 olması durumunda ve boy-en oranı A = 0,88 , A = 0,93 , A = 1,17 olması durumunda incelemişlerdir. Plakalar arasında şaft olamayan helisel rotoru klasik Savonius rotor performansı ile kıyaslamışlardır. Sonuç olarak helisel Savonius rotorun bir tur yani 360° dönmesi sonucunda bütün açılarda pozitif güç katsayısı verdiğini test sonuçları ile belirtmişlerdir. Plakalar arasında şaft olmayan helisel rotorun şaft bulunan rotora göre daha iyi güç katsayısına sahip olduğunun sonucuna varmışlardır. Şaftı olmayan, kanat örtüşme oranı r_{pi} = 0,0 olan, ve boy-en oranı A = 0,88 olan helisel Savonius rotorun klasik Savonius rotor ile aynı güç katsayısına sahip olduğunu belirtmişlerdir. Helisel rotor için elde ettikleri tork ve güç katsayısı değerlerini doğrulamak için yaptıkları testleri farklı Reynolds sayılarında tekrarlamışlardır. Helisel Savonius rotorun hız oranı λ = 0,9 olduğunda en düşük güç katsayısı verdiğini ve değerinin C_p = 0,09 olduğunu belirtmişlerdir. Helisel Savonius rotorun en düşük boy-en oranı A = 0,88 değerinde daha iyi performans verdiğini belirtmişlerdir. Helisel rotorların Reynolds sayısına duyarlı olduğunu vurgulamışlardır ve Reynolds sayısı arttıkça rotorun verdiği güç katsayısının arttığını belirtmişlerdir [16].

Nasef ve diğerleri Savonius rotorun performansını statik ve dinamik koşullarda altında değerlendirmişlerdir. Sabit ve dönen ve çeşitli kanat örtüşme oranlarına sahip Savonius rotorların performansını hem deneysel olarak hem de sayısal olarak incelemişler, sayısal çalışmalarında dört farklı türbülans modelini kullanmışlardır. Sayısal çalışmalarını deneysel sonuçlarla karşılaştırarak sayısal çözüme en uygun türbülans modeli belirlemeye çalışmışlardır. Hesaplamalarını statik ve dinamik olarak 0° - 180° aralığında yapmışlardır. Beş farklı rotor üzerinde çalışma yapmışlardır, bu rotorların kanatları yarı dairesel ve eşittir ancak rotorların kanat örtüşme oranlarını sırasıyla, r_{pi} = 0,0 , r_{pi} = 0,15 , r_{pi} = 0,2 , r_{pi} = 0,3 , r_{pi} = 0,5 beş farklı değerde ele almışlardır. Çalışmaları sonucunda SST k-ω türbülans modelinin daha doğru sonuç verdiğini ve standart k-ε değerinin de yaklaşık sonuç verdiğini belirtmiştir. Statik tork katsayısının artan kanat örtüşme oranı ile arttığını ifade etmişlerdir, bunun sebebini de basıncın örtüşme aralığında ki boşluk sayesinde geri dönen kanada pozitif yönde etkisi ile açıklamışlardır. Rotorların döndürülmesi ile elde edilen performans açısından en iyi sonuç değeri kanat örtüşme oranı r_{pi} = 0,15 değerinde olduğunda ölçülmüştür [17].

Damak ve diğerleri 180° bükülme açılı helisel Savonius rotoru deneysel olarak incelemişlerdir. Klasik Savonius rotorların tork katsayısı, güç katsayısı düşük olduğundan dolayı performansları da düşük olduğu için performanslarını artırmak amacı ile 180° bükümlü helisel Savonius rotor üzerinde çalışmışlardır. Çalışmalarını helisel Savonius rotorun aerodinamik performansını ölçmek için açık jet rüzgar tünelinde yapmışlardır. Çalışmalarında özellikle Reynolds sayısının ve kanat örtüşme oranının etkisi üzerinde yoğunlaştırmışlardır. Boy-en oranı A = 1,57 için Re = 79794, Re = 99578, Re = 116064 ve Re = 147059 Reynolds sayılarında deneysel çalışmalarını yürütmüşlerdir. Sonuç olarak Reynolds sayısının ve kanat örtüşme oranlarının helisel rotorun performansına etkisi olduğunu belirtmişlerdir. Klasik Savonius rotor ile helisel rotoru kıyasladıklarında helisel rotorun güç katsayısının daha fazla olduğunu görmüşlerdir. Kanat örtüşme oranı r_{pi} = 0,242 olduğu durumun r_{pi} = 0,0 olduğu duruma göre daha iyi sonuç verdiğini ve artan Reynolds sayısı ile helisel Savonius rotorun güç katsayısının arttığını belirtmişlerdir [18].

2. RÜZGAR TÜRBİNLERİ

Son yıllarda yenilenebilir enerjiye talep yoğun bir şekilde artmaktadır çünkü küresel ısınmayı tetikleyen CO_2 salınımı yoktur ve fosil yakıtların sürekli bir kayak olmadığı herkes tarafından bilinmektedir. Ayrıca yenilenebilir enerji fosil yakıtların aksine sadece bir bölge için değil dünyanın her yerinde üretilebilir, bundan dolayı hem küçük miktarda bireysel hem de büyük miktarda ticari olarak bu enerjiden faydalanılmak istenmektedir. Yenilenebilir enerjiden faydalanma iki şekilde olmaktadır. Bunlardan birisi evrenin enerji kaynağı olan güneş enerjisinden yararlanmak diğeri ise doğal bir kaynak olan rüzgar enerjisinden yararlanmaktır. Aslında rüzgar enerjisi de dolaylı olarak güneş enerjisi sayılabilir. Rüzgar enerjisinden yararlanmak için kullanılan makinalara rüzgar türbinleri denilmektedir. İnsanlar rüzgar enerjisinden sadece bu yüzyılda değil çok eskiden beri değirmenlerde, gemileri hareket ettirme gibi olaylarda yüz yıllardır kullanmaktadır. Bulunduğumuz çağda ise rüzgar enerjisinden genellikle elektrik üretmek için yararlanılmaktadır çünkü dünyanın enerji sistemi, sanayisi, teknolojisi elektrik üzerine kendisini geliştirmektedir. Bu amaçla kullanılan rüzgar türbinleri üzerinde çok sayıda araştırmacı rüzgardan daha fazla yararlanmak için çalışmakta mevcut türbinleri geliştirmektedir. Rüzgar türbinlerini değerlendirmek ve performanslarını daha iyi yorumlamak için bu türbinleri kendi aralarında yatay eksenli rüzgar türbinleri (Şekil 2.1) ve düşey eksenli rüzgar türbinleri (Şekil 2.2) olarak iki gruba ayırmışlardır. Bu iki rüzgar türbini grubunun birbirine göre avantajları ve dezavantajları vardır.

Şekil 2.1. Yatay eksenli rüzgar türbinleri

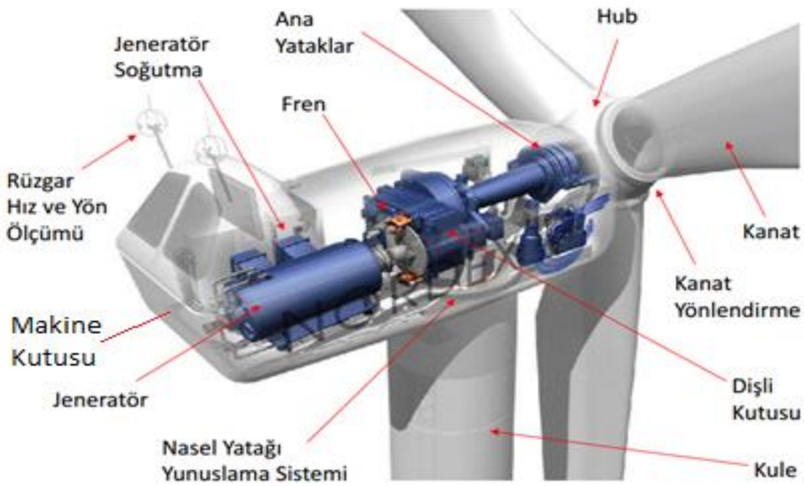
 

Şekil 2.2. Düşey eksenli rüzgar türbinleri

2.1. Yatay Eksenli Rüzgar Türbinleri (HAWT)

Yatay eksenli rüzgar türbinleri bir ve birden fazla kanat yapısına sahip olan ve bu kanatların yatay eksendeki rotora bağlı olduğu türbinlerdir. Çok kanatlı rüzgar türbinleri çiftliklerde su pompalamak için küçük amaçlı işler için kullanılırken iki veya üç kanatlı rüzgar türbinleri, modern rüzgar türbinleri, günümüzde elektrik üretmede rüzgar tarlalarında kullanılmaktadır. Bu türbinlerin verimliliği ve gücü düşey eksenli rüzgar türbinlerine göre oldukça yüksektir.

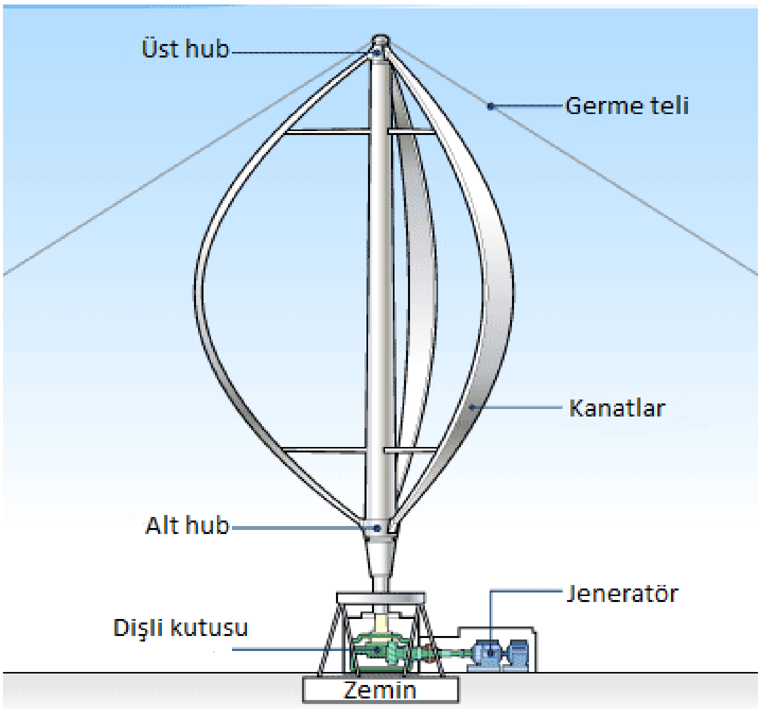
Yatay eksenli rüzgar türbinlerinin yer konumuna göre rotoru yatay eksende çalışır ve rüzgardan en iyi yararlanabilmesi için kanatları rüzgar akış yönünde olmalıdır. Bu sebeple yatay rüzgar türbinlerinin rotoru kendi etrafında 360° dönebilen bir makine kutusu üzerine yerleştirilir. Bu makine kutusu rüzgar yönüne göre kanatların konumunu ayarlamak için dişliler vasıtası ile döner. Makine kutusunun üzerinde ek olarak dişli kutusu jeneratör ve enerji dönüşümü için gerekli olan donanımlar bulunmaktadır ayrıca bakım yapacak personelin çalışacağı alan mevcuttur. Makine kutusu da kanatların çalışması için ve rüzgardan iyi şekilde yararlanılması için yer seviyesinden belli bir yüksekliğe bir kulenin üzerine konularak yerleştirilir. Kanatlar kendi etrafında dönebilmesi için hub denilen mekanizmaya bağlanırlar. Hub da dişli kutusuna giden mile bağlanır (Şekil 2.3). Yatay eksenli rüzgar türbinleri genellikle iki üç ya da çok kanatlı olarak dizayn edilirler. Yatay eksenli rüzgar türbinleri güç katsayısı yüksek olduğu için elektrik üretiminde kullanılırlar ancak ilk kurulum maliyetleri, kule, makine kutusu vb. ihtiyaçlarından dolayı oldukça yüksektir ayrıca bu rüzgar türbinlerinin bakım maliyetleri de yüksektir. Düşük frekansta ses ürettikleri için etrafındaki canlılara zarar verebilirler. Genellikle yerleşim yerlerinden uzağa konumlandırılırlar.



Şekil 2.3. Yatay eksenli rüzgar türbininin genel yapısı

2.2. Düşey Eksenli Rüzgar Türbinleri

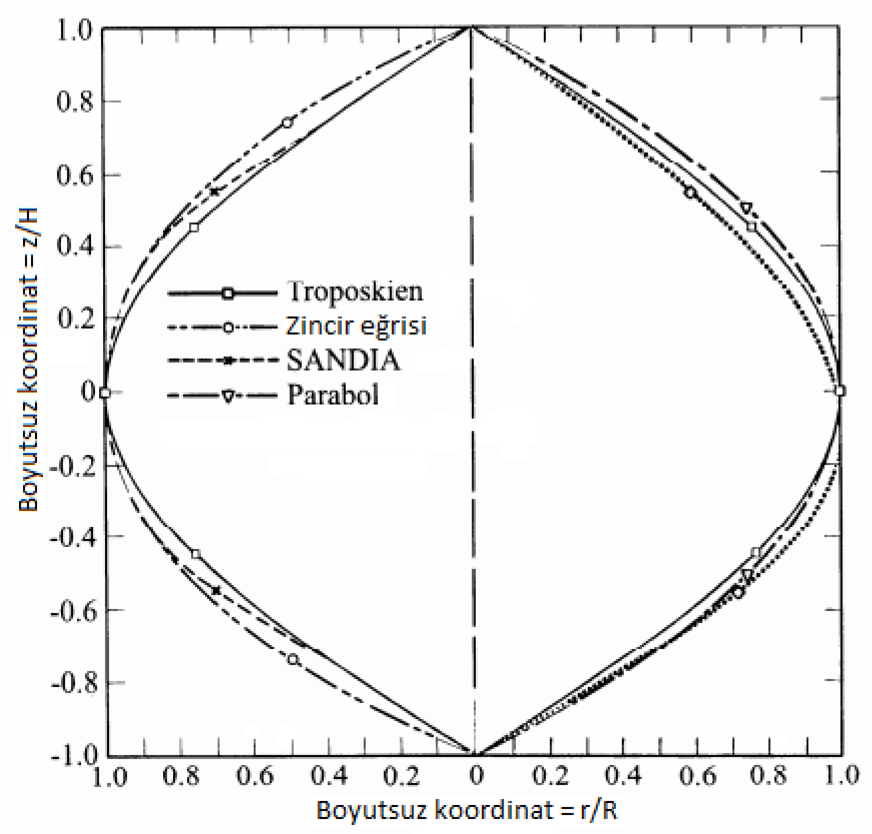
Düşey eksenli rüzgar türbinlerinin kanatları düşey konumlandırılmış bir rotorun üzerine yerleştirmiştir. Bu türbinlerden birisi hem sürükleme hem de kaldırma kuvvetinin etkisi ile dönen Darrieus tip rüzgar türbini diğeri ise sürükleme etkisi ile dönen Savonius tipi rüzgar türbinidir. Kanatları düşey yerleştirildiği için yatay rüzgar türbinlerinin aksine rüzgar hangi yönden gelirse gelsin yön değiştirmelerine ve bunun için ekipmanlara ihtiyaç duymazlar. Düşey oldukları için jeneratör, dişli kutusu vb. ekipmanları yer seviyesinde konumlandırılırlar ve bunlar için bir kuleye ihtiyaç yoktur. Bakımları makine kutusu yer seviyesinde olduğu için daha rahat yapılabilir. Tasarımları basit ve uygulanabilirlikleri basittir. Dönmeye başlama torkları düşük olduğu için yatay eksenli rüzgar türbinlerine göre daha düşük rüzgar hızlarında dönebilirler. Ancak güç katsayıları düşük olmasından dolayı çiftliklerde vb. yerlerde su pompalamak gibi basit işlerde kullanılmaktadırlar fakat yeni tasarımlarla güç katsayıları artırılma yoluna gidilerek elektrik üretiminde kullanımları amaçlanmaktadır. Dönerken sessiz çalıştıkları için ve dönme hızlarını yatay eksenli rüzgar türbinlerine göre daha az olması sebebiyle şehirlerde kullanımı güvenlidir. Yatay eksenli rüzgar türbinlerine göre daha az kurulum ekipmanına ihtiyaçları olduğu için ilk kurulum maliyetleri düşüktür ve bakım maliyetleri de düşüktür.



Şekil 2.4. Düşey eksenli (Darrieus tip) rüzgar türbininin genel yapısı

2.2.1. Darrieus tip rüzgar türbini

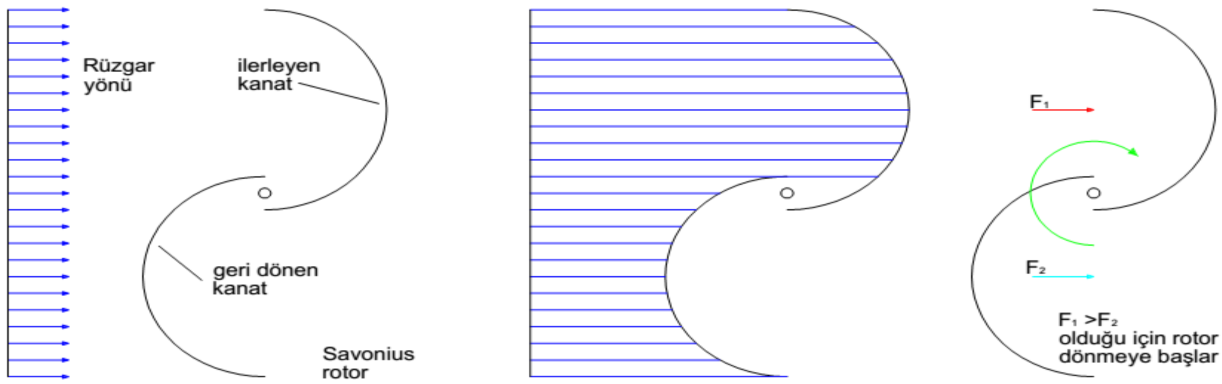
Düşey eksenli rüzgar türbinlerinden biri olan Darrieus tip rüzgar türbininin patenti 1931 yılında G.J.M. Darrieus tarafından alınmıştır ve Darrieus tip rüzgar türbininin eğimli kanatlarının şekli esnek bir kablonun döndürülmesine benzer olarak tanımlanmıştır (Şekil 2.4). Bu türbinin performansı üzerinde ilk bilinen rüzgar tüneli ölçümleri R.S. Rangi ve P. South tarafından National Research Council of Canada gerçekleştirilmiştir. Daha sonra yapılan ölçümlerde kanat sayısı, rotor vb. ekipmanların üzerinde performans araştırması yapılmıştır. Genellikle Darrieus eğimli kanatları hakkında araştırma geliştirme ve ticarileştirme kuzey Amerika tarafından yapılmıştır. Günümüzde ticari olarak kullanılan orta güçlü Darrieus rüzgar türbini 250 kW ve daha fazla güç üretebilmektedir. Kurulum maliyeti kW başına 1,000 dolarak denk gelmektedir. Darrieus türbininin en önemli avantajlarından biri gelişmiş aerodinamik performansıdır. Bu ise tabandan ekvatora kadar konik olan kanat profillerinin kombinasyonlu şekilde kullanılması ile başarılmıştır ve enerji maliyetini yaklaşık %15 azaltmaktadır (Şekil 2.5) [19]. Darrieus rotorda kullanılan kanat profilleri genellikle NACA0012, NACA0015, NACA0018, NACA0021 gibi simetrik kanat profilleridir. Darrieus rüzgar türbinlerinin içi Parabol, zincir eğrisi, Troposkien, SANDIA gibi farklı rotor şekilleri vardır ve Parabol rotor şekli ideal Troposkien (esnek bir kablonun çevrilmesi ile oluşan şekil) şekline en yaklaşık şekildir.



Şekil 2.5. Darrieus tip rüzgar türbininin farklı rotor yapıları [19]

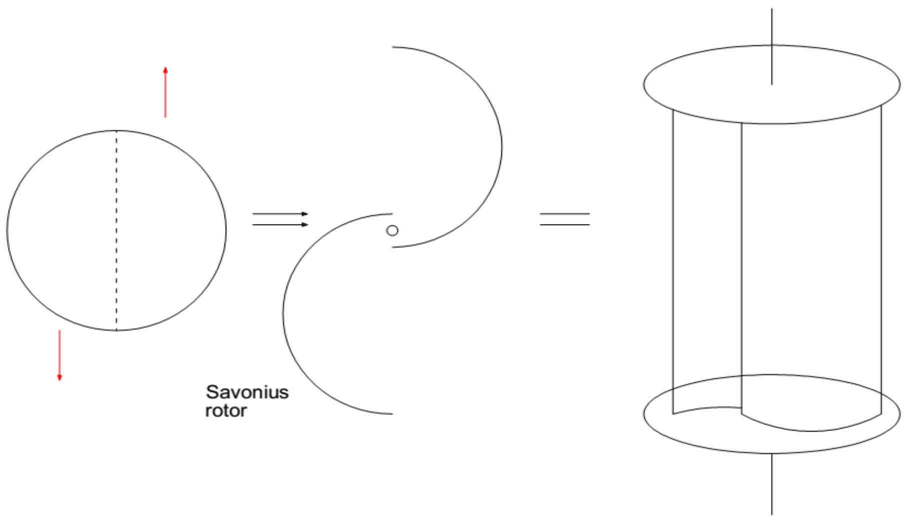
2.2.2. Savonius tip rüzgar türbini

Rüzgarın sürükleme kuvveti etkisi ile çalışan düşey eksenli bir diğer rüzgar türbini ise ismini Finli mucit Sigurd Savonius dan alan Savonius rüzgar türbinidir. Savonius rotor dikey konumda duran silindirin ortadan ikiye kesilmesi ve kaydırılması ile elde edilen ve “S” şeklinde olan bir rotordur. Bu rotorun çalışma prensibi belirli bir hızla gelen rüzgarın rotora çarpması ile yarım daire silindirin iç kısmında pozitif diğer yarım daire silindirin dış kısmında negatif bir moment oluşur ve iç kısımda oluşan moment dış kısımda ki momente göre daha büyüktür ve aradaki bu farktan dolayı Savonius rotor dönmeye başlar, aşağıda ki şekilde (şekil 2.6. da) rotorun dönme aşaması verilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi rüzgarın kanatlara (yarı silindirlere) çarpması ile rüzgara iç tarafı dönük olan kanada yani ilerleyen kanada gelen basınç dolayısıyla oluşan kuvvet geri dönen kanada gelenden daha fazladır. Böylece merkez noktaya göre ilerleyen kanadın momenti geri dönene göre daha fazla olduğu için Savonius rüzgar türbini dönmeye başlar. Düşey eksenli rüzgar türbinleri için rüzgarın yönü genellikle önemli değildir. Bu yüzden rüzgar hangi yönden eserse essin türbin bazı kritik noktalar hariç dönmeye ve güç üretmeye başlayacaktır.



Şekil 2.6. Savonius tip rüzgar türbini ve dönme mekanizması

Savonius rüzgar türbinine teknoloji gereksinimi, üretimi ve dizaynı basit olduğu için gelişmekte olan ve gelişmiş ülkeler için talep vardır. Ancak güç katsayısı düşük olduğu için üzerinde birçok yeni tasarımlar ve araştırmalar yapılmaktadır. Basit bir Savonius rotoru bir yağ varilini dikey olarak ortadan ikiye kesip yatay eksen üzerinde hareket ettirilerek "S" şeklinde rotor elde edilebilir. Şekil 2.7. de gösterilmiştir.



Şekil 2.7. Basit bir Savonius rotorun elde edilmesi

Savonius tip rüzgar türbinleri düşük rüzgar hızında dönebildiği, sessiz çalıştığı için yaşam alanına yakın bölgelere hatta şehirlerin içine kurulabilir ve kurulumu basit olduğu ve kolayca imalatı yapılabildiği için maliyetleri de diğer türbin çeşitlerine göre oldukça düşüktür. Yatay eksenli türbinlerle kıyaslandığında güç katsayıları düşüktür ve bu yüzden genelde çiftliklerde tarlalarda tarım arazilerinde su pompalama işlemlerinde kullanılmışlardır. Ancak yeni tasarımlar sayesinde güç katsayısı artırılmış ve elektrik üretmek için bu türbinlerden faydalanma yoluna gidilmiştir.

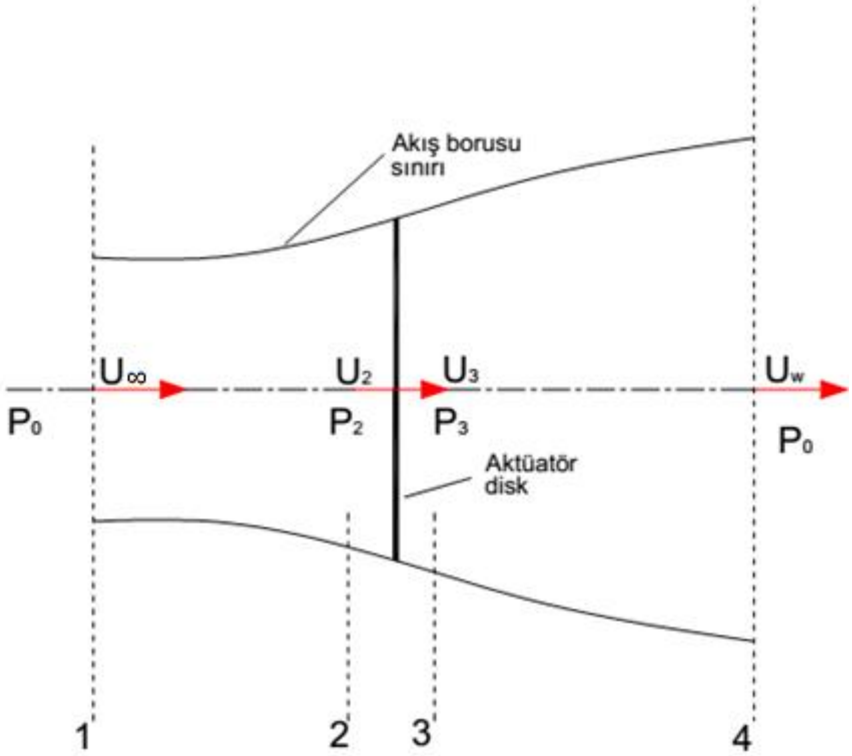
2.3. Rüzgar Türbinlerinin Aerodinamiği

Rüzgar türbinlerinin güç üretimi rotor ve rüzgarın etkileşimine bağlıdır. Rüzgar türbini performansını etkileyen ana unsurlardan birisi rüzgar tarafından üretilen aerodinamik kuvvetlere bağlıdır. Rüzgar türbinin rüzgar ile etkileşime girdiği kısım rüzgar türbini kanatlarıdır. Günümüzde yatay eksenli ve bazı düşey eksenli rüzgar türbini kanat dizaynları rüzgarın içindeki kullanılabilir enerjiyi kinetik enerjiye çevirmek için kanat profillerini kullanmaktadır. Yani uygun veya optimum bir kanat tasarımı yapmak için kanat profillerinin karakteristiği bilinmelidir. Bir çok araştırmacı kararlı halde rüzgar türbinlerinin performansını tahmin edebilmek için farklı metotlar türetmişlerdir. Rüzgar türbinleri performansını ölçmek için 1935 yılında Betz ve Glaurt tarafından bir teori geliştirilmiştir. Daha sonra bu teori bilgisayarlarda kullanılması için Wilson ve Lissaman tarafından düzenlenmiştir [21]. Bu geliştirilen metotların hepsi momentum teorisi ve kanat elemanı teorisinin birleştirilerek, dairesel rotorun performans karakteristiğini yapabilecek tek bir teori ile sağlanabilmiştir. Sırasıyla bu teoriler geniş bir şekilde açıklanacaktır.

2.3.1. Doğrusal momentum teorisi ve betz limiti

Rüzgar türbinlerinin analizine başlamak için özel dizayn edilmiş bir türbine gerek yoktur, burada işlemi rüzgardan enerji çıkarma prosesi olarak düşünebiliriz. Performans hesabı yapmak için rüzgar türbininin yerine basit bir rüzgar türbini gibi düşünülebilen aktüatör disk yerleştirilebilir. Bu aktüatör disk dairesel bir disktir ve içerisinden hava akışı olduğu düşünülmektedir. Aşağıdaki şekilde (şekil 2.8) detaylar gösterilip gerekli hesaplamalar ve açıklamalar yapılacaktır.

Akış tüpünün girişinde ve çıkışında hava basıncı P_0 atmosfer basıncıdır ve hızlar giriş için U_∞ ve çıkış için U_w olarak alınmıştır. Aktüatör diskin giriş hızı ve basıncı U_2 ve P_2 olarak, çıkış hızı sırasıyla U_3 ve P_3 olarak alınmıştır. Aktüatör diskten geçen hava enerjisinin bir kısmını bırakacaktır bu enerji rüzgar türbininden elde edilen enerji olacaktır. Enerji kaybeden havanın basıncı düşecektir. Ancak hava debisinde bir değişme olmayacaktır. Hesaplamanın başlangıcı için aktüatör disk teorisini vurgulamak önemlidir ve bu teori türbinin genel verimini tartışırken kullanılabilir fakat bu teori türbin kanadı tasarımı için ve arzu edilen performansı ölçmek için ve bu performansa ulaşmak için kullanılamamaktadır. Bunun sebebi ise aktüatör disk modeli bazı varsayımlara dayanmaktadır bu varsayımlar, sürtünme direncinin ihmali, homojenlik, sıkıştırılamaz akış, kararlı halde akış, disk üzerinde hızın giriş ve çıkışı sabit olduğu, basınçta değişme olduğu ve sonsuz kanat sayısıdır.



Şekil 2.8. Hesaplamalar için aktüatör disk modeli

Şekilde görülen disk modelinde kütlesel debi her yerde aynıdır, bu yüzden süreklilik denkleminden eşitlik (2.1) elde edilir

$$\rho A_\infty U_\infty = \rho A_3 U_3 = \rho A_w U_w \tag{2.1}$$

Disk boyunca hızın süreklilik varsayımından eşitlik (2.2) elde edilir

$$U_2 = U_3 = U_R \tag{2.2}$$

Lineer momentum korunumundan aktüatör disk kontrol hacminde oluşan itme kuvvetini eşitlik (2.3) ile ifade edebiliriz.

$$T = \dot{m}(U_\infty - U_w) \tag{2.3}$$

Aktüatör diskin her iki tarafına akış sürtünmesiz ve her hangi bir iş ya da enerji değişimi olmadığı için Bernoulli uygulanırsa sırasıyla eşitlik (2.4) ve (2.5) elde edilir.

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho U_R^2 \tag{2.4}$$

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho U_w^2 = P_3 + \frac{1}{2}\rho U_R^2 \tag{2.5}$$

Bu eşitlikleri taraf tarafa çıkartırsak,

$$\Delta P = P_2 - P_3 = \frac{1}{2}\rho(U_\infty^2 - U_w^2) \tag{2.6}$$

Eşitlik (2.6) yani aktüatör disk giriş ve çıkışındaki basınç farkını veren denklem elde edilir.

Eşitlik (2.3) de verilen itme kuvvetini aynı zamanda diskin iki bölgesi arasındaki kuvvetler farkını kullanarak tekrar yazarsak

$$T = A(\Delta P) \tag{2.7}$$

$$T = \frac{1}{2}A\rho(U_\infty^2 - U_w^2) \tag{2.8}$$

Eşitlikleri elde edilir.

Eşitlik (2.3) ile eşitlik (2.8) birleştirilir ve hız çekilirse, ve aktüatör disk üzerinde süreklilik denklemi $\dot{m} = A\rho U_R$ ifadesi göz önüne alınırsa

$$T = \dot{m}(U_\infty - U_w) = \frac{1}{2}A\rho(U_\infty^2 - U_w^2) \Rightarrow \mathrm{U}_R = \frac{U_\infty + U_w}{2} \tag{2.9}$$

Eşitliği elde edilir. Yani eşitlikten görüldüğü gibi aktüatör disk rotorunda hız giriş ve çıkış hızlarının ortalamasına eşittir.

Eğer rotor ile serbest akış arasındaki hızdaki düşüş eksenel bir indüksiyon faktörü ile tanımlanırsa [21]

$$\alpha = \frac{U_\infty - U_R}{U_\infty} \tag{2.10}$$

$$U_R = U_\infty(1-\alpha) \tag{2.11}$$

Denklemleri elde edilir. (2.11) denklemi ile (2.9) denklemi birleştirilirse

$$U_\infty(1-\alpha) = \frac{U_\infty + U_w}{2} \Rightarrow U_\infty(1-\alpha) - \frac{U_\infty}{2} = \frac{U_w}{2} \Rightarrow U_w = U_\infty(1-2\alpha) \tag{2.12}$$

Eşitlik (2.12) elde edilir. Denklemlerden de görüleceği gibi eğer eksenel indüksiyon faktörü sıfırdan başlayıp artarsa rotorun arkasındaki rüzgar hızı git gide yavaşlamaya başlar, ve α = 1/2 olduğunda rotorun arkasında ki rüzgar hızı $U_w = 0$ olur ve bu teori artık uygulanamaz.

Güç çıkışı, P, rotorda oluşan itmenin rotorun hızı ile çarpımı ifadesinden,

$$P = TU_R = \frac{1}{2}\rho A(\mathrm{U}_\infty^2 - \mathrm{U}_w^2)\,\mathrm{U}_R \tag{2.13}$$

Eşitlik (2.13) elde edilir ve denklem (2.10) ve (2.11) eşitlikleri de ele alınarak düzenlenirse,

$$P = \frac{1}{2}\rho AU^3 4\alpha(1-\alpha)^2 \tag{2.14}$$

Elde edilir. Rüzgar türbinlerinin performansı, genellikle karşılaştırmaların kolay olması için ve performans artışlarındaki değerlendirmelerin daha iyi anlaşılabilmesi için güç katsayısı C_p ile karakterize edilir.

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho U^3 A} \tag{2.15}$$

Aynı şekilde güç katsayısını

$$C_p = 4\alpha(1-\alpha)^2 \tag{2.16}$$

ifadesi ile de eksenel indüksiyona bağlı şekilde gösterebiliriz.

Maksimum güç katsayısının değerini bulmak istersek eşitlik (2.16)'nın eksenel indüksiyona göre bir kez türevini alıp sıfıra eşitlersek, maksimum değeri veren α ifadesinin 1/3 olduğu görülecektir.

$$\frac{dC_p}{d\alpha} = 0 \Rightarrow 3\alpha^2 - 4\alpha + 1 = 0 \Rightarrow \alpha = 1/3$$

Bu ifadeye göre maksimum güç katsayısı,

$$C_{p,\max} = 4\frac{1}{3}(1-\frac{1}{3})^2 = \frac{16}{27} = 0,5926$$

Elde edilir. Elde edilen bu 0,5926 ifadesi Betz limiti olarak bilinmektedir ve teorik olarak bir rotordan elde edilebilecek maksimum güç katsayısıdır [21].

Rotorda eksenel itme kuvveti ise eşitlik (2.8), (2.11), (2.12) kullanılarak düzenlenirse

$$T = \frac{1}{2}A\rho U^2 4\alpha(1-\alpha) \tag{2.17}$$

Denklemi ile ifade edilebilir. Güç katsayısında olduğu gibi itme katsayısı da boyutsuz olarak gösterilmektedir. Bu ifadeye göre aşağıda ki eşitlik (2.18) elde edilir.

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho U^2 A} \tag{2.18}$$

Ve itme katsayısını güç katsayısına benzer şekilde

$$C_T = 4\alpha(1-\alpha) \tag{2.19}$$

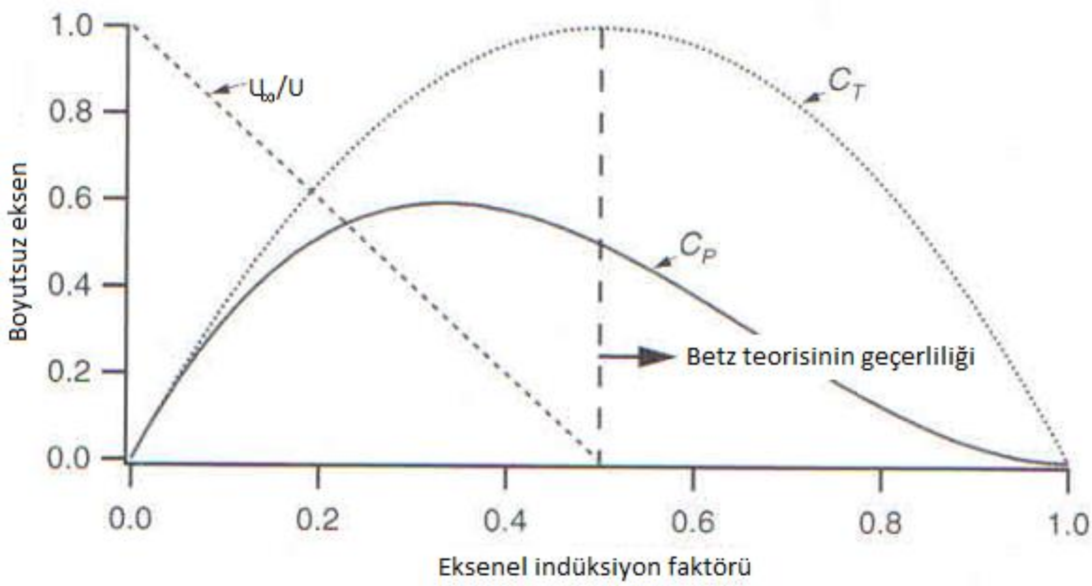
Eşitliği ile göstermek mümkündür. İtme katsayısının maksimum değerini veren eksenel indüksiyon değerini bulmak için itme katsayısının türevi alınıp sıfıra eşitlenirse,

$$\frac{dC_T}{d\alpha} = 0 \Rightarrow 4 - 8\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 1/2$$

Bu ifadeye göre ideal rotor için maksimum itme katsayısı,

$C_{\mathrm{T,max}} = 4\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2}) = 1$, Olarak bulunur.

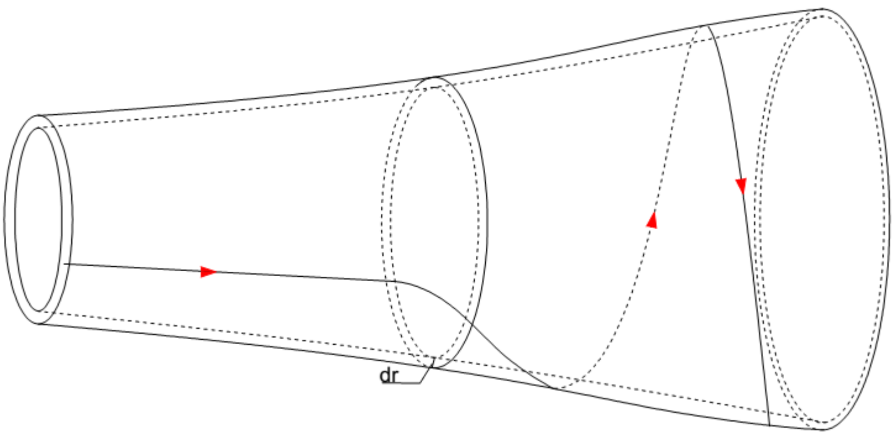
Maksimum güç katsayısını veren α = 1/3 için itme katsayısının değeri ise $C_{\mathrm{T}} = 8/9$ olarak bulunur. Bulunan bu değerlerin hızdaki değişime göre ve eksenel indüksiyon faktörüne göre değişimi aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Şekil 2.9. C_p, C_T değerlerinin eksenel indüksiyon faktörü ile değişimi [21]

2.3.2. Açısal momentum teorisi

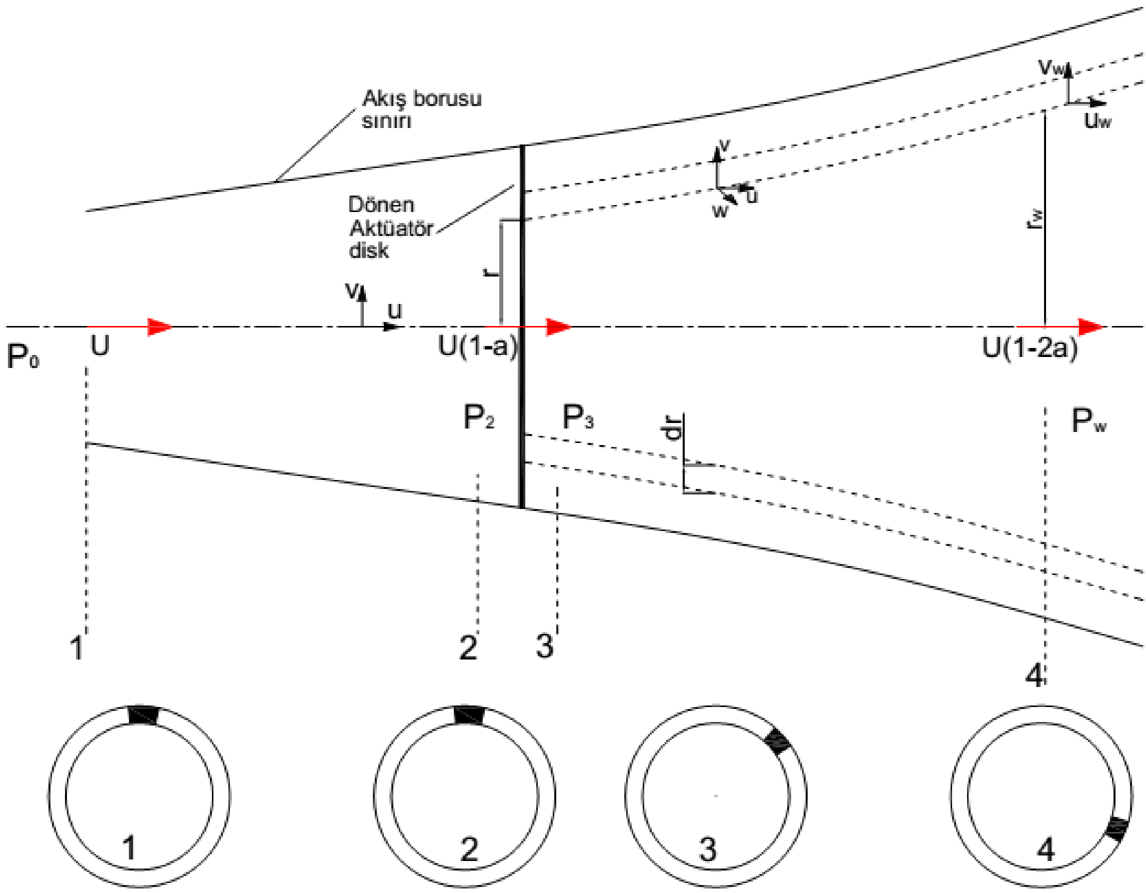
Bir önceki doğrusal momentum teorisi çalışmasında, bir dönmenin olmadığı varsayımı ile analiz yapılmıştı, bu analizi dönen rotorun açısal bir momentum oluşturacağı durumu düşünerek genişletebiliriz. Rüzgar türbini rotorunun dönmesi durumunda, rotorun arkasında ki akış, rotor üzerinde akış tarafından uygulanan torka tepki olarak rotor ile ters yönde döner, bu akış için açısal akış borusu modeli aşağıdaki şekilde gösterilmiştir [21].



Şekil 2.10. Rotordan geçen rüzgarın hareketi [21]

Rotorun üzerinden geçen havadan tork elde etmesi sonucunda hava da etki tepkiden dolayı aynı eşitlikte fakat zıt yönde torka maruz kalır. Tepkime sonucunda çıkan tork havanın rotora zıt yönde dönmesine sebep olur yani hava açısal bir momentum kazanır ve hava partiküllerinin izi eksenel ve teğetsel hız bileşenlerine sahip olur. Hava hızının teğetsel bileşiminin olması havanın kinetik enerjisini artırır ki bu olayda havanın iz bölgesinde statik basıncının düşmesi ile sonuçlanır.

Aşağıdaki şekil üzerinde bu analiz için parametreler verilmiştir. ω akışın açısal hızı, Ω rüzgar türbini rotorunun açısal hızı olarak alınmıştır. Teğetsel hız rotordan geçtikten sonra başlamaktadır ve tüm pozisyonlarda aynı değildir. Aynı şekilde buna bağlı olarak eksenel hızda değişmektedir. Bu iki hızın değişkenliğini incelemek için rotor pervanesi yarıçapı r ve kalınlığı dr olan dairesel bir halka olarak ele alınmıştır. Teğetsel hızdaki değişimi teğetsel hız indüksiyon faktörü terimi a' ile ifade edilmektedir. Diskin girişinde teğetsel hız sıfırdır. Diskin hemen çıkışında teğetsel hız $2\Omega ra^{'}$ diskin ortasında, dönme ekseninden r kadar radyal uzaklıkta teğetsel hız $\Omega ra^{'}$ olarak ifade edilir.



Şekil 2.11. Rotor analizi için oluşturulan geometri

Akışın süreklilik denklemi rotor düzleminden başlayıp halka için uygulanırsa eşitlik (2.20) yazılabilir,

$$u_w r_w dr_w = urdr \tag{2.20}$$

Açısal momentumun korunumundan

$$w_w r_w^2 = wr^2 \tag{2.21}$$

Aynı zamanda açısal momentum dengesinin farklı halka elemanlarında oluşturduğu tork eşitlik (2.22) ile yazılabilir,

$$dQ = \rho uwr^2 dA \tag{2.22}$$

Burada $dA = 2\pi rdr$ olarak alınmaktadır.

Basınçlar arasında ki ilişkiyi elde etmek için disk girişi önünde bir enerji çıkarımı olmadığı için ve aynı şekilde disk çıkışından sonra bir enerji çıkarımı olmadığı için 1 ve 2 , 3 ve 4 bölgelerinde Bernoulli denklemi uygulanabilir. Sırasıyla aşağıda ki eşitlikler elde edilir,

$$H_0 = p_0 + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho(\mathrm{u}^2 + \upsilon^2) \tag{2.23}$$

$$H_1 = p_3 + \frac{1}{2}\rho(\mathrm{u}^2 + \upsilon^2 + w^2 r^2) = p_w + \frac{1}{2}\rho(\mathrm{u}_w^2 + r_w^2 w_w^2) \tag{2.24}$$

Elde edilen bu eşitlikleri birbirinden çıkartırsak,

$$H_0 - H_1 = p^{'} - \frac{1}{2}\rho(w^2 r^2) \tag{2.25}$$

Elde edilir. Eşitlik (2.25)'in anlamı,

Kanadın torku tarafından akışkana verilen dönme hareketinin kinetik enerjisi $-\frac{1}{2}\rho(w^2 r^2)$ ifadesine eşittir. Rotorun her iki tarafındaki toplam basınç farkı

$$\begin{aligned} p_0 - p_w &= \frac{1}{2}\rho(\mathrm{u}_w^2 - \mathrm{U}^2) + \frac{1}{2}\rho w_w^2 r_w^2 + (H_0 - H_1) \\ p_0 - p_w &= \frac{1}{2}\rho(\mathrm{u}_w^2 - \mathrm{U}^2) + \frac{1}{2}\rho(w_w^2 r_w^2 - w^2 r^2) + p^{'} \end{aligned} \tag{2.26}$$

2 ve 3 arasına Bernoulli denklemini uygularsak basınç düşüşü şöyle ifade edilebilir,

$$p^{'} = \frac{1}{2}\rho[-\Omega^2 + (\Omega + \mathrm{w})^2]\mathrm{r}^2 = \rho\left(\Omega + \frac{w}{2}\right)wr^2 \tag{2.27}$$

Elde edilen (2.27) eşitliğini (2.28) eşitliğine yazarsak,

$$p_0 - p_w = \frac{1}{2}\rho(\mathrm{u}_w^2 - \mathrm{U}^2) + \rho\left(\Omega + \frac{w}{2}\right)w_w r_w^2 \tag{2.28}$$

Akış borusu için 4 noktasında ki basınç değişimini şu şekilde yazabiliriz,

$$\frac{dp_w}{dr_w} = \rho r_w w_w^2 \tag{2.29}$$

Eşitlik (2.28) in r_w ye göre kısmi türevini alıp eşitlik (2.29) a eşitlersek

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dr_w}(\mathrm{U}^2 - \mathrm{u}_w^2) = (\Omega + w_w)\frac{d}{dr_w}(w_w r_w^2) \tag{2.30}$$

Eşitliği elde edilir. Verilen halkasal kanat elemanı için eksenel momentum denklemi eşitlik (2.31) ile yazılabilir,

$$dT = \rho u_w(\mathrm{U} - u_w)dA_w + (p_0 - p_w)dA_w \tag{2.31}$$

$dT = p^{'}dA$ olduğu için ayrıca dT eşitliğini

$$dT = \rho\left(\Omega + \frac{w}{2}\right)wr^2 dA \tag{2.32}$$

İfadesi olarak yazabiliriz.

Ayrıca, (2.20), (2.26), (2.31), (2.32), eşitliklerinin birleştirilmesinden

$$\frac{1}{2}(\mathrm{U}-u_w)^2 = \left(\frac{\Omega + w_w/2}{u_w} - \frac{\Omega + w/2}{U}\right)u_w w_w r_w^2 \tag{2.33}$$

Eşitliğini elde ederiz. Eksenel hızları $u = U(1-\alpha)$, $u_w = U(1-b)$ olarak tanımlanırsa,

$$\alpha = \frac{b}{2}\left[1 - \frac{(1-\alpha)b^3}{4\lambda^2(b-\alpha)}\right] \tag{2.34}$$

Burada $\lambda = {}^{\Omega R}\!/_{U}$ olarak hız oranları şeklinde ifade edilir.

Ayrıca itme ifadesi diferansiyel olarak

$$\begin{aligned} dT &= 2\rho u(u-U)dA \\ dT &= 4\pi\rho U^2\alpha(1-\alpha^{'})rdr \end{aligned} \tag{2.35}$$

Eşitliği ile ifade edilebilir. Eşitlik (2.27) ifadesi kullanılarak (2.35) eşitliğini tekrar düzenlersek,

$$\begin{aligned} dT &= p^{'}dA \\ dT &= 2\pi\rho(\Omega + w/2)wr^3dr \end{aligned} \tag{2.36}$$

Eşitliği ile yazılabilir ve açısal indüksiyon faktörünü $\alpha^{'} = w/2\Omega$ ile ifade edilirse eşitlik (2.36) buna göre tekrar düzenlenirse

$$dT = 4\pi\rho\Omega^2\alpha^{'}(1+\alpha^{'})r^3dr \tag{2.37}$$

ifadesi elde edilir. Eksenel indüksiyon faktörü ile açısal indüksiyon faktörü arasındaki ilişkiyi (2.36) ile (2.37) ifadelerini birbiri ile eşitleyerek bulabiliriz ve buradan aşağıdaki eşitlik elde edilebilir.

$$\frac{\alpha(1-\alpha)}{\alpha^{'}(1+\alpha^{'})} = \frac{\Omega^2 r^2}{U^2} = \lambda_r^2 \tag{2.38}$$

Eşitlik (2.22) kullanılarak diferansiyel eleman için hesaplanan tork

$$dQ = 4\pi\rho U\Omega\alpha^{'}(1-\alpha)r^3dr \tag{2.39}$$

Eşitliği ile ifade edilir. Üretilen güç ise $dP = \Omega dQ$ eşitliği ile ifade edilebilir bunu (2.39) ile birleştirirsek

$$dP = \frac{1}{2}\rho AU^3\left[\frac{8}{\lambda^2}\alpha^{'}(1-\alpha)\lambda_r^3 d\lambda_r\right] \tag{2.40}$$

Eşitliği elde edilir, ve güç katsayını diferansiyel eleman için eşitlik (2.41) ile yazılır.

$$dC_p = \frac{dP}{1/2\rho AU^3} \tag{2.41}$$

Eşitlik (2.40) eşitlik (2.41) içine yazılırsa ve hub uç oranından, λ_r, uç hız oranına,λ, kadar integre edilirse rotor için toplam güç katsayısını veren ifade bulunur.

$$C_p = \frac{8}{\lambda^2}\int_{\lambda_r}^{\lambda} \alpha^{'}(1-\alpha)\lambda_r^3 d\lambda_r \tag{2.42}$$

Eşitlik (2.38) den $\alpha^{'}$ ifadesi çekilirse,

$$\alpha^{'} = -\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1+\frac{4}{\lambda_r^2}\alpha(1-\alpha)} \tag{2.43}$$

eşitliği elde edilir. Eşitlik (2.42) de görülen $\alpha^{'}(1-\alpha)$ terimi maksimum değerini aldığında maksimum güç üretimi olacaktır. Eşitlik (2.43) de verilen $\alpha^{'}$ifadesini $\alpha^{'}(1-\alpha)$ yerine yazıp α ya göre türev alıp sıfıra eşitlersek,

$$\lambda_r^2 = \frac{(1-\alpha)(4-\alpha)^2}{1-3\alpha} \tag{2.44}$$

eşitliği elde edilir, bu eşitlik maksimum güç için eksenel indüksiyon faktörünün yerel hız oranının bir fonksiyonu olduğunu tanımlar. Denklem (2.44) eşitlik (2.38) e yazılırsa maksimum güç için açısal indüksiyon faktörünün eşitliği elde edilir.

$$\alpha^{'} = \frac{(1-3\alpha)}{4\alpha-1} \tag{2.45}$$

Denklem (2.44) ün türevi sırasıyla eksenel indüksiyon faktörü α ya göre ve λ_r hız oranına göre alınırsa

$$2\lambda_r d\lambda_r = \left[\frac{6(4\alpha-1)(1-2\alpha)^2}{(1-3\alpha)^2}\right]da \tag{2.46}$$

Eşitliği elde edilir ve son olarak elde edilen (2.44), (2.45), (2.46) eşitlikleri eşitlik (2.42) de yerine yazılırsa rotorun maksimum güç katsayısı bulunur.

$$C_{p,\max} = \frac{24}{\lambda^2}\int_{a_1}^{a_2}\left[\frac{(1-\alpha)(1-2\alpha)(1-4\alpha)}{(1-3\alpha)}\right]^2 da \tag{2.47}$$

Maksimum güç katsayısı eşitliği elde edilmiş olur burada , a_1 uç hız oranı $\lambda_r = \lambda_h \cong 0$ için eksenel indüksiyon faktörü, a_2 uç hız oranı $\lambda_r = \lambda$ için eksenel indüksiyon faktörüdür.

$$\lambda^2 = \frac{(1-\alpha_2)(4-\alpha_2)^2}{1-3\alpha_2} \tag{2.48}$$

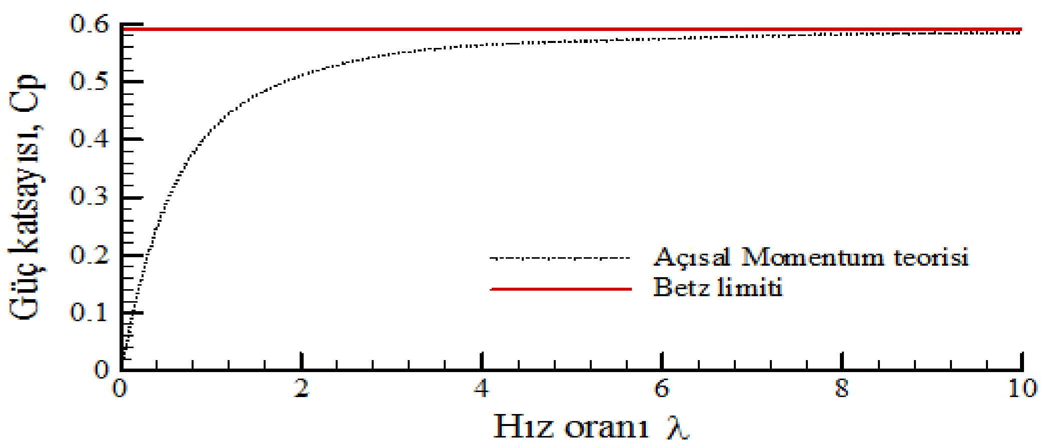
Eşitlik (2.44) için $a_1 = 0.25$ olarak bulunur ($\lambda_r = \lambda_h \cong 0$), eşitlik (2.48) den ise $a_2 = 1/3$ olarak eksenel indüksiyon faktörünün üst değeri bulunur. Sonuç olarak maksimum güç katsayısının ifadesi eşitlik (2.49) ile yazılmıştır [21].

$$C_{p,\max} = \frac{8}{729\lambda^2}\left\{\frac{64}{5}x^5 + 72x^4 + 124x^3 + 38x^2 - 63x - 12[\ln(x)] - 4\,\mathrm{x}^{-1}\right\}_{x=(1-3\mathrm{a}_2)}^{x=0.25} \tag{2.49}$$

Çizelge 2.1 de (2.49) eşitliği için $C_{p,\max}$ değerinin ve a_2 değerinin λ değeri ile değişimi verilmiştir ve bulunan değerlere göre ideal Betz limiti ile kıyaslaması grafik olarak verilmiştir.

Çizelge 2.1. Uç hız oranının değişmesi ile a_2 ve $C_{p,\max}$ değerinin değişimi ve a_2 değerinin 0.333 (1/3)'e yakınsaması

λ	a_2	$C_{p,\max}$
0.5	0.2983	0.289
1.0	0.3170	0.416
1.5	0.3245	0.477
2.0	0.3279	0.511
2.5	0.3297	0.533
5.0	0.3324	0.570
7.5	0.3329	0.581
10	0.3330	0.585

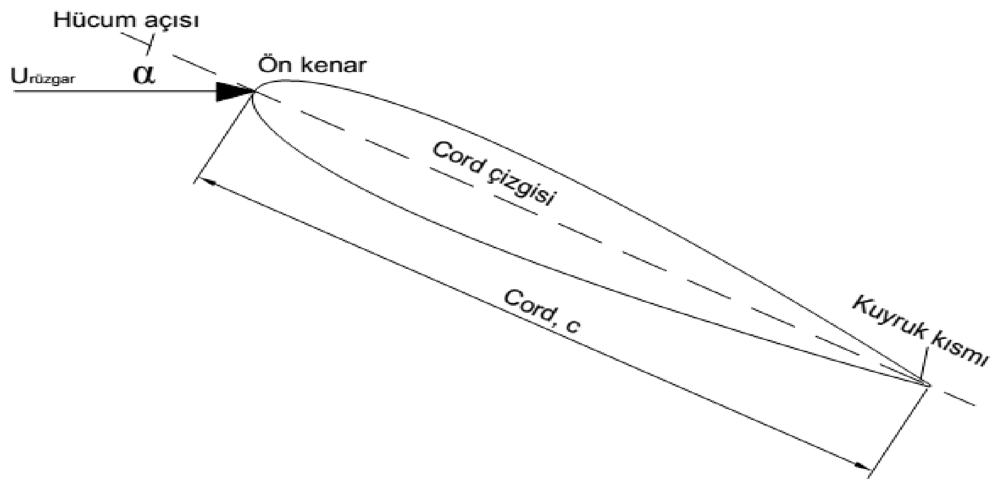


Şekil 2.12. Teorik maksimum güç katsayısı açısal momentum teorisi ve Betz limiti.

Momentum teorisinde türbin bir bütün olarak ele alınır ve akış borusu içindeki türbinin rüzgardan elde edeceği güç hesaplanır. Bu teoride türbin kanadının şekli ve geometrisi hakkında bilgi ve türbinde nasıl bir kanat profili kullanılması hakkında bilgi vermemektedir. Kanat boyunca hız oranı ve her kesitte oluşan kuvvet değerleri değişiklik gösterdiği için maksimum performans için kanat profili ve kanat burulma derecesi kanat teorileri kullanılarak belirlenebilir. Kanat teorilerini açıklamadan önce kanat profilleri hakkında kısa bir bilgi verilecektir ve daha sonra kanat elemanı teorisi hakkında bilgi verilecektir.

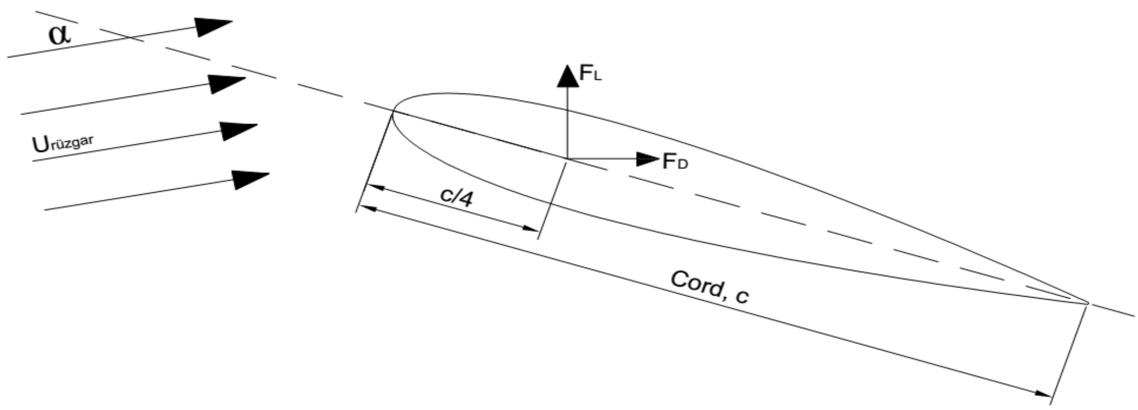
2.3.3. Rüzgar türbinleri için kanat profilleri

Rüzgar türbinlerinin rüzgar ile etkileşiminin olduğu en önemli elemanlarından birisi kanatlarıdır bu yüzden kanat geometrileri çok önemlidir. Rüzgardan en iyi şekilde güç ve fayda elde edecek kanatları tasarlamak için kanat profilleri kullanılmaktadır. Kanat performansını artırmak için kanat profillerinin performansını artırmak son derece önemli olacaktır. Bu yüzden rüzgar türbini çalışmalarında bir çok araştırmacı bu konuya eğilim göstermiş ve literatürde oldukça fazla kanat profilleri hakkında yapılan çalışmalar vardır. özellikle yatay eksenli rüzgar türbinlerinde ve düşey eksenli rüzgar türbinlerinden olan Darrieus rüzgar türbini kanatlarını oluşturmak için kanat profilleri kullanılmaktadır. Pratikte bir çok kanat profili hem rüzgar türbinleri için hem de uçak kanatları için geliştirilmiştir rüzgar türbinlerinde kullanılan kanat profillerinin bazıları NACA0012, NACA0015, NACA0018 vs. kanat profilleridir.



Şekil 2.13. NACA0015 simetrik kanat profili

Bu profiller cord çizgisi etrafında simetriktir. Simetrik olmayan çok sayıda kanat profilide mevcuttur kullanım alanına göre ve ihtiyaca göre çeşitli kanat profilleri geliştirilmiştir. Rüzgar ile cord çizgisi arasındaki açı hücum açısı olarak tanımlanır ve kanat performansını etkileyen önemli bir parametredir. Hücum açısını değiştirdikçe kanadın kaldırma ve sürükleme kuvveti değişmektedir ve öyle bir hücum açısı vardır ki bu açıdan sonra sürükleme kuvveti artmaya devam ederken kaldırma kuvveti kanat arkasındaki akışın laminerden türbülanslı akışa geçmesi nedeni ile azalmaktadır.



Şekil 2.14. Kanat profilinin kaldırma ve sürükleme kuvvetleri (F_L, F_D)

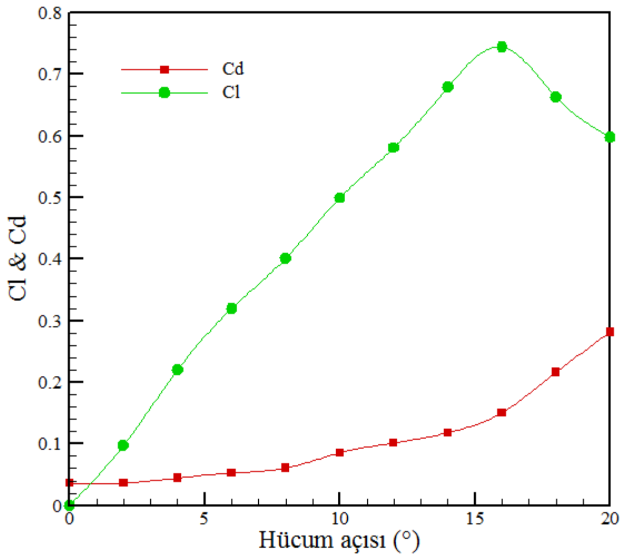
Kanat profillerinin performansını birbirleriyle kıyaslamayı basitleştirmek için boyutsuz değerler kullanılmaktadır. Kanat profilleri için en önemli boyutsuz değerler kaldırma ve sürükleme kuvveti katsayılarıdır. Şekil 2.14. de gösterilen kanat profili sayfaya dik yönde de aynı geometride olduğu için hem iki boyutlu hem de üç boyutlu analizi arasında hata değeri ihmal edilecek kadar az olmaktadır ve genelde bu kanat profilleri üzerinde sayısal olarak çalışırken iki boyutta çalışma bilgisayara daha az yük bindirdiği için tercih edilmektedir [25]. Kanat profili için tanımlanan kuvvet ve boyutsuz değerler, kaldırma kuvveti ve katsayısı,

$$F_L = \frac{\rho v^2 A C_L}{2} \text{ (N) veya } C_L = \frac{2F_L}{\rho v^2 A} \text{ (Boyutsuz)} \qquad (2.50)$$

sürükleme kuvveti ve katsayısı,

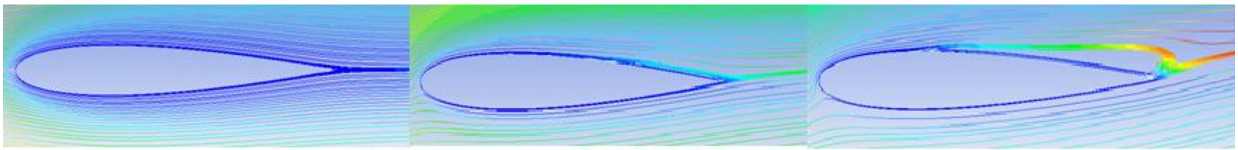
$$F_D = \frac{\rho v^2 A C_D}{2} \text{ (N) veya } C_D = \frac{2F_D}{\rho v^2 A} \text{ (Boyutsuz)} \qquad (2.51)$$

Eğer kanat üç boyutlu olarak düşünülürse ise $A = c.l$ değeridir ve burada l kanadın genişliği yanı sayfa düzlemine dik uzunluğudur. Eğer kanat üzerinde iki boyutlu çalışma yapılacak ise $A = c$ olarak alınır. Kaldırma ve sürükleme değerlerini etkileyen etkenlerden birisi kanadın rüzgara karşı duruşudur yani hücum açısıdır. Şekil 2.15 de deneysel olarak hücum açısına göre kaldırma ve sürükleme katsayılarının değişimi sunulmuştur.



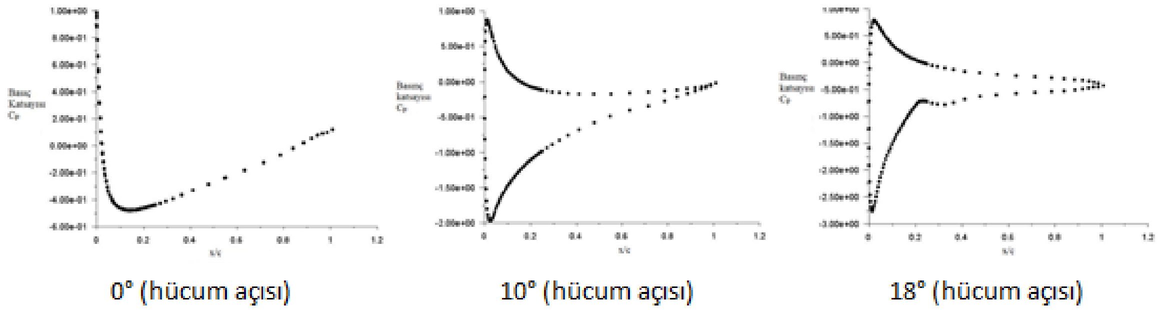
Şekil 2.15. Kaldırma ve sürükleme katsayısının hücum açısı ile değişimi

Yaklaşık 16° den sonra kaldırma katsayısında azalma olmaktadır. Bunun sebebi kanat hücum açısı bu değeri geçtikten sonra kanat arkasındaki akış laminerden türbülanslı akışa geçiş olmaktadır ve bu da kanatta alt ve üst kısımlarında basınç kaybına sebep olduğu için kaldırma katsayısını düşürmektedir ve kanatta titreşime sebep olmaktadır. Şekil 2.16 da 0°, 10° ve 16° için kanat etrafındaki akış gösterilmiştir. Şekilde kanat etrafındaki akışı incelemek için kanadın duruş açısını değil de rüzgarın akış yönünü değiştirerek inceleme yapılmıştır.



Şekil 2.16. Farklı hücum açılarında kanat etrafındaki akış

Kanadın etrafındaki akışın değişmesinden dolayı kanadın alt ve üst kısmına gelen basınç değerlerinde de değişme olmaktadır, böylece kanadın performansı incelenerek rüzgar türbini kanadı için uygun kanat profilleri ve kanat burulması tasarımı yapılmaktadır. Şekil 2.17. de 0°, 10° ve 18° için kanat etrafındaki basınç dağılımı gösterilmiştir. Hücum açısı 16° yi geçtikten sonra basıncın dağılımında bozulmalar gözlemlenmiştir.

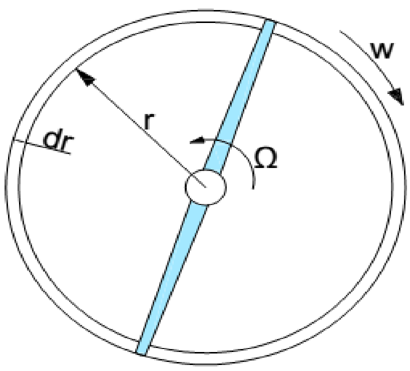


Şekil 2.17. Farklı hücum açılarında kanat etrafındaki basınç dağılımı

Şekil 2.17. için basıncın yüksek olduğu bölge kanadın alt bölgesidir düşük olduğu bölge ise kanadın üst bölgesidir, 18° hücum açısında görüldüğü üzere alt ve üst kısım arasındaki basınç farkı azalmış kaldırma kuvvetinde de düşüş olmuştur [20]. Kanat profilleri hakkında kısaca bilgi verilmiştir. Kanat elemanı teorisi açıklaması yapılacaktır.

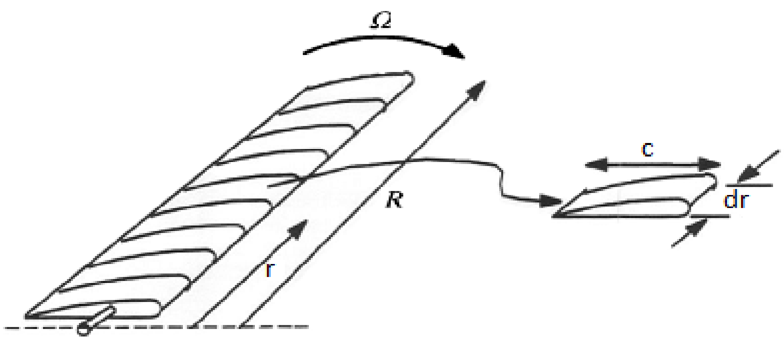
2.3.4. Kanat elemanı teorisi

Momentum teorisi rüzgar türbini rotor dizaynını açıklamaya çalışır fakat rotor geometrisi hakkında yani kanadın cord uzunluğu, burulma açısı hakkında bilgi vermemektedir. Bu sebepten dolayı kanat tasarımında kanat elemanı teorisine ihtiyaç duyulmaktadır. Kanat elemanı teorisini uygulamak için kanat N adet parçaya bölünür ve birim elemanlara ayrılır. Bu analiz farklı kanat elemanları arasında aerodinamik etkileşimin bulunmadığı ve kanat elemanı üzerindeki kuvvetlerin yalnızca kaldırma ve sürükleme kuvveti olduğu varsayımlara dayanır.



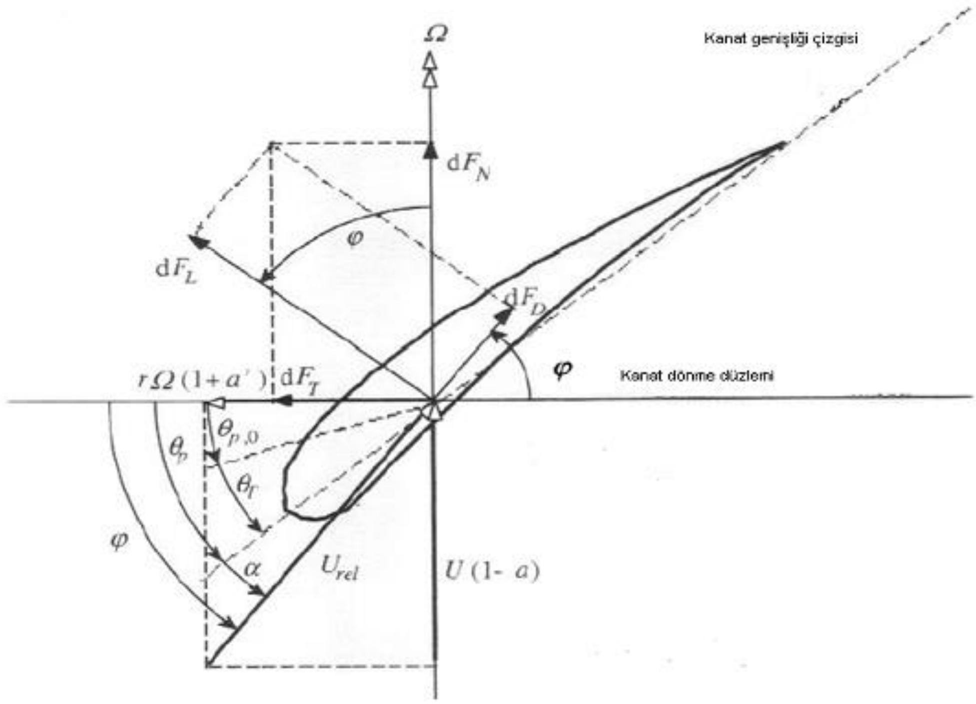
Şekil 2.18. Dönen halkasal akış borusu

Her bir kanat elemanı farklı dönüş hızlarına ve geometrik karakteristiklere sahiptir bu yüzden birbirlerine göre farklı akışa sahiptirler. Bu nedenle kanat elemanı teorisi kanadı birden çok elemana böler ve her bir kanat elemanı üzerinde hesaplama yapar böylece kanadın performansı bütün kanat boyunca sayısal olarak tanımlanır.



Şekil 2.19. Bölmelere ayrılmış kanat elemanı modeli [21]

Örneğin 4m çapındaki türbinin göbek çapı 40cm ise kanadın boyu 180 cm olacaktır ve bu kanat 1cm genişliğindeki 180 adet kanat elemanına ayrılacaktır. Aşağıda bir kanadın üzerine gelen etkiler ve kanadın üzerine gelen kuvvetlerin açısal konumlara bağlı ifadesi verilmiştir.



Şekil 2.20. Kanat geometrisi ve kuvvet analizi [21]

Şekil 2.20. de gösterilen ifadelerin açıklaması,

$U(1-a)$: Kanat üzerine gelen rüzgar hızı

$U_{bağ}$: bağıl rüzgar hızı

θ_p : kanat burulma açısı

α : hücum açısı

$\varphi = \theta_p + \alpha$: bağıl rüzgar hızının açısı

$\theta_{p,0}$: kanat uç eğim açısı

$\theta_T = \Theta_p - \theta_{p,0}$: kanat burulma açısı

dF_L : kaldırma kuvveti

dF_D : sürükleme kuvveti

dF_N : dönme düzlemine gelen normal kuvvet (itmeye katkıda bulunur.)

dF_T : rotor tarafından süpürülen daireye etkiyen teğetsel kuvvet (tork üretir.)

Şekil 2.20 den aşağıdaki ilişkiler tanımlanabilir.

$$\tan\varphi = \frac{U(1-\mathrm{a})}{\Omega r(1+\mathrm{a}^{'})} = \frac{1-a}{(1+\mathrm{a}^{'})\lambda_r} \tag{2.52}$$

$$U_{bağ} = \frac{U(1-\mathrm{a})}{\sin\varphi} \tag{2.53}$$

$$dF_L = C_l \tfrac{1}{2}\rho U_{bağ}^2 cdr \tag{2.54}$$

$$dF_D = C_d \tfrac{1}{2}\rho U_{bağ}^2 cdr \tag{2.55}$$

$$dF_N = dF_L \cos\varphi + dF_D \sin\varphi \tag{2.56}$$

$$dF_T = dF_L \sin\varphi - dF_D \cos\varphi \tag{2.57}$$

Eğer türbin rotorunda B adet kanat mevcut ise merkezden r mesafesi uzaklığa etkiyen toplam normal kuvvet

$$dF_N = B\tfrac{1}{2}\rho U_{bağ}^2 (C_l \cos\varphi + C_d \sin\varphi)cdr \tag{2.58}$$

Aynı şekilde merkezden r kadar uzaklıktaki mesafeye etkiyen tork

$$dQ = BrdF_T \tag{2.59}$$

$$dQ = B\tfrac{1}{2}\rho U_{bağ}^2 (C_l \sin\varphi - C_d \cos\varphi)crdr \tag{2.60}$$

Sürükleme kuvveti torku dolayısıyla gücü azaltır fakat itme kuvvetini artıracak etkidedir. Elde edilen değerler için dönmenin olmadığı ideal rotor için kanat şekli düşünülecek olursa ki bu durum için

Dönme yoktur yani iz bölgesi yoktur bu sebeple açısal indüksiyon oranı $a^{'} = 0$,
sürükleme kuvveti yoktur dolayısıyla $C_d = 0$,
sonlu kanat sayıları arasında kayıplar yoktur
optimum rotor için betz limiti, $a = 1/3$ değerinde bulunmaktadır. Varsayımlarını düşünerek parametreler düzenlenecektir.

İlk olarak dizayn hız oranı, λ, istenilen kanat sayısı, B, rotor yarı çapı, R, ve hücum açısına göre kaldırma ve sürükleme katsayısı bilinen kanat profili seçilir. Bu hücum açısı C_d / C_l oranının minimum değeri için seçilir. sürükleme katsayısı sıfıra yakın bir değer tahmini olarak $C_d = 0$ alınır. Bu seçimlerle tanımlanan değerler ile Betz limit güç üretimini sağlayacak burulma ve cord dağılımı belirlenir. $a = 1/3$ varsayımı için momentum teorisi denkleminden itki değeri,

$$dT = \rho U^2 4\tfrac{1}{3}(1-\tfrac{1}{3})\pi r dr = \rho U^2 \tfrac{8}{9}\pi r dr \tag{2.61}$$

Kanat elemanı teorisinden, $C_d = 0$ için,

$$dF_N = B\tfrac{1}{2}\rho U_{bağ}^2 (C_l \cos\varphi) c dr \tag{2.62}$$

$a = 1/3$ varsayımı için bağıl hız ifadesi,

$$U_{bağ} = \frac{2U}{3\sin\varphi} \tag{2.63}$$

Kanat elemanı momentum teorisi rüzgar türbini kanat performansını tanımlamak için momentum teorisi denklemleri ile kanat elemanı teorisini birleştirir. (2.61), (2.62), (2.63) Eşitliklerinin birleştirilmesi ile

$$\frac{C_l B c}{4\pi r} = \tan\varphi \sin\varphi \tag{2.64}$$

eşitliği elde edilir. Eşitlik (2.52) den $a^{'} = 0$ ve $a = 1/3$ tahmini değerleri alınarak

$$\tan\varphi = \frac{2}{3\lambda_r} \tag{2.65}$$

ifadesi elde edilir böylelikle,

$$\frac{C_l B c}{4\pi r} = \left(\frac{2}{3\lambda_r}\right)\sin\varphi \tag{2.66}$$

ifadesi elde edilir. Eşitlikleri tekrar düzenlersek, ideal rotor için bağıl rüzgar açısını veren ifade ve her kanat bölümü için cord uzunluğunu veren ifade elde edilir.

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3\lambda_r}\right) \tag{2.67}$$

$$c = \frac{8\pi r \sin\varphi}{3C_l B\lambda_r} \tag{2.68}$$

Momentum denkleminden elde edilen denklemler,

eksenel momentumdan,

$$dT = \rho U^2 4a(1-a)\pi r dr \tag{2.61}$$

açısal momentumdan,

$$dQ = 4\pi\rho U\Omega a^{'}(1-a)r^3 dr \tag{2.39}$$

Kanat elemanı teorisinden elde edilen denklemler

$$dF_N = B\tfrac{1}{2}\rho U_{bağ}^2 (C_l \cos\varphi + C_d \sin\varphi) c dr \tag{2.58}$$

$$dQ = B\tfrac{1}{2}\rho U_{bağ}^2 (C_l \sin\varphi - C_d \cos\varphi) c r dr \tag{2.60}$$

Burada yerel katılık oranı olarak σ ifadesi tanımlanırsa,

$$\sigma = \frac{Bc}{2\pi r} \tag{2.69}$$

Bu tanıma göre eşitlik (2.58) ve (2.60) ifadeleri bağıl hız ifadesinin açılımı da kullanılarak bir sonraki aşama için tekrar düzenlenirse,

$$dF_N = \sigma\pi\rho \frac{U^2(1-\mathrm{a})^2}{\sin^2\varphi}(C_l \cos\varphi + C_d \sin\varphi) r dr \tag{2.70}$$

$$dQ = \sigma\pi\rho \frac{U^2(1-\mathrm{a})^2}{\sin^2\varphi}(C_l \sin\varphi - C_d \cos\varphi) r^2 dr \tag{2.71}$$

Elde edilen bu ifadeleri yani kanat elemanı teorisi ve momentum teorisini birleştirip kullanarak kanat elemanı momentum teorisi geliştirilmiştir.

2.3.5. Kanat elemanı momentum teorisi

Kanat elemanı teorisinden ve momentum teorisinden elde edilen denklemlerden, eşitlik (2.39) ve (2.60) ifadelerini kullanarak ve $C_d = 0$ alarak,

$$a^{'}/(1-a) = \sigma C_l/(4\lambda_r \sin\varphi) \tag{2.72}$$

Eşitlik (2.61) ve (2.70) ifadelerini kullanarak,

$$a/(1-a) = \sigma C_l \cos\varphi/(4\sin^2\varphi) \tag{2.73}$$

Eşitlik (2.52) üzerinde $a, a^{'}, \varphi$ ve λ_r için geometrik ilişkiye dayanarak düzenleme yapılıp ve bu düzenleme kullanılarak (2.72) ve (2.73) denklemleri tekrar düzenlenirse,

$$C_l = 4\sin\varphi \frac{(\cos\varphi - \lambda_r \sin\varphi)}{\sigma(\sin\varphi + \lambda_r \cos\varphi)} \tag{2.74}$$

$$a^{'} / (1 + a^{'}) = \sigma C_l / (4\cos\varphi) \tag{2.75}$$

eşitlikleri elde edilir. İşlemlerde kullanılacak diğer eşitlikler de bu şekilde türetilebilir,

$$a / a^{'} = \lambda_r / \tan\varphi \tag{2.76}$$

$$a = 1 / \left[1 + 4\sin^2\varphi / (\sigma \mathrm{C}_l \cos\varphi)\right] \tag{2.77}$$

$$a^{'} = 1 / \left[\left(4\cos\varphi / (\sigma \mathrm{C}_l)\right) - 1\right] \tag{2.78}$$

Rotordan elde edilebilecek toplam güç her diferansiyel açısal elemanın rotorun merkezinden rotorun dışına kadar vereceği gücün integre edilmesi ile hesaplanabilir. Rotorun açısal dönme hızı Ω olarak bir diferansiyel elemanın vereceği güç

$$P = \Omega dQ \tag{2.79}$$

ile ifade edilir. Toplam güç ise,

$$P = \int_{r_h}^{R} dP = \int_{r_h}^{R} \Omega dQ \tag{2.80}$$

hesap edilir, burada r_h kanatların rotora bağlandığı hub kısmın çapıdır.

$$C_P = \frac{P}{P_{rüzgar}} = \frac{\int_{r_h}^{R} \Omega dQ}{\frac{1}{2}\rho\pi R^2 U^3} \tag{2.81}$$

(2.71) eşitliğini ve yerel hız oranı ifadesini ($\lambda_r = \lambda r / \mathrm{R}$) güç katsayısı denklemi için kullanırsak ve eşitliği tekrar düzenlersek,

$$C_P = \frac{2}{\lambda^2} \int_{\lambda_h}^{\lambda} \sigma C_l (1-a)^2 (1/\sin\varphi)\left[1 - (\mathrm{C}_d / \mathrm{C}_l)\cot\varphi\right]\lambda_r^2 d\lambda_r \tag{2.82}$$

ifadesi elde edilir ve burada λ_h değeri hub noktası için yerel hız oranıdır. (2.73) ve (2.76) denklemlerinde düzenleme yapılırsa ve bu düzenlemeler (2.82) eşitliğine yazılırsa,

$$\sigma C_l (1-a) = (4a\sin^2\varphi) / \cos\varphi \tag{2.83}$$

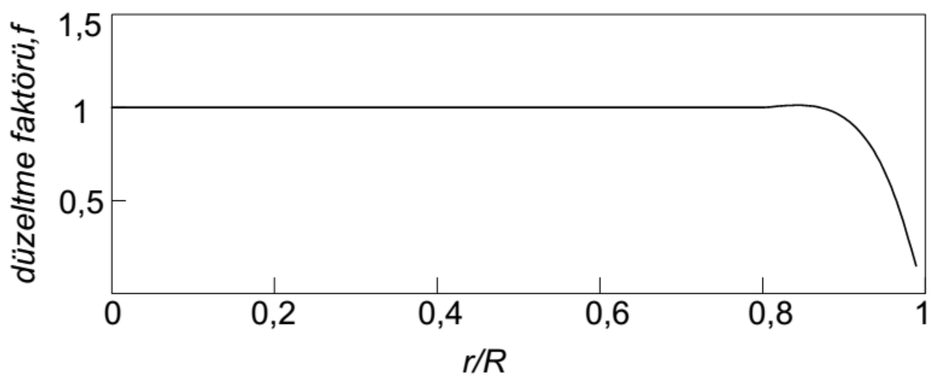
$$a\tan\varphi = a^{'}\lambda_r \tag{2.84}$$

$$C_P = \frac{8}{\lambda^2}\int_{\lambda_h}^{\lambda} \lambda_r^3 a^{'}(1-a)\left[1-(C_d / C_l)\cot\varphi\right] d\lambda_r \tag{2.85}$$

Bu denklemde $C_d = 0$ alındığında elde edilen güç katsayısı değeri momentum teorisinde elde edilen değer ile aynıdır. Ancak bu denkleme kanat uç kayıplarını kanat sayısı ile birlikte eklemek gereklidir. Bunun için kanat sayısının güç katsayısına etkisi incelenecektir. Uç kayıplarının etkisini incelemek için bir çok metot geliştirilmiştir bu metotların arasından Prandtl tarafından geliştirilen yaklaşım en doğru sonucu vermektedir. Bu metoda göre düzeltme faktörü , f , denklemlere dahil edilmektedir. Düzenleme faktörü kanat sayısının, bağıl rüzgar geliş açısının ve kanat pozisyonunun fonksiyonudur. Prandtl metoduna göre düzeltme faktörü,

$$f = \frac{2}{\pi}\cos^{-1}\left[\exp\left(-\left\{\frac{(B/2)[1-(r/R)]}{(r/R)\sin\varphi}\right\}\right)\right] \tag{2.86}$$

olarak tanımlanır ve düzeltme faktörü 0 ile 1 arasında değişir [21]. Kanat hub bağlantısından 1 değerini alırken uç kısmında azalmaya başlar [22].



Şekil 2.21. Kanat boyunca düzeltme faktörünün değişimi [22]

Düzeltme faktörünü elde edilen eşitliklere uygularsak,

$$dT = f\rho U^2 4a(1-a)\pi r dr \tag{2.87}$$

$$dQ = 4 f \pi\rho U\Omega a^{'}(1-a) r^3 dr \tag{2.88}$$

$$a^{'}/(1-a) = \sigma C_l / (4 f \lambda_r \sin\varphi) \tag{2.89}$$

$$a/(1-a) = \sigma C_l \cos\varphi / (4 f \sin^2\varphi) \tag{2.90}$$

$$a^{'}/(1+a^{'}) = \sigma C_l / (4 f \cos\varphi) \tag{2.91}$$

$$C_l = 4f\sin\varphi \frac{(\cos\varphi - \lambda_r \sin\varphi)}{\sigma(\sin\varphi + \lambda_r \cos\varphi)} \tag{2.92}$$

$$a = 1/\left[1 + 4f\sin^2\varphi / (\sigma \mathrm{C}_l \cos\varphi)\right] \tag{2.93}$$

$$a' = 1/\left[\left(4f\cos\varphi / (\sigma \mathrm{C}_l)\right) - 1\right] \tag{2.94}$$

$$U_{bağ} = \frac{U(1-\mathrm{a})}{\sin\varphi} = \frac{U}{\left(\sigma C_l / 4f\right)\cot\varphi + \sin\varphi} \tag{2.95}$$

Bu eşitliklere göre güç katsayısı değeri tekrar yazılırsa,

$$C_P = \frac{8}{\lambda^2}\int_{\lambda_h}^{\lambda} f\lambda_r^3 a'(1-a)\left[1-(\mathrm{C}_d/\mathrm{C}_l)\cot\varphi\right]d\lambda_r \tag{2.96}$$

Güç katsayısını veren eşitlik elde edilir.

Rüzgar türbinlerinde kullanılan teorilerin genel açıklaması verilmiştir ancak bu teorileri kullanarak uygulamada farklı eşitlikler türetilip kullanılmaktadır. Elde ettiğimiz yukarıdaki eşitlikleri bir kanat veya bir türbin için uyarlamak ve teorik olarak çözmek ve analizini yapmak oldukça zor ve meşakkatli bir iştir. Bunun için elde edilen bu eşitlikleri farklı çözüm metotları kullanarak çözmek daha uygun ve daha hızlı olacaktır. Çözüm metotlarını veya analiz metotları genel itibari ile üç bölüme ayrılıp incelenmektedir. Bunlar analitik metot, sayısal (nümerik) metot ve deneysel metottur. Teorik (analitik) metot kullanılarak yapılan çözümde problem matematiksel yöntemlerle çözülür bu metodun ucuz bir analiz metodu olması kısa sürede çözümün yapılabilmesi ve tekbir fonksiyonla bütün problemin ifade edilmesi ve çözülmesi avantajları arasındadır. Fakat uygulama alanı sınırlı olması, basit problemlere uygulanması dezavantajları arasındadır. Deneysel metot mühendislikte kullanılan en eski analiz yöntemleridir. Bu yöntemde olayın hem fiziksel boyutu görülür hem de en güvenilir sonucu verir, yeni sayısal yöntemlerin geliştirilmesinde gerekli olan veriler elde edilir ancak deney yapmanın zaman açısından ve maliyet açısından külfeti fazladır bu yüzden bu metoda alternatif olan sayısal metotlara ilgi fazladır. Sayısal metotlar teorik olarak bütün problemlerin analizinde kullanılabilir, günümüzde problemlerin analizlerini sahaya inmeden ve az bir maliyetle yapmak için sayısal metotlar yaygın olarak kullanılmaktadır. Yapılan çalışma sayısal olduğu için sayısal metotlar ve analiz yöntemleri detaylıca anlatılacaktır.

3. SAYISAL YÖNTEMLER

Sayısal yöntemler günümüzde deneysel yöntemlere göre daha ucuz, daha hızlı olmasından ve gelişen teknoloji ve modeller sayesinde gerçeğe çok yakın sonuçlar verdiği için oldukça fazla tercih edilmektedir. Deneysel metot da yapılan çalışma üzerinde her hangi bir parametrede değişiklik yapıldığında zaman açısından ve maliyet açısından büyük zorluklarla karşılaşılabilir ancak sayısal yöntemlerde bu sorunun üstesinden hızla gelinebilir. Bütün problemlere sayısal yönteme uygun işlemler yapılarak uygulanabilir, sayısal yöntemlerin tek dezavantajı mutlaka bir hata payının olmasıdır fakat bu hata payını çok aza indirmek mümkündür.

3.1. Bir Problemin Sayısal Çözümünde Yapılması Gereken Temel İşlemler

Problem olarak ortaya çıkan fiziksel bir olayın sayısal olarak çözmek için birkaç aşamadan geçirip sayısal çözüm için uygun hale getirilmesi gerekir, bu aşamalar,

1. Problemin matematiksel formülasyonu;

Fiziksel olayın (akışın, ısı transferinin, kütle transferinin vb.) matematiksel terimlerle (denklemlerle) ifade edilmesidir. Bu işlem sonucunda genellikle bir diferansiyel denklem veya denklem sistemi elde edilir.

2. Ayrıklaştırma;

Bilgisayar sadece dört işlem yapabilir, bundan dolayı diferansiyel denklemlerin grid noktalarında cebirsel olarak ifade edilmesi gerekir, bu olaya ayrıklaştırma denir.

3. Cebirsel denklem sisteminin çözümü

Cebirsel hale getirilmiş denklem veya denklem sistemleri uygun bir yöntem kullanılarak genellikle iteratif yöntemler kullanılarak çözülür.

4. Veri analizi ve incelenmesi

Cebirsel denklemlerin çözümü sonucunda ortaya çıkan çok sayıda sayısal değer grafiksel veya başka bir yöntemle daha kolay anlaşılacak hale getirilir ve doğruluğu gerçek sonuçlarla kıyaslama yapılarak araştırılır.

3.1.1. Matematiksel formülasyon

Analizi yapılacak olan fiziksel bir olay temel denklemler temel kanunların matematiksel ifadesi olduğu için bu denklemler yardımıyla matematiksel terimlerle ifade edilir. Bu işlemin sonucunda diferansiyel denklem sistemleri elde edilir.
Temel Kanunlar; Kütlenin korunumu kanunu, Newton'un ikinci yasası, enerjinin korunumu kanunu olarak ele alınırsa,

Süreklilik denklemi

Kütlenin korunumunu temsil edecektir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0 \tag{3.1}$$

Burada u; x yönündeki hız, v; y yönündeki hız, w; z yönündeki hızı temsil etmektedir.

Aynı denklemi vektörel olarak da ifade etmek mümkündür.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla(\rho \vec{v})=0 \text{ veya } \frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k)=0 \tag{3.2}$$

Momentum denklemi

Newton'un ikinci kanunu kütleye gelen net kuvvet kütlenin hız değişimi çarpımına eşittir,

$\vec{F}=m\vec{a}$

Akış ifadesi için momentum denklemi yazılırsa,

$$\underbrace{\rho\frac{\partial u_j}{\partial t}+\rho u_k\frac{\partial u_j}{\partial x_k}=-\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\lambda\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)+\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)+B_j\right]}_{non-conservatif\ \ denklem}$$

$$veya$$

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u_j u_k)}{\partial x_k}=-\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\lambda\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)+\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)+B_j\right]}_{conservatif\ \ denklem} \tag{3.3}$$

$$veya$$

$$\left.\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\nabla(\rho\vec{v}u)=\nabla(\mu\,\mathrm{grad}\,u)-\frac{\partial P}{\partial x}+B_x+V_x\right\rangle x\ bileşeni$$

Enerji denklemi

Enerjinin korunumu kanunu ele alınarak,

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t}+\nabla(\rho\vec{v}\,\mathrm{h})=\nabla(kgradT)+S_h+\Phi \qquad (3.4)$$

Genel denklem

Yukarıda ki üç denklem bir değişken φ kullanılarak tek bir genel denklem olarak yazılabilir.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi)+\nabla(\rho\vec{v}\varphi)=\nabla(\Gamma grad\varphi)+S_\varphi \qquad (3.4)$$

Eğer

$\varphi=1$, $S_\varphi=0$ olarak alınırsa süreklilik denklemi elde edilir.

$\varphi=h$, $\Gamma=k$ ve $S_\varphi=S_h+\Phi$ olarak alınırsa enerji denklemi elde edilir.

$\varphi=u$, $\Gamma=\mu$ ve $S_\varphi=-\frac{\partial P}{\partial x}+B_x+V_x$ olarak alınırsa momentum denklemi x bileşeni elde edilir.

Diferansiyel denklemlerin matematiksel sınıflandırılması

$$a\varphi_{xx}+b\varphi_{xy}+c\varphi_{yy}+d\varphi_x+e\varphi_y+f\varphi=g(x,y) \qquad (3.5)$$

Eşitlik (3.5) deki katsayılar (a, b, c, d, e, f) bağımlı değişken içeriyorsa non-lineer içermiyorsa lineerdir.

Katsayılar (a, b, c, d, e, f) sadece sabit veya sadece x, y ye bağlı ise denklem lineerdir.

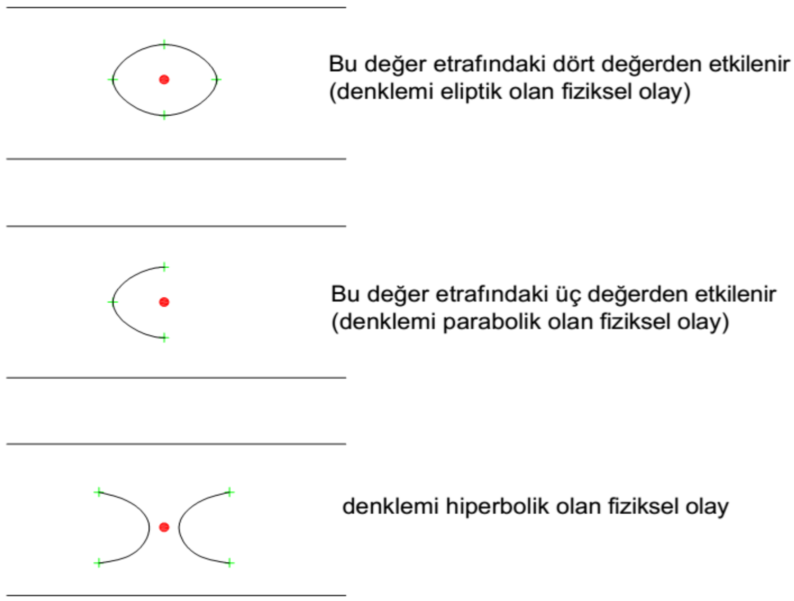
Katsayılar (a, b, c, d, e, f) bağlı değişken φ 'nin veya türevlerinin fonksiyonu ise denklem non- lineerdir.

Bu tanımlara göre eğer, $b^2-4ac>0$ ise denklem hiperbolik

$b^2-4ac=0$ ise denklem parabolik

$b^2-4ac<0$ ise denklem eliptiktir.

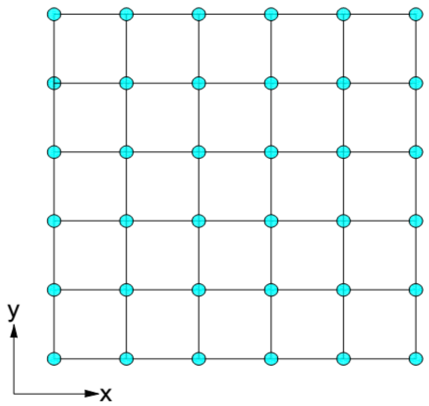
Fiziksel olarak bu olayları karşılaştırırsak,



Şekil 3.1. Eliptik, parabolik, hiperbolik denklemlerin fiziksel karşılaştırılması

3.1.2. Ayrıklaştırma

Bilgisayarlar matematiksel işlemleri dört işlem yaparak çözen makinalardır bu sebeple matematiksel ifadelerin bilgisayar diline aktarılması gereklidir çünkü bilgisayar diferansiyel denklemleri doğrudan çözemez. Bu yüzden matematiksel denklemler belirli grid noktalarında cebirsel hale getirilerek ayrıklaştırılır. Çözümü yapılacak problemin temel denklemlerinin ve sınır şartlarının çözüm alanı içinde sonlu sayıda noktada (grid noktası, düğüm noktası, çözüm ağı, …) cebirsel olarak ifade edilmesi işlemi ayrıklaştırma olarak ifade edilir. İki boyutlu bir akış problemi düşünürsek, çözüm alanını belli sayıda noktaya ayırıp bilgisayarın çözüm yapması için bu noktalarda ayrıklaştırma yapacağız ve çözümü bu noktalarda bulacağız.



Şekil 3.2. İki boyutlu bir problem için düğüm noktaları

Diferansiyel denklemleri grid noktalarında ayrıklaştırmak için farklı yöntemler kullanılmaktadır bu yöntemler,

1. Sonlu farklar yöntemi; Problem alanı içinde belli (sonlu) sayıda noktada diferansiyel denklemler cebirsel olarak ifade edilir. Ayrıklaştırma için kullanılan yöntemler,

a) Taylor serisi yöntemi

b) Sonlu hacimler yöntemi

2. Sonlu elemanlar yöntemi; Problem alanı sonlu sayıda alt elemana ayrılır. Her bir eleman içerisinde bağımlı değişken değişimi katsayıları bilinmeyen bir cebirsel ifade ile temsil edilir. Bu cebirsel ifadeler temel denklemde yerine konularak bilinmeyen katsayılar için cebirsel denklem elde edilir. Ayrıklaştırma için kullanılan yöntemler,

a) Glarkin yöntemi

b) Variational yöntem

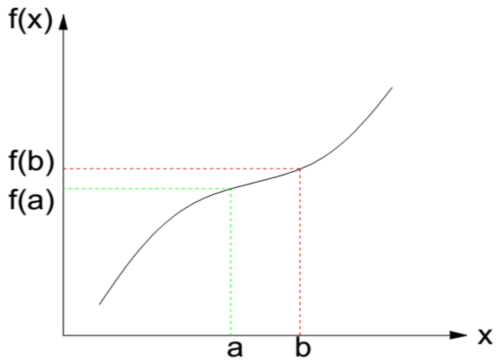
3. Spektral Yöntem; $\varphi, u, v, w...$ bağımlı değişken (bilinmeyen değişken) ve t bağımsız değişken olarak, Bağımlı değişken kesilmiş Fourier serisi veya Chebyshew polinomu ile yaklaşık olarak temsil edilir. Bunlar diferansiyel denklemlerde yerlerine konularak, serinin katsayıları için cebirsel denklem elde edilir.

Cebirsel ayrıklaştırma işlemleri için sonlu farklar yöntemleri üzerinde durulacaktır.

<u>Sonlu farklar yöntemi</u>

Taylor serisi

Taylor serisi bir fonksiyonun her hangi bir nokta için değerini biliyorsak a, b noktası gibi bilinmeyen değerini a noktası cinsinden yazılmasıdır.

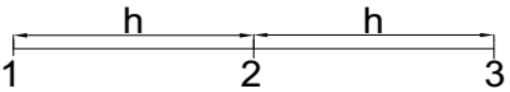


Şekil 3.3. Taylor serisi fonksiyon grafiği

Burada f(a) = değeri bilinmektedir, f (b) = ?

$$\left.\begin{array}{l} f(\mathrm{a}) = \text{biliniyor} \\ f(b) = ? \end{array}\right\} f(b) = f(\mathrm{a}) + f^{'}(\mathrm{a})(b-a) + f^{''}(\mathrm{a})\frac{(b-a)^2}{2!} + f^{'''}(\mathrm{a})\frac{(b-a)^3}{3!} + ... + \qquad (3.6)$$

Taylar serisi kullanarak birinci ve ikinci derece türevlerin cebirsel olarak ifadeleri elde edilecektir. Burada x değişken ve φ ise x e bağlı ifadedir yani φ= φ(x) olarak alınacaktır.



Şekil 3.4. Taylor serisi açılımı için kullanılan grafik

Şekil 3.4. yardımıyla Taylor serisi kullanılarak 2 noktasındaki değeri bilinen φ ifadesinin bu noktaya göre birinci ve ikinci derece türevleri sayısal olarak elde edilecektir.

$$\varphi_1 = \varphi_2 - \left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_2 h + \left.\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_2 \frac{h^2}{2!} - \left.\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^3}\right)_2 \frac{h^3}{3!} + \left.\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4}\right)_2 \frac{h^4}{4!} - ... + \qquad (3.7)$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 - \left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_2 h + \left.\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_2 \frac{h^2}{2!} + \left.\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^3}\right)_2 \frac{h^3}{3!} + \left.\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4}\right)_2 \frac{h^4}{4!} + ... + \qquad (3.8)$$

Eşitlik (3.7) den eşitlik (3.8) çıkarılırsa ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_2 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{2h} + \left.\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^3}\right)_2 \frac{h^2}{3!} \Rightarrow \left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_2 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{2h} + O(h^2) \qquad (3.9)$$

Birinci derece türev için ikinci mertebe merkezi fark elde edilir.
Eşitlik (3.7) de düzenleme yapılırsa,

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{h} - \left.\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_2 \frac{h}{2!} \Rightarrow \left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{h} + O(h) \qquad (3.10)$$

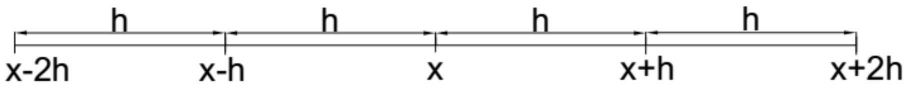
Birinci derece türev için birinci mertebe geri fark elde edilir.
Eşitlik (3.8) de düzenleme yapılırsa,

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_2 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{h} - \left.\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_2 \frac{h}{2!} \Rightarrow \left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_2 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{h} + O(h) \qquad (3.11)$$

Birinci derece türev için birinci mertebe ileri fark elde edilir.
Eşitlik (3.7) ile eşitlik (3.8) taraf tarafa toplanır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\left.\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_2 = \frac{\varphi_1 - 2\varphi_2 + \varphi_3}{h^2} + \left.\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4}\right)_2 \frac{h^2}{12} \Rightarrow \left.\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_2 = \frac{\varphi_1 - 2\varphi_2 + \varphi_3}{h^2} + O(h^2) \qquad (3.12)$$

İkinci derece türev için ikinci mertebe merkezi fark elde edilir. İkinci derece ileri ve geri fark için şekil tekrar düzenlenirse,



Şekil 3.5. Taylor serisi açılımı için kullanılan grafik-2

Şekil 3.5. de bilinen $\varphi(x)$ ifadesi için Taylor seri açılımı yapılacaktır,

$$\varphi(x+h) = \varphi(x) + \frac{d\varphi}{dx}h + \frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{h^2}{2!} + \frac{d^3\varphi}{dx^3}\frac{h^3}{3!} + \ldots + \qquad (3.13)$$

$$\varphi(x+2h) = \varphi(x) + \frac{d\varphi}{dx}2h + \frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{(2h)^2}{2!} + \frac{d^3\varphi}{dx^3}\frac{(2h)^3}{3!} + \ldots + \qquad (3.14)$$

$$\varphi(x-h) = \varphi(x) - \frac{d\varphi}{dx}h + \frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{h^2}{2!} - \frac{d^3\varphi}{dx^3}\frac{h^3}{3!} + \ldots - \qquad (3.15)$$

$$\varphi(x-2h) = \varphi(x) - \frac{d\varphi}{dx}2h + \frac{d^2\varphi}{dx^2}\frac{(2h)^2}{2!} - \frac{d^3\varphi}{dx^3}\frac{(2h)^3}{3!} + \ldots - \qquad (3.16)$$

Eşitlik (3.13) 2 ile çarpılır ve eşitlik (3.14) bu ifadeden çıkarılırsa ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{\varphi(x) - 2\varphi(x+h) + \varphi(x+2h)}{h^2} + O(h) \qquad (3.17)$$

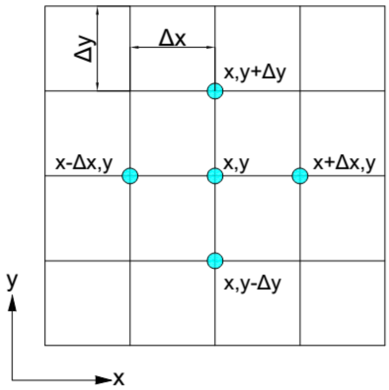
İkinci derece türev için birinci mertebe ileri fark formülü elde edilir.

Eşitlik (3.15) 2 ile çarpılır ve eşitlik (3.16) bu ifadeden çıkarılırsa ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{\varphi(x) - 2\varphi(x-h) + \varphi(x-2h)}{h^2} + O(h) \qquad (3.18)$$

İkinci derece türev için birinci mertebe geri fark formülü elde edilir.

Merkezi fark kullanımı hassasiyet açısından ileri ve geri farka göre daha iyi sonuç verir ancak sınır şartlarında ileri ve geri fark kullanımı gerekir ayrıca zaman terimi kullanılıyorsa ileri fark zorunlu olarak kullanılır çünkü zaman hep ileri doğru akar. Pratikte karşılaşılan problemler tek boyutlu değildir bu yüzden elde edilen denklemleri iki değişkene bağlı olarak da elde etmemiz gereklidir. $\varphi = \varphi(x)$ sadece x’e bağlı olarak ele almıştık şimdi ise $\varphi = \varphi(x, y)$ için hem x hem de y’ye bağlı olarak düşünerek işlemler yapılacaktır.



Şekil 3.6. İki değişkenli sonlu farklar açılımı

$$\varphi(x+\Delta x, y) = \varphi(x, y) + \frac{\partial \varphi}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}\frac{\Delta x^2}{2!} + \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3}\frac{\Delta x^3}{3!} + \ldots + \tag{3.19}$$

$$\varphi(x-\Delta x, y) = \varphi(x, y) - \frac{\partial \varphi}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}\frac{\Delta x^2}{2!} - \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^3}\frac{\Delta x^3}{3!} + \ldots - \tag{3.20}$$

$$\varphi(x, y+\Delta y) = \varphi(x, y) + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}\frac{\Delta y^2}{2!} + \frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3}\frac{\Delta y^3}{3!} + \ldots + \tag{3.21}$$

$$\varphi(x, y-\Delta y) = \varphi(x, y) - \frac{\partial \varphi}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}\frac{\Delta y^2}{2!} - \frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3}\frac{\Delta y^3}{3!} + \ldots - \tag{3.22}$$

Eşitlik (3.19) düzenlenirse,

$$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_{x,y} = \frac{\varphi(x+\Delta x, y) - \varphi(x, y)}{\Delta x} + O(\Delta x) \tag{3.23}$$

iki değişken için birinci dereceden ileri fark formülü elde edilir.

Eşitlik (3.20) düzenlenirse,

$$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_{x,y} = \frac{\varphi(x, y) - \varphi(x-\Delta x, y)}{\Delta x} + O(\Delta x) \tag{3.24}$$

iki değişken için birinci dereceden geri fark formülü elde edilir.

Eşitlik (3.19) dan eşitlik (3.20) çıkarılırsa ve düzenlenirse,

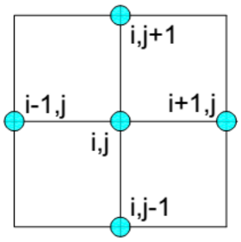
$$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_{x,y} = \frac{\varphi(x+\Delta x, y) - \varphi(x-\Delta x, y)}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \tag{3.25}$$

iki değişken için birinci dereceden merkezi fark formülü elde edilir.

Eşitlik (3.19) ile eşitlik (3.20) taraf tarafa toplanır ve düzenlenirse,

$$\left.\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}\right)_{x,y} = \frac{\varphi(x+\Delta x, y) - 2\varphi(x,y) - \varphi(x-\Delta x, y)}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2) \tag{3.26}$$

iki değişken için ikinci dereceden merkezi fark formülü elde edilir. Problemlerin daha basit işlenmesi için ve bilgisayara aktarılmasında ve program yazımında kolaylık sağladığı için indisel notasyon ile gösterim tercih sebebidir, buna göre eşitlik (3.23)'ü indisel notasyonla gösterecek olursak.



Şekil 3.7. İki değişkenli sonlu farklar açılımının indisel gösterimi

$$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_{\mathrm{i,j}} = \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}}{\Delta x} + O(\Delta x) \tag{3.27}$$

Diferansiyel denklemin sonlu farklar eşitliği olarak ifade edilmesi

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \tag{3.28}$$

Zamana bağlı terimi ileri farklar formülü ile ifade edelim,

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{\partial T}{\partial t}\Delta t + \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}\frac{\Delta t^2}{2!} + ... + \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} - \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}\frac{\Delta t^2}{2!} \tag{3.29}$$

Difüzyon terimini merkezi farklar ile ifade edelim,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} - \frac{(\Delta x)^2}{12}\frac{\partial^4 T}{\partial x^4} \tag{3.30}$$

Burada T_i^n ifadesinde n: zamanı temsil eder, i: pozisyonu temsil eder.

Eşitlik (3.29) ve (3.30) değerlerini eşitlik (3.28) de yerlerine yazalım,

$$\frac{T_i^{n+1}-T_i^n}{\Delta t}-\frac{\partial^2 T}{\partial t^2}\frac{\Delta t^2}{2!}=\alpha\left(\frac{T_{i-1}^n-2T_i^n+T_{i+1}^n}{(\Delta x)^2}-\frac{(\Delta x)^2}{12}\frac{\partial^4 T}{\partial x^4}\right) \tag{3.31}$$

$$\frac{T_i^{n+1}-T_i^n}{\Delta t}-\alpha\frac{T_{i-1}^n-2T_i^n+T_{i+1}^n}{(\Delta x)^2}\cong O(\Delta t,\Delta x^2) \tag{3.32}$$

Eşitlik (3.32) eşitlik (3.28)'in sonlu farklar eşitliği olarak elde edilmiştir.

Sayısal çözümde mutlaka bir hata payı vardır.

Kesme hatası

Diferansiyel denklemler cebirsel olarak ifade edilirken yüksek mertebeli terimlerin ihmal edilmesinden kaynaklanan hatadır. Gridler arası mesafe küçüldükçe kesme hatası azalır. Sonlu farklar formüllerinin dereceleri artırıldıkça kesme hatası azalır. Ancak bu her iki durum için yuvarlatma hatası artar.

Uygunluk (Consistancy)

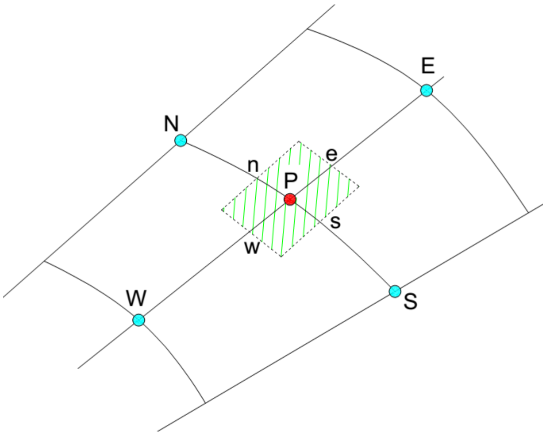
Eğer Δt, Δx in değeri küçüldükçe kesme hatası azalıyor ise diferansiyel denklemin sonlu farklar (cebirsel) eşitliğinin uygun olduğu söylenir. Tersi olursa hata büyürse uygunsuz bir formülasyondur.

Yuvarlatma hatası

Bilgisayarın rakamsal sonuçları yuvarlatmasından kaynaklanır.

Kontrol hacmi formülasyonu

Diferansiyel denklemler çok küçük sonlu hacimlerinde integre edilerek lineer cebirsel denklemlere dönüştürülür.



Şekil 3.8. Kontol hacmi formülasyonu

Kontrol hacmi içindeki noktaya P, doğusundaki noktaya E batısındaki noktaya W güneyindeki noktaya S ve kuzeyindeki nokta N olsun ve duvarlar e, s, w, n ile gösterilsin

Taylor serisinde $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}$ ifadesini sonlu fark olarak yazarken T'nin ne olduğu bizim için önemli değildi, ama kontrol hacminde işin fiziği önemlidir.

Genel denklem

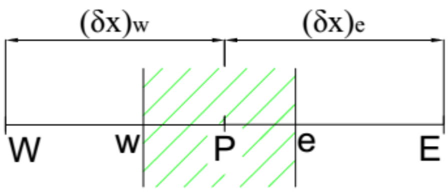
$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u\frac{\partial \varphi}{\partial x} + v\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial y}\right) + S \qquad (3.4a)$$

Eşitlik (3.4) 'ün iki boyutlu zamana bağlı açılımı (3.4a) olarak verilmiştir.

Bir boyutlu ısı denklemi

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + S = 0 \qquad (3.33)$$

Tek boyutlu ısı denklemini kontrol hacmi formülasyonu kullanarak cebirsel hale getirilmesi,



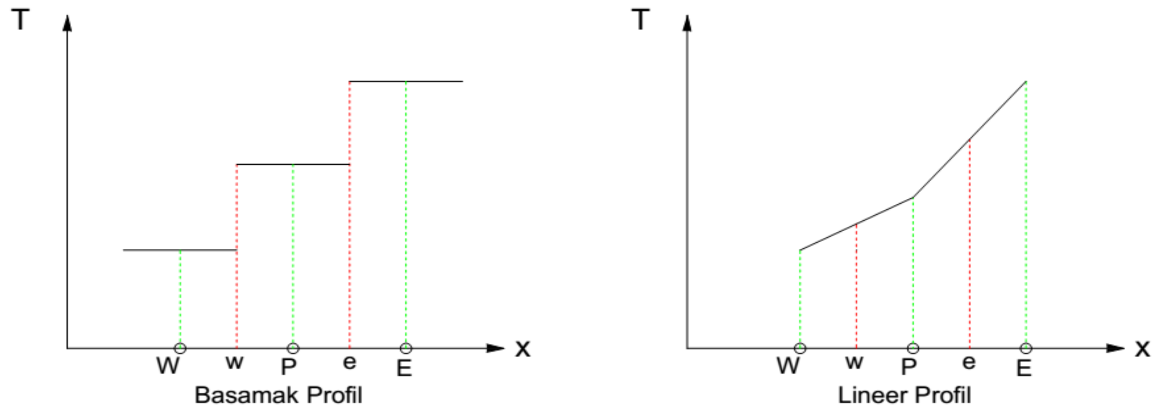
Şekil 3.9. Tek boyutlu kontrol hacmi

Bu kontrol hacmini integre edersek,

$$\int_w^e \left(\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) + S = 0 \right) dx \Rightarrow \left| k\frac{dT}{dx} + Sx = 0 \right|_w^e \Rightarrow k\frac{dT}{dx}\bigg)_e - k\frac{dT}{dx}\bigg)_w + S\Delta x = 0$$

(3.34)

Burada, $k\frac{dT}{dx}\Big)_e$ e yüzeyindeki ısı akısı, $k\frac{dT}{dx}\Big)_w$ w yüzeyindeki ısı akısı ve $S\Delta x$ kontrol hacminde üretilen toplam ısıdır. İşlemi devam ettirmek için bir kabul yapılacaktır. $\frac{dT}{dx}$ 'i kontrol hacmi yüzeylerinde cebirsel olarak ifade etmek için sıcaklığın grid noktaları arasındaki değişimini temsil eden bir fonksiyon (profil) kabul edilmesi gerekir. Profil seçimi için şekil 3.10. da verilen iki farklı yöntem kullanılır.



Şekil 3.10. Basamak ve lineer profil

Basamak profile kullanılması durumunda;

Gridler arası sıcaklığın basamak olarak değiştiği varsayılacaktır.

Kontrol hacmi içerisinde her noktadaki sıcaklığın grid noktasındaki sıcaklığa eşit olduğu kabul edilir.

Lineer profil kullanılması durumunda;

Gridler arası sıcaklığın lineer değiştiği varsayılmaktadır.

Basamak profilde kontrol hacminin yüzeylerinde $\frac{dT}{dx}$ belirsizdir bundan dolayı basamak profil $\frac{dT}{dx}$ 'in kontrol hacmi yüzeylerinde cebirsel olarak ifade edilmesi için uygun değildir.

Lineer profil seçiminde kontrol hacmi yüzeylerinde $\frac{dT}{dx}$ gridler arası parçalı lineer profilin eğimine eşittir. Yani $\left.\frac{dT}{dx}\right)_e = \frac{T_E - T_P}{(\delta x)_e}$ şeklinde ifade edilmektedir. Profil seçimi belirlenmiştir, tekrar bir boyutlu ısı denklemini kontrol hacminde açmaya devam edelim.

$$\left.\frac{dT}{dx}\right)_w = \frac{T_P - T_W}{(\delta x)_w} \quad , \left.\frac{dT}{dx}\right)_e = \frac{T_E - T_P}{(\delta x)_e} \tag{3.35}$$

Eşitlik (3.35) deki değerler eşitlik (3.34) de yerlerine konulursa

$$k_e \frac{T_E - T_P}{(\delta x)_e} - k_w \frac{T_P - T_W}{(\delta x)_w} + \overline{S}\Delta x = 0 \tag{3.36}$$

Bu eşitlik düzenlenirse,

$$\underbrace{\left(\frac{k_e}{(\delta x)_e} + \frac{k_w}{(\delta x)_w}\right)}_{a_P} T_P = \underbrace{\frac{k_e}{(\delta x)_e}}_{a_E} T_E + \underbrace{\frac{k_w}{(\delta x)_w}}_{a_W} T_W + \underbrace{\overline{S}\Delta x}_{b} \tag{3.37}$$

ve eşitlik deki değerler kısaltılırsa yani,

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + b \tag{3.37a}$$

Şeklinde bir boyutlu ısı transferi denklemi grid noktalarında cebirsel olarak gösterilmiştir.

Burada $a_E = \frac{k_e}{(\delta x)_e}$, $\quad a_W = \frac{k_w}{(\delta x)_w}$, $\quad a_P = a_E + a_W$, $\quad b = \overline{S}\Delta x$

Kaynak teriminin temsili

Genel olarak kaynak terimi bağımlı değişkenin fonksiyonu olabilir yani S=S(T), bu durumda elde edilecek olan cebirsel denklemlerin lineer olabilmesi için, kaynak teriminin lineerize edilmesi gerekir yani,

$$S = S_c + S_P T \tag{3.38}$$

Eğer $S = S_c + S_P T$ ise eşitlik (3.37) de gösterilen cebirsel denklemde parametreler şöyle ifade edilebilir.

$$a_E = \frac{k_e}{(\delta x)_e}, \quad a_W = \frac{k_w}{(\delta x)_w}, \quad a_P = a_E + a_W - S_P\Delta x, \quad b = S_c\Delta x$$

Kontrol hacmi formülasyonunda uyulması gereken temel kurallar

1. Bitişik kontrol hacimlerinin ortak yüzeylerindeki akı her iki kontrol hacmi içinde aynı olmalıdır.
2. Cebirsel denklem eşitlik (3.37a) daki gibi yazıldığında bütün katsayıların her zaman pozitif olması gerekir.

3. Eğer diferansiyel denklem sadece bağımlı değişkenin türevlerini içeriyor ise T ve T+c (c;burada sabit) diferansiyel denklem çözümüdür. Bu özelliğin cebirsel denkleme yansımış olması için $a_P = \sum a_{nb}$ olmalıdır. Burada nb, P nin komşularını ifade eder.

4. a_P ’nin her şart altında pozitif olması için S_P ‘nin sıfır veya negatif olması gerekir.

Kaynağın lineerize edilmesi

Kaynak terimini yani S = S(T) ifadesini 4. temel kuralı sağlayacak şekilde $S = S_c + S_P T$ şeklinde ifade edilmesi işlemine kaynağın lineerize edilmesi denir. Burada S_c ve S_P ifadesi temel kurallara uyacak şekilde belirlenir.

$S = 3 + 7T$ olsun 4. temel kuralı sağlamalıdır yani $S_P \leq 0$ olmalıdır bunun için düzenlemeler yapılır.

$S_c = 3 + 7T_P^*$, $S_P = 0$ burada T_P^* bir önceki iterasyonu temsil eder.

$S_c = 3 + 9T_P^*$, $S_P = -2$, $\Rightarrow S = 3 + 9T_P^* - 2T_P$

Eğer $S = 4 - 5T^3$ şeklinde ise bunu hızlıca açmak zor olacaktır ve tavsiye edilen yöntem şöyledir,

$S = S^* + \left(\dfrac{ds}{dT}\right)^* (\mathrm{T}_P - \mathrm{T}_P^*)$ bu formüle göre verilen eşitliği düzenlersek,

$$S = 4 - 5(T_P^*)^3 - 15(T_P^*)^2 (T_P - T_P^*)$$

$S = \underbrace{4 + 10(T_P^*)^3}_{S_c} - \underbrace{15(T_P^*)^2}_{S_P} T_P$ şeklinde ifade edilmesi en doğru yöntemdir.

Ancak kolay olduğu için bütün kaynak S_c içine atılır ve $S_P = 0$ alınır.

Sınır şartları

Genel olarak üç tip sınır şartı vardır,

1. Dirichlet Sınır Şartı: Sınırda bağımlı değişkenin değeri bilinir, yani $T(0) = T_0$

2. Numan Sınır Şartı: Sınırda bağımlı değişkenin türevi bilinir, yani $\left.\frac{dT}{dx}\right)_{x=0} = q_B$

3. Karışık Sınır Şartı: Sınırda bağımlı değişkenin kendisinin ve türevinin karşılığı olan bir ifade bilinir, yani $-k\left.\frac{dT}{dx}\right)_{x=0} = h(T_\infty - T)$

Ayrıklaştırma yolu ile cebirsel hale getirilen denklem sistemlerini farklı çözüm metotları kullanarak çözmek mümkündür, bu metotları inceleyelim,

Lineer cebirsel denklem sistemlerinin çözümü

Çözüm metotları

1. Direkt metotlar; Bilinen belirli sayıda işlem tamamlandığında çözüme ulaşılır.

a) Gauss eleminasyon metodu

b) Gauss – Jordan eleminasyon metodu (Tri Dioganal Matrix Algoritm (TDMA))

2. İteratif Metotlar; Sonuca aynı işlemler defalarca tekrarlandıktan sonra ulaşılan metotlardır.

a) Blok metot

b) Nokta metodu

- Jacobi metodu
- Gauss – Seidel metodu

Gauss – Jordan eleminasyon metodu

Şekil 3.11. Tek boyutlu kontrol hacminin indisli gösterimi

Sınır noktalarında cebirsel denklem $a_B T_B = a_I T_I + b$ (3.39)

Ara noktalarda cebirsel denklem $a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + b$ (3.40)

Sistematik bir çözüm prosedürü elde etmek için, cebirsel denklemi indis notasyonu kullanarak yazarsak,

$$\begin{aligned} a_i T_i &= b_i T_{i+1} + c_i T_{i-1} + d_i \\ -c_i T_{i-1} + a_i T_i - b_i T_{i+1} &= d_i \end{aligned} \tag{3.41}$$

Burada $a_i = a_P$, $b_i = a_E$, $c_i = a_w$, $d_i = b$ ve $i = 1, 2, 3, \ldots N$

Bu cebirsel denklem matris eşitliği olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} a_1 & -b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & a_2 & -b_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & a_3 & -b_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_4 & a_4 & -b_4 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & -c_{N-1} & a_{N-1} & -b_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_N & a_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ \vdots \\ T_{N-1} \\ T_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ \vdots \\ d_{N-1} \\ d_N \end{bmatrix} \tag{3.42}$$

Bu metot ile iki ara işlem, ileri ve geri işlem sonunda çözüme ulaşılır.

İleri işlemde; değişkenlerden biri diğeri cinsinden çözülüp bir sonraki cebirsel denklemde yerlerine konularak bütün denklemlerdeki değişken sayısı bir eksiltilmiş (ikiye indirilmiş) olur. Son denklemde sadece bir değişken kalır, yani son nokta için çözüm elde edilmiş olur.

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_i T_{i-1} + d_i \tag{3.41}$$

İleri işlemlerde değişkenlerden birinin diğeri cinsinden çözümü şu şekilde formüle edilir,

$$T_i = \frac{b_i}{a_i} T_{i+1} + \frac{d_i}{a_i} \Rightarrow T_i = P_i T_{i+1} + Q_i \tag{3.42}$$

Aynı şekilde,

$$T_{i-1} = P_{i-1} T_i + Q_{i-1} \tag{3.43}$$

Eşitlik (3.43)'ü eşitlik (3.41) de yerine yazalım

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_i (P_{i-1} T_i + Q_{i-1}) + d_i \tag{3.44}$$

Eşitlik (3.44) eşitlik (3.42) ye benzer şekilde düzenlenirse,

$$T_i = \frac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}} T_{i+1} + \frac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i P_{i-1}} \tag{3.45}$$

Burada $P_i = \dfrac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}}$, $Q_i = \dfrac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i P_{i-1}}$ olarak ifade edilir

ve $i = 1 \Rightarrow$ $P_1 = \dfrac{b_1}{a_1}$, $Q_1 = \dfrac{d_1}{a_1}$, $i = N \Rightarrow$ $P_N = 0$, $Q_N = T_N$ ileri işlemler formülasyonu bu şekilde yapılmaktadır.

Geri işlemde; ileri işlem sonunda ara değerlerde iki bilinmeyen kalmaktadır ve en son denklemin eşitliği bulunmuştur. Bulunan bu son değerden ele alınıp $i = N - 1.$ denklemden başlanarak geriye doğru bütün değişkenler çözülür. Geri işlemler şöyle formüle edilir,

Eşitlik (3.43) kullanılarak $T_{N-1}, T_{N-2}, ... T_1$ geriye doğru çözülür.

TDMA metodunun işlem sırası şöyle özetlenebilir,

1. $P_1 = \dfrac{b_1}{a_1}$, $Q_1 = \dfrac{d_1}{a_1}$ değerleri hesaplanır.

2. $P_i = \dfrac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}}$, $Q_i = \dfrac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i P_{i-1}}$ eşitliğinden i = 2 den i = N-1 ‘e kadar bütün noktalar için P_i ve Q_i hesaplanır.

3. Eşitlik (3.42) kullanılarak $Q_N = T_N$ hesaplanır.

4. Eşitlik (3.43) kullanılarak i = N-1 den i = 1’e kadar geriye doğru bütün noktalar için T değeri hesaplanır.

<u>Gauss – Seidel iterasyon metodu</u>

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + b \tag{3.40}$$

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_i T_{i-1} + d_i \tag{3.41}$$

Yukarıdaki eşitliklere iterasyon yapıp tekrarlayarak çözüme ulaşacağız.
Her bir denklemden bilinmeyenlerden biri diğerleri biliniyormuş gibi çözülür, yani;

$$T_i = \frac{1}{a_i}\left[b_i T_{i+1} + c_i T_{i-1} + d_i\right] \tag{3.46}$$

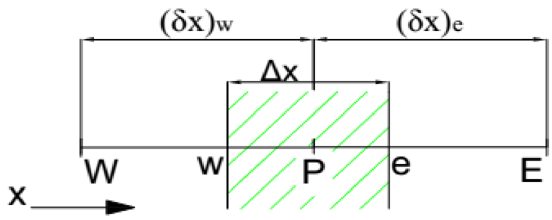
Çözüm için ilk iterasyonda bütün bilinmeyenler için bir değer kabul edilir (genellikle sıfır). Sonraki iterasyonlarda bilinmeyenlere en son bulunan değerler atanarak işlem tekrarlanır. İşlemlerde birbirini takip eden iki iterasyonda elde edilen değerler bütün grid noktaları için daha önce belirlenmiş olan bir yakınsama kriterini sağlayıncaya kadar devam ettirilir.

Açıklanan bu çözüm metotlarından TDMA algoritması 1 boyutlu problemler için kolayca uygulanabilir ancak problem 2 veya 3 boyutlu olduğunda bu metodun uygulanmasında da iterasyon gerekir ve TDMA metodu daha çok bilgisayar hafızasına ihtiyaç duyar. Ancak Gauss – Seidel iterasyon metodu 2 veya 3 boyutlu problemlerde kolayca uygulanabilir. EKLER bölümünde EK-1. de uygulama örnek olarak verilmiştir.

Kararsız bir boyutlu ısı denklemi

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \tag{3.47}$$

Burada ρ ve c sabittir. Karasız bir boyutlu ısı denkleminin kontrol hacmi formülasyonu kullanarak cebirsel hale getirilmesi,



Şekil 3.12. Kararsız tek boyutlu ısı iletimi denklemi için kontrol hacmi

Eşitlik (3.47) şekilde verilen kontrol hacminde $t = t_0$ ve $t = t_0 + \Delta t$ zaman aralığında integre edilirse,

$$\int_w^e \int_{t_o}^{t_0+\Delta t} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dt dx = \int_{t_o}^{t_0+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dt$$

Burada $t = t_0$ anındaki değere T^0 ve $t = t_0 + \Delta t$ anındaki değere de T^1 olarak ifade edelim,

$$\rho c \int_{w}^{e} T\Big|_{T^0}^{T^1} dx = \int_{t_o}^{t_0+\Delta t} k \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{w}^{e} dt \Rightarrow \rho c \int_{w}^{e} (T^1 - T^0) dx = \int_{t_o}^{t_0+\Delta t} \left(\left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_w \right) dt \Rightarrow$$

$$\rho c \int_{w}^{e} (T^1 - T^0) dx = \int_{t_o}^{t_0+\Delta t} \left(k_e \frac{T_E - T_P}{(\delta \mathrm{x})_e} - k_w \frac{T_P - T_W}{(\delta \mathrm{x})_w} \right) dt \tag{3.48}$$

Eşitliğin sol tarafının x' e göre integre edilebilmesi için t_0 ve $t_0 + \Delta t$ anında sıcaklık değişiminin bilinmesi gerekir.

Eşitliğin sol tarafının t' ye göre integre edilebilmesi için T_E, T_P, T_W ' nin Δt adımı boyunca t ile değişiminin bilinmesi gerekir. Bunun için bazı kabuller yapılacaktır.

Verilen bir anda kontrol hacminin içindeki sıcaklığın P noktasındaki sıcaklığa eşit olduğu kabul edilir.

Grid noktalarında sıcaklığın, Δt adımı süresinde değişimi adım başındaki ve sonundaki değerlerin ağırlıklı fonksiyonu olarak şöyle ifade edilir, Δt adımı içinde kalmak şartıyla

$$\begin{aligned} T_P &= fT_P^1 + (1-f)T_P^0 \\ T_E &= fT_E^1 + (1-f)T_E^0 \\ T_W &= fT_W^1 + (1-f)T_W^0 \end{aligned} \tag{3.49}$$

Burada f ağırlık faktörüdür ve değeri 0 ve 1 arası değişir.

Bu kabuller çerçevesinde eşitlik (3.48)'in integrali alırsa

$$\rho c \int_{w}^{e} (T^1 - T^0) dx =$$

$$= \int_{t_o}^{t_0+\Delta t} \left(k_e \frac{fT_E^1 + (1-f)T_E^0 - fT_P^1 - (1-f)T_P^0}{(\delta \mathrm{x})_e} - k_w \frac{fT_P^1 + (1-f)T_P^0 - fT_W^1 + (1-f)T_W^0}{(\delta \mathrm{x})_w} \right) dt$$

$$a_P T_P = a_E \left[fT_E + (1-f)T_E^0 \right] + a_W \left[fT_W + (1-f)T_W^0 \right] + \left[a_P^0 - (1-f)a_E - (1-f)a_W \right] T_P^0 \tag{3.50}$$

Burada $a_E = \dfrac{k_e}{(\delta x)_e}$, $a_W = \dfrac{k_w}{(\delta x)_w}$, $a_P^0 = \rho c \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$, $a_P = fa_E + fa_W + a_P^0$

Bu eşitlikte $T^1 = T$ olarak alınmıştır, zaman adımı sonundaki değerleri temsil etmektedir.

Genellikle f; 0, 0.5, 1 değerlerini alır. f' 'in aldığı değerlere göre yöntemler,

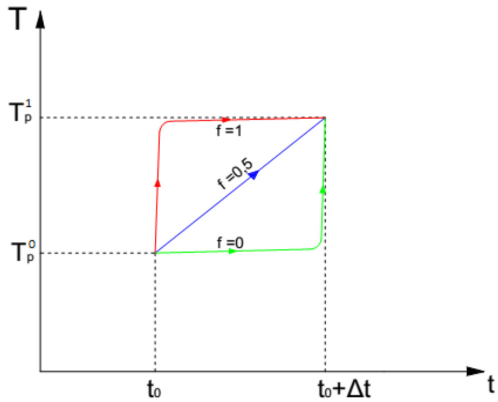
$f = 0$ değeri için explicit metot

$f = 0.5$ değeri için Crack – Nicolson

$f = 1$ için tam implicit metot

adını almaktadır.

$T_P = fT_P^1 + (1-f)T_P^0$ ifadesinin Δt adımı süresince değişiminin grafiğini, $f = 0$, $f = 0.5$, $f = 1$ değerleri için şekil üzerinde inceleyelim,



Şekil 3.13. $T_P = fT_P^1 + (1-f)T_P^0$ ifadesinin Δt adımı süresince değişimi

Expilicit metot

Eşitlik (3.50) de explicit metot için ağırlık faktörü f yerine f = 0 yazılırsa,

$$a_P T_P = a_E T_E^0 + a_W T_W^0 + \left[a_P^0 - a_E - a_W\right] T_P^0 \tag{3.51}$$

Burada $a_E = \dfrac{k_e}{(\delta x)_e}$, $a_W = \dfrac{k_w}{(\delta x)_w}$, $a_P^0 = \rho c \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$,

T_E^0 , T_W^0, T_P^0 ifadelerinin değerleri bilinmektedir. Tek bilinmeyen T_P ifadesidir. Expilicit metot da bütün katsayıların pozitif olma şartı her zaman sağlanmayabilir. Katsayıların her zaman pozitif olabilmesi için Δx ve Δt ' nin belli bir kriteri sağlaması gerekir,

$a_P^0 - a_E - a_W \geq 0$ olmalı yani $\rho c \dfrac{\Delta x}{\Delta t} - \dfrac{k_e}{(\delta x)_e} - \dfrac{k_w}{(\delta x)_w} \geq 0$ olmalıdır, burada $(\delta x)_e = (\delta x)_w = \Delta x$, $k_e = k_w = k$ olarak düşünülürse

$$\Delta t \leq \rho c \frac{(\Delta x)^2}{2k} \tag{3.52}$$

eşitliği elde edilir, bu eşitlik explicit metodunun yakınsama kriteridir.

İmpilicit metot

Eşitlik (3.50) de explicit metot için ağırlık faktörü f yerine f = 1 yazılırsa,

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + b \tag{3.53}$$

Burada $a_E = \dfrac{k_e}{(\delta x)_e}$, $a_W = \dfrac{k_w}{(\delta x)_w}$, $a_P^0 = \rho c \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$, $b = a_P^0 T_P^0$, $a_P = a_E + a_W + a_P^0$

Bu metot de cebirsel denklemler üç bilinmeyenlidir,

Cebirsel denklem katsayıları her şart altında katsayıların pozitif olması kriterini sağlar,

$\Delta t \to \infty$ alınarak kararlı şartlar için cebirsel denklemler elde edilir,

Her şart altında katsayıların pozitif olması kriteri sağlandığı için en yaygın kullanılan metottur.

Crank – Nicolson metodu

Eşitlik (3.50) de explicit metot için ağırlık faktörü f yerine f = 0.5 yazılırsa cebirsel denklemler elde edilir. Katsayıların pozitif olma şartı her zaman sağlanabilmesi için

$$\Delta t \le \rho c \frac{(\Delta \mathrm{x})^2}{k} \tag{3.54}$$

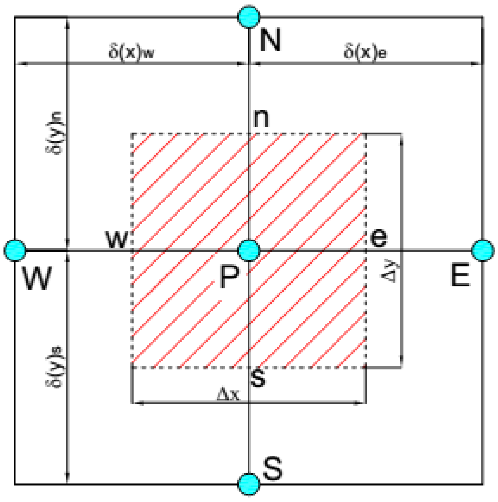
Eşitliğinin sağlanması gerekir. Bu metotlar arasında en yaygın kullanılanı implicit metottur. Ekler kısmında EK-2. de uygulama örnek olarak verilmiş ve yorumlanmıştır.

İki ve üç boyutlu ısı iletimi denklemi

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + S \tag{3.55}$$

Burada $S = S_c + S_p T_p$ dir. Bu diferansiyel denklemi şekil 3.14. deki kontrol hacminde integre edersek,

$$\int_s^n \int_w^e \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dt dx dy = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) dx dy dt + \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) dx dy dt + \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S dx dy dt$$



Şekil 3.14. İki boyutlu kontrol hacmi

Zamana bağlı değişimleri implicit metot ile formüle edelim, yani ağırlık faktörü, $f=1$, olarak alınacaktır ve $T_P = T_P^1$ şeklinde ifade edilecektir yani kontrol hacminin içindeki değer zaman adımı sonrasındaki değere eşit olacaktır. Kontrol hacminin yüzeylerinde sıcaklık gradyanı $\left(\dfrac{\partial T}{\partial x}, \dfrac{\partial T}{\partial y}\right)$ parçalı lineer profil seçilerek cebirsel olarak ifade edilirse, eşitlik (3.56) elde edilir.

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S + b \tag{3.56}$$

Burada $a_E = \dfrac{k_e}{(\delta x)_e}\Delta y$, $a_W = \dfrac{k_w}{(\delta x)_w}\Delta y$, $a_N = \dfrac{k_n}{(\delta x)_n}\Delta x$, $a_S = \dfrac{k_s}{(\delta x)_s}\Delta x$, $a_P^0 = \rho c \dfrac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}$,

$b = S_c \Delta x \Delta y + a_p^0 T_p^0$, $a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 - S_P \Delta x \Delta y$

Üç boyutlu durum için cebirsel denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S + a_B T_B + a_T T_T + b \tag{3.57}$$

Burada $a_E = \dfrac{k_e}{(\delta x)_e}\Delta y \Delta z$, $a_W = \dfrac{k_w}{(\delta x)_w}\Delta y \Delta z$, $a_N = \dfrac{k_n}{(\delta x)_n}\Delta x \Delta z$, $a_S = \dfrac{k_s}{(\delta x)_s}\Delta x \Delta z$,

$a_B = \dfrac{k_b}{(\delta x)_b}\Delta x \Delta y$, $a_T = \dfrac{k_t}{(\delta x)_t}\Delta x \Delta y$, $a_P^0 = \rho c \dfrac{\Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t}$, $b = S_c \Delta x \Delta y \Delta z + a_p^0 T_p^0$,

$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_B + a_T + a_P^0 - S_P \Delta x \Delta y \Delta z$

Ek – 3 de uygulama örnek olarak verilmiştir.

Kararlı bir boyutlu konveksiyon – difüzyon denklemi

Kararlı bir boyutlu konveksiyon – difüzyon denklemi için diferansiyel denklem;

$$\frac{d}{dx}(\rho u\varphi)=\frac{d}{dx}\left(\Gamma\frac{d\varphi}{dx}\right) \tag{3.58}$$

Bu diferansiyel denklemi çözmek için hız dağılımının bilindiğini kabul edelim, burada bilinmeyen φ dir. Eşitlik (3.58) i tek boyutlu kontrol hacminde integre edelim,

$$\int_w^e \frac{d}{dx}(\rho u\varphi)\,dx=\int_w^e \frac{d}{dx}\left(\Gamma\frac{d\varphi}{dx}\right)dx \Rightarrow \rho u\varphi\Big|_w^e=\Gamma\frac{d\varphi}{dx}\Big|_w^e \Rightarrow$$

$$(\rho u\varphi)_e-(\rho u\varphi)_w=\Gamma_e\left.\frac{d\varphi}{dx}\right)_e-\Gamma_w\left.\frac{d\varphi}{dx}\right)_w \tag{3.59}$$

Elde edilen çözümün devamı için eşitliğin sağ tarafını lineer profil kullanarak açabiliriz yani,

$$\Gamma_e\left.\frac{d\varphi}{dx}\right)_e=\Gamma_e\frac{\varphi_E-\varphi_P}{(\delta x)_e} \quad , \quad \Gamma_w\left.\frac{d\varphi}{dx}\right)_w=\Gamma_w\frac{\varphi_P-\varphi_W}{(\delta x)_w} \tag{3.60}$$

şeklinde açabiliriz, eşitliğin sol tarafındaki ifadeleri de cebirsel hale getirmemiz gereklidir bunun için farklı metotlar geliştirilmiştir, bu metotları inceleyerek diferansiyel denklemi cebirsel hale getirelim,

1. Basit yaklaşım (merkezi farklar yaklaşımı)

$$\begin{aligned}(\rho u\varphi)_e&=(\rho u)_e\frac{\varphi_E+\varphi_P}{2}\\ (\rho u\varphi)_w&=(\rho u)_w\frac{\varphi_P+\varphi_W}{2}\end{aligned} \tag{3.61}$$

Eşitlik (3.60) ve (3.61) eşitlik (3.59) da kontrol hacmi açılımında yerine yazılırsa,

$$(\rho u)_e\frac{\varphi_E+\varphi_P}{2}-(\rho u)_w\frac{\varphi_P+\varphi_W}{2}=\Gamma_e\frac{\varphi_E-\varphi_P}{(\delta x)_e}-\Gamma_w\frac{\varphi_P-\varphi_W}{(\delta x)_w}$$

ve bu eşitlik düzenlenirse

$$a_P\varphi_P=a_E\varphi_E+a_W\varphi_W \tag{3.62}$$

elde edilir, Burada

$D_E=\dfrac{\Gamma_e}{(\delta x)_e}$, $D_W=\dfrac{\Gamma_w}{(\delta x)_w}$, $F_e=(\rho u)_e$, $F_w=(\rho u)_w$ olmak üzere,

$$a_E = D_e - F_e / 2 \quad , \quad a_W = D_w + F_w / 2, \quad a_P = D_e + D_w + (\frac{F_e - F_w}{2}) = a_E + a_W + (F_e - F_w)$$

şeklindedir.
Burada

$$\frac{F}{D} = \frac{\rho u \delta_x}{\Gamma} \tag{3.63}$$

Eşitliği ile ifade edilirse, bu eşitlik için

eğer $\Gamma \to \mu$ ise $\frac{F}{D} = \frac{\rho u \delta_x}{\mu}$ grid Reynolds sayısıdır.

Eğer $\Gamma \to k / c_p$ ise $\frac{F}{D} = \frac{\rho u \delta_x c_p}{k}$ Peclet sayısıdır.

Basit yaklaşı ile elde edilen ifade her zaman doğru sonuç vermeye bilir, şöyle ki ; eğer $D_e = D_w = 1$, $F_e = F_w = 4$, $\varphi_E = 200$, $\varphi_W = 100$ ise bu yaklaşıma göre φ_P değeri 50 olarak $\varphi_P = 50$ bulunur. Elde edilen bu sonucu irdeleyecek olursak,

$\varphi_P = 50$ değeri $\varphi_E = 200$ ve $\varphi_W = 100$ değerleri aralığı dışındadır. Bu değer fiziksel olarak anlamsızdır. Sonucun anlamsız olmasının sebebi $a_E = -1$ olması yani negatif olmasıdır. Buradan görülmektedir ki basit yaklaşım katsayıların her zaman pozitif olma şartını sağlamaz, $\frac{F}{D}$'nin küçük değerlerinde pozitif katsayısı şartı şağlanır. Bu sebeple katsayıların her zaman pozitif olmasını sağlayacak farklı yaklaşımlar incelenecektir.

2. Upwind metodu

$$(\rho u \varphi)_e - (\rho u \varphi)_w = \Gamma_e \left.\frac{d\varphi}{dx}\right)_e - \Gamma_w \left.\frac{d\varphi}{dx}\right)_w \tag{3.59}$$

Eşitlik (3.59) tekrar ele alınırsa ve eşitliğin sol tarafı tekrar Upwind metoduna göre tekrar düzenlenecektir. Upwind metodunun prensibi φ' nin kontrol hacmi yüzeylerindeki değeri akışkan geldiği taraftaki grid noktasındaki değere eşittir. Örneğin şekil 3.12 üzerinde açıklama yapacak olursak, eğer u >0 ise yani akış +x yönünde ise $\varphi_w = \varphi_W$, $\varphi_e = \varphi_P$ eşit olur, akış tam tersi ise u <0 ise yani akış –x yönünde ise $\varphi_w = \varphi_P$, $\varphi_e = \varphi_E$ eşit olur. Bu işlemleri yaptığımızda basit yaklaşımdan gelen negatif işaretini ortadan kaldırmış oluruz. Upwind metodu $[\![A, B]\!]$ operatörü kullanılarak formüle edilir.
Bu operatörü kullanarak,

$$\begin{aligned}(\rho u\varphi)_e &= (\rho u)_e \varphi_e = F_e\varphi_e = \varphi_P \left\|F_e,0\right\| - \varphi_E \left\|-F_e,0\right\| \\ (\rho u\varphi)_w &= (\rho u)_w \varphi_w = F_w\varphi_w = \varphi_W \left\|F_w,0\right\| - \varphi_P \left\|-F_w,0\right\|\end{aligned} \tag{3.64}$$

Eşitliği ile yazılabilir. Bu eşitlik, eşitlik (3.59) da yerine yazılır ve düzenlenirse,

$$a_P\varphi_P = a_E\varphi_E + a_W\varphi_W \tag{3.65}$$

elde edilir, ve burada $a_E = D_e + \left\|-F_e,0\right\|$, $a_W = D_w + \left\|F_w,0\right\|$, $a_P = a_E + a_W + (F_e - F_w)$ dir.

Upwind metodu her zaman katsayıların pozitif olma şartını sağlar ancak, bazı durumlarda hassasiyet düşüktür. Upwind metodu sayısal difüzyona sebep olur. Eğer akış pozitif ise E noktasının P noktasını sadece difüzyon ile etkilediği var sayılır, tersi var sa hem difüzyon hemde konveksiyon hesaba katılır. Upwind metodundan daha iyi sonuç verecek ayrıklaştırma metodu için analitik çözüm referans alınarak geliştirilen metotlar kullanılır. Bu metotların detaylı anlatılışı konuyu bozacağı için doğrudan sonuçları verilecektir.

3. Exponansiyel metot

Analitik çözümden sonucu elde edilen sonuç,

$$a_P\varphi_P = a_E\varphi_E + a_W\varphi_W \tag{3.66}$$

burada $a_E = \dfrac{F_e}{\exp(F_e/D_e)-1}$, $a_W = \dfrac{F_w\exp(F_w/D_w)}{\exp(F_w/D_w)-1}$, $a_P = a_E + a_W + (F_e - F_w)$ dir.

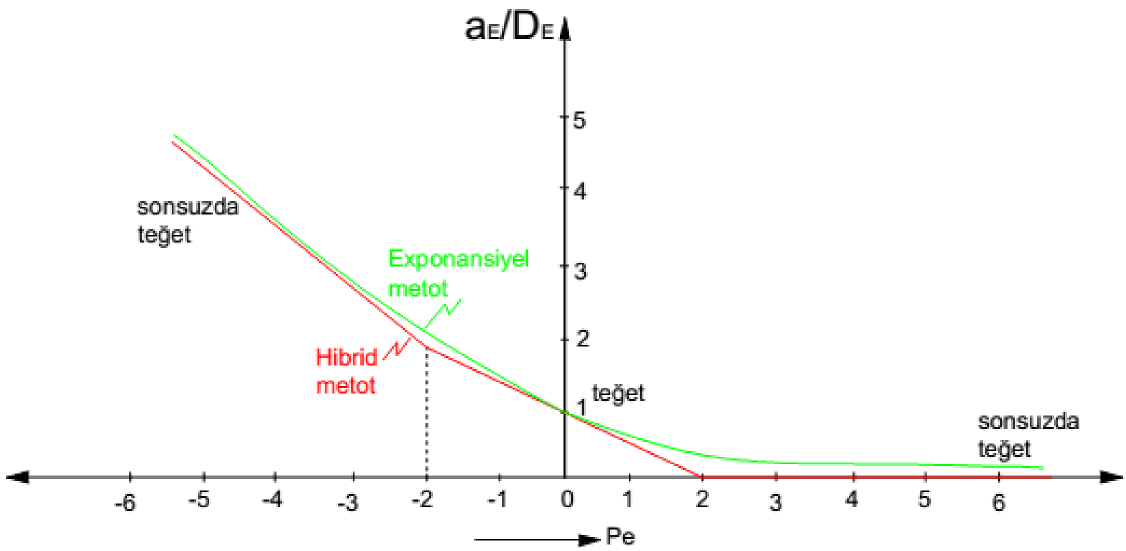
Exponansiyel metot ile elde edilen cebirsel denklem diferansiyel denklemi %100 doğru temsil eder, expoanasiyel terimlerin hesabı uzun bilgisayar zamanı alır, exponansiyel metot tek boyutlu problemlerde uygulanabilir ancak bu metodun cebirsel denklem katsayıları refrans olarak kullanılır.

4. Hibrid metot

Exponansiyel metot ile elde edilen cebirsel denklemin katsayılarını referans alarak geliştirilmiştir,

$$a_E = \frac{F_e}{\exp(F_e/D_e)-1} \quad \text{veya} \quad a_E/D_e = \frac{F_e/D_e}{\exp(F_e/D_e)-1} = \frac{Pe}{\exp(Pe)-1} \Rightarrow f(\text{Pe})$$

Düzenlemeden görüldüğü gibi Peclet sayısı sayısal çözümde önemli bir rol oynar ve hibrit metodu Peclet sayısını kullanarak merkezi farkları upwind metodunu, exponansiyel metodu birleştirmiştir. Buna göre hibrid metodunun ifadesi şöyledir,



Şekil 3.15. Hibrid metot ile exponansiyel metot

Hibrid metodu şekildeki $a_E/D_E \sim P_e$ ilişkisi üç kesik doğru ile temsil ederek formüle edilir, bu doğrular,

1. $Pe > 2$ için $a_E / D_e = 0$
2. $-2 \le Pe \le 2$ için $a_E / D_e = 1 - \frac{P_e}{2}$
3. $Pe < -2$ için $a_E / D_e = -Pe$

Hibrid metot ile elde edilen sonuç,

$$a_P\varphi_P = a_E\varphi_E + a_W\varphi_W \tag{3.67}$$

burada,

$a_E = D_e \left\| -Pe, 1 - \frac{Pe}{2}, 0 \right\|$ veya $a_E = \left\| -F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0 \right\|$ benzer şekilde $a_W = \left\| -F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0 \right\|$

olarak yazılır ve $a_P = a_E + a_W + (F_e - F_w)$ dir.

Şekilden görüldüğü üzere $-2 \le Pe \le 2$ aralığında hibrid metodu merkezi farklara eşdeğerdir. $Pe > 2$ aralığında hibrid metodu Upwind metoda eşdeğerdir, ancak difüzyon sıfır olarak alınır yani sayısal difüzyon gerçekleşmez. Şekilde görüldüğü üzere hibrid metodu ile elde edilen cebirsel denklemin katsayısı $|Pe| = 2$ civarında exponansiyel metodun katsayısından uzaklaşmaktadır. Bu durumu düzeltmek için Power law metodu ifade edilmiştir.

5. Power law metodu

Exponansiyel metot ile elde edilen cebirsel denklemin katsayılarının Peclet sayısı ile değişimine yaklaşmak için, katsayılar şu şekilde ifade edilmiştir.

1. $Pe > 10$ için $a_E / D_e = 0$
2. $0 \le Pe \le 10$ için $a_E / D_e = (1 - 0.1Pe)^5$
3. $-10 \le Pe \le 0$ için $a_E / D_e = (1 + 0.1Pe)^5 - Pe$
4. $Pe < -10$ için $a_E / D_e = -Pe$

$|Pe| > 10$ olduğu durumda Power law metodu hibrid metoda eşdeğerdir. Yukarıdaki ifadeler birleştirilerek şöyle yazılabilir.

$$a_E = D_e \left\| 0, \left(1 - \frac{0.1|F_e|}{D_e} \right)^5, 0 \right\| + \| 0, F_e \|$$

Power law metodu oldukça doğru sonuç verir ancak karmaşıktır.

Yukarıda formüle edilmiş olan bu beş metodun cebirsel denklemi aşağıdaki gibi genel denklemlerle şöyle ifade edilebilir,

$$a_P \varphi_P = a_E \varphi_E + a_W \varphi_W \tag{3.68}$$

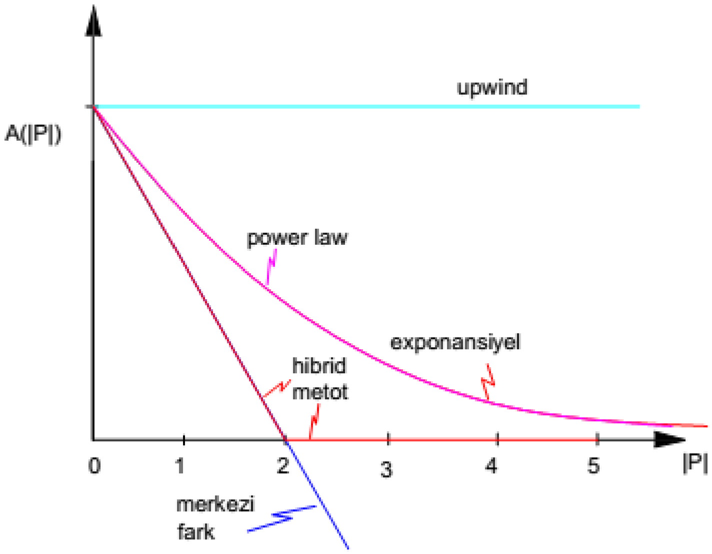
burada, $a_E = D_e A|P_e| + \|-F_e, 0\|$, $a_W = D_w A|P_w| + \|F_w, 0\|$, $a_P = a_E + a_W + (\mathrm{F}_e - \mathrm{F}_w)$

Burada A, $|P|$ ’ ye bağlı bir fonksiyon dur ve değişik metotlar için farklı ifadeler alır.

Çizelge 3.1. Değişik metotlar için A fonksiyonu

Metot	$A(\lvert P \rvert)$
Merkezi farklar	1-0.5 $\lvert Pe \rvert$
Upwind metot	1
Hibrid metot	$\lVert 0, (1 - 0.5\lvert P \rvert) \rVert$
Power Law	$\lVert 0, (1 - 0.5\lvert P \rvert)^5 \rVert$
Exponansiyel metot	$\dfrac{\lvert P \rvert}{\exp(\lvert P \rvert) - 1}$

Metotları kendi aralarında kıyaslayacak olursak, $|P| > 2$ için merkezi farklar formülü negatif katsayı verir bu metot hariç diğer metotlar her zaman pozitif katsayı verir. $|P| \to 0$ için bütün metotlar birbirine yaklaşır. Eğer sık grid $(\delta_x \to 0)$ kullanılırsa bütün metotlar yeteri doğrulukta sonuç verir.



Şekil 3.16. Beş metodun karşılaştırılması

İki boyutlu konveksiyon – difüzyon denklemi

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi)+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\varphi)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v\varphi)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)+S \qquad (3.69)$$

x ve y yönlerindeki toplam akılar şöyle ifade edilebilir,

$$J_x=\rho u\varphi-\Gamma\frac{\partial\varphi}{\partial x}$$
$$J_y=\rho v\varphi-\Gamma\frac{\partial\varphi}{\partial y} \qquad (3.70)$$

Eşitlik (3.70) eşitlik (3.69) da yerine yazılırsa ve düzenlenirse,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi)+\frac{\partial J_x}{\partial x}+\frac{\partial J_y}{\partial y}=S \qquad (3.71)$$

Elde edilir bu eşitliği şekil 3. 14 de verilen kontrol hacminde integre edersek,

$$\int_s^n\int_w^e\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi)dtdxdy+\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_s^n\int_w^e\frac{\partial J_x}{\partial x}dxdydt+\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_w^e\int_s^n\frac{\partial J_y}{\partial y}dydxdt=\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_s^n\int_w^e Sdxdydt$$

$$(\rho_P\varphi_P-\rho_P^0\varphi_P^0)\frac{\Delta x\Delta y}{\Delta t}+J_e-J_w+J_n-J_s=S\Delta x\Delta y \qquad (3.72)$$

Burada t_0 için $\rho_P^0\varphi_P^0$ ve $t_0+\Delta t$ için $\rho_P\varphi_P$ ifadesine karşılık geldiği düşünülmüştür. Eşitlik (3.72)'nin devamını yapabilmek için iki boyutlu süreklilik denkleminden gelecek formüle ihtiyaç vardır,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)=0 \tag{3.73}$$

Eşitlik (3.73) de verilen ifadeyi şekil 3.14. de verilen kontrol hacminde integre edersek,

$$\int_s^n\int_w^e\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\frac{\partial}{\partial t}\rho dtdxdy+\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_s^n\int_w^e\frac{\partial}{\partial x}(\rho u)dxdydt+\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_w^e\int_s^n\frac{\partial}{\partial y}(\rho v)dydxdt=0$$

$$(\rho_P-\rho_P^0)\frac{\Delta x\Delta y}{\Delta t}+(\rho u)_e\Delta y-(\rho u)_w\Delta y+(\rho v)_n\Delta x-(\rho v)_s\Delta x=0$$

burada, $F_e=(\rho u)_e\Delta y$, $F_w=(\rho u)_w\Delta y$, $F_n=(\rho v)_n\Delta x$, $F_s=(\rho v)_s\Delta x$ olarak alınırsa,

$$(\rho_P-\rho_P^0)\frac{\Delta x\Delta y}{\Delta t}+F_e-F_w+F_n-F_s=0 \tag{3.74}$$

Eşitliği elde edilir, elde edilen bu eşitliği φ_P ile çarpıp eşitlik (3.72) den çıkartılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa ve her hangi bir metoda göre (merkezi fark, upwind vb.) işlem devam ettirilirse,

$$a_PT_P=a_ET_E+a_WT_W+a_NT_N+a_ST_S+b \tag{3.75}$$

eşitliği elde edilir. Burada, $a_P=a_E+a_W+a_N+a_S+a_P^0-S_P\Delta x\Delta y$, $a_P^0=\rho_P^0\frac{\Delta x\Delta y}{\Delta t}$, $b=a_P^0\varphi_P^0+S_c\Delta x\Delta y$, $F_e=(\rho u)_e\Delta y$, $F_w=(\rho u)_w\Delta y$, $F_n=(\rho v)_n\Delta x$, $F_s=(\rho v)_s\Delta x$,

$D_e=\frac{\Gamma_e\Delta y}{(\delta x)_e}$, $D_w=\frac{\Gamma_w\Delta y}{(\delta x)_w}$, $D_n=\frac{\Gamma_n\Delta x}{(\delta y)_n}$, $D_s=\frac{\Gamma_s\Delta x}{(\delta y)_s}$, $P_e=\frac{F_e}{D_e}$, $P_w=\frac{F_w}{D_w}$, $P_n=\frac{F_n}{D_n}$,

$P_s=\frac{F_s}{D_s}$ olarak formüle edilmiştir.

Ek-4. de örnek verilmiş ve yorumlanmıştır.

Böylece kontrol hacmi formülasyonundan detaylı olarak bahsedilmiştir ve şimdide problemin çözümünde bu formülasyonun iki ve üç boyutlu akış için nasıl detaylı olarak kullanılacağı açıklanacaktır.

3.2. Genel İki ve Üç Boyutlu Sıkıştırılamaz Akış

Temel denklemleri tekrar hatırlayacak olursak,

Süreklilik denklemi;

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0 \tag{3.1}$$

Momentum (Navier – Stokes) denklemleri;

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vu)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho wu)}{\partial z}=-\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial z}\right)+f_x$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vv)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho wv)}{\partial z}=-\frac{\partial P}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial z}\right)+f_y$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho uw)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vw)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho ww)}{\partial z}=-\frac{\partial P}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial w}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial w}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial w}{\partial z}\right)+f_z$$

(3.76)

Bu denklemde bilinmeyenler u, v, w ve P yani üç hız bileşeni ve basınç ifadesidir. Bu denklemler için genel bir denklem yazacak olursak,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varphi)+\Delta(\rho u\varphi)=\Delta(\Gamma grad\varphi)+S_\varphi \qquad (3.77)$$

Eşitliği ile gösterebiliriz. Bu eşitlik akış denklemleri ile yapısal olarak aynıdır, φ için elde edilmiş genel denklem u, v, w için uyarlanabilir.

Akış denklemleri içinde dört bilinmeyen yani u, v, w ve P vardır ancak üç adet denklem vardır bu yüzden akış denklemleri içinde bulunan P'yi çözmek için ayrı bir denklem yoktur. Bunun için basınç süreklilik denklemi kullanılarak dolaylı olarak çözülür. Basıncın dolaylı olarak çözümü için bir algoritmanın geliştirilmesi gerekir. Bunun için geliştirilen çözüm metotları;

1. Temel değişkenler metodu; Navier – Stokes denklemlerinden u, v, w ve P direkt olarak çözülebilir.

2. Vortisiti metodu; Navier – Stokes denklemlerinin diferansiyelleri alınarak bu denklemlerden basınç terimi elde edilir. Elde edilen daha yüksek mertebeli diferansiyel denklem herhangi bir sayısal çözüm metodu kullanılarak çözülebilir. Bu metot sadece iki boyutlu akışlara kolayca uygulananbilir.

3.2.1. Temel değişkenler metodu

İki boyutlu sıkıştırılamaz akış

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial (\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial (\rho v)}{\partial y}=0 \tag{3.78}$$

Momentum (Navier – Stokes) denklemleri

$$\begin{aligned}
\frac{\partial (\rho u)}{\partial t}+\frac{\partial (\rho uu)}{\partial x}+\frac{\partial (\rho vu)}{\partial y}&=-\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)+f_x\\
\frac{\partial (\rho v)}{\partial t}+\frac{\partial (\rho uv)}{\partial x}+\frac{\partial (\rho vv)}{\partial y}&=-\frac{\partial P}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial y}\right)+f_y
\end{aligned} \tag{3.79}$$

İki boyutlu sıkıştırılamaz akış için momentum denklemleri tekrar ifade edilmiştir. Momentum denklemlerini çözmeye başlamadan önce temel değişkenler metodunda karşılaşılan bazı zorluklar ve bu zorlukların nasıl üstesinden geleceği açıklanacaktır.

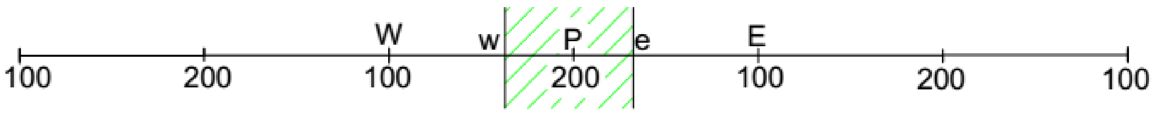
Basınç teriminin integrali

Basınç terimi $-\frac{\partial P}{\partial x}$'i tek boyutlu kontrol hacminde integre edelim,

$\int_w^e -\frac{\partial P}{\partial x}dx=-P\big|_w^e=P_w-P_e$, burada P_w ve P_e değerleri bilinmemektedir bu değerleri basit yaklaşım ile ifade edersek, $P_w=\frac{P_W+P_P}{2}$, $P_e=\frac{P_E+P_P}{2}$ ve bu ifadelerle integrali devam ettirirsek,

$$\int_w^e -\frac{\partial P}{\partial x}dx=-P\big|_w^e=P_w-P_e=\frac{P_W+P_P}{2}-\frac{P_E+P_P}{2}=\frac{P_W-P_E}{2} \tag{3.80}$$

Eşitlikten anlaşılacağı üzere kontrol hacmindeki basınç kontrol hacmindeki P değeri kullanılmadan ifade edildi, Bu ifade problemin fiziğinin iyi bir temsili değildir. Bundan dolayı sorunlar oluşabilir. Örneğin aşağıda verilen kontrol hacmi ile bu sorunu ifade edecek olursak,



Şekil 3.17. Zig – zaglı kontrol hacmi

$$\int_w^e -\frac{\partial P}{\partial x}dx = -P\Big|_w^e = P_w - P_e = \frac{P_W - P_E}{2} = \frac{100-100}{2} = 0$$

Görüldüğü gibi P noktasının değeri 200 iken kontrol hacmi formülasyonundan P noktasının değeri 0 olarak bulunmuştur bu sorunu giderecek bir yaklaşımın geliştirilmesi gerekir.

Süreklilik teriminin integrali

Bir boyutlu akışın süreklilik denklemini kontrol hacminde integre edelim,

$\int_w^e \frac{du}{dx}dx = 0 \Rightarrow u_e - u_w$, burada u_e ve u_w değerleri bilinmemektedir bu değerleri basit yaklaşım ile ifade edersek, $u_w = \frac{u_W + u_P}{2}$, $u_e = \frac{u_E + u_P}{2}$ ve bu ifadelerle integrale devam edersek,

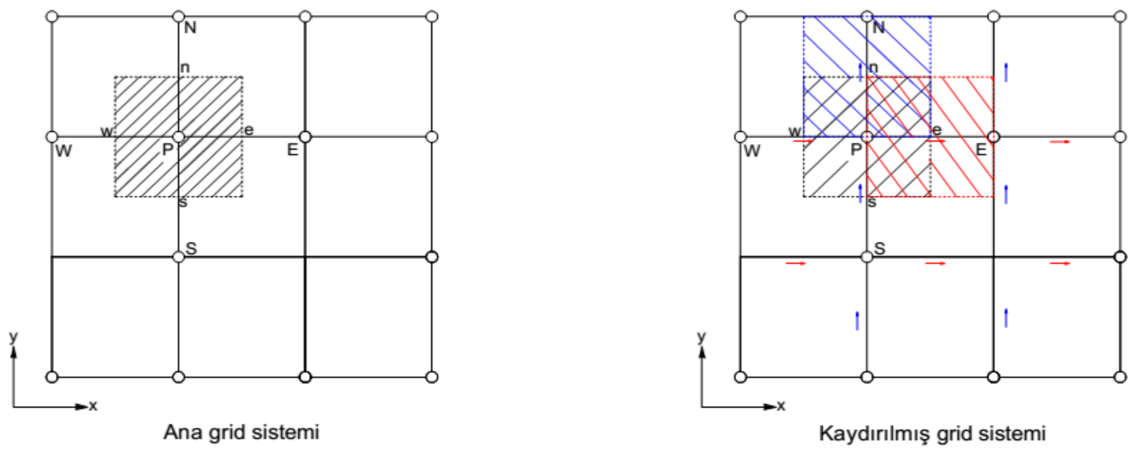
$$\int_w^e \frac{du}{dx}dx = 0 \Rightarrow u_e - u_w = \frac{u_E + u_P}{2} - \frac{u_W + u_P}{2} = \frac{u_E - u_W}{2} = 0 \Rightarrow u_E = u_W \qquad (3.81)$$

Eşitliği elde edilir. Aynı şekilde bu ifade problemin fiziğinin iyi bir temsili değildir. Örneğin aşağıda verilen kontrol hacmi ile bu sorunu ifade edecek olursak, Şekil 3.17'ü süreklilik denklemi için tekrar ele alırsak bu şekil süreklilik denklemini sağmayan bir hız dağılımıdır. Ancak Eşitlik (3.81) 'e göre bu hız dağılımı sürekliliği sağlar, yani $u_E = u_W$ dir. Görüldüğü üzere sürekliliği sağlamayan hız dağılımını sağlıyormuş gibi ifade ediyoruz. Bu durum çözümlerde sorun yaratacaktır.

Basınç ve süreklilik terimler için sorun yaratacak olan bazı durumları gidermek için kaydırılmış kontrol hacmi kullanılır.

Kaydırılmış kontrol hacmi

Kaydırılmış kontrol hacminde hız bileşeni u ve v için kullanılan grid sistemi ana grid sistemine göre pozitif yönde kaydırılır.



Şekil 3.18. Normal ve kaydırılmış kontrol hacmi

Bu şekle göre o ile gösterilen grid noktaları ana grid noktalarıdır ve bu noktalarda skaler değişkenler (T, P, h) çözülür. Kırmızı ile gösterilen → işareti hızın z bileşeninin çözüldüğü grid noktalarıdır. Mavi ile gösterilen ↑ işareti hızın y bileşeninin çözüldüğü kaydırılmış grid noktalarıdır.

Basınç terimini $-\dfrac{\partial P}{\partial x}$ x yönünde kaydırılmış kontrol hacminde integre edelim,

$\int_P^E -\dfrac{\partial P}{\partial x}dx = -(P_E - P_P)$ kaydırılmış kontrol hacmi yardımıyla bilinene P, E, W, S noktaları cinsinden bilinmeyenler bulunur. Tek boyutlu süreklilik denklemi ana grid noktalarında integre edilirse, $\int_w^e \dfrac{du}{dx}dx = 0 \Rightarrow u_e - u_w$ bulunur burada u_e ve u_w hızın x bileşeninin çözüldüğü kaydırılmış grid noktasından bulunur. Kaydırılmış grid noktaları kullanılarak basınç ve hız değerleri bulunmaya çalışılır.

Karşılaşılan bu zorlukları kaydırılmış grid noktası kullanarak aştıktan sonra momentum denkleminin çözümünü yapabiliriz.

Momentum denkleminin çözüm algoritmaları

Momentum denkleminin basınç terimi içermesi ve basıncı çözmek için ayrı bir denklemin olmaması, momentum denkleminin çözümü için özel metotlar (algoritmalar) gerektirir, bu algoritmalar,

1. SİMPLE
2. SİMPLER
3. SİMPLEE
4. PSİO
5. SİMPLEX…

SİMPLE algoritması (Semi İmplicit Method for Pressure Linked Equations)

SİMPLE algoritmasının temel işlemleri,

1. Basınç için özel bir denklemi olmadığı için bir basınç dağılımı kabul edilir. P^*
2. Kabul edilen basınç dağılımı kullanılarak hız bileşenleri çözülür. u^*, v^*
3. Bu hız dağılımının süreklilik denklemini sağlayıp sağlamadığı kontrol edilir. Sağlıyorsa işlem biter, sağlamıyorsa,
4. Basınç dağılımı iyileştirilir.
5. Düzeltilmiş basınç dağılımı kullanılarak 2. Adımdan sonraki işlemler tekrarlanır.

X – momentum denkleminin cebirsel hale getirilmesi

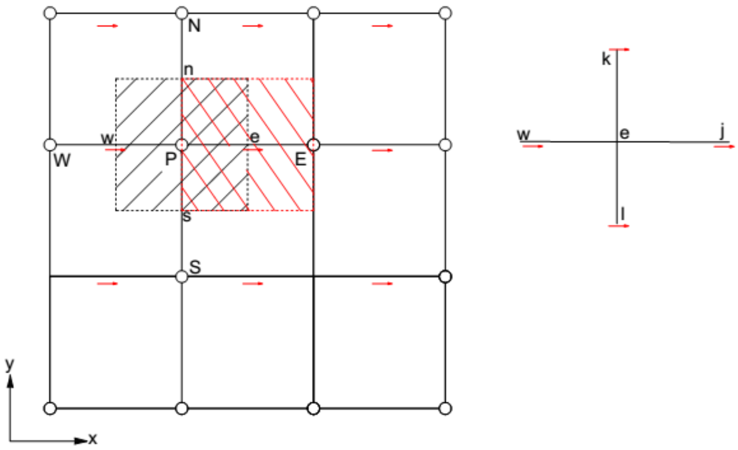
x – momentum; $$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vu)}{\partial y}=-\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)+f_x \quad (3.82)$$

Eşitlik (3.82) yi kaydırılmış kontrol hacminde integre edersek ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$a_e u_e = a_j u_j + a_w u_w + a_k u_k + a_l u_l + b + A_e(P_P - P_E)$$

veya (3.83)

$$a_e u_e = \sum a_{nb} u_{nb} + b + A_e(P_P - P_E)$$



Şekil 3.19. x yönünde kaydırılmış kontrol hacmi

Burada A_e kontrol hacminin “e” yüzey alanıdır ve

$$a_j = D_j A|P_j| + \|-F_j, 0\|, \qquad a_w = D_w A|P_w| + \|F_w, 0\|, \qquad a_k = D_k A|P_k| + \|-F_k, 0\|,$$

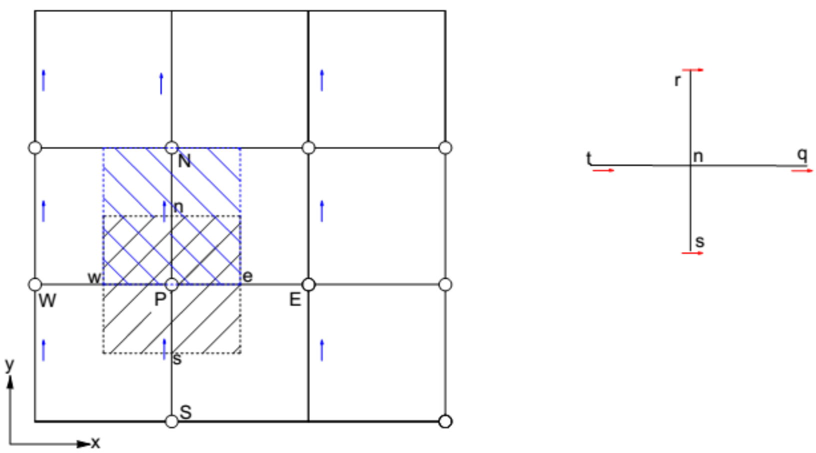
$$a_l = D_l A|P_l| + \|F_l, 0\|, \qquad a_e = a_j + a_w + a_k + a_l + a_e^0 - S_e \Delta x \Delta y, \qquad a_e^0 = \rho_e^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t},$$

$b = S_c \Delta x \Delta y + a_e^0 u_e^0$, Peclet sayısı grid Reynolds sayısına dönüşmüş olacaktır.

Y – momentum denkleminin cebirsel hale getirilmesi

$$\text{y – momentum;}\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) + f_y \qquad (3.84)$$

Eşitlik (3.83) yi kaydırılmış kontrol hacminde integre edersek ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,



Şekil 3.20. y yönünde kaydırılmış kontrol hacmi

$$a_n v_n = a_q v_q + a_t v_t + a_r v_r + a_s v_s + b + A_n (P_P - P_N)$$
veya (3.85)
$$a_n v_n = \sum a_{nb} v_{nb} + b + A_n (P_P - P_N)$$

Burada A_e kontrol hacminin “e” yüzey alanıdır ve

$$a_q = D_q A|P_q| + \|-F_q, 0\|,\ a_t = D_t A|P_t| + \|F_t, 0\|,\ a_r = D_r A|P_r| + \|-F_r, 0\|,\ a_s = D_s A|P_s| + \|F_s, 0\|,$$

$$a_n = a_q + a_t + a_r + a_s + a_n^0 - S_n \Delta x \Delta y,\ a_n^0 = \rho_n^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t},\ b = S_c \Delta x \Delta y + a_n^0 u_n^0,$$

Bu denklemleri çözmek için basınçları bilmemiz gerekir, bu sebeple basınç tahmini yapmalıyız. Eşitlik (3.83) ve eşitlik (3.85)’in tahmini basınç dağılımı P^* ile çözülmesiyle elde edilen hız bileşenlerine u^* ve v^* olarak ifade edersek

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + b + A_e (P_P^* - P_E^*) \tag{3.86}$$

$$a_n v_n^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + b + A_n (P_P^* - P_N^*) \tag{3.87}$$

Bu denklemlerde hızı ve basıncı sistematik olarak düzelterek doğru sonuca ulaşmaya çalışıyoruz.

<u>*Basınç ve hızın düzeltilmesi*</u>

Basıncı eşitlik (3.88) ile ifade edelim, bu eşitlikte P^* tahmini basınç, P' basınç düzeltmesi olarak alınmıştır. Burada P' basınç düzeltmenin değerini belirlemek gereklidir.

$$P = P^* + P' \tag{3.88}$$

Basınçta P' kadar düzeltme (iyileşme) olduğunda hız bileşenlerindeki düzeltme eşitlik (3.89) ile ifade edilebilir.

$$u = u^* + u' \qquad v = v^* + v' \tag{3.89}$$

Bu eşitlikte u' ve v' ifadeleri düzeltme miktarlarıdır ve bunlarında belirlenmesi gerekir.

Eşitlik (3.83)’den eşitlik (3.86)’yı çıkaralım

$$\left.\begin{aligned} a_e (u_e^* + u_e') &= \sum a_{nb} u_{nb} + b + A_e (P_P - P_E) \\ a_e u_e^* &= \sum a_{nb} u_{nb}^* + b + A_e (P_P^* - P_E^*) \end{aligned}\right\} \Rightarrow a_e u_e' = \sum a_{nb} u_{nb}' + A_e (P_P' - P_E')$$

Burada $u_e = u_e^* + u_e^{'}$, $P_P = P_P^* + P_P^{'}$, $P_E = P_E^* + P_E^{'}$ olarak alınmıştır ve taraf tarafa çıkarılmıştır. Elde edilen ifadeden $\sum a_{nb} u_{nb}^{'}$ terimi ihmal edilmiştir, ihmal edilmesinin sebebi ise iyileştirmeyi biraz eksik yapıyorum ve iki iterasyonda işlemi bitireceğime eksik iyileştirmede dolayı üç veya dört iterasyon yaparak tamamlıyorum sonuçta aynı çözüme ulaşıyorum ve işlem yükü bu şekilde azalıyor.

$$a_e u_e^{'} = A_e (P_P^{'} - P_E^{'}) \Rightarrow u_e^{'} = \frac{A_e}{a_e}(P_P^{'} - P_E^{'}) \tag{3.90}$$

x yönünde hız düzeltme faktörü eşitlik (3.90) ile ifade edilmiştir ve benzer şekilde,

$$v_n^{'} = \frac{A_n}{a_n}(P_P^{'} - P_N^{'}) \tag{3.91}$$

y yönünde hız düzeltme faktörü ifade edilebilir.

Basınç düzeltme faktörünü ifade edecek olursak, $P' = ?$, süreklilik denklemini basınç düzeltmek için kullanacağız. Ana grid noktalarında iki boyutlu kontrol hacmi için süreklilik denklemini integre edecek olursak,

$$\frac{\rho_P - \rho_P^0}{\Delta t}\Delta x \Delta y + \left[(\rho u)_e - (\rho u)_w\right]\Delta y + \left[(\rho v)_n - (\rho v)_s\right]\Delta x = 0$$

Hız değerleri ,

$$u_e = u_e^* + u_e^{'} = u_e^* + \frac{A_e}{a_e}(P_P^{'} - P_E^{'})$$

$$u_w = u_w^* + u_w^{'} = u_w^* + \frac{A_w}{a_w}(P_W^{'} - P_P^{'})$$

$$v_n = v_n^* + v_n^{'} = v_n^* + \frac{A_n}{a_n}(P_P^{'} - P_N^{'})$$

$$v_s = v_s^* + v_s^{'} = v_s^* + \frac{A_s}{a_s}(P_S^{'} - P_P^{'})$$

şeklinde ifade edilir ve yukarıdaki süreklilik denkleminin açılımında yerlerine yazılır ve düzenlenirse,

$$a_P P_P^{'} = a_E P_E^{'} + a_W P_W^{'} + a_N P_N^{'} + a_S P_S^{'} + b \tag{3.92}$$

Basınç düzeltme denklemi elde edilir. Burada, $a_E = \rho_e \frac{A_e}{a_e}\Delta y$, $a_W = \rho_w \frac{A_w}{a_w}\Delta y$,

$a_N = \rho_n \frac{A_n}{a_n}\Delta x$, $a_S = \rho_s \frac{A_s}{a_s}\Delta x$, $a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$,

$b = \frac{\left(\rho_P^0 - \rho_P\right)}{\Delta t}\Delta x \Delta y + \left[\left(\rho u^*\right)_w - \left(\rho u^*\right)_e\right]\Delta y + \left[\left(\rho v^*\right)_s - \left(\rho v^*\right)_n\right]\Delta x$ burada u^* ve v^*

değerleri gerçek değerlerine ulaştığında $b = 0$ olur. Görüldüğü üzere b süreklilik denkleminin $-$ile çarpılmış halidir. Bu şekilde düzeltmeler yapılarak SİMPLE algoritması yardımıyla momentum denklemi çözülür.

SİMPLE algoritmasının işlem sırasını elde edilen eşitlikler yardımıyla tekrar ifade edersek,

1. Bir basınç dağılımı kabul edilir. P^*

2. Eşitlik (3.86) ve (3.87) den u^* ve v^* değerleri çözülür.

3. Süreklilik denkleminin sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir.

4. Basınç düzeltme denklemi çözülerek P' dağılımı bulunur.

5. Basınç düzeltilir. $P = P^* + P'$

6. Hızlar düzeltilir. $u_e' = \frac{A_e}{a_e}(P_P' - P_E')$, $v_n' = \frac{A_n}{a_n}(P_P' - P_N')$

7. Eşitlik (3.86) ve (3.87) den yeni u^* ve v^* değerleri çözülür ve sonraki işlemler süreklilik sağlanıncaya kadar tekrar edilir. Bu konu için örnek Ek-5 de verilmiştir.

SİMPLER algoritması, SİMPLE algoritmasının düzenlenmiş halidir. SİMPLE algoritmasından farklı olarak hız düzeltmek için ihmal edilen $\sum a_{nb} u_{nb}'$ terimden kaynaklanan olumsuzluğu ortadan kaldırmayı amaçlamıştır. SİMPLER algoritmasından detaylı olarak bahsedilmeyecektir. Bundan sonraki işlemlerde kontrol hacmi formülasyonu kullanarak Navier – Stokes denklemlerini çözen FLUENT programı kullanılarak Savonius rüzgar türbini performans analizi yapılacaktır. Sayısal yöntemin bu kadar detaylı anlatılmasının sebebi kullanılan FLUENT programının iç yüzü hakkında bilgi vermek ve bu programda ortaya çıkan değerleri daha iyi yorumlayabilmektir. Karşılaşılan zorlukların daha kolay üstesinden gelinecektir. Yapılan çalışma üzerinde yorumlar daha detaylı olarak verilecektir.

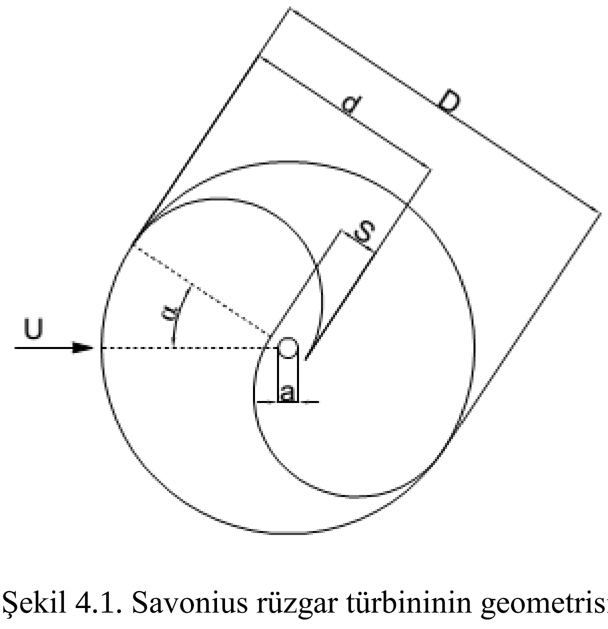
4. YAPILAN ÇALIŞMALAR ve SONUÇLAR

Savonius rüzgar türbini performansını geliştirmek amacıyla sayısal olarak işlem yapılmıştır. Sayısal çalışmanın doğruluğu deneysel olarak yapılmış bir çalışmayı referans alarak teyit edilmiş ve daha sonra Savonius rüzgar türbini üzerinde yeni tasarımlar yapılarak performansının geliştirilmesi amaçlanmıştır.

4.1. Deneysel Çalışma ve Sonuçlar

Hayashi ve diğerleri klasik Savonius rüzgar türbini ile üç aşamalı Savonius rüzgar türbininin performans analizlerini deneysel olarak araştırmışlar ve birbirleri ile kıyaslama yapmışlardır. Klasik rotor bazı rüzgar geliş açılarında (0° ve 180° civarlarında) çalışmamaktadır ve düşük tork vermektedir. Rotorun bu eksik yanını gidermek için üç adet ve birbirlerinden 120° açı faz farkı olan rotorları aşamalı şekilde birleştirmişler ve performansını değerlendirmişlerdir. Üç aşamalı rotorun deneysel verileri klasik rotora göre daha olumlu çıkmıştır. Yapılan tez çalışmasında klasik rotorun deneysel verileri ele alınarak ve klasik rotor üzerinde iyileştirmeler yapılarak sayısal olarak performansının geliştirilmesi amaçlanmıştır [1].

Deneysel olarak kullanılan klasik Savonius rotorun boyutları aşağıda şekil üzerinde tanımlanan parametrelere göre verilmiştir.



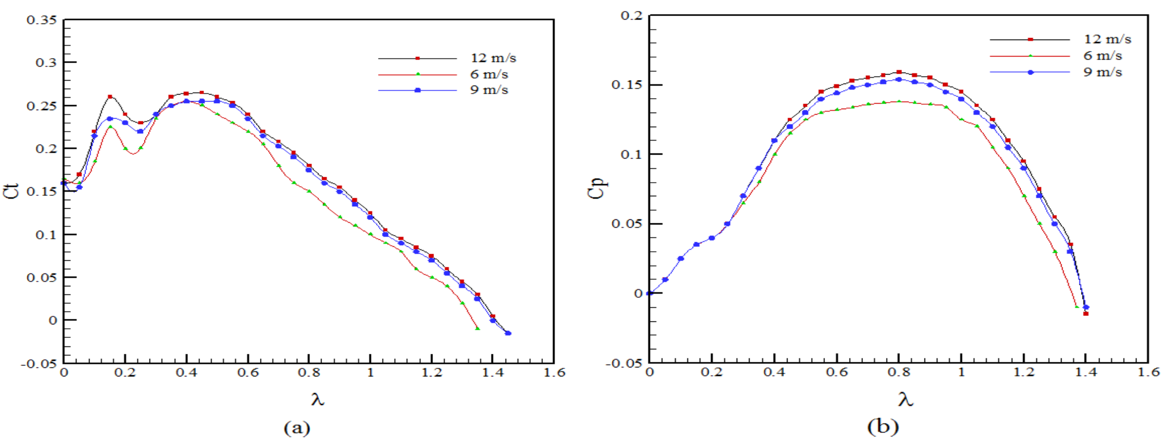
Şekil 4.1. Savonius rüzgar türbininin geometrisi

Çizelge 4.1. Savonius rotorun temel boyutları [1]

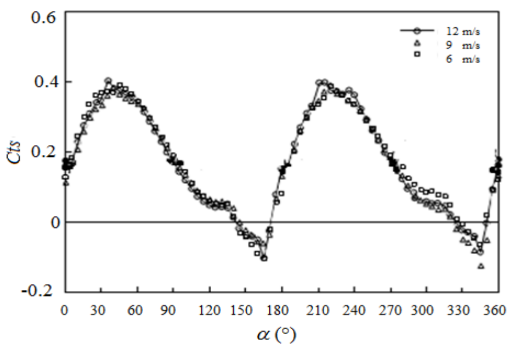
D	0.33m
H	0.23m
S	0.066m
D	0.184m
A	0.015m

Burada H değeri Savonius rotorun yüksekliğini vermektedir. Deneysel analizde önemli bir parametredir ancak sayısal analiz geometrinin simetrik olmasından dolayı iki boyutta yapıldığı için kullanılmamıştır. Rotorun performansını 6, 9, 12 m/s farklı hızlar için ölçmüşlerdir. Rotorun tüm tork karakteristiğini ve güç katsayısını hem rüzgar hızını değiştirilerek hem de rotorun dönme hızını değiştirilerek elde etmişleridir. Aşağıda verilen şekiller üzerinde de görüldüğü üzere hız oranı arttıkça tork da düşme olmaktadır. Güç katsayısında ise $\lambda = 0.8$ hız oranından sonra düşme başlamıştır [1].

Elde ettikleri sonuçları şekil olarak gösterirsek;



Şekil 4.2. (a) tork katsayısının, (b) güç katsayısının hız oranı ile değişimi[1]



Şekil 4.3. Statik tork sayısının rotorun açısı ile değişimi [1]

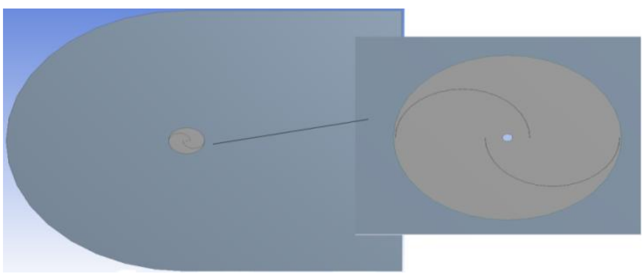
Deneysel olarak klasik Savonius türbini için elde edilen değerler şekiller yardımı ile sunulmuştur. Statik tork katsayısı değeri türbinin dönmediği durum için alınmış değerdir ancak türbin düşük hız oranlarında ($\lambda = 0.034$) dönerken verdiği dinamik tork katsayısına benzerdir [1].

Hayashi ve diğerlerinin yaptığı bu deneysel çalışmayı referans alarak klasik türbin üzerinde performansını artıracak yönde düzenlemeler yapılmış ve farklı geometrik düzenlemelere göre türbinin performans analizi yapılmış ve klasik türbine göre performansı artırılmaya çalışılmıştır, yapılan çalışmaların hepsi sayısal olarak yürütülmüştür.

4.2. Sayısal Çalışma ve Sonuçlar

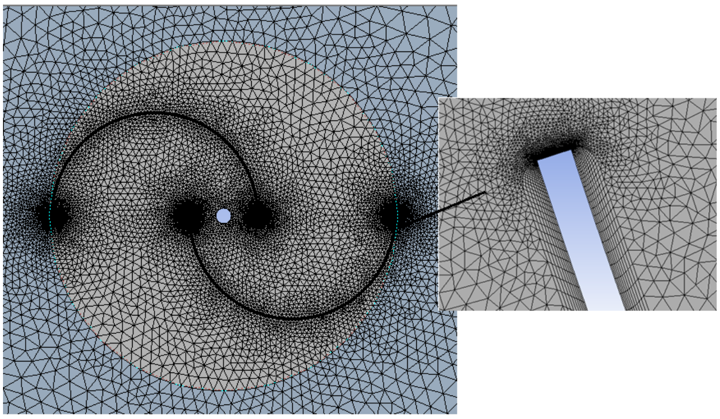
4.2.1. Sayısal çalışmanın deneysel sonuçlar ile kıyaslanması

Sayısal çalışmada kontrol hacmi formülasyonunu kullanarak Navier – Stokes denklemlerini çözen Ansys FLUENT programı kullanılmıştır. Kontrol hacmi formülasyonunda uzunca bahsettiğim üzere sayısal çözüm için ve sayısal çözümün doğruluğu için mesh yapısı çok önemlidir ki bunun önemini merkezi fark metodu, power law metodu, upwind metodu, hibrit metodunu anlatırken ve explicit, implicit metotlarını anlatırken bahsetmiştim. Sayısal çözümün doğruluğundan emin olmak için meshden, zamandan bağımsızlığı ve deneysel sonuç ile benzerliği çok önemlidir. Bu yüzden ilk olarak deneysel olarak çalışılmış Savonius rüzgar türbini ile aynı boyutlarda olan türbin iki boyutlu olarak modellenmiştir ve sayısal çözümü yapılmıştır ve sonuçlar deneysel veriler ile kıyaslanmıştır. İki boyutlu model Ansys'in içinde bulunan design modeler bölümüne çizilmiştir. Çizim yapılırken türbinin iç akış alanı ve dış akış alanı iki bölgeye ayrılmıştır ve türbinin konumu rüzgara göre 0° olarak alınmıştır.



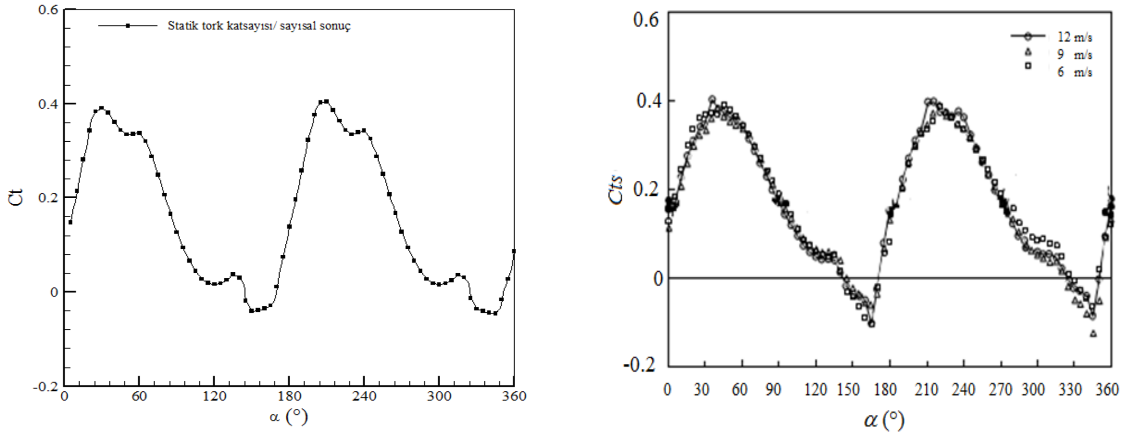
Şekil 4.4. İki boyutlu Savonius rotorun akış alanı içindeki ve 0° deki konumu

İki boyutta çizilen rotora uygun şekilde mesh atılmıştır, mesh’in uygunluğu sayısal çözümden sonra irdelenen y^+ değerinin hangi aralıkta olduğuna bakılarak söylenebilir ve bu değer y^+~1 civarında çıkmıştır ve istenilen aralıktadır. Savonius rotorun kanat ve şaft kısmında sınır tabaka etkisi olduğu için inflation komutu kullanılarak mesh yapısı düzeltilmiştir. İç ve dış bölgedeki meshlerin uygunluğu için ve iç bölgede mesh dağılımının uygunluğu için Edge sizing komutu ile mesh yapısı düzenlenmiştir. C mesh yapısının eğimli kısmı inlet, arka kısmı outlet ve kenarlar 82ürb olarak atanmıştır ve çok büyük bir akış alanı oluşturulduğu için duvarların etkisinin ortadan kaldırılması amaçlanmıştır.

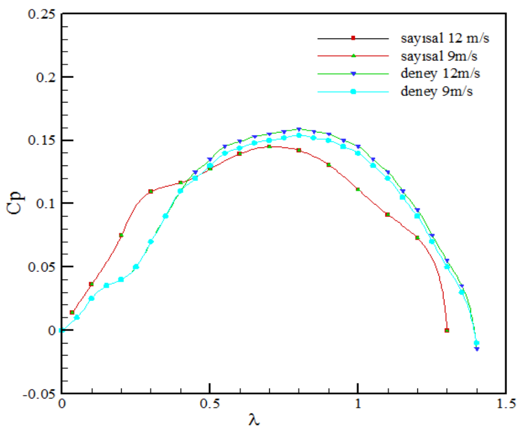


Şekil 4.5. Oluşturulan mesh yapısı

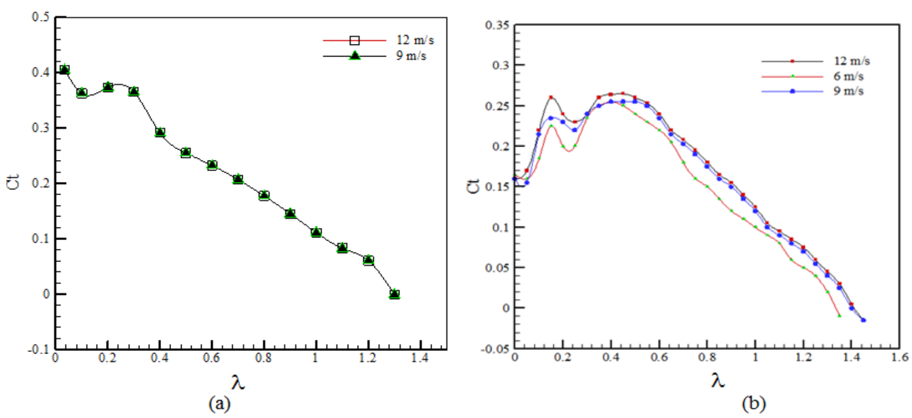
Mesh yapısı oluşturulduktan sonra FLUENT kısmında sayısal olarak çözüm yapılmıştır. Çözümde dönen cisimler için daha iyi sonuç veren k-epsilon modeli kullanılmıştır. Sınır koşullarından deneyde kullanılan rüzgar hızlarından 9 m/s rüzgar hızı girişten verilmiştir. Rotorun bulunduğu akış alanı ile dışındaki akış alanını etkileşimini sağlamak için interface yapılmıştır. Navier – Stokes denklemleri için kullanılan çözüm algoritmalarından SİMPLE algoritmasını kontrol hacmi bölümünde irdelemiştik ancak çözümde daha iyi sonuç veren COUPLED algoritması çözüm için kullanılmıştır. Momentum ve türbülans kinetik enerji denklemlerinin ayrıklaştırılmasında ikinci mertebeden upwind metodu kullanılmıştır. Zamana bağlı olarak düşük hız oranına ,λ, göre çözüm yapılmıştır ve her 5° için değerler alınmıştır elde edilen sonuçlar ile deneysel sonuç kıyaslanmıştır ve değerlerin birbirine yakın olduğu gözlemlenmiştir ve böylece çalışmanın doğruluğu ispatlanmıştır. Şekil 4.6’da sonuçlar grafiksel olarak verilmiştir. Şekilden görüldüğü üzere 0° ve 180° civarlarında rotor ölü noktadadır yani rüzgar olduğunda kendi kendine çalışmaya başlayamaz, türbinin bu eksik tarafını düzeltecek ve daha fazla güç katsayısı elde edilecek bir tasarım yapılarak performansının artırılması amaçlanmıştır. Bundan sonraki aşamada klasik Savonius rotorun üzerinde geometrik değişiklik yaparak ve deneyle uygun sonuç veren çözüm metotlarına sadık kalarak analizler tekrarlanacaktır. Optimum dizayn yapılmaya çalışılacaktır.



Şekil 4.6. Sayısal ve deneysel sonucun karşılaştırılması statik tork

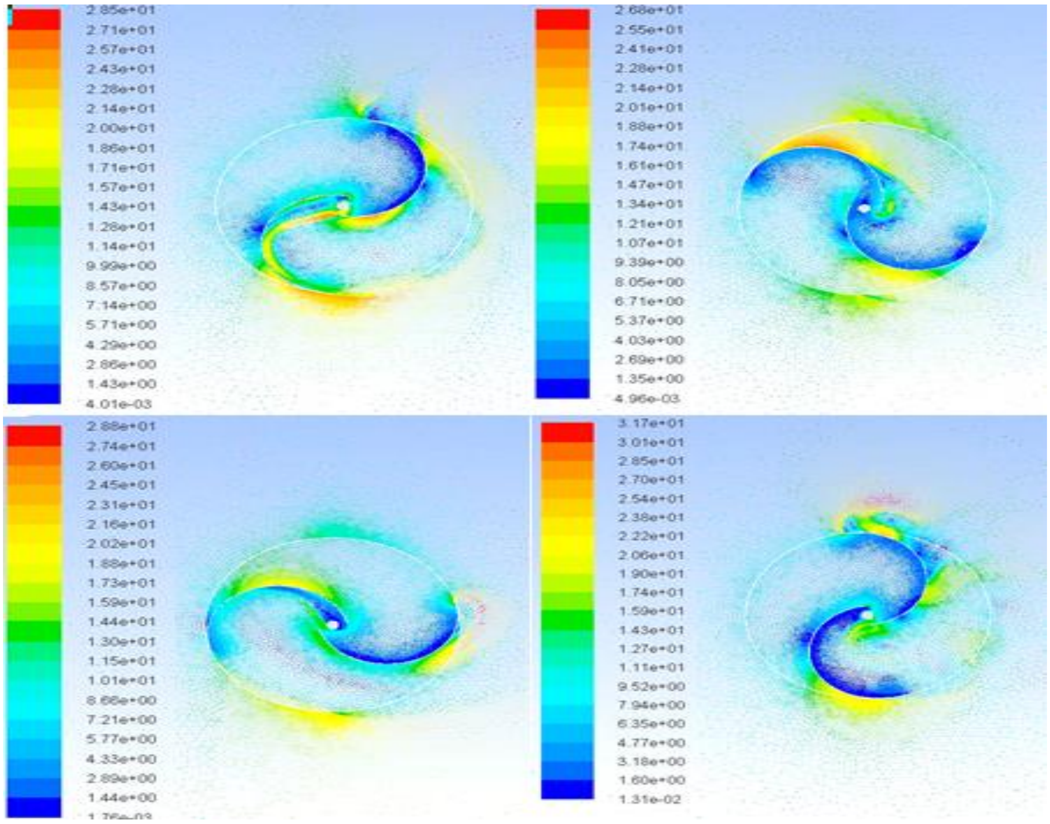


Şekil 4.7. Sayısal ve deneysel sonucun karşılaştırılması güç katsayısı



Şekil 4.8. Sayısal ve deneysel sonucun karşılaştırılması dinamik tork

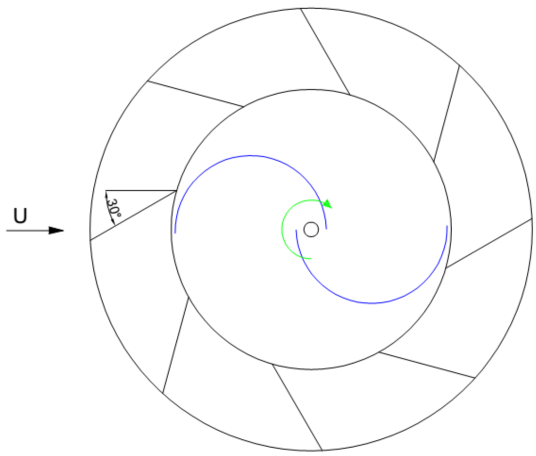
Şekil 4.7 ve 4.8 de elde edilen veriler deneysel veriler ile görüldüğü gibi uygunluk göstermektedir. Şekil 4.9 de ise rotor üzerinde hız dağılımı zamana bağlı olarak gösterilmektedir.



Şekil 4.9. Savonius rotor üzerinde farklı zamanlar için hız dağılımı

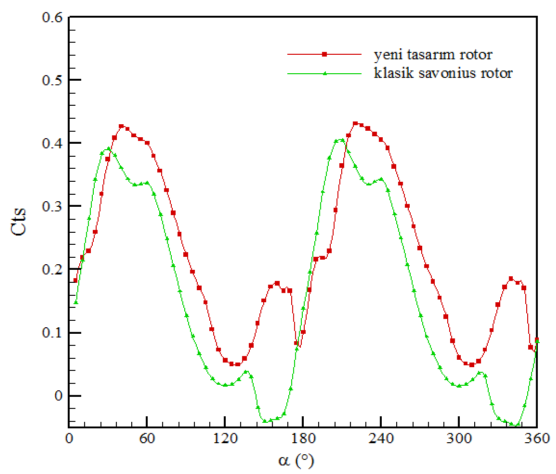
4.2.2. Savonius rotor performansının iyileştirilmesi

Savonius rotorun üzerine gelen rüzgar şekil 2.6. da gösterildiği gibi ilerleyen kanada dönme yönüne göre pozitif bir kuvvet kazandırırken geri gelen kanada ters yönde yani negatif bir kuvvet kazandırır, eğer geri dönen kanadın üzerine rüzgardan dolayı gelen kuvveti azaltırsak ve rüzgarı ilerleyen kanat yönünde yönlendirirsek rotordan alacağımız tork ve güç değerlerinde artış olacaktır. Bu sebeple klasik Savonius rotorun performansını artırmak için rotorun etrafına yönlendirici plakalar ekledik. Genellikle araştırmacılar tek bir yönlendirici plaka kullanmakta ve bunun açı değerlerini irdelemektedirler fakat tek bir plakaya göre analiz yaptığımızda diğer plakaların bir birlerine ve rotora olan etkisini göz ardı etmiş olmaktayız. Ayrıca düşey eksenli rotorların en önemli özellikleri olan rüzgar hangi taraftan gelirse gelsin rotor dönmeye başlar özelliğini korumak için rotorun etrafına yönlendirici plakalar konularak araştırma yapılmıştır. Şekil 4.10 da görüldüğü üzere ilk olarak rotorun etrafına 8 adet plaka eşit aralıklarla dağıtılmıştır.



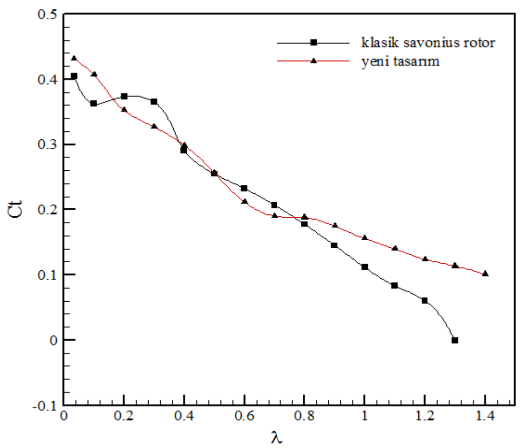
Şekil 4.10. 8 adet yönlendirici plakaların kullanıldığı rotor

Sayısal olarak düşünülen yeni dizaynın analizi yapılmıştır ve klasik Savonius türbin için yapılan sayısal analiz ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar şekil üzerinde yorumlanarak verilecektir. Bu ve bundan sonraki çalışmalarda rüzgar hızı sabit 12 m/s olarak alınmıştır.

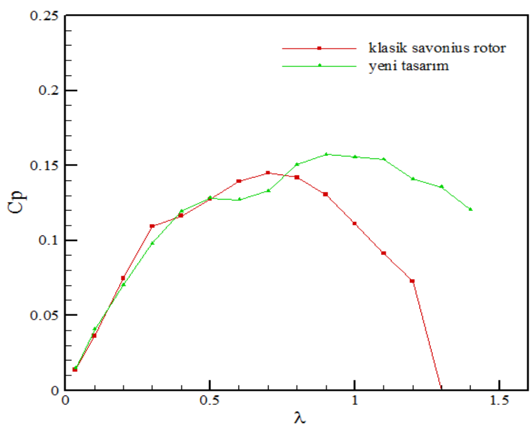


Şekil 4.11. Klasik rotor ile yeni tasarımın statik tork açısından karşılaştırılması

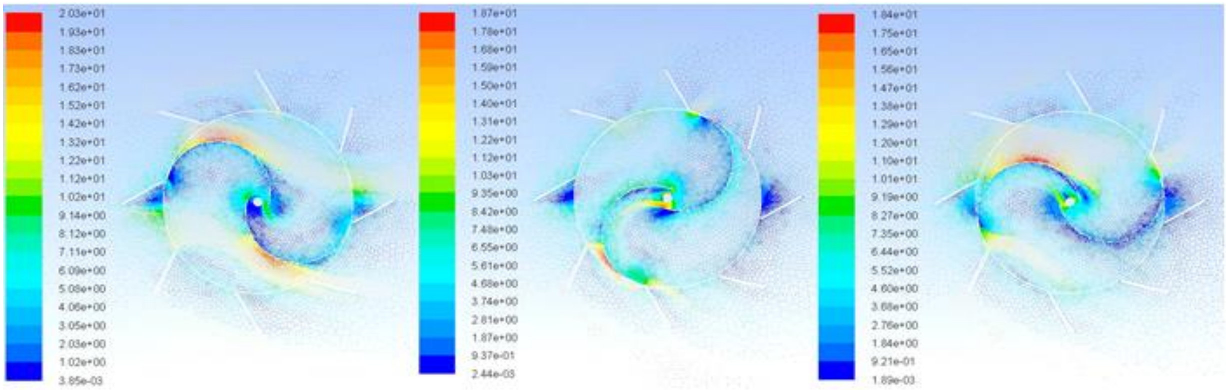
Şekilde görüldüğü üzere 8 adet yönlendirici plaka kullanılmış Savonius rotorun statik tork katsayısı klasik rotora göre daha yüksek çıkmıştır. Ancak burada en önemli sonuçlardan birisi klasik rotor 0° ve 180° civarlarında negatif tork katsayısı verirken yani bu açılarda dönmezken yeni tasarım hangi açı olursa olsun pozitif tork katsayısı vermiştir, bu sonuç yeni tasarımın statik tork açısından daha yararlı olduğunu göstermiştir. Şekil 4.12 da dinamik tork açısından rotor kıyaslanmıştır hız oranı $\lambda = 0.8$ e kadar tork katsayısı klasik rotorunkine benzerken bu değerden sonra klasik rotora göre daha fazla çıkmıştır. Şekil 4.13 de ise güç katsayısı açısından karşılaştırılma yapılmıştır $\lambda = 0.8$ değerinden sonra güç katsayısı klasik rotora göre daha fazladır ancak hız oranı arttıkça düşmektedir.



Şekil 4.12. Klasik rotor ile yeni tasarımın dinamik tork açısından karşılaştırılması

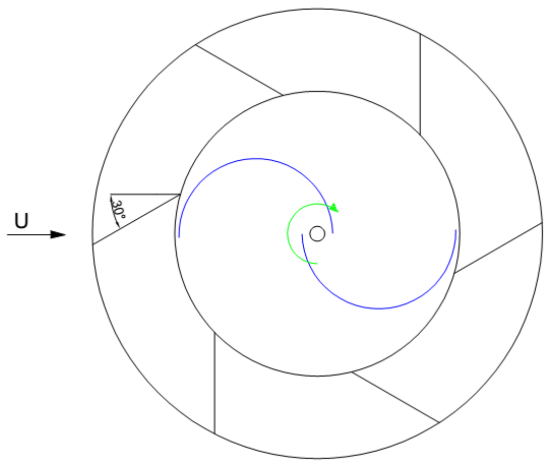


Şekil 4.13. Klasik rotor ile yeni tasarımın güç katsayısı açısından karşılaştırılması



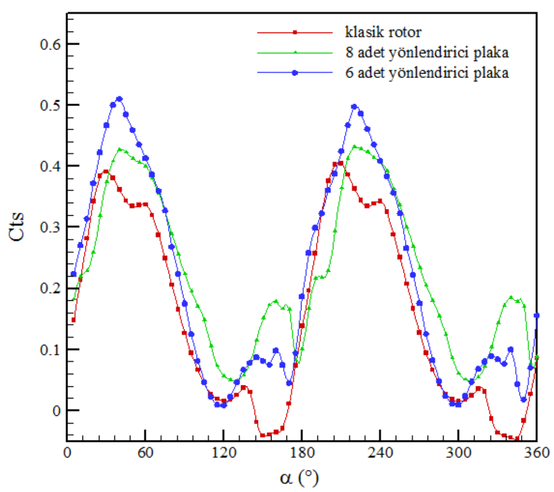
Şekil 4.14. Yönlendirici plakaların yerleştirildiği rotorda hız dağılımı

Rotorun performansının hangi sayıda plaka ve hangi açıda plaka konularak kontrolü için plaka sayısı değiştirilerek analiz tekrarlanmıştır. Bu amaçla Şekil 4.15 görüldüğü üzere rotorun etrafına 6 adet plaka eşit aralıklarla dağıtılmıştır. Bu plakaların rüzgarın gelişine göre konumu 30° saptırılmıştır ve plakaların uzunluğu $l = 90mm$ olarak alınmıştır.



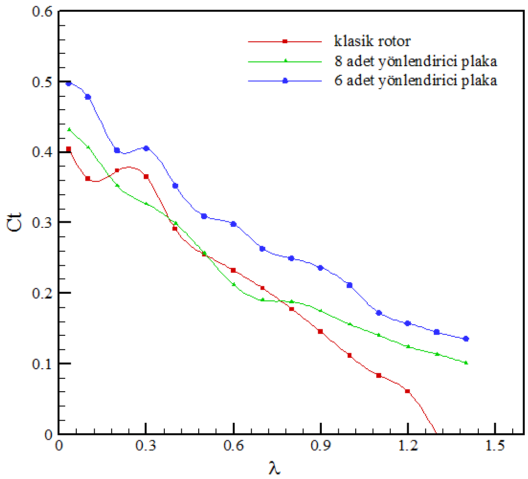
Şekil 4.15. 6 adet yönlendirici plakaların kullanıldığı rotor

Yönlendirici plakaların sayısı 6 ya düşürülmüştür ve konumu sabit tutulmuştur. Buna göre rotorun performansında değişim bir önceki tasarımla kıyaslanarak incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar şekil üzerinde yorumlanarak verilecektir.



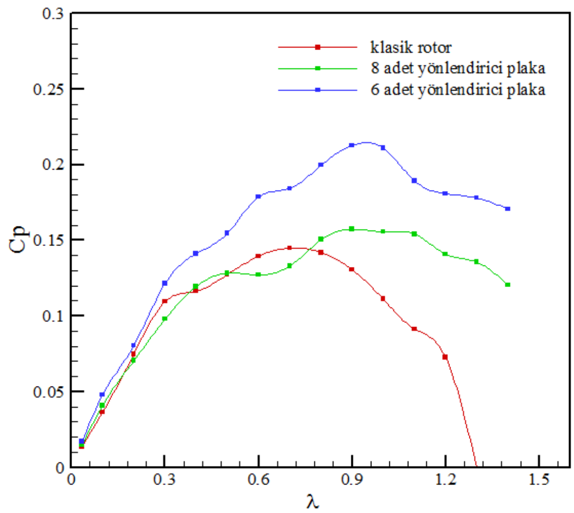
Şekil 4.16. Klasik rotor ve yeni tasarımların statik torklarının karşılaştırılması

Şekilde görüldüğü üzere 6 adet yönlendirici plaka kullanılmış Savonius rotorun statik tork katsayısı klasik rotora ve 8 adet plaka kullanılmış tasarıma göre daha yüksek çıkmıştır. Ayrıca en düşük statik tork değeri sıfırdan yüksek çıkmıştır.



Şekil 4.17. Klasik rotor ve yeni tasarımların dinamik torklarının karşılaştırılması

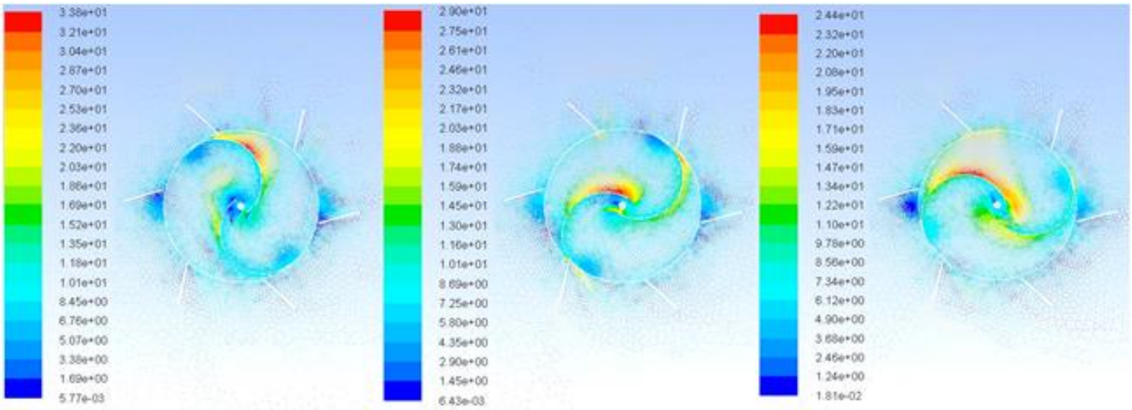
Şekilden görüldüğü üzere 6 adet plaka kullanıldığında rotordan elde edilen dinamik tork katsayısı 8 adet kullanılana göre ve klasik rotora göre daha yüksek değerler vermiştir. 6 adet yönlendirici plakanın daha uygun olacağı anlaşılmıştır.



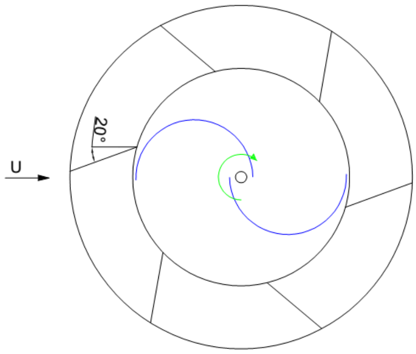
Şekil 4.18. Klasik rotor ve yeni tasarımların güç katsayılarının karşılaştırılması

Şekilde ise güç katsayısı açısından karşılaştırılma yapılmıştır 6 adet yönlendirici plaka kullanıldığında bütün hız oranlarında güç katsayısı daha yüksek çıkmaktadır.

6 adet plaka kullanımı daha iyi sonuç vermiştir ancak rüzgara göre konumu değiştirilerek hangi açıda daha iyi sonuç vereceği de araştırılacaktır. Bunun için 6 adet yönlendirici plakanın konumu rüzgarın gelişine göre 20° saptırılmıştır ve levhaların boyu $l = 90mm$ olarak alınmıştır.

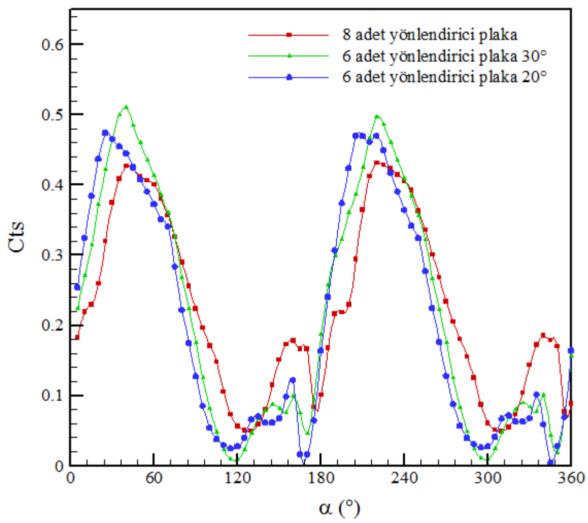


Şekil 4.19. 30° konumlu 6 adet yönlendirici plakanın yerleştirildiği rotorun hız dağılımı



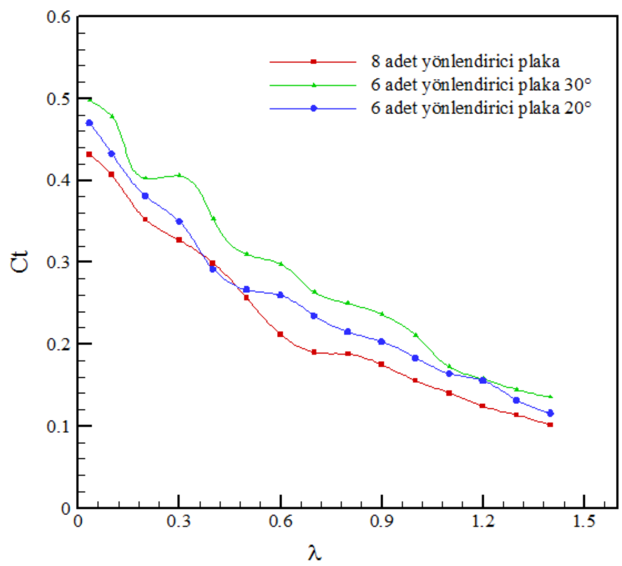
Şekil 4.20. 20° konumlu 6 adet yönlendirici plaka

Yönlendirici plakaların rüzgara karşı konumu değiştirilerek 30° den 20° ye düşürülmüştür. Buna yeni tasarıma göre rotorun performansında değişim bir önceki tasarımlarla kıyaslanarak incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar şekil üzerinde yorumlanarak verilecektir.



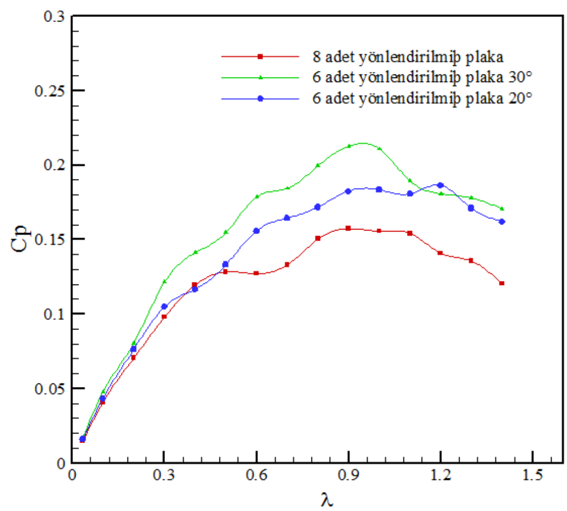
Şekil 4.21. Yönlendirici plakalı rotorların statik tork katsayıları

Şekilden görüldüğü gibi rüzgarın geliş yönüne göre 20° saptırılarak plakaların düzenlendiği rotorun performansı 30° saptırılarak plakaların düzenlendiği rotora göre daha düşük bir statik tork katsayısı vermiştir. Şimdi ise dinamik tork katsayını ve güç katsayısını irdeleyecek olursak,

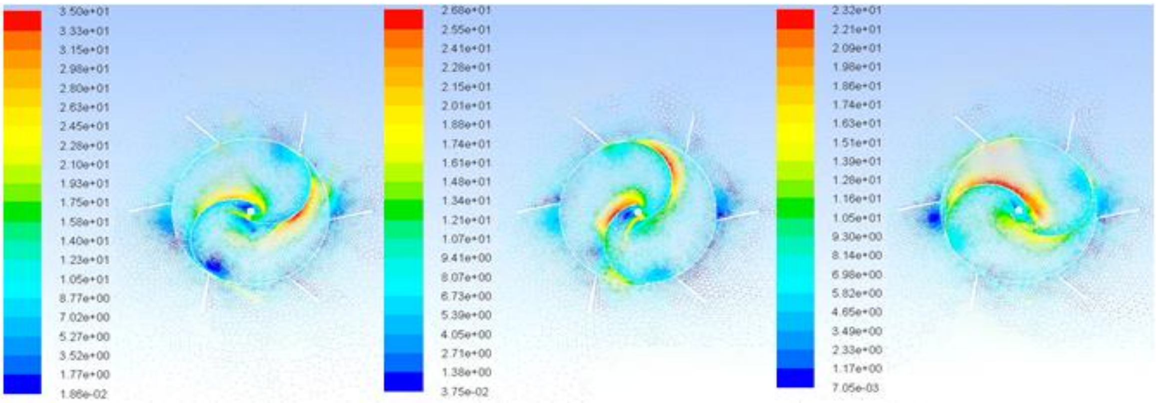


Şekil 4.22. Yönlendirici plakalı rotorların dinamik tork katsayıları

Dinamik tork değerlerinin ve güç katsayısı değerlerinin hız oranları ile değişimi incelendiğinde statik tork katsayısında olduğu gibi 20° yönlendirilmiş plakaların kullanıldığı rotorun performansı 30° yönlendirilmiş plakaların kullanıldığı rotora göre daha düşük sonuç vermiştir.

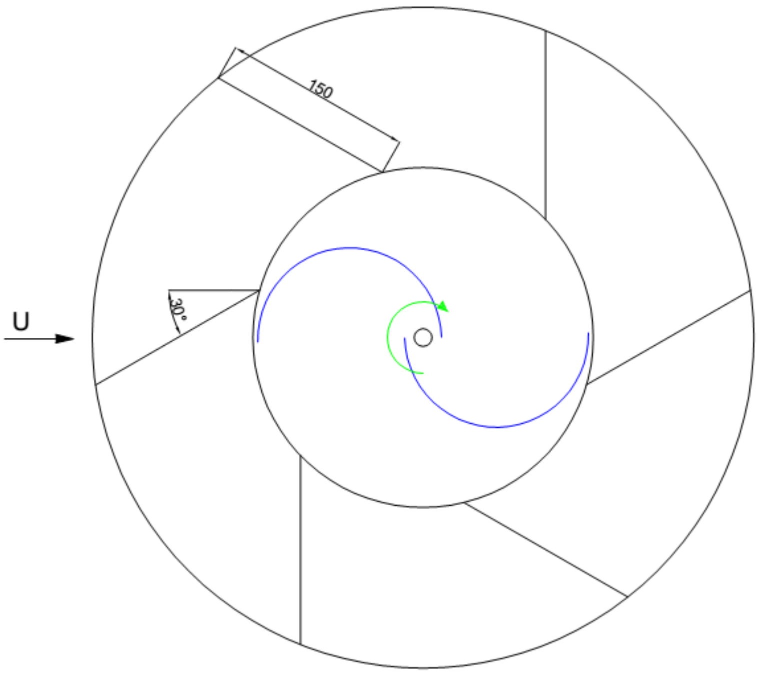


Şekil 4.23. Yönlendirici plakalı rotorların güç katsayıları



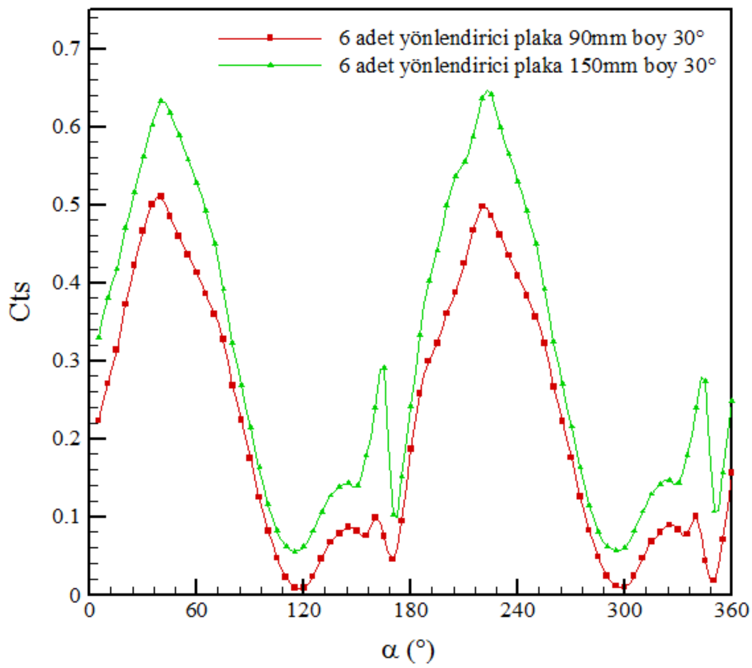
Şekil 4.24. 20° konumlu 6 adet yönlendirici plakanın yerleştirildiği rotorun hız dağılımı

Savonius rotorun etrafına yerleştirilen plaka sayısının türbinden alınan güce etkisi vardır ve plaka sayısı 6 adet olduğunda en iyi performansı vermiştir. Plakaların konumlarının da performansa etkisi incelenmiş ve plakaların 30° yönlendirilmiş hali en iyi performansı vermektedir ve rotorun performansı daha da artırılmaya çalışılmıştır ve plakaların boyunun etkisi incelenmiştir. 30° yönlendirilmiş boyu 150 mm olan plaka için tekrar analiz yapılmıştır ve boyu 90 mm olan sistem ile karşılaştırma yapılmıştır.



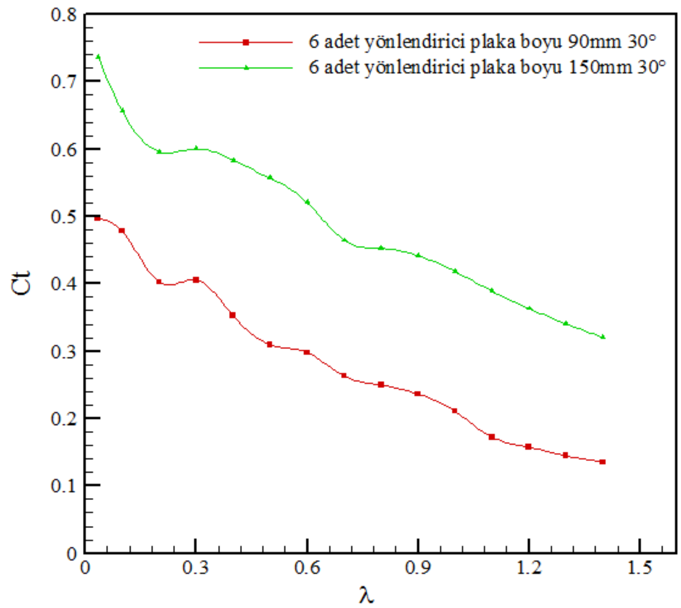
Şekil 4.25. 30° yönlendirilmiş 150 mm boyunda 6 adet plaka

Rotorun statik tork katsayısının değişimi karşılaştırmalı olarak aşağıdaki şekilde verilmiştir.

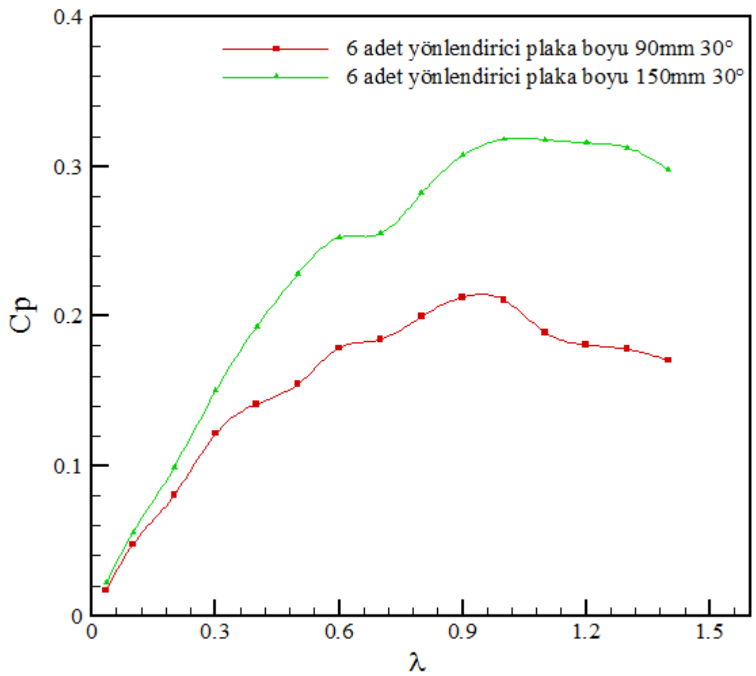


Şekil 4.26. Farklı boydaki yönlendirici plakalı rotorların statik tork katsayıları

Şekilden görüldüğü gibi aynı adet ve aynı konumda ki plakaların boyutlarının değiştirilmesi ile statik tork katsayısında değişiklik olmuştur. Boyu 150mm olan yönlendirici plakalar konulduğunda statik tork katsayısı, boyu 90mm olan yönlendirici plakalara göre daha yüksek çıkmıştır. Rotorun çapı 330 mm ve plakaların boyu yaklaşık rotorun yarı çapı kadardır. Şimdi ise dinamik tork katsayını ve güç katsayısını irdeleyecek olursak,

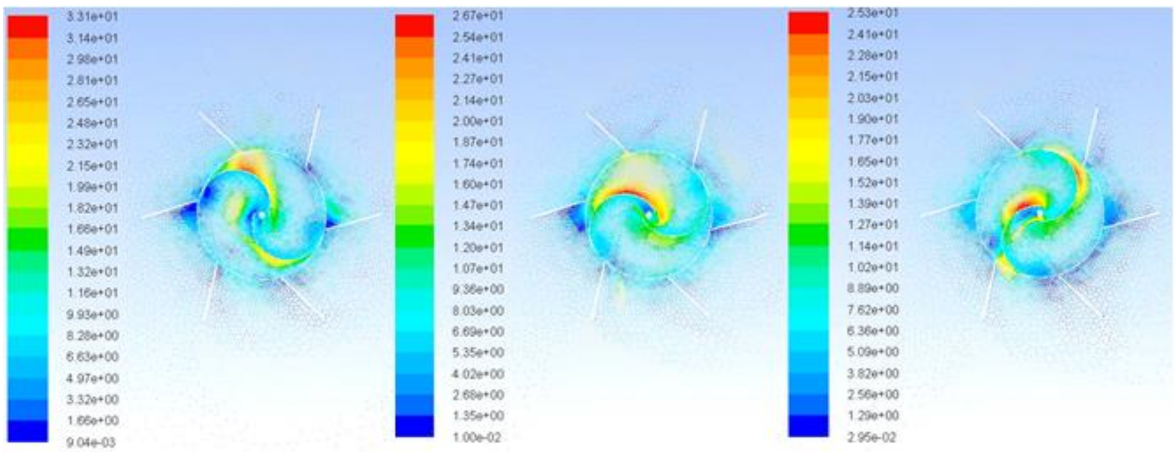


Şekil 4.27. Farklı boydaki yönlendirici plakalı rotorların dinamik tork katsayıları



Şekil 4.28. Farklı boydaki yönlendirici plakalı rotorların güç katsayıları

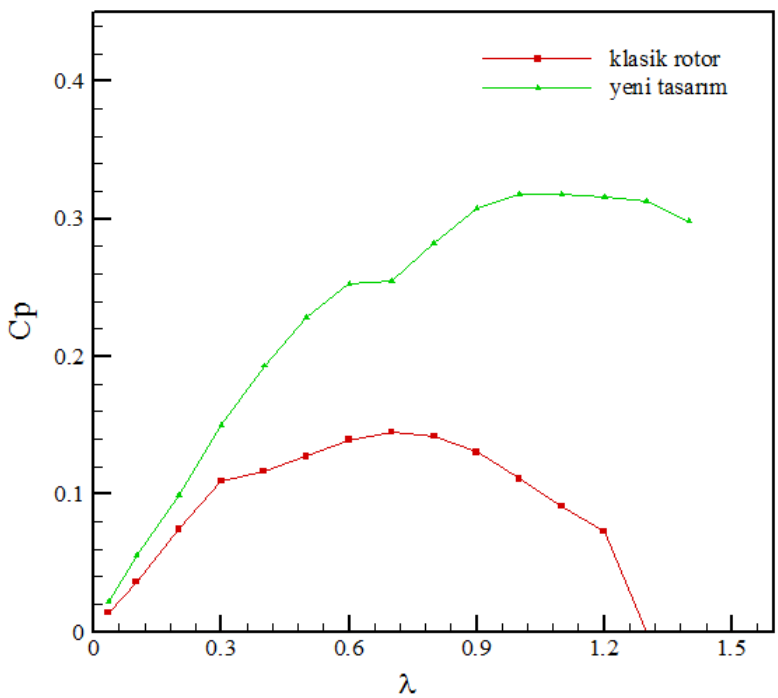
Şekil 4.27 ve 4.28 den görüldüğü gibi plaka boyunun artırılması ile dinamik tork katsayısı ve güç katsayısı artmıştır hatta klasik rotora göre güç neredeyse iki katına kadar çıkmıştır.



Şekil 4.29. 30° konumlu 6 adet yönlendirici 150 mm plakanın yerleştirildiği rotorun hız dağılımı

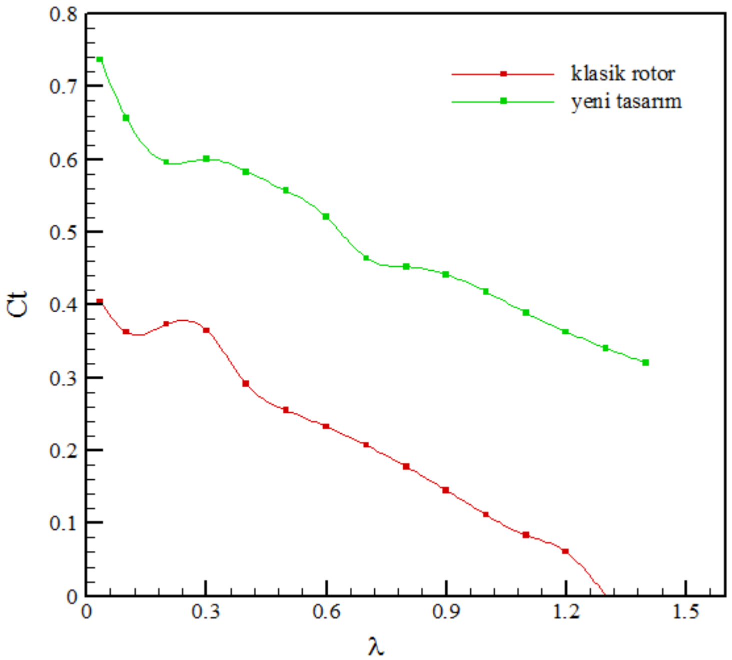
5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Yapılan çalışmada dikey rüzgar türbinlerinden olan Savonius rüzgar türbini detaylıca incelenmiştir. Rüzgar türbini teorileri detaylı olarak incelenmiştir. Deneysel çalışma FLUENT programında sayısal olarak doğrulanmıştır ve yeni tasarımlar sayısal olarak incelenmiştir. Savonius rüzgar türbininin performansı rotorun etrafına eklenen plakalar konularak artırılmaya çalışılmıştır. Plaka sayısının, konumunun ve boyutunun performansa etkisi incelenmiştir. 6 adet yönlendirici plaka aynı konum ve boyut için 8 adet yönlendirici plakaya göre daha iyi güç ve tork katsayısı vermiştir. Yönlendirici plakanın konumu 30° olduğunda 20° konumuna göre daha iyi performans vermiştir. Yönlendirici plakanın boyu artırıldığında yaklaşık $l/d = 0.5$ değeri için en iyi performansı vermiştir. Rotorun tüm koşullar için genellikle hız oranı yaklaşık $\lambda \cong 0.8$ olduğu durumda güç katsayısı değeri en fazla olmaktadır.

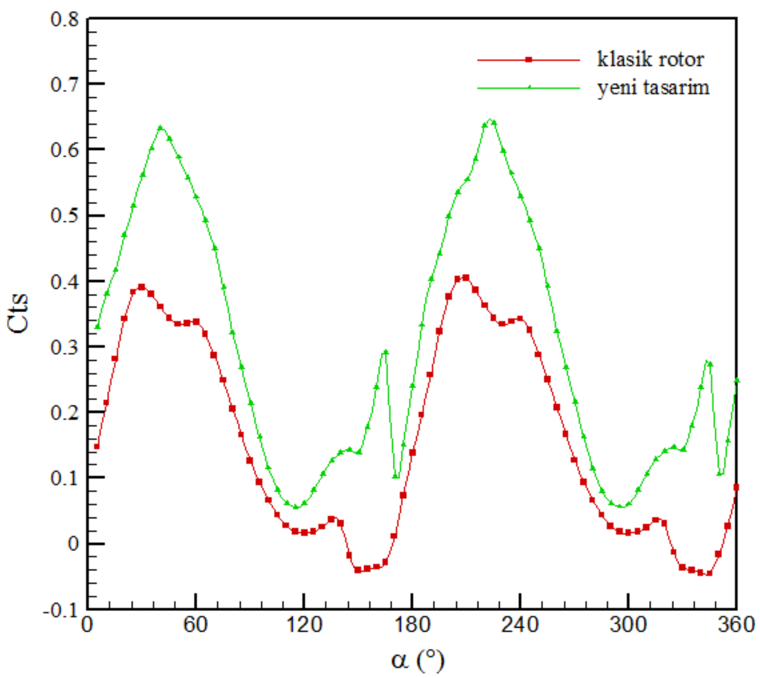


Şekil 5.1. 30° konumlu 6 adet yönlendirici 150 mm plakanın yerleştirildiği rotor ile klasik rotorun güç kat sayılarının karşılaştırılması

Yeni tasarımın güç katsayısı klasik rotora göre iki katına çıkmıştır ve yaklaşık maksimum değeri $\lambda \cong 0.9$ civarlarında $Cp \cong 0.31$ olarak bulunmuştur. Rotorun maksimum değeri ise yaklaşık $\lambda \cong 0.8$ değeri için $Cp \cong 0.15$ değerine denk gelmektedir. Benzer şekilde dinamik ve statik tork katsayılarını da şekil üzerinde inceleyecek olursak,

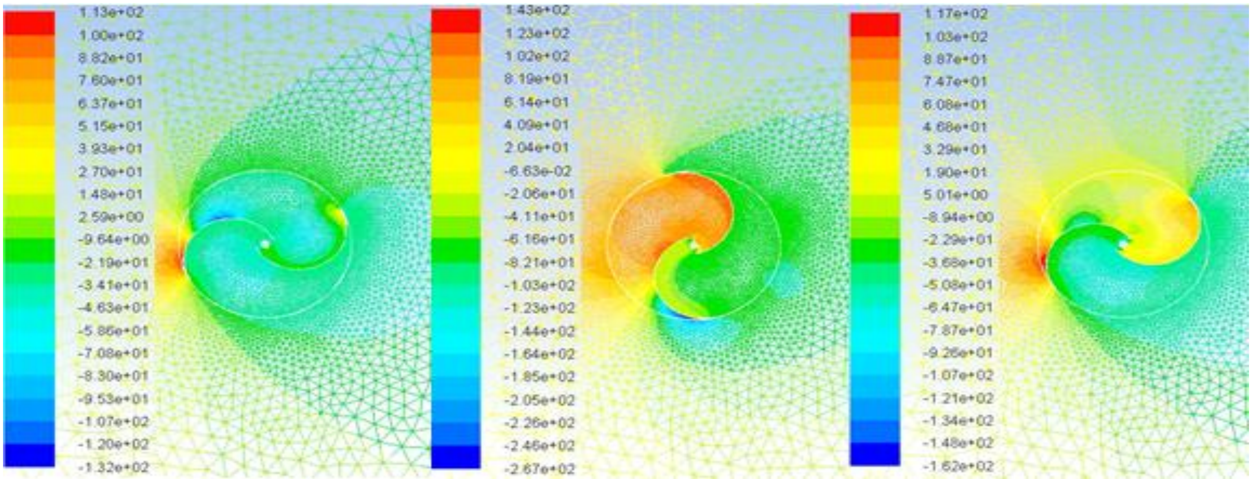


Şekil 5.2. 30° konumlu 6 adet yönlendirici 150 mm plakanın yerleştirildiği rotor ile klasik rotorun dinamik tork katsayılarının karşılaştırılması

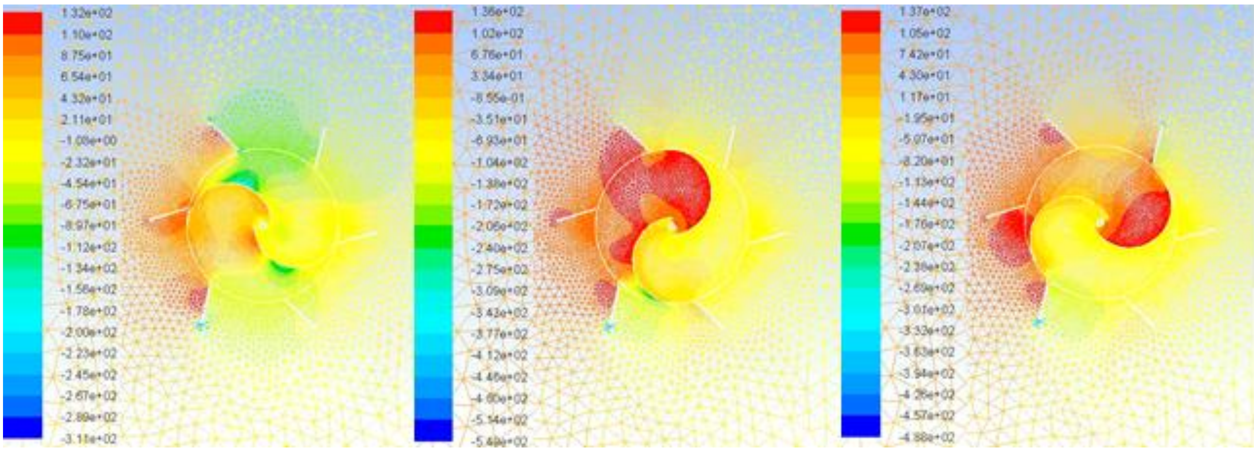


Şekil 5.3. 30° konumlu 6 adet yönlendirici 150 mm plakanın yerleştirildiği rotor ile klasik rotorun statik tork katsayılarının karşılaştırılması

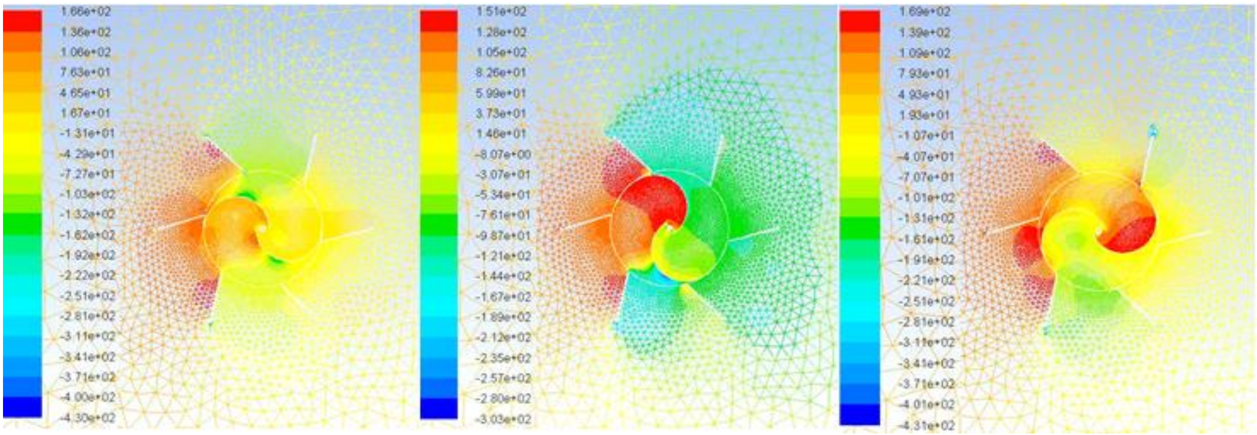
Plakalar sayesinde rotora gelen basınç artırılmıştır böylece rotorun performansı artmıştır. Rotorlar üzerinde ki basınç dağılımını zamana bağlı olarak incelersek,



Şekil 5.4. Klasik Savonius rotorun zamana bağlı basınç dağılımı



Şekil 5.5. 90 mm uzunluğunda yönlendirici plakalar konulmuş Savonius rotorun zamana bağlı basınç dağılımı



Şekil 5.6. 150 mm uzunluğunda yönlendirici plakalar konulmuş Savonius rotorun zamana bağlı basınç dağılımı

Değişik tasarımlar yapılan rotorların basınç analizinden görüldüğü gibi klasik rotorun 0° için her iki kanatta yaklaşık eşit olması ile birlikte geri dönen kanat üzerinde basınç bariz fazla olmasından dolayı negatif bir tork çıkışına sebep olmuştur. Ancak plakaların konulduğu rotor için bu açıda basınç dağılımı iki kanat üzerinde yaklaşık bir birine eşittir ve böylece negatif tork ortaya çıkmamıştır. Rotorun açısı 90° olduğunda bütün rotor çeşitlerinde kanatlara gelen basınç ilerleyen kanatta geri dönen kanada göre daha fazladır. Ancak plaka konulmadığında geri dönen kanadın üzerindeki basınç yönlendirilmiş plaka konulan kanada göre daha fazla olmuştur ve sebeple klasik rotorun tork katsayısı daha düşük çıkmıştır. 90 mm uzunluğundaki plaka ile 150 mm uzunluğundaki plakaların yerleştirildiği rotorun basınç dağılımına bakıldığında plakanın boyu büyüdüğünde yani 150mm olduğunda geri dönen plakadaki basınç daha düşük olmaktadır bu yüzdende 150mm uzunluğundaki yönlendirilmiş plakaların yerleştirildiği rotorun tork katsayısı ve güç katsayısı yüksek çıkmıştır. Rotorun açısı 180° ye yaklaştığında rotor kanatları üzerinde ki basınç dağılımı 0° deki basınç dağılımına benzerlik göstermiştir. Plakaların yerleştirildiği rotorların ilerleyen kanadı üzerinde geri dönen kanada göre daha fazla basıncın olmasından dolayı ve geri dönen kanadın ucunda basıncın oluşumu plakalar sayesinde engellendiğinden 180° rotor konumunda rotor dönmesine ve güç üretmesine daha kolay devam etmiştir.

Bu çalışmada klasik rotorun performansının artırılması amaçlanmıştır ve yeni tasarımlar yapılarak rotorun performansı neredeyse iki katına çıkmıştır. Yönlendirici plakaların konulduğu yeni tasarımda plakaların sayısının konumunun ve boyunun performansa etkisi incelenmiştir. Plaka sayısının 6 adet olması 8 adet olmasına göre daha avantajlı çıkmıştır. Plakaların konumunun 30° olması daha iyi sonuç vermiştir. Plakaların uzunluğu ise en önemli parametreler arasındadır. Plakanın uzunluğunun rotorun çapının yarısı uzunluğunda olması daha iyi sonuç vermiştir. Yapılan çalışma ile Savonius rotorun performansı artırılmıştır. Yüksek performanslı Savonius rotorun tasarımı ile düşey eksenli düşük rüzgar hızında dönmeye başlayan ve maliyetleri düşük olan bu rüzgar türbinlerinin elektrik üretiminde kullanımı sağlanabilir.

KAYNAKLAR

1. Hayashi, T., Li, Y., Hara, Y. (2005). Wind tunnel tests on a different phase three-stage Savonius rotor. *JSME International Journal, Series B: Fluids and Thermal Engineering*, 48(1), 9-16.

2. Irabu, K., Roy, Nath, J. (2007). Characteristics of wind power on Savonius rotor using a guide-box tunnel. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 32(2), 580-586.

3. Mohamed, M, H., Janiga, G., Pap, E., Thevenin, D. (2010). Optimization of Savonius turbines using an obstacle shielding the returning blade. *Renewable Energy*, 35(11), 2618-2626.

4. Kamoji, M, A., Kedare, S, B., Prabhu, S, V. (2009). Experimental investigations on single modified Savonius rotor. *Applied Energy*, 86(7-8), 1064-1073.

5. Nobile, R., Vahdati, M., Barlow, F. J., Mewburn-Crook, A. (2014). Unsteady flow simulation of a vertical axis augmented wind turbine: A two-dimensional study. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 125, 168-179.

6. D'Alessandro, V., Montelpare, S., Ricci, R., Secchiaroli, A. (2010). Unsteady Aerodynamics of a Savonius rotor: a new computational approach for the simulation of energy performance. *Energy*, 35(8), 3349-3363.

7. Zhou, T., Rempfer, D. (2013). Numerical study of detailed flow field and performance of Savonius wind turbines. *Renewable Energy*, 51, 373-381.

8. Kacprzak, K., Liskiewicz, G., Sobczak, K. (2013). Numerical investigation of conventional and modified Savonius wind turbines. *Renewable Energy*, 60, 578-585.

9. Roy, S., Saha, K. U. (2013). Review on the numerical investigation into the design and development of Savonius wind rotors. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 24, 73-83.

10. Jaohindy, P., McTavish, S., Garde, F., Bastide, A. (2013). An analysis of the transient forces acting on Savonius rotors with different aspect ratios. *Renewable Energy*, 55, 286-295.

11. Driss, Z., Damak, A., Karray, S., Abid, S. M. (2012). Experimental study of the internal overlap ratios effect on the performance of the Savonius wind rotor. *Research and Reviews: Journal of Engineering and Technology*, 1(1), 15-21.

12. Akwa, V. J., Vielmo, A. H., Petry, P. A. (2012). A review on the performance of Savonius wind turbines. *Renewable and Sustaniable Energy Reviews*, 16(5), 3054-3064.

13. Deb, B., Gupta, R. (2012). Fluid flow analysis of Savonius rotor at different rotor angle using CFD. *ISESCO JOURNAL of Science and Technology*, 8(14), 35-42.

14. Shigetomi, A., Murai, Y., Tasaka, Y., Takeda, Y. (2011). Interactive flow field around two Savonius turbines. *Renewable Energy*, 36(2), 536-545.

15. Afungchui, D., Kamoun, B., Helali, A., Djemaa, B. A. (2010). The unsteady pressure field and the aerodynamic performance of a Savonius rotor based on the discrete vortex method. *Renewable Energy*, 35(1), 307-313.

16. Kamoji, M. A., Kedare, S. B., Prabhu, S. V. (2009). Performance tests on helical Savonius rotors. *Renewable Energy*, 34(3), 521 – 529.

17. Nasef, H. M., El-Askary, W.A., AbdEL-hamid, A. A., Gad, H. E. (2013). Evaluation of Savonius rotor performance: Static and dynamic studies. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 123, 1 – 11.

18. Damak, A., Driss, Z., Abid, M. S. (2013). Experimental investigation of helical Savonius rotor with a twist of 180°. *Renewable Energy*, 52, 136 – 142.

19. Neel, R. E. (1997). *Advances in computational fluid Dynamics turbulent separated flows and transonic potential flows*. (Doctoral dissertation, Virginia Polytechnic Institute, 1990). Dissertation Abstracts International, 19-22, 72097.

20. Sahin, I., Acir A. (2015). Numerical and experimental investigations of lift and drag performances of NACA 0015 wind turbine airfoil. *International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing*, 3(1), 22-25

21. Manvell, J. F., McGowan J. G., Rogers, A. L. (2002). *Wind Energy Explained Theory, Design And Application* (First edition). England: WILEY, 83-138.

22. Burton, T., Sharpe, D., Jenkins, N., Bossanyi, E. (2001). *Wind Energy Handbook* (First edition). England: WILEY, 41-100.

23. Patankar, S. V. (1980). *Numerical Head Transfer And Fluid Flow* (First edition). New York: Mc Graw-Hill, 197.

24. Versteeg, H. K., Malalasekera, W. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics* (Second edition). England: Pearson Education Limited, 517.

25. Yao, J., Yuan, W., Wang, J., Xie, J., Zhou, H., Peng, M., Sun, Y. (2012). Numerical simulation of aerodynamics performance for two dimensional wind turbine airfoils. *Procedia Engineering*, 21, 80-86.

26. Boyle, G. (2004). *Renewable Energy Power for a Sustainable Future* (Second edition). New York: Oxford, 244-264.

27. Solanki, S. C. (2008). *Renewable Energy Technologies* (First edition). England: Prentice-Hall, 100-116.

EKLER

EK-1. Kararlı ısı kondüksiyonu olan tek boyutlu çubuk için sıcaklık dağılımı

Örnek: Bir metre uzunluğunda ki bir çubukta kararlı ısı kondüksiyonunu dikkate alınız

$k=1,\quad S=2,\quad x=0 \Rightarrow T=0$ ve $x=1 \Rightarrow \dfrac{dT}{dx}=1$ sınır şartları belirlenmiştir.

Çubuğu 20 eşit kontrol hacmine bölünüz ve diskritizasyon denklemlerini elde ediniz. Elde edilen cebirsel denklemleri çözmek için bir bilgisayar programı yazınız. Elde edilen sonuçları grafik üzerinde gösteriniz.

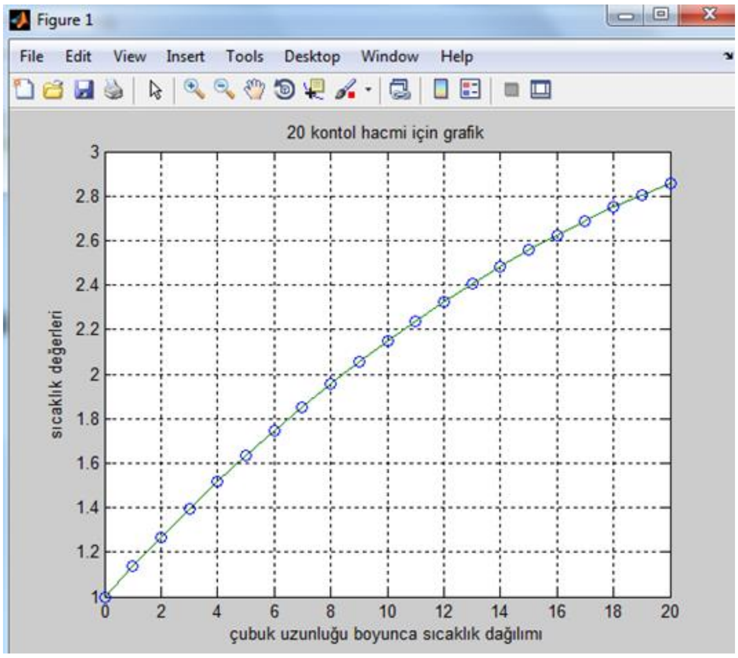
Çözüm: Çözüm için kullanılan ayrıklaştırma işlemi bilgisayar kodu olarak yazılmıştır ve tek boyutlu çubuk üzerinde sıcaklık dağılımı grafik olarak ifade edilmiştir. Çözümde Gauss – Seidel iterasyon metodu kullanılmıştır.

Çözüm için MATLAB kodu

```
clear all
clc
% L = çubuk bayu 1 metre
% n = çubuğu böldüğüm nokta sayısı
% 0,1,2,3 için 4 adet kontrol hacmi varsa n = 3, problemde n=20
% çubuğu 20 ye bölürüz
% S = Sc değeridir ve sabittir S = 2
% k = 1 olarak ele alanacaktır.
% iter = iterasyon sayısı kendim belirliyorum

L = 1 ;
S = 2;
k= 1 ;
iter = 1000 ;
n = 20 ;
h = L/n ;
T(1,1) = 1 ;
for  i = 2:1:n+1 ;
    T (i,1) = 0 ;
end

D(1,1) = 1;
for  i = 2:1:n;
D (i,1)= (S*h^2)/(2*k);
end
D(n+1,1)=((S*h^2)/(2*k)+h);
B = ½*eye(n,n) ; B(n,n)=1 ;
C = ½*eye(n,n) ; C(1,1)=0 ;
H = zeros(n+1,n+1) ;
E = [ zeros(1,n+1); [B zeros(n,1)]] ;
F = [[zeros(n,1) C ];  zeros(1,n+1)] ;
A = H + E + F ;

for  i = 1:1:iter;
    T = A*T+D ;
End
```

EK-1. (devam) Kararlı ısı kondüksiyonu olan tek boyutlu çubuk için sıcaklık dağılımı

```
T
x = 0:1:5;
plot(x,T ,'o',x,T);
title('5 kontol hacmi için grafik');
xlabel('çubuk uzunluğu boyunca sıcaklık dağılımı');
ylabel('sıcaklık değerleri');
grid on ;
```



Şekil 1.1. Kararlı ısı kondüksiyonu olan tek boyutlu çubuk için sıcaklık dağılımı

EK-2. Expilicit, Crank – Nicolson ve tam implicit metotlarının uygulamaları

Örnek: Birim uzunluğundaki bir çubukta zamana bağlı ısı iletimini ele alınız,

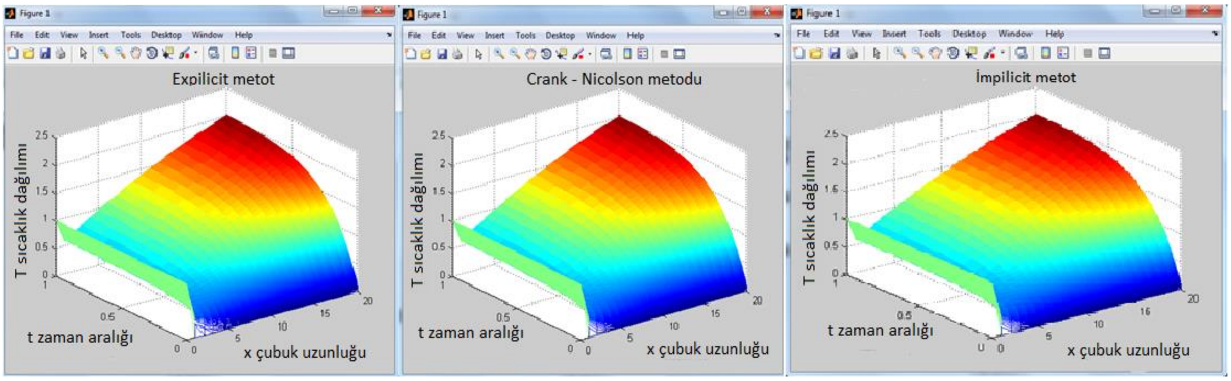
$\rho c \dfrac{dT}{dt} = \dfrac{d}{dx}\left(k \dfrac{dT}{dx}\right) + S_c$, burada $\rho = c = k = 1$ ve $S = 2$ dir. Başlangıç şartları ise;

$t = 0 \Rightarrow T(\mathrm{x},0) = 0$, $0 < x < 1$, $\qquad x = 0 \Rightarrow T(0,t) = 0$, $0 < t$,

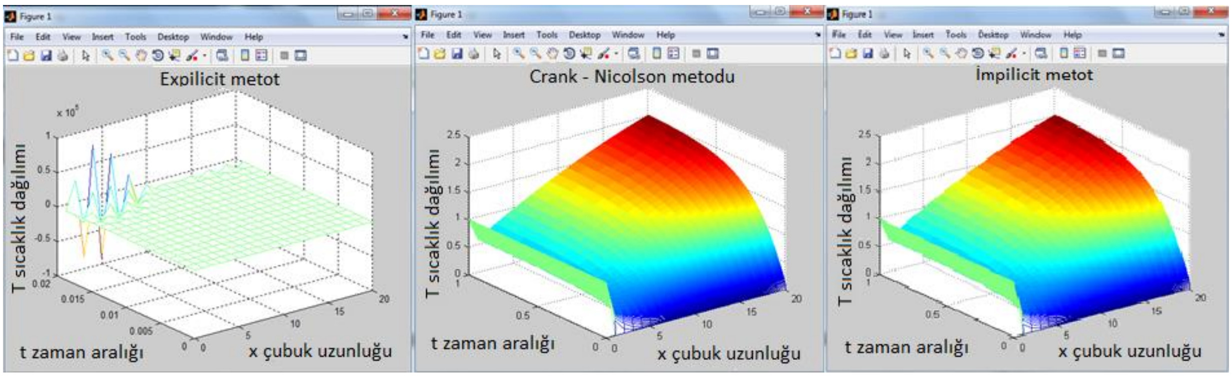
$x = 1 \Rightarrow \dfrac{dT}{dx} = 1$, $\qquad 0 < t$

Olarak verilmiştir. $\Delta x = 1/20$ olarak ve kontrol hacmi formülasyonunu kullanarak Expilicit, Crank – Nicolson ve tam implicit metotlarını kullanarak çubukta sıcaklık dağılımını bulunuz. Expilicit metot için $\Delta t_{\max}$ değerini bulunuz ve çözümleri , $0.5\Delta t_{\max}$, $\Delta t_{\max}$ ve $2\Delta t_{\max}$ değerlerini alarak yapınız.

Çözüm: Çözüm için gerekli kontrol hacmi formülasyonu kullanılmıştır ve gerekli MATLAB kodu yazılarak sonuçlar grafik olarak verilmiştir. Çözümü detaylı olarak vermemin sebebi çok uzun çözümden ve kodlardan dolayı konuyu uzatmamaktır.

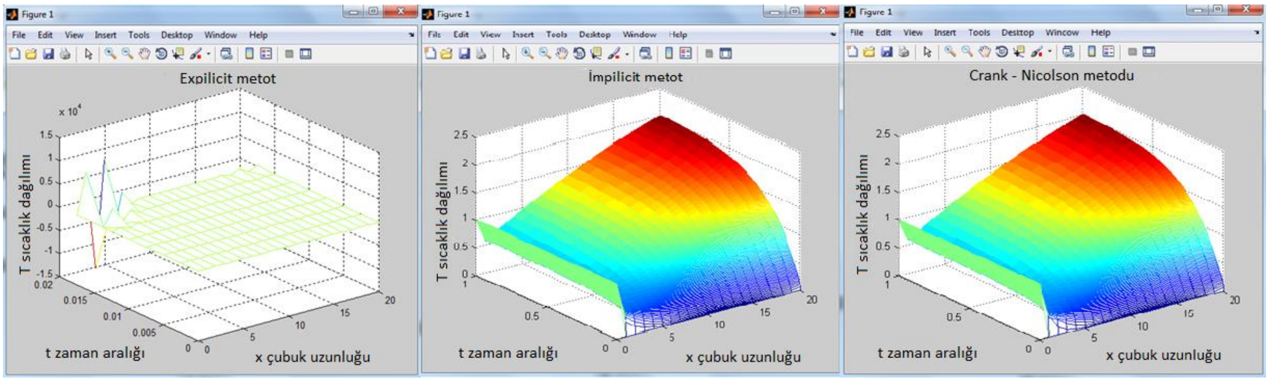


Şekil 2.1. $0.5\Delta t_{\max}$ değeri için çözüm sonuçları



Şekil 2.2. $\Delta t_{\max}$ değeri için çözüm sonuçları

EK-2. (devam) Expilicit, Crank – Nicolson ve tam implicit metotlarının uygulamaları



Şekil 2.3. $2\Delta t_{max}$ değeri için çözüm sonuçları

Yukarıda elde edilen grafiklerde expilicit metot sınır zaman aralığı değerinden sonra düzgün sonuç vermemiştir. (Şekil 2.1 ve 2.2) Crank – Nicolson metodu için ilk iki şekilde ve üçüncü sınır değer olan şekilde düzgün sonuç vermiştir ancak bu sınır zaman aralığından sonra düzgün sonuç vermemiştir. İmpilicit metot tüm zaman aralık değerleri için yakınsama vermiştir.

EK-3. İki boyutlu ısı kondüksiyonu çözümü

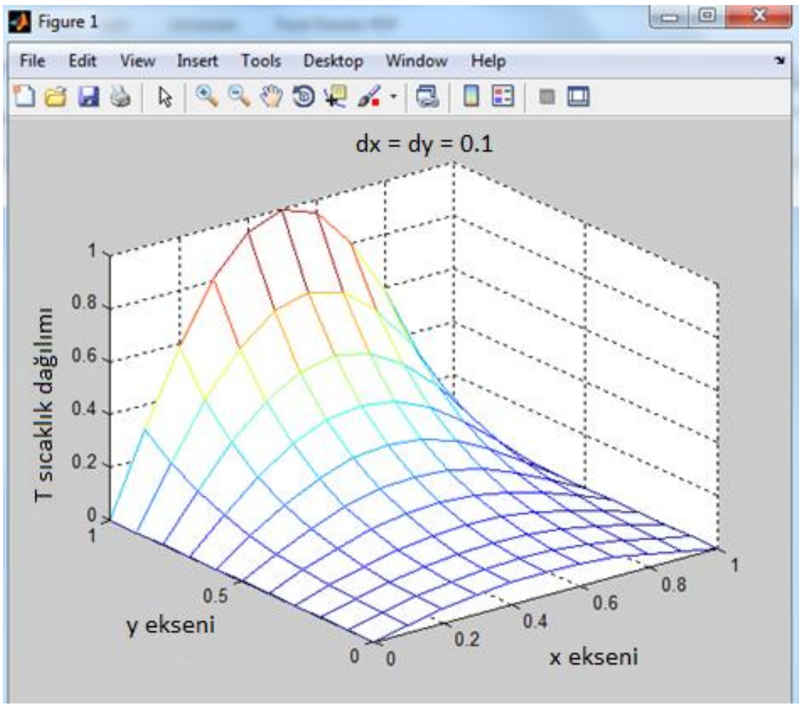
Örnek: Birim alana sahip kare bir levhada kararlı rejim iki- boyutlu ısı kondüksiyonu denklemini kontrol hacmi formülasyonunu kullanarak çözünüz. Çözümde $\Delta x = \Delta y = 0.1$ olarak alınız. Sınır şartları;

$x = 0$ ve $x = 1$'de $T = 0$

$y = 0$'de $\dfrac{\partial T}{\partial y} = 0$

$y = 1$'de $T = \sin(\pi\, x)$

Çözüm: Çözümde kontrol hacmi formülasyonunu uyguladığımızda her nokta için cebirsel denklem elde edilecektir ve yaklaşık 121 tane nokta vardır, yani 121 adet cebirsel denklem elde edilmiştir. Elde edilen cebirsel denklem sistemi MATLAB programı kullanılarak çözülmüştür. Çözümde denklemlerin çıkarılması ve kodlar çok uzun olduğu için elde edilen grafik çözüm olarak verilmiştir.



Şekil 3.1. Kararlı iki boyutlu kontrol hacminde sıcaklık dağılımı

EK-4. Dört farklı metodun kararlı iki boyutlu probleme uygulanması

Örnek: Kararlı iki – boyutlu (x – y) bir problemde ϕ değişkeninin diferansiyel denklemi şöyledir;

$$div(\rho\vec{V}\phi) = div(\Gamma grad\phi) + a - b\phi$$

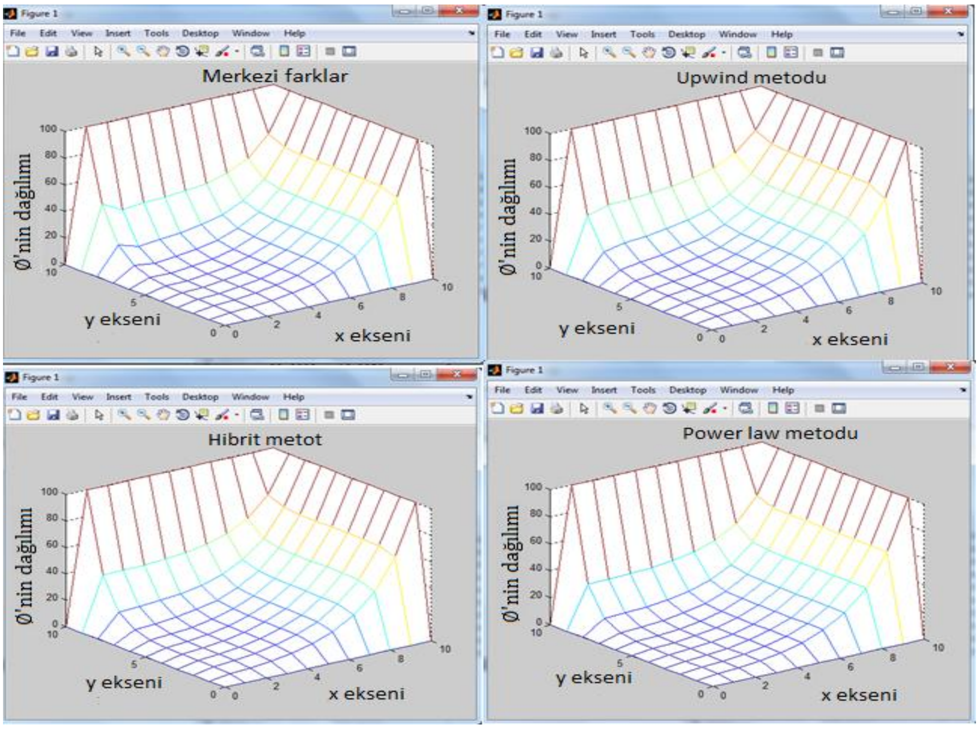
Burada $\rho = 1$, $\Gamma = 1$, $a = 10$, $b = 2$ Hız dağılımının bilindiği kabul ediliyor ve her yerde $u = 1$ ve $v = 4$ dür. 10x10 luk bir grid sisteminde $\Delta x = \Delta y = 1$dir. ϕ nin sınır değerleri şöyledir; tabanda ve sağ kenarda $\phi = 0$, üst ve sol kenarda $\phi = 100$

Kontrol hacim formulasyonu ile ϕ'nin değerlerini iç grid noktalarda aşağıdaki metotları kullanarak bulunuz

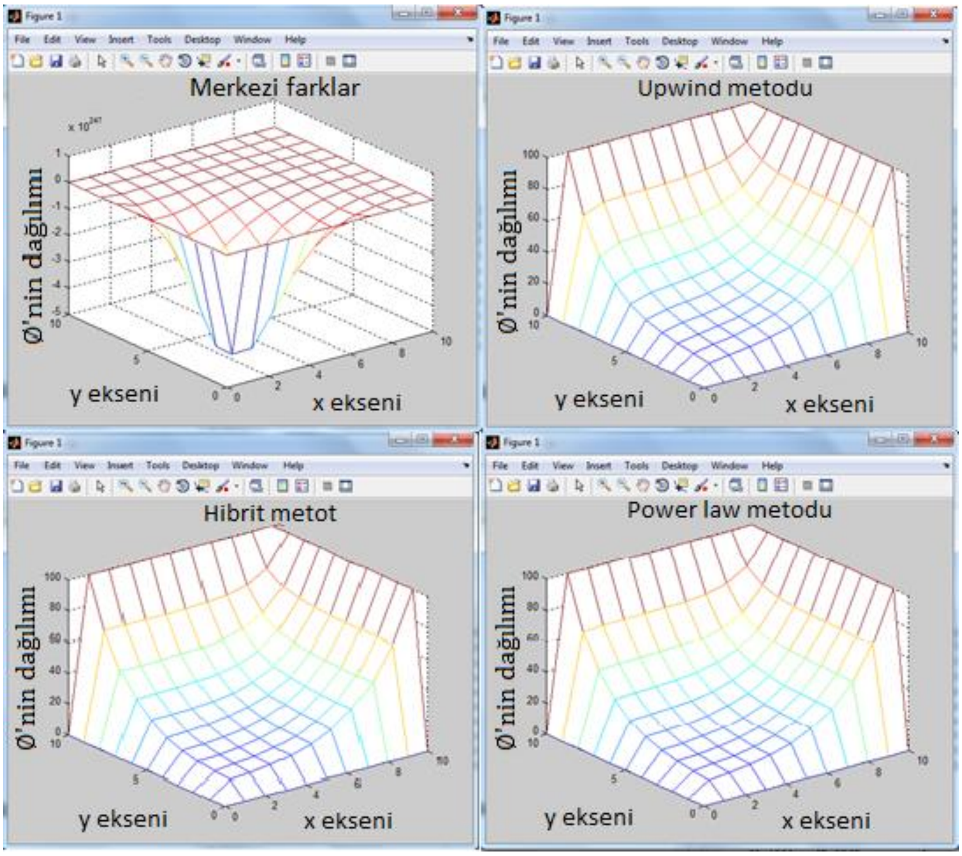
a) Merkezi farklar metodu
b) Upwind metodu
c) Hybrid metodu
d) Power law metodu

Çözüm; Çözümde iki boyutlu kontrol hacmi kullanılarak bütün grid noktaları için cebirsel ifadeler elde edilmiştir ve çözüm MATLAB kodu kullanılarak her metot için yapılmıştır elde edilen sonuçlar grafik olarak verilmiştir. Şekil 4.1 de görüldüğü üzere gridler arası mesafe yeteri kısalıkta olduğu için bütün metotlar birbirine benzer sonuç vermiştir. Hangi metodun daha üstün olduğunu göstermek için gridler arası mesafeyi, hızı yani Peclet sayısını değiştirerek işlemi tekrar edersek, Peclet sayısını değiştirmek için $u = 4$ olarak alıyorum ve işlemi tekrarlayacağım gerekli kodlar MATLAB de yazılıp sonuçlar elde edilmiştir ve grafik olarak verilmiştir. Şekil 4.2 den görüldüğü gibi Peclet sayısının değişmesi ile merkezi farklar metodu negatif katsayı değeri vermiştir ve sonuç ıraksayarak yanlış çıkmıştır. Diğer metotlar hiçbir zaman negatif katsayı vermediği için çözümleri yakınsamıştır ve aralarında değer olarak az bir fark vardır. Şekil 4.3 de gridler arası mesafe azaltılarak ve Power Law metodu kullanılarak elde edilen sonuç çözümün daha kapsamlı olması için verilmiştir.

EK-4. (devam) Dört farklı metodun kararlı iki boyutlu probleme uygulanması

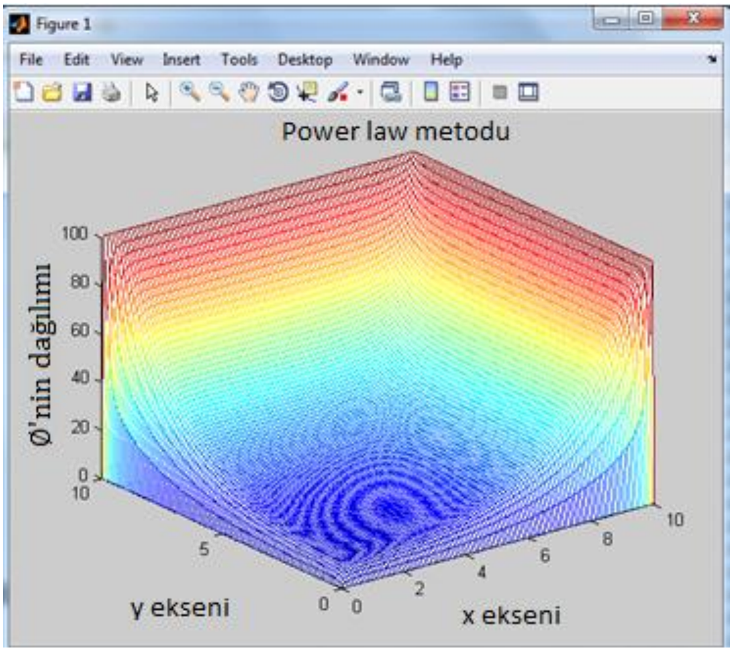


Şekil 4.1. Dört metot kullanılarak elde edilen çözüm sonucu



Şekil 4.2. Dört metot kullanılarak $u = 4$ için elde edilen çözüm

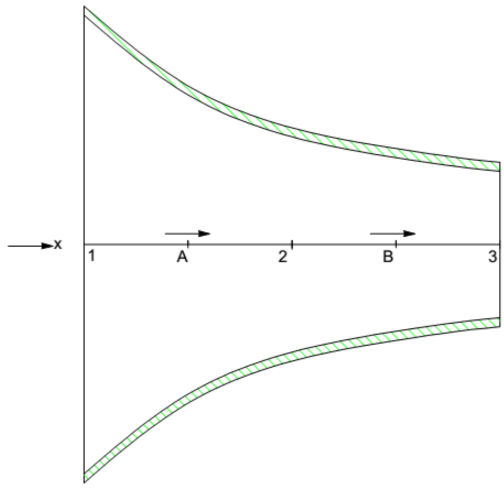
EK-4. (devam) Dört farklı metodun kararlı iki boyutlu probleme uygulanması



Şekil 4.3. Gridler arası mesafe azaltılarak elde edilen sonuç

EK-5. Simple algoritmasının kullanılması

Örnek; Şekil 5.1'de gösterilen bir boyutlu bir nozuldaki akışın denklemleri $\frac{d}{dx}(\rho uA)=0$ ve $\frac{d}{dx}(\rho uA)u=-A\frac{dP}{dx}$ şeklindedir. Burada A nozul kesit alanını temsil etmektedir. $\rho=1$, $A_A=3$, $A_B=1$, $P_1=28$, $P_3=0$, alarak ve 1 noktasında momentumun sıfır olduğunu kabul ederek, u ve P' için cebirsel denklemleri elde ediniz. u_A, u_B ve P_2'yi bulunuz. Başlangıç değerler olarak $u_A=5/3$, $u_B=5$ ve $P_2=25$ alınız.



Şekil 5.1. Bir boyutlu nozulun kontrol hacminde gösterimi

Çözüm; Çözüm için gerekli cebirsel denklemler kontrol hacmi formülasyonu kullanılarak ve Upwind metodundan yararlanılarak hazırlanmıştır. Sorunun çözümünün ilk değerleri elle yapılmıştır ve daha sonra iterasyon sayısı fazla olduğu için MATLAB kodu kullanılarak çözüm yapılmıştır ve 10^{-4} hata payında çözüm durdurulmuştur ve işlemler bitirilmiştir.

SIMPLE algoritması işlem sırası;

1. Bir basınç dağılımı tahmin edilmştir. ($P_2^*=25$ olarak ilk tahmin ile başlanmıştır.)

2. u^* değerleri çözülmüştür. (u_A^*, u_B^* hız değerleri çözülmüştür.)

3. Süreklilik denkleminin sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilmiştir.

4. Basınç düzeltme denklemi çözülerek $P_2^{'}$ dağılımı bulunmuştur.

EK-5. (devam) Simple algoritmasının kullanılması

5. Basınç düzeltilmiştir. $P = P_2^* + P_2^{'}$, hızlar düzeltilmiştir.

6. Düzeltilmiş basınç dağılımı kullanılarak 2. Adımdan itibaren hata payı azaltılana kadar iterasyonlar yaptırılmıştır.

Çözümü bu işlem sırasına göre yapalım;

Soruyu bu işlem sırasına göre çözelim;

1. adım; $P_2^* = 25$, $\left|u^0\right|_A = 5/3$, $\left|u^0\right|_B = 5$, tahmin edildi.

2. adım; $$u_B^* = u_A^* + \frac{1}{(u^0)_B}(\mathrm{P}_2^* - 0) \Rightarrow u_B^* = \frac{5}{3} + \frac{1}{5}(25) = 6.67$$

$$u_A^* = \frac{1}{(u^0)_A}(28 - \mathrm{P}_2^*) \Rightarrow u_A^* = \frac{3}{5}(28 - 25) = 1.8$$

3. adım; $A_B u_B - A_B u_A = 0 \Rightarrow 6.67 - 3*1.8 \overset{?}{=} 0 \Rightarrow 1.27 \neq 0$, süreklilik sağlanmıyor.

4. adım; $a_2 = \frac{1}{(u^0)_B} + \frac{3}{(u^0)_A} = \frac{1}{5} + \frac{9}{5} = 2$, $b = -1.27$, $P_2^{'} a_2 = b \Rightarrow P_2^{'} = \frac{-1.27}{2} = -0.633$

5. adım; $P_2 = P_2^* + P_2^{'} = 25 - 0.633 = 24.367$ Basınç düzeltilmiştir.

6. adım; $$u_B = u_B^* + \frac{A_B}{\left(\rho u^0 A\right)_B}\left(P_2^{'} - P_3^{'}\right) = 6.67 + \frac{-0.633 - 0}{6.67} = 6.54$$

$$u_A = u_A^* + \frac{A_A}{\left(\rho u^0 A\right)_A}\left(P_1^{'} - P_2^{'}\right) = 1.8 + \frac{0 - \left(-0.633\right)}{1.8} = 2.18$$

1. adım; $P_2^* = 24.367$, $\left|u^0\right|_A = 2.18$, $\left|u^0\right|_B = 6.54$ değerleri bir önceki iterasyondan alınarak tahmini değer yerine kullanılacaktır.

2. adım; $$u_B^* = u_A^* + \frac{1}{(u^0)_B}(\mathrm{P}_2^* - 0) \Rightarrow u_B^* = 2.18 + \frac{1}{6.54}(24.367) = 5.9058$$

$$u_A^* = \frac{1}{(u^0)_A}(28 - \mathrm{P}_2^*) \Rightarrow u_A^* = \frac{1}{1.8}(28 - 26.165) = 1.67$$

EK-5. (devam) Simple algoritmasının kullanılması

3. adım; $A_B u_B - A_B u_A = 0 \Rightarrow 5.9058 - 3*1.67 \stackrel{?}{=} 0 \Rightarrow 0.9058 \neq 0$, süreklilik sağlanmıyor. Fakat sıfıra doğru yaklaşıyor.

4. adım; $$a_2 = \frac{1}{(u^0)_B} + \frac{3}{(u^0)_A} = \frac{1}{6.54} + \frac{3}{1.67} = 1.5291 \text{ , } b = -0.9058,$$

$$P_2^{'} a_2 = b \Rightarrow P_2^{'} = \frac{-0.9058}{1.5291} = -0.5924$$

5. adım; $P_2 = P_2^{*} + P_2^{'} = 24.367 - 0.5924 = 23.7743$ Basınç düzeltilmiştir.

6. adım; $$u_B = u_B^{*} + \frac{A_B}{\left(\rho u^0 A\right)_B}\left(P_2^{'} - P_3^{'}\right) = 5.9058 + \frac{-0.5924 - 0}{6.54} = 5.8152$$

$$u_A = u_A^{*} + \frac{A_A}{\left(\rho u^0 A\right)_A}\left(P_1^{'} - P_2^{'}\right) = 1.67 + \frac{0 - (-0.5924)}{2.18} = 1.9384$$

Şeklinde iterasyon devam edecektir ancak daha fazla uzatmamak için MATLAB kodu yazılmıştır ve sonuçlara hızlı bir şekilde ulaşılmıştır. Çözüm sonucu elde edilen değerler, $u_B = 6$, $u_A = 2$, $P_2 = 24$ olarak bulunmuştur ve süreklilik denkleminin hatası $1.1737*10^{-4}$ olmuştur ve işlemler bitirilmiştir.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı	: ŞAHİN, İzzet
Uyruğu	: T.C.
Doğum tarihi ve yeri	: 24.09.1989, BALA
Medeni hali	: Bekar
Telefon	: 0 (312) 202 89 59
Faks	:
e-mail	: izzetsahin@gazi.edu.tr / izzet_006@hotmail.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi	2014
Lisans	Kocaeli Üniversitesi/ Makine Mühendisliği	2012
Lise	Etlik Lisesi	2006

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2012-2013	Ünka İnş. San. Ltd. Şti. / İzmit	Kalite Mühendisi (Kaynak)
2013-2014	Gazi Üniversitesi / Ankara	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dil

İngilizce

Uluslararası Yayın ve Bildiri

1. Sahin, I., Acir A. (2015). Numerical and experimental investigations of lift and drag performances of NACA 0015 wind turbine airfoil. *International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing*, 3(1), 22-25.

2. Acir, A., Ata, I., Sahin, I. (In press). Energy and exergy analyses of a new solar air heater with circular type turbulators having different relief angles. *International Journal of Exergy*.

3. Sahin, İ., Angeda, A., Acir, A. (Accepted). **C**omputational analysis of flow physics of a modified two bladed Savonius wind turbines. *3. European Conf. Renewable Energy Systems*, Antalya, Turkey.

Hobiler

Kitap okuma, Yürüme, Koşma

A

Abstract · v
Ayrıklaştırma · 8, 9, 41, 44, 54

B

Boyut · 6, 44, 50, 54, 57, 60, 67, 74, 79, 80, 93
Basınç · 7, 9, 17, 21, 26, 32, 68, 70, 72, 75, 95

C

CFD · 6, 7, 8

Ç

Çizelge · 29, 66, 79

D

Deneysel · 3, 4, 9, 10, 11, 31, 40, 41, 79, 80, 81, 93

E

Ek · 57, 60, 68, 77
Enerji · 1, 2, 4, 13, 16, 19, 20, 25, 42, 43, 81

F

Fluent · 3, 5, 6, 9, 77, 80, 81, 93

G

Giriş · 1, 5, 19, 20, 24
Güç Katsayısı · 3, 4, 5, 11, 14, 19, 22, 38, 81, 85, 92, 96

H

Hücum açısı · 31, 32, 35, 36

İ

İtme · 20, 21, 22, 23, 27, 35

K

Kanat · 6, 8, 16, 30, 31, 32, 33, 37, 81
Kontrol Hacmi · 50, 51, 52, 53, 57, 68, 70, 75, 77, 80

L

Literatür · 4, 30
Levha · 87

M

Momentum · 19, 20, 24, 29, 33, 37, 69

Ö

Özgeçmiş · 110

P

Peclet · 62, 64, 65, 73, 104

R

Rüzgar Türbinleri · 1, 2, 3, 4, 7, 13, 14, 18, 19, 30

S

Sayısal Yöntemler · 41,
Savonius · 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 17, 18, 77, 78, 79, 80, 83, 84, 86, 93, 95, 96
Statik tork katsayısı · 5, 6, 80, 84, 86, 89, 91

Ş

Şaft · 6, 10, 11, 84

T

Tork katsayısı · 5, 6, 10, 11, 80, 86, 87, 90, 91, 96
Taylor Serisi · 44, 45, 46

Y

Yönlendirici plaka · 83, 84, 86, 87, 88, 91, 93, 95

GAZİ GELECEKTİR...