



**TAŞIT RADYATÖRLERİNDE BULUNAN DAR KANALLARDA AKIŞ VE  
ISI TRANSFERİNİN İNCELENMESİ**

**Duygu İPCİ**

**DOKTORA TEZİ  
OTOMOTİV MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ARALIK 2018**

Duygu İPCİ tarafından hazırlanan “TAŞIT RADYATÖRLERİNDE BULUNAN DAR KANALLARDA AKIŞ VE ISI TRANSFERİNİN İNCELENMESİ” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi Otomotiv Mühendisliği Ana Bilim Dalında DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

**Danışman:** Prof. Dr. Halit KARABULUT

Otomotiv Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum.

.....

**Başkan:** Prof. Dr. Veli ÇELİK

Makina Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Yıldırım Beyazıt Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum.

.....

**Üye:** Prof. Dr. Serdar YÜCESU

Otomotiv Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum.

.....

**Üye:** Prof. Dr. Kemal ALDAŞ

Makina Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Aksaray Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum.

.....

**Üye:** Prof. Dr. Can ÇINAR

Otomotiv Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum.

.....

Tez Savunma Tarihi: 14/12/2018

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Doktora Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

.....

Prof. Dr. Sena YAŞYERLİ  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Duygu İPCİ

14/12/2018



# TAŞIT RADYATÖRLERİNDE BULUNAN DAR KANALLARDA AKIŞ VE ISI TRANSFERİNİN İNCELENMESİ

(Doktora Tezi)

Duygu İPCİ

GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Aralık 2018

## ÖZET

Bu çalışmada, sıcaklık ve akış alan denklemleri yeni bir nümerik çözüm yöntemi kullanılarak, ikizkenar üçgen, sinüzoid ve parabolik kesitli radyatör hava kanallarının akış ve ısı transferi karakteristikleri belirlenmiştir. Hava kanallarındaki akış ve ısı transferi, hem tam gelişmiş akış hem de gelişmekte olan akış için modellenmiştir. Her iki durumda, akışın sıkışmaz ve laminar olduğu kabul edilmiştir. Giriş bölgesinde hız ve sıcaklık sınır tabaklarının eş zamanlı olarak geliştiği kabul edilmektedir. Kanalların giriş bölgesindeki akış alanları 3 boyutlu momentum denklemleri ile süreklilik ve momentum denklemlerinin bileşiminden elde edilen Poisson tipi bir basınç alan denklemi ile modellenmiştir. Sinüzoidal, parabolik ve ikizkenar üçgen şeklindeki kanal kesitleri ısı transferi ve akış alan denklemleri için düzensiz çözüm bölgeleri olduğundan bir takım zorluklarla karşılaşılmaktadır. Bu zorlukları yok etmek için kanalların kesit alanları uygun transformasyonlar kullanılarak kare şeklindeki çözüm bölgelerine dönüştürülmüştür. Yönetici denklemlerin içerdiği sıcaklık ve hız bileşenleri de uygun transformasyonlar kullanılarak boyutsuz büyüklüklere dönüştürülmüştür. Yönetici denklemler sonlu fark şekline dönüştürüldükten sonra Newton-Raphson yöntemi kullanılarak sayısal yöntemle çözülmüştür. Tam gelişmiş akış bölgesindeki ısı transferi, sabit ısı akısı ( $H1$ ) ve sabit duvar sıcaklığı ( $T$ ) olmak üzere iki farklı ısı duvar şartı ile incelenmiştir. Kanalların farklı boy/en oranları için Nusselt ve Poiseuille sayıları belirlenmiştir. Sonuçlar literatür verileri ile kıyaslanmış ve uyumlu olduğu görülmüştür. Maksimum sapmanın % 3'ten az olduğu görülmüştür. Giriş bölgesindeki ısı transferinin analizinde sabit duvar sıcaklığı şartı uygulanmıştır. Reynolds sayısının 250, 500, 750, 1000 ve 12000 değerlerine karşılık gelen eksenel Nusselt sayısı dağılımları belirlenmiştir. Sabit duvar sıcaklığına haiz ve boy/en oranı 1,0 olan bir ikizkenar üçgenin giriş bölgesindeki eksenel Nusselt sayısı dağılımı ANSYS Fluent yazılımı ile de hesaplanmış ve bu tezde geliştirilen metottan elde edilen Nusselt sayısı dağılımı ile karşılaştırılmıştır. Sonuçların birbiri ile çok uyumlu olduğu görülmüştür.

Bilim Kodu : 93002

Anahtar Kelimeler : Tam gelişmiş akış, giriş bölgesi akışı, sonlu farklar metodu, Newton Raphson metodu, radyatör hava kanalları

Sayfa Adedi : 210

Danışman : Prof. Dr. Halit KARABULUT

# INVESTIGATION OF THE FLUID FLOW AND HEAT TRANSFER IN NARROW RADIATOR CHANNELS

(Ph.D. Thesis)

Duygu İPCİ

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

December 2018

## ABSTRACT

In this study, the flow and heat transfer characteristics of the radiator air ducts with isosceles triangular, sinusoidal and parabolic cross sections are investigated by using a new numerical solution method for temperature and flow field equations. The flow and heat transfer in air ducts are modeled for both the fully developed and developing flows. For both situations, the flow was assumed to be incompressible and laminar. In the entrance region, the velocity and temperature boundary layers are assumed to be simultaneously developing. The flow field in the entrance regions of the ducts are modeled with three dimensional momentum equations and a Poisson type pressure field equation obtained from the combination of the continuity and momentum equations. Due to that the sinusoidal, parabolic and isosceles triangles are non-regular solution domains of the governing equations of the flow and heat transfer fields, some difficulties are confronted. To eliminate these difficulties, the cross-sectional areas of ducts were transformed into square-shaped solution domains by using appropriate transformations. Velocity components and fluid temperature involved by governing equations are converted to dimensionless quantities by means of using appropriate transformations as well. Governing equations are solved numerically via Newton-Raphson method after being converted to the finite difference form. The heat transfer in the fully developed flow zone are investigated for two different thermal wall conditions as constant heat flux (H1) and constant wall temperature (T). Nusselt and Poiseuille numbers are calculated for various height /width ratios of the ducts. The results are compared with the literature data and found to be consistent. The maximum deviation is determined to be less than 3 %. In the analysis of entrance flow heat transfer, the condition of constant wall temperature is implemented. Axial distributions of Nusselt numbers are determined corresponding to 250, 500, 750, 1000 and 1200 values of Reynolds numbers. The axial distribution of the Nusselt number of a triangular duct with constant wall temperature is calculated for 1,0 of height/width ratio via ANSYS Fluent software and compared with the results of the developed method in the thesis. Result were found to be very compatible with each other.

Science Code : 93002

Key Words : Fully developed flow, entrance region flow, finite difference method, Newton Raphson method, radiator air ducts

Page Number : 210

Supervisor : Prof. Dr. Halit KARABULUT

## TEŞEKKÜR

Doktora tezimin her aşamasında tüm bilgi birikimi ve tecrübelerini bana aktararak beni destekleyen tez danışmanım ve çok kıymetli hocam Prof. Dr. Halit KARABULUT başta olmak üzere, doktora tez izleme komitelerimde tezim için yaptıkları değerli yorumlardan ve katkılardan dolayı saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Veli ÇELİK'e ve Prof. Dr. Serdar YÜCESU'ya sonsuz şükranlarımı sunar, ayrıca bu süreçte her türlü yardım ve desteğini benden esirgemeyen Gazi Üniversitesi Otomotiv Mühendisliği Bölümü çatısı altında beraber görev yaptığım çalışma arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Tüm hayatım süresince ki buna eğitim hayatım da dahil her daim maddi ve manevi yanımda olan sevgili annem Hatice İPCİ'ye, babam Ahmet İPCİ'ye ve bu stresli dönemde bana moral veren kardeşim Deniz İPCİ'ye desteklerinden dolayı minnettar olduğumu dile getirmekten mutluluk duyarım.

## İÇİNDEKİLER

|                                                                                       | Sayfa |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| ÖZET .....                                                                            | iv    |
| ABSTRACT.....                                                                         | v     |
| TEŞEKKÜR.....                                                                         | vi    |
| İÇİNDEKİLER .....                                                                     | vii   |
| ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....                                                             | xi    |
| ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....                                                               | xii   |
| RESİMLERİN LİSTESİ .....                                                              | xvi   |
| SİMGELER VE KISALTMALAR.....                                                          | xvii  |
| 1. GİRİŞ.....                                                                         | 1     |
| 2. RADYATÖR TASARIMININ TEMELLERİ.....                                                | 9     |
| 2.1. Laminer Rejimli Akışlar İçin Koruma Yasaları.....                                | 9     |
| 2.2. Türbülanslı Akış İçin Koruma Yasaları .....                                      | 23    |
| 2.2.1. Türbülans modelleri .....                                                      | 27    |
| 2.3. Gözenekli Ortamda Akış ve Isı Transferi .....                                    | 38    |
| 2.3.1. Gözeneklilik .....                                                             | 38    |
| 2.3.2. Geçirgenlik ve hidrolik iletkenlik .....                                       | 39    |
| 2.3.3. Akış yolunun kıvrımlılığı.....                                                 | 40    |
| 2.3.4. Temsili hacim elemanı (REV) .....                                              | 40    |
| 2.3.5. Gözenekli ortam akış modelleri .....                                           | 47    |
| 2.4. Motor Soğutma Sistemlerinin Performansını Ölçmek için Kullanılan Yöntemler ..... | 51    |
| 2.4.1. Logaritmik ortalama sıcaklık farkı (LMTD) yöntemi.....                         | 53    |
| 2.4.2. Etkinlik transfer birim katsayısı ( $\epsilon$ -NTU) yöntemi .....             | 54    |

|                                                                                                            | <b>Sayfa</b> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 2.5 Sınır Tabaka ve Giriş Bölgesi Akışları .....                                                           | 58           |
| 2.6. Radyatör Hava Kanalları.....                                                                          | 60           |
| 2.6.1. Radyatör hava kanallarının sınıflandırılması .....                                                  | 61           |
| 2.6.2. Değişken kesitli bir ısı transferi kanatçığının enerji denklemi.....                                | 62           |
| 2.6.3. Kanatçık verimliliği .....                                                                          | 63           |
| 2.6.4. Sürtünme faktörü ve Poiseuille sayısı .....                                                         | 64           |
| 2.6.5. Radyatör hava kanallarında ısı taşınım katsayısının teorik analizleri ve duvar sınır şartları ..... | 66           |
| 2.6.6. Hidrodinamik ve termal olarak tam gelişmiş laminar akışta ısı transferi transferi .....             | 72           |
| 3. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI .....                                                                             | 75           |
| 4. TEORİK YÖNTEMLERLE RADYATÖR HAVA KANALLARININ AKIŞ VE ISI TRANSFERİNİN İNCELENMESİ.....                 | 83           |
| 4.1. Kanal Kesitlerinin Normalizasyonu .....                                                               | 85           |
| 4.1.1. İkizkenar üçgen kanal .....                                                                         | 85           |
| 4.1.2. Sinüzoid kanal.....                                                                                 | 90           |
| 4.1.3. Parabolik kanal.....                                                                                | 93           |
| 4.2. Tam Gelişmiş Akış Bölgesinde Momentum Denklemi .....                                                  | 97           |
| 4.2.1. Farklı kesitler için hidrolik çapın hesaplanması.....                                               | 99           |
| 4.3. Tam Gelişmiş Akış Bölgesinde Enerji Denklemi .....                                                    | 103          |
| 4.3.1. Sabit ısı akısı şartı (H1 sınır şartı).....                                                         | 104          |
| 4.3.2. Sabit duvar sıcaklığı şartı (T sınır şartı).....                                                    | 107          |
| 4.4. Korunum Denklemlerinin Koordinat Dönüşümleri, Sınır Şartları ve Sonlu Fark Şekilleri .....            | 109          |
| 4.4.1. İkizkenar üçgen kanal .....                                                                         | 109          |
| 4.4.2. Sinüzoid kanal.....                                                                                 | 114          |

|                                                                                                                    | <b>Sayfa</b> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 4.4.3. Parabolik kanal.....                                                                                        | 117          |
| 4.5. Tam Gelişmiş Akışta Sayısal Yöntem .....                                                                      | 120          |
| 4.5.1 Bulgular ve tartışma .....                                                                                   | 125          |
| 4.6. Giriş Bölgesindeki Akışı Yöneten Denklemler.....                                                              | 134          |
| 4.7. Giriş Bölgesindeki Isı Transferini Yöneten Denklemler .....                                                   | 136          |
| 4.8. Üçgen Kanalda Giriş Bölgesi Akışını ve Isı Transferini Yöneten Denklemlerin Normalizasyonu .....              | 137          |
| 4.9. Giriş Bölgesi Akışında Sayısal Yöntem.....                                                                    | 140          |
| 4.9.1. Bulgular ve tartışma .....                                                                                  | 141          |
| <b>5. HESAPLAMALI AKIŞKANLAR DİNAMİĞİ İLE RADYATÖR HAVA KANALLARINDA AKIŞ VE ISI TRANSFERİNİN İNCELENMESİ.....</b> | <b>157</b>   |
| 5.1. İkizkenar Üçgen Kanalin Mesh Yapısının Oluşturulması .....                                                    | 158          |
| 5.2. Çözüm Bölgesinin Tanımlanması ve Sınır Şartlarının Seçimi .....                                               | 159          |
| 5.3. İkizkenar Üçgen Kanalda Nusselt ve Poiseuille Sayısının Hesaplanması .....                                    | 160          |
| 5.4. Analizin Eleman ve Düğüm Sayısından Bağımsızlığının İncelenmesi.....                                          | 162          |
| 5.5. Bulgular ve Tartışma.....                                                                                     | 163          |
| <b>6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER .....</b>                                                                               | <b>173</b>   |
| <b>KAYNAKLAR .....</b>                                                                                             | <b>177</b>   |
| <b>EKLER.....</b>                                                                                                  | <b>185</b>   |
| EK-1. Bir diferansiyel alanın koordinat dönüşümü .....                                                             | 186          |
| EK-2. Boyutsuz sıcaklığın bulk ortalamasının analizi.....                                                          | 188          |
| EK-3. Tam gelişmiş akışta sabit ısı akısı şartı (H1) için ikizkenar üçgen kanalın Fortran kodu.....                | 189          |
| EK-4. Tam gelişmiş akışta sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için ikizkenar üçgen kanalın Fortran kodu.....           | 191          |

**Sayfa**

|                                                                                                       |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| EK-5. Tam gelişmiş akışta sabit ısı akısı şartı (H1) için sinüzoid kanalın Fortran kodu.....          | 193 |
| EK-6. Tam gelişmiş akışta sabit ısı akısı şartı (H1) için parabolik kanalın Fortran kodu.....         | 195 |
| EK-7. Tam gelişmiş akışta sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için parabolik kanalın Fortran kodu.....    | 197 |
| EK-8. Giriş bölgesi akışının modellenmesinde kullanılan basınç eşitliğinin türetilmesi .....          | 199 |
| EK-9. Giriş bölgesinde sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için ikizkenar üçgen kanalın Fortran kodu..... | 200 |
| EK-10. İkizkenar üçgen kanalların giriş bölgesi akışı için Nusselt sayısının hesabı.....              | 205 |
| ÖZGEÇMİŞ .....                                                                                        | 208 |

## ÇİZELGELERİN LİSTESİ

| Çizelge                                                                                                                                                              | Sayfa |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Çizelge 2.1. Bir veya daha fazla kanala sahip çapraz akışlı ısı eşanjörlerinin $\epsilon$ denklemleri .....                                                          | 57    |
| Çizelge 2.2. Tekdüze kanatçık kalınlığına sahip kanal-kanatçık geometrileri için kanatçık verimlilikleri .....                                                       | 64    |
| Çizelge 2.3. Sabit ısı akısı (H) ve sabit duvar sıcaklığı (T) şartlarının çeşitleri .....                                                                            | 70    |
| Çizelge 2.4. Tam gelişmiş akışta ikizkenar üçgen kanalların $fRe$ , $Nu_T$ , $Nu_{H1}$ ve $Nu_{H2}$ değerleri .....                                                  | 73    |
| Çizelge 4.1. Sabit ısı akısı şartı (H1) için ikizkenar üçgen kanalların Poiseuille ve Nusselt sayıları .....                                                         | 131   |
| Çizelge 4.2. Sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için ikizkenar üçgen kanalların Poiseuille ve Nusselt sayıları .....                                                    | 132   |
| Çizelge 4.3. Sabit ısı akısı şartı (H1) için sinüzoid kanalların Poiseuille ve Nusselt sayıları .....                                                                | 132   |
| Çizelge 4.4. Sabit ısı akısı şartı için parabolik kanalların Nusselt ve Poiseuille sayıları ve sinüzoid kanalın Nusselt ve Poiseuille sayıları ile kıyaslaması ..... | 133   |
| Çizelge 4.5. Sabit duvar sıcaklığı (T) şartı için parabolik kanalın Poiseuille ve Nusselt sayıları .....                                                             | 134   |
| Çizelge 4.6. Farklı boy/en oranları için kanalın ve akışkanın özellikleri .....                                                                                      | 152   |
| Çizelge 5.1. Düğüm sayısı ve eleman sayısı miktarına bağlı olarak hesaplanan Nusselt ve Poiseuille sayıları .....                                                    | 162   |
| Çizelge 5.2. Seçilen ağ yapısının ağ kalite ölçüt değerleri .....                                                                                                    | 163   |



## ŞEKİLLERİN LİSTESİ

| Şekil                                                                                                                                                    | Sayfa |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Şekil 1.1. Hava soğutmalı motor.....                                                                                                                     | 2     |
| Şekil 1.2. Su soğutmalı motorlarda soğutma sistemi .....                                                                                                 | 3     |
| Şekil 1.3. Radyatörde bulunan ısı dirençler .....                                                                                                        | 5     |
| Şekil 1.4. (a) Etilen Glikol, (b) Propilen glikol.....                                                                                                   | 7     |
| Şekil 2.1. Koordinat sistemi ve kontrol hacim.....                                                                                                       | 10    |
| Şekil 2.2. x doğrultusundaki gerilmeler ve harici kuvvetler .....                                                                                        | 10    |
| Şekil 2.3. Hacim elemanına x doğrultusunda etkiyen gerilmeler .....                                                                                      | 16    |
| Şekil 2.4. Diferansiyel bir hacim elemanına etki eden yüzey gerilmeleri .....                                                                            | 17    |
| Şekil 2.5. Bir hacim elemanının yüzeylerindeki sıcaklık gradyanları .....                                                                                | 19    |
| Şekil 2.6. Boru içi akışlardaki hız profili .....                                                                                                        | 23    |
| Şekil 2.7. Türbülanslı akışta Eddylerin (girdap) dağılımı.....                                                                                           | 23    |
| Şekil 2.8. Laminer ve türbülanslı akışların sınır tabaka hız profillerinin karşılaştırılması .....                                                       | 26    |
| Şekil 2.9. Türbülanslı hareket yaklaşım modellerinin kronolojik sıralanışı .....                                                                         | 27    |
| Şekil 2.10. Türbülanslı bir akışın analizinde kullanılan üç farklı yaklaşımın kıyaslanması.....                                                          | 28    |
| Şekil 2.11. Türbülanslı akışın hız profilleri (a) Türbülanslı akışın anlık ve ortalama hız profilleri (b) Türbülanslı akışın anlık hız çalkantıları..... | 29    |
| Şekil 2.12. Küre paketleri a) Kübik paket, b)Rhombohedral paket.....                                                                                     | 39    |
| Şekil 2.13. Gözenekli bir ortamda akış yolunun kıvrımlılığı.....                                                                                         | 40    |
| Şekil 2.14. Temsili hacim elemanı.....                                                                                                                   | 41    |
| Şekil 2.15. Bir otomobil radyatöründe gerçekleşen akış .....                                                                                             | 52    |
| Şekil 2.16. Hidrodinamik (hız) sınır tabaka.....                                                                                                         | 58    |
| Şekil 2.17. Termal sınır tabaka .....                                                                                                                    | 59    |

| Şekil                                                                                           | Sayfa |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Şekil 2.18. Değişken kesitli kanatçık .....                                                     | 62    |
| Şekil 2.19. Gelişmekte olan ve tam gelişmiş akışın hız profilleri .....                         | 67    |
| Şekil 2.20. Tam gelişmiş bir akış bölgesi için koordinat düzenlemesi .....                      | 67    |
| Şekil 4.1. Radyatör hava kanalı çeşitleri.....                                                  | 83    |
| Şekil 4.2. Simetrik üçgen kanal ve koordinat elemanları .....                                   | 86    |
| Şekil 4.3. Üçgen kanalın yarı kesitinin $(\psi, \eta)$ koordinat sistemindeki görünüşü.....     | 86    |
| Şekil 4.4. Simetrik sinüzoid kanal ve koordinat elemanları .....                                | 90    |
| Şekil 4.5. Sinüzoid kanalın yarı kesitinin $(\psi, \eta)$ koordinat sistemindeki görünüşü ..... | 91    |
| Şekil 4.6. Parabolik kanal ve koordinat elemanları .....                                        | 94    |
| Şekil 4.7. Parabolik kanalın kesitinin $(\psi, \eta)$ koordinat sistemindeki görünüşü .....     | 94    |
| Şekil 4.8 Doğru ve hatalı sıcaklık profillerinin karşılaştırılması .....                        | 125   |
| Şekil 4.9. İkizkenar üçgen kanalın hız konturları .....                                         | 126   |
| Şekil 4.10. İkizkenar üçgen kanalın sabit ısı akısı şartı için sıcaklık konturları.....         | 126   |
| Şekil 4.11. İkizkenar üçgen kanalın sabit duvar sıcaklığı şartı için sıcaklık konturları..      | 127   |
| Şekil 4.12. Sinüzoid kanalın hız konturları.....                                                | 128   |
| Şekil 4.13. Sabit ısı akısı şartı için sinüzoid kanalın sıcaklık konturları .....               | 128   |
| Şekil 4.14. Parabolik kanalın hız konturları.....                                               | 129   |
| Şekil 4.15. Sabit ısı akısı şartı için parabolik kanalın sıcaklık konturları.....               | 129   |
| Şekil 4.16. Sabit duvar sıcaklığı şartı için parabolik kanalın sıcaklık konturları .....        | 130   |
| Şekil 4.17. Üçgen kanalın gerçek koordinat $(x, y, z)$ sistemindeki görünüşü.....               | 138   |
| Şekil 4.18. Üçgen kanalın yarı kesitinin $(\psi, \eta, Z)$ çözüm bölgesindeki görünüşü .....    | 138   |
| Şekil 4.19. Nusselt sayısının grid sayısı ile değişimi.....                                     | 141   |

| Şekil                                                                                                                       | Sayfa |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Şekil 4.20. Reynolds sayısı 250, 500, 750, 100 ve 1200 için giriş bölgesindeki Nusselt sayılarının değişimi.....            | 142   |
| Şekil 4.21. Farklı Reynolds sayıları için giriş bölgesindeki boyutsuz basınç gradyanları .....                              | 143   |
| Şekil 4.22. Reynolds sayısı 250, 500, 750, 1000 ve 1200 olan akışların hız profilleri...                                    | 145   |
| Şekil 4.23. Boyutsuz hız konturları a) 250 Re, b)500 Re, c)750 Re, d)1000 Re, e)1200Re .....                                | 147   |
| Şekil 4.24. Boyutsuz sıcaklık konturları a) 250 Re, b)500 Re, c)750 Re, d)1000 Re, e)1200Re.....                            | 150   |
| Şekil 4.25. Boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanalların giriş bölgesindeki Nusselt sayılarının değişimi ..... | 151   |
| Şekil 4.26. Boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanalların akış yönündeki basınç değişimi.....                   | 151   |
| Şekil 4.27. Boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanalların hız profilleri .....                                  | 152   |
| Şekil 4.28. Boyutsuz hız konturları a) boy/en=1, b) boy/en=2, c) boy/en=4.....                                              | 153   |
| Şekil 4.29. Boyutsuz sıcaklık konturları a) boy/en=1, b) boy/en=2, c) boy/en=4 .....                                        | 155   |
| Şekil 5.1. Basınç tabanlı ayrık çözüm algoritması.....                                                                      | 157   |
| Şekil 5.2. İkizkenar üçgen kanalın ağ yapısı a) yan görünüş b) ön görünüş.....                                              | 158   |
| Şekil 5.3. Kesit üzerindeki ısı akısının hesaplanması .....                                                                 | 161   |
| Şekil 5.4. Kesit üzerindeki kütle ortalamalı sıcaklığın hesaplanması.....                                                   | 161   |
| Şekil 5.5. Poiseuille sayının hesabı için seçilmiş kesitler .....                                                           | 162   |
| Şekil 5.6. Akış doğrultusu boyunca Nusselt sayılarının değişimi .....                                                       | 164   |
| Şekil 5.7. Reynolds sayıları 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için ikizkenar üçgen kanalın hız profilleri.....                   | 165   |
| Şekil 5.8. Reynolds sayısı 250 için hız konturları .....                                                                    | 166   |
| Şekil 5.9. Reynolds sayısı 500 için hız konturları .....                                                                    | 166   |
| Şekil 5.10. Reynolds sayısı 750 için hız konturları .....                                                                   | 167   |
| Şekil 5.11. Reynolds sayısı 1000 için hız konturları .....                                                                  | 167   |

| Şekil                                                          | Sayfa |
|----------------------------------------------------------------|-------|
| Şekil 5.12. Reynolds sayısı 1200 için hız konturları .....     | 168   |
| Şekil 5.13. Reynolds sayısı 250 için sıcaklık konturları.....  | 169   |
| Şekil 5.14. Reynolds sayısı 500 için sıcaklık konturları.....  | 169   |
| Şekil 5.15. Reynolds sayısı 750 için sıcaklık konturları.....  | 170   |
| Şekil 5.16. Reynolds sayısı 1000 için sıcaklık konturları..... | 170   |
| Şekil 5.17. Reynolds sayısı 1200 için sıcaklık konturları..... | 171   |



**RESİMLERİN LİSTESİ**

| <b>Resim</b>                                                    | <b>Sayfa</b> |
|-----------------------------------------------------------------|--------------|
| Resim 2.1. Radyatör kanatçık çeşitleri .....                    | 61           |
| Resim 4.1. Radyatörün koordinatları.....                        | 98           |
| Resim 5.1. İkizkenar üçgen için başlangıç şartının seçimi ..... | 159          |



## SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

| Simgeler       | Açıklamalar                                                       |
|----------------|-------------------------------------------------------------------|
| $a$            | İvme, $m/s^2$                                                     |
| $A$            | Kesit alanı, $m^2$                                                |
| $A_t$          | Isı transfer alanı, $m^2$                                         |
| $b$            | Üçgen ve sinüzoid kanalın yüksekliğinin yarısı, $m$               |
| $C$            | Isı kapasitesi, $J/m^3K$                                          |
| $C_{i,j}$      | Plastik hipotezin sabitleri ( $i=1,2,3,...,6$ ; $j=1,2,3,...,6$ ) |
| $C_p$          | Sabit basınçta özgül ısı, $kJ/kgK$                                |
| $C_{min}$      | Akışkanın minimum ısı kapasite miktarı, $W/K$                     |
| $C_{max}$      | Akışkanın maksimum ısı kapasite miktarı, $W/K$                    |
| $C_r$          | $C_{max}/C_{min}$                                                 |
| $D$            | Çap veya karakteristik uzunluk, $m$                               |
| $D_h$          | Hidrolik çap, $m$                                                 |
| $dq$           | Kontrol hacme birim kütle başına verilen ısı                      |
| $d\mathcal{U}$ | Kontrol hacme birim kütle başına verilen iş                       |
| $de$           | Hacim elemanının birim hacim başına enerji artışı                 |
| $e$            | Maddenin birim kütle başına taşıdığı enerji, $J/kg$               |
| $f$            | Sürtünme faktörü                                                  |
| $F$            | Düzeltilme faktörü                                                |
| $fRe$          | Poiseuille sayısı                                                 |
| $g$            | Harici kütle çekim kuvvetleri, $m/s^2$                            |
| $h$            | Isı taşınım katsayısı, $W/m^2K$                                   |
| $h_e$          | Entalpi, $kJ/kg$                                                  |
| $i$            | İç enerji, $kJ/kg$                                                |
| $k$            | Isı iletim katsayısı, $W/mK$                                      |

## Simgeler

## Açıklamalar

|               |                                                     |
|---------------|-----------------------------------------------------|
| $k_e$         | Kinetik enerji                                      |
| $k_t$         | Türbülanslı iletim katsayısı                        |
| $L$           | Kanal uzunluğu, m                                   |
| $m$           | Üçgen kanalın eğimi                                 |
| $\dot{m}$     | Kütleli debi, kg/m <sup>3</sup>                     |
| $Nu$          | Nusselt sayısı                                      |
| $p$           | Basınç, N/m <sup>2</sup>                            |
| $P$           | Üçgen kanalın taban uzunluğunun yarısı, m           |
| $P_p$         | Parabolik kanalın taban uzunluğu, m                 |
| $P_c$         | Kanalın çevresi, m                                  |
| $\bar{P}$     | Boyutsuz basınç                                     |
| $Pr$          | Prandtl sayısı                                      |
| $r$           | Yarıçap, m                                          |
| $R$           | Gaz sabiti, kJ/kgK                                  |
| $Re$          | Reynolds sayısı                                     |
| $Re_{\eta_k}$ | Kolmogorov Reynolds sayısı                          |
| $Re_p$        | Gözenekli ortam Reynolds sayısı                     |
| $S$           | Gaz içerisindeki ısı kaynakları, W/m <sup>3</sup>   |
| $t$           | Zaman, s                                            |
| $T$           | Sıcaklık, K                                         |
| $T_\infty$    | Ortam sıcaklığı, K                                  |
| $T_b$         | Kanal kesiti üzerindeki bulk sıcaklık, K            |
| $T_w$         | Kanalın duvar sıcaklığı, K                          |
| $T_c$         | Kanalın merkezindeki sıcaklık, K                    |
| $u_{\eta_k}$  | Kolmogorov hız ölçeği                               |
| $u_i$         | Hız vektörü (i=1, 2, 3)                             |
| $u'_i$        | Türbülanslı akışın çalkantı terimi (i=1, 2, 3), m/s |

**Simgeler****Açıklamalar**

|               |                                                    |
|---------------|----------------------------------------------------|
| $U$           | x doğrultusunda boyutsuz hız bileşeni              |
| $\bar{U}$     | x doğrultusunda ortalama boyutsuz hız              |
| $U_h$         | Toplam ısı transfer taşınım katsayısı              |
| $v$           | y doğrultusundaki hız bileşeni, m/s                |
| $\bar{v}$     | y doğrultusundaki ortalama hız, m/s                |
| $V$           | y doğrultusundaki boyutsuz hız bileşeni            |
| $\bar{V}$     | y doğrultusundaki ortalama boyutsuz hız            |
| $V_h$         | Toplam hacim, m <sup>3</sup>                       |
| $y_p$         | Parabolik kanal yüksekliği, m                      |
| $y_m$         | Parabolik kanal profil fonksiyonu                  |
| $w$           | z (akış) doğrultusundaki hız bileşeni, m/s, m/s    |
| $\bar{w}$     | z (akış) doğrultusundaki ortalama hız, m/s         |
| $W$           | z (akış) doğrultusundaki boyutsuz hız bileşeni     |
| $\bar{W}$     | z (akış) doğrultusundaki ortalama boyutsuz hız     |
| $Q$           | Kondüksiyonla geçen ısı, J                         |
| $Q_c$         | Hacim elemanından konveksiyonla çıkan ısı, J       |
| $Q_i$         | Hacim elemanından kondüksiyonla geçen ısı, J       |
| $Q_o$         | Hacim elemanından kondüksiyonla çıkan ısı, J       |
| $q$           | Kontrol hacme birim kütle başına verilen ısı, J/kg |
| $\alpha$      | Sinüzoid kanalın taban uzunluğunun yarısı, m       |
| $\alpha_y$    | Termal yayılım katsayısı (m <sup>2</sup> /s)       |
| $\beta$       | Forchheimer katsayısı                              |
| $\rho$        | Akışkanın yoğunluğu, kg/m <sup>3</sup>             |
| $\varepsilon$ | Ortalama türbülans kinetik enerji kaybı            |
| $\eta_k$      | Kolmogorov uzunluk ölçeği                          |
| $\eta_{fin}$  | Kanatçık verimi                                    |
| $\eta_{top}$  | Toplam yüzey verimliliği                           |



**Simgeler****Açıklamalar**

|                 |                                                       |
|-----------------|-------------------------------------------------------|
| $\tau_{\eta_k}$ | Kolmogorov zaman ölçeği                               |
| $\tau$          | Kayma gerilmesi, N/m <sup>2</sup>                     |
| $\tau_w$        | Duvardaki kayma gerilmesi                             |
| $\tau_{ij}^R$   | Reynolds gerinim tensörü                              |
| $\tau_{ij}$     | Viskoz gerilme tensörü                                |
| $\sigma$        | Asal gerilme, N/m <sup>2</sup>                        |
| $\theta$        | Boyutsuz sıcaklık                                     |
| $\mu$           | Dinamik viskozite, Ns/m <sup>2</sup>                  |
| $\mu_t$         | Eddy viskozitesi                                      |
| $\nu$           | Kinematik viskozite, m <sup>2</sup> /s                |
| $\Phi$          | Akışkanın herhangi bir büyüklüğü (hız, sıcaklık, vb.) |
| $\phi$          | Gözeneklilik                                          |
| $K$             | Geçirgenlik                                           |
| $K_f$           | Hidrolik iletkenlik                                   |
| $\gamma$        | Açı değişimi                                          |
| $\delta$        | Sınır tabaka kalınlığı, m                             |
| $\varepsilon$   | Birim uzama miktarı                                   |
| $\epsilon$      | Etkinlik sayısı                                       |

**Kısaltmalar****Açıklamalar**

|      |                                    |
|------|------------------------------------|
| ASM  | Cebirsel Gerilme Modeli            |
| DNS  | Direkt Nümerik Simülasyon          |
| HAD  | Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği    |
| LES  | Large Eddy Simülasyon              |
| LMTD | Logaritmik Ortalama Sıcaklık Farkı |
| NTU  | Transfer Birim Katsayısı           |
| RANS | Reynolds Ortalamalı Navier-Stokes  |
| REV  | Temsili Hacim Elemanı              |

**Kısaltmalar****Açıklamalar****RNG**

Renormalizasyon Grup

**RSM**

Reynolds Gerilme Modeli



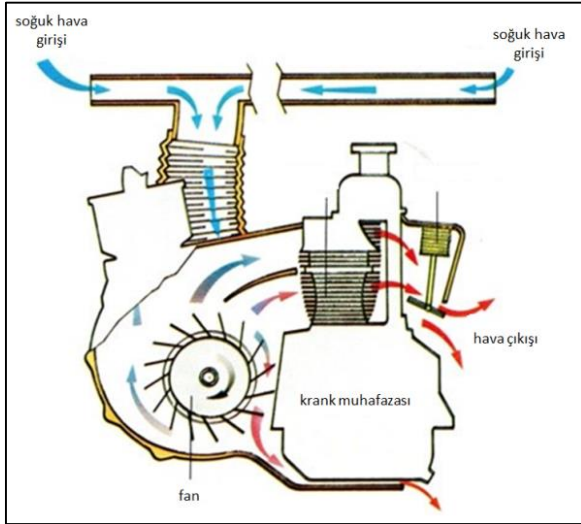
## 1. GİRİŞ

Hâlihazırda taşıtlarda ve iş makinalarında İçten Yanmalı Motorlar güç kaynağı olarak yaygın biçimde kullanılmaktadır. İçten yanmalı motorlar hidrokarbon yakıtların kimyasal enerjisini yanma ve termodinamik işlemler aracılığı ile mekanik enerjiye dönüştüren termodinamik sistemlerdir. İçten yanmalı motorlar kendi içerisinde sürekli akışlı motorlar (turbo) ve pistonlu motorlar olmak üzere iki guruba ayrılmaktadır. Kara taşıtlarında ve iş makinalarında kullanılan motorlar pistonlu motorlar gurubuna girmektedir. Pistonlu motorlar da kullanılan yakıtın türüne göre benzinli motorlar ve dizel motorlar olmak üzere iki tipe ayrılmaktadır. Pistonlu içten yanmalı motorlarda yanma olayı ve yanma sonucu oluşan ısıнын termodinamik bir çevrim ile mekanik enerjiye dönüştürülmesi bir silindir içerisinde gerçekleştirilmektedir. Yanma sonucu oluşan ısıнын bir kısmı silindir içerisindeki yanmış sıcak gazlardan silindirin iç cidarlarına, silindir kapağına ve piston tepesinden pistonu geçerek başta piston, silindir ve silindir kapağı olmak üzere mekanik parçaların sıcaklığının artmasına sebep olmaktadır. Piston ve silindir birbirine hassas alıştırılmış aralarında küçük bir çalışma boşluğu olan parçalardır. Pistonlar üzerinde kompresyon segmanı ve yağ segmanı olarak adlandırılan elemanlar bulunmaktadır. Gerek piston yüzeyi ile silindir yüzeyi arasındaki gerek segmanlar ile silindir yüzeyi arasındaki sürtünme ve aşınmaların önlenmesi için yağlama gerekmektedir. Bu yüzeylerin yağlamasında kullanılan madeni yağların yağlama özelliğinin korunabilmesi için yağ sıcaklığının belirli limitleri geçmemesi gerekmektedir. Bu değer kabaca 150°C olarak kabul edilebilir. Silindir yüzeyindeki yağ filmi sıcaklığının 150°C geçmemesi için silindirin iç yüzey sıcaklığının 130°C gibi bir değeri geçmemesi gerekmektedir. Silindirin ve pistonun sıcaklığının belirli limitleri aşması aynı zamanda piston yüzeyi ile silindir yüzeyi arasındaki çalışma ve yağ boşluğunun yok olması ile neticelenmektedir. Motor yağının yağlama özelliğinin kaybolması ve silindir ile piston arasındaki boşluğun yetersiz hale gelmesi neticesinde aşırı sürtünmeler ve hasarlar oluşmaktadır. Hassas alıştırılmış mekanik parçaların sıcaklığını uygun limitler arasında tutmak için bu parçalara geçen ısıнын bir şekilde bertaraf edilmesi gerekmektedir. Bu işi motor soğutma sistemi yapmaktadır. Motor soğutma sisteminin görevi hem mekanik parçalara geçmiş olan ısıyı bertaraf etmek hem de motorun piston, silindir ve silindir kapağının sıcaklığının belirli bir limitin altına düşmesini engellemektir. Bu gereksinim hem mekanik sürtünmelerin minimize edilmesi hem de motorun çevreye yaydığı zararlı emisyonların minimize edilmesi ihtiyacından doğmaktadır. Motorlu taşıtlarda

bireylerin kullandığı yerlerin ısıtılması için kullanılan ısı umumiyetle motor soğutma sisteminden çekilmektedir.

İçten yanmalı motorlarda kullanılan yakıtın ısı enerjisinin kabaca % 30'u soğutma sistemi aracılığıyla atmosfere atılmaktadır. Motor soğutma sisteminin görevi silindir içerisindeki sıcak gazlardan motorun katı kısımlarına geçen ısıyı bir akışkan aracılığı ile atmosfere atmaktır. Söz konusu akışkan hava veya su olabilir. Soğutma akışkanı olarak hava kullanan motorlara hava soğutmalı, su kullanan motorlara su soğutmalı motorlar denmektedir.

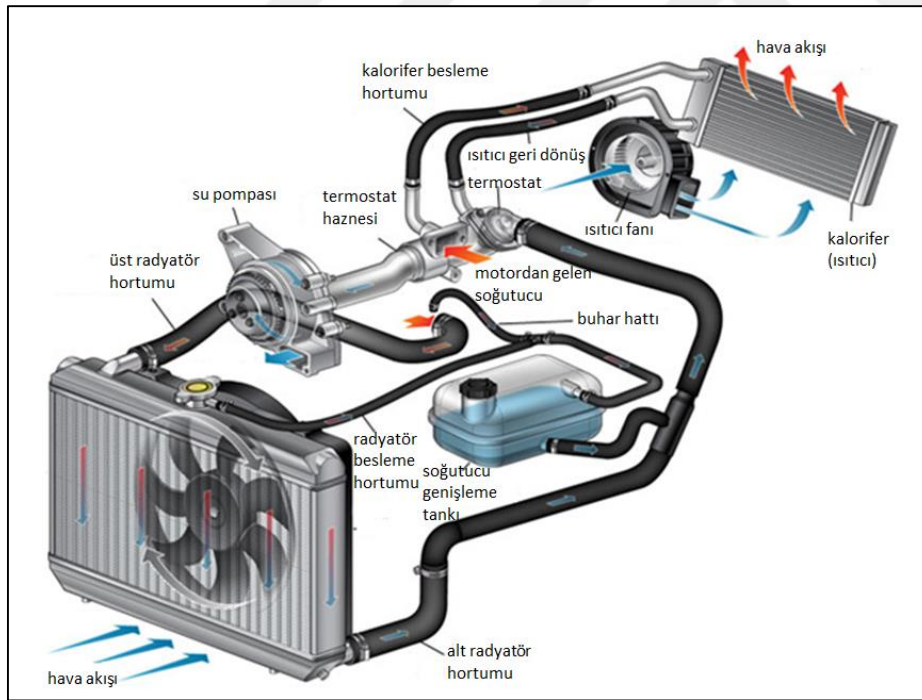
Hava soğutmalı motorlar düşük güç gerektiren makinaların daha basit, hafif ve düşük maliyetli olması açısından tercih edilirler. Hava soğutmalı motorlar hafif uçaklar, küçük deniz taşıtları, ilaçlama makinaları, çim biçme makinaları ve muhtelif tarım aletlerinde kullanılan güç kaynaklarıdır. Az da olsa yüksek güçlü hava soğutmalı motorlarda üretilmektedir. Bunlar soğutma suyunun çok yüksek sıcaklık nedeni ile buharlaşma ya da çok düşük sıcaklık nedeni ile donma tehlikesinin olduğu yörelerde kullanılan özel amaçlı motorlardır. Hava soğutmalı motorların sürekli çalışma sıcaklığına ulaşması su soğutmalı motorlara göre daha çabuk olmaktadır.



Şekil 1.1. Hava soğutmalı motor

Hava soğutmalı motorlarda, soğutmanın yeterli olması için havanın bir fan aracılığı ile zorunlu sirkülasyona tabi tutulması gerekmektedir. Şekil 1.1'de hava soğutmalı bir motorun soğutma sisteminin basit bir şekli görülmektedir. Havaya zorunlu sirkülasyon yaptırma işi hareketini krank milinden alan bir fan ile yapılmaktadır. İçten yanmalı motorlarda silindirin

iç yüzeyinde özellikle de yanma odası yüzeyinde ısı taşınım katsayısı binler seviyesinde olmaktadır. Öte yandan hava soğutmalı motorlarda soğutma havasının temas ettiği dış yüzeylerdeki ısı taşınım katsayısı en fazlasıyla yüzlerle ifade edilebilen değerler almaktadır. Bu sebeple hava soğutma motorların soğutma havasına temas eden dış yüzeylerinin genişletilmesi gerekmektedir. Hava soğutmalı motorlarda dış yüzeylerin genişletilebilmesi için silindir ve silindir kapağının dış yüzeyi kanatçıklı yapılmaktadır. Yanma odasına yakın olan dış yüzeylerin daha fazla soğutulması silindirin etek kısmının daha az soğutulması gerekmektedir. Soğutma miktarının istenildiği şekilde dağılımını sağlamak için soğutma havasına yön veren ve hızını istenildiği şekilde düzenleyen kanallar ve davlumbazlar kullanılmaktadır. Hava soğutmalı motorlarda soğutma fanın yeterli miktarda hava debisi sağlayabilmesi için motorun yüksek devirlerde çalışması gerekmektedir. Bu tip motorların rölantide uzun süre çalışması uygun değildir. Soğutma havasının yaladığı yüzeylerde ısı transferinin yüksek olması için söz konusu yüzeylerin üzerinde yabancı madde tabakalarının oluşmasına izin verilmemeli ve belirli aralıklar ile temizlik yapılmalıdır.



Şekil 1.2. Su soğutmalı motorlarda soğutma sistemi

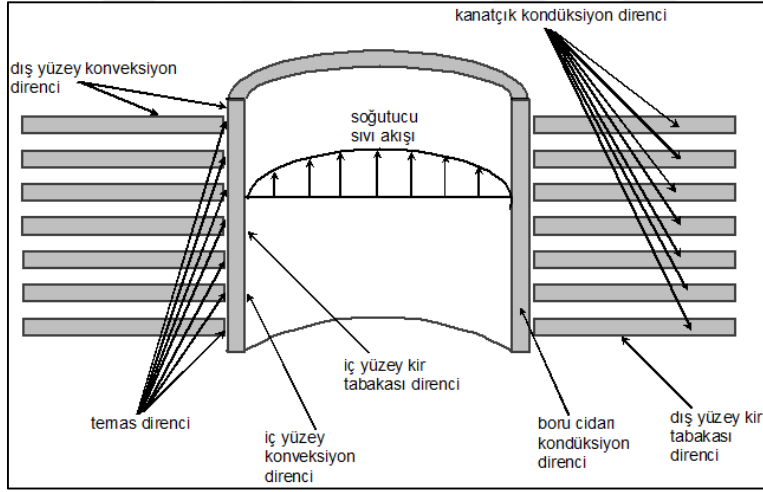
Su soğutmalı motorlar daha çok otomobiller, toplu yolcu ve yük taşıtları ile iş makinalarında kullanılan değişken çalışma şartlarına maruz yüksek ve yoğun güç kaynaklarıdır. Su soğutmalı motorlarda soğutucu akışkanın birim kütlesi tarafından taşınan ısı miktarı soğutma maddesinin fiziksel ve kimyasal özelliklerine bağlıdır. Havanın yoğunluğunun

sıvılara kıyasla daha az olması sebebiyle; hava, ısı iletimi açısından birim ağırlık başına daha az ısı taşıyabilmektedir. Kısaca, soğutma maddesinin özgül ısı ve yoğunluğu, onun taşıyabileceği ısıyı belirlemektedir. Su soğutmalı motorlarda daha az akışkan hacmi ile daha fazla ısı motordan uzaklaştırılabilir. Su soğutmalı motorlar da sıcaklık kontrolü daha istikrarlı bir şekilde yapılabilir. Soğutma sisteminde kullanılan fanın ve hava sirkülasyonunun sebep olduğu gürültüler eşdeğer bir hava soğutmalı sisteme göre daha az olmaktadır. Su soğutmalı motorlarda silindir bloğu ve silindir kapağı içinde su kanalları mevcut olup soğutma suyu bu kanallarda dolaşarak katı yüzeylerden ısıyı kendi üzerine alır ve radyatöre taşır. Su soğutmalı motorlarda ısıyı motordan radyatöre taşıyan maddeye soğutma sıvısı ya da soğutucu akışkan tabirleri kullanılmaktadır. Soğutma sıvısı olarak kullanılan maddeler ekseriyeti su olan ve içerisine buzlanmayı, paslanmayı, buharlaşmayı ve kirlenmeyi önlemek için farklı katkıları ilave edilmiş akışkanlardır. Motor soğutma sıvısının ısı iletim özelliğini arttırmak için de bazı katkı maddelerinin geliştirilmesi için bazı çalışmalar yapılmaktadır. Şekil 1.2’de su soğutmalı bir motorun soğutma sistemi elemanları görülmektedir. Soğutma sistemin elemanları; radyatör, soğutma sıvısı, radyatör fanı ve kayışı, radyatör hortumları, su pompası, kabin içi kalorifer peteği, sıcaklık ayar düğmesi, sıcaklık kontrol valfi, termostat, hararet göstergesi, sıcaklık sensörü, rezervuar veya rezerv tankı ve radyatör basınç valfi olarak sıralanabilir.

Motor soğutma sıvısının kapalı soğutma sistemi devresi içerisindeki sirkülasyonu su pompası aracılığıyla gerçekleştirilmektedir. Su pompası hareketini krank milinden ya da ön düzen dişlilerinden alır. Soğutma sisteminin kalbi radyatördür. Radyatörler çapraz akışlı ısı değiştirgeçleridir. Radyatör, düşey ya da yatay yönde birbirine paralel olarak konumlandırılmış yassı su boruları ve bu su borularının arasına yerleştirilmiş ısı transferi kanatçıklarından oluşmaktadır. Isı transferi kanatçıkları şerit şeklinde kesilmiş levhaların üçgen, dikdörtgen, kare ya da sinüs dalgası gibi hava kanalları oluşturacak şekilde bükülmesi ile elde edilir. Kanatçıkların su borularına temas eden kısımları lehim ya da seramik türü bir madde ile yapıştırılmaktadır. Bu işe breyzing denmektedir [1-3].

Yüksek performanslı bir otomotiv radyatöründe, radyatör kanatçıklarının yüzey alanı başına, aracın ön yüzey alanı başına ve radyatörün birim hacmi başına düşen ısı transferi miktarı yüksektir. Motordan radyatöre gelen sıcak suyun ısı yedi ısı direnç üzerinden geçerek çevredeki havaya aktarılır. Bunlardan birincisi boruların iç yüzeyindeki konveksiyon direnci, ikincisi su borularının iç yüzeyindeki kir tabakasının kondüksiyon direnci, üçüncüsü

boruların cidarının kondüksiyon direnci, dördüncüsü boru ile kanatçıklar arasındaki temas direnci olup bir kondüksiyon direnci olarak kabul edilebilir [4]. Beşincisi kanatçıkların kondüksiyon direnci, altıncısı kanatçıkların ve su borularının dış yüzeyindeki kir tabakasının kondüksiyon direnci ve yedincisi kanatçıklı boru ile hava arasındaki konveksiyon direncidir. Şekil 1.3'te radyatörde bulunan ısıl dirençler gösterilmiştir. Gerek su borularının iç yüzeyindeki kir tabakası direnci gerek dış yüzeydeki kir tabakasının direnci zaman içerisinde oluşan dirençlerdir ve bunların matematiksel olarak tanımlanması istatistik veriler gerektirmektedir. İstatistik verilerin radyatörün kullanıldığı yere göre yapılması gerekmektedir. Radyatör hava kanallarının akışa dik kesitlerinin genişliği hidrolik çap olarak tanımlanan bir parametre ile gösterilmektedir.



Şekil 1.3. Radyatörde bulunan ısıl dirençler

Bugünkü modern otomobil radyatörlerinin hava kanallarının hidrolik çapları 3 mm den daha küçük olup, bu tür kanallarda 20 m/s'nin altındaki hızlarda gerçekleşen hava akışı laminar rejimde zuhur etmektedir [5-7]. Radyatör hava kanallarının akış doğrultusundaki boyutu hidrolik çapa göre çok çok büyük olup giriş bölgesindeki iki boyutlu akış bölgesinin uzunluğu hiç bir zaman toplam kanal uzunluğunun % 20'sini geçmemektedir. Ayrıca termal giriş bölgesi olarak adlandırılan bölgenin uzunluğu da iki boyutlu akış bölgesinin uzunluğu kadar bir değere sahiptir. Bu sebeplerden dolayı radyatör hava kanallarındaki akışa hem hidrodinamik hem de termal yönden tam gelişmiş laminar akış muamelesi uygulamak isabetli bir işlemdir.

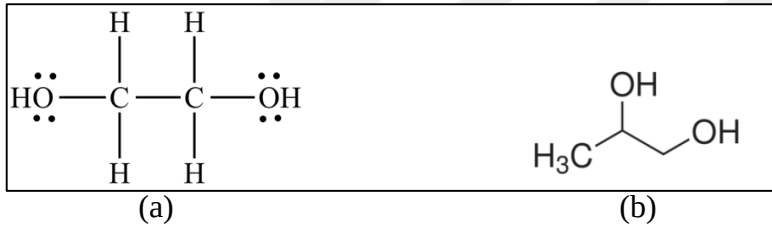
Radyatörün soğutma kapasitesinin yeterince büyük olması için, radyatörün kanatçıklarının hızlı ve düzgün bir hava akımı ile soğutulması gerekmektedir. Kanatçıkların soğuması için gerekli olan hava akımı iki ayrı kaynaktan sağlanmaktadır. Bunlardan birisi taşıtın hareketinden doğan hava akımıdır. Bu olaya Ram etkisi denmektedir. Diğer bir fan tarafından sağlanan cebri hava akımıdır. Motorun yüküne göre bazı hallerde Ram etkisinin yarattığı hava akımı radyatörün soğutulması için yeterli olur. Bazı hallerde hem Ram akımına hem de fanın yarattığı akıma ihtiyaç vardır. Taşıt dururken hava sirkülasyonu yalnız fan tarafından sağlanmaktadır. Fanlar hareketi krank mili kasnağından ya da motordan bağımsız bir elektrik motorundan alır. Modern motorlarda gürültüyü, taşıtın aerodinamik direncini ve fanın kullandığı enerjiyi minimize etmek için fanlar kontrollü biçimde çalıştırılmaktadır. Hareketini krank milinden alan fanların kontrolü hız ayarlaması ile yapılmaktadır. Fanın hız ayarlamasını termik viskoz kaplin olarak adlandırılan bir sistem yapmaktadır. Bu sistem fan ile fan kasnağı arasında bulunan bir tork aktarıcı (kavrama) olup fanın düşük hızla dönmesi gerektiği ya da durması gerektiği hallerde iki disk arasındaki mesafeyi bir bi-metal yardımıyla artırarak viskoz hareket aktarımını azaltmakta ya da durdurmaktadır. Motordan hareket alan fanlar motor gücünün yaklaşık olarak % 3 ünü tüketir. Elektrik motoru ile tahrik edilen fanların tükettiği enerjiyi minimize etmek için fanların belirli aralıklarla çalıştırılması yoluna gidilmektedir. Radyatördeki sıcaklık belirli bir limiti aştığında fan çalışmakta belirli bir limitin altına düştüğünde stop etmektedir. Fanların yarattığı hava akımının radyatörün her tarafından uniform biçimde geçmesini sağlamak için fanlar havayı radyatöre üfleyecek biçimde değil radyatör üzerinden emecek şekilde yerleştirilir. Ayrıca fanın bir davlumbaz içerisine yerleştirilmesi gerekmektedir.

Motorlar sürekli çalışma şartlarında 80°C ile 100°C sıcaklık aralığında çalışmak üzere tasarlanırlar [8]. Ayrıca motor çalışmaya yeni başlatıldığında düşük olan blok sıcaklığının mümkün olan en kısa zamanda sürekli çalışma sıcaklığına yükseltilmesi gerekmektedir. Burada sözü edilen her iki şartın yerine getirilmesi için motor bloğunun içerisindeki soğutma sıvısının radyatöre gitmesi engellenerek blok içerisinde kapalı devre dolaşımının sağlanması gerekmektedir. Bu iş termostat olarak adlandırılan elemanlar tarafından yapılmaktadır. Termostatlar; vaks palet mekanik kontrollü, vaks palet elektronik kontrollü, körüklü ve bimetal esaslı olmak üzere farklı şekillerde yapılmaktadır. En basit olanı körüklü tip termostattır. Modern motorlarda termostatlar soğutma suyunun sadece motora giriş çıkış sıcaklığını ayarlayan elemanlara olarak değil aynı zamanda motor içerisindeki akışın debisini de ayarlayan elemanlardır. Debiyi ayarlaması yapan termostatlara baypaslı



termostatlar denmektedir. Termostatlar genellikle soğutma suyu çıkışında bulunurken baypaslı termostatlar soğutma suyu girişinde veya çıkışında bulunabilir.

Sıfır derecenin altındaki havalarda motordaki soğutma suyunun donarak motor bloğunu çatlatmasını engellenmek için soğutma suyuna antifriz eklenir. Antifriz, etilen glikol ya da propilen glikol esaslı homojen yapılı kimyasal bir maddedir [9,10]. Şekil 1.4'te bu maddelerin kimyasal bağ yapıları görülmektedir. Antifriz, katıldığı suyun donma noktasını düşürürken, suyun kaynama sıcaklığını yükseltir. Aynı zamanda radyatör ve motorda oluşabilecek paslanmayı ve korozyonu önler. Soğutma suyunun kaynama sıcaklığını yükseltmesinden dolayı çok sıcak havalarda motorda aşırı ısınmanın meydana gelmesini önler. Bu sebeple antifriz katkısı sadece kış mevsiminde değil, yaz mevsiminde de kullanılmalıdır. Soğutma suyuna katılacak antifriz oranı o bölgede olabilecek en düşük sıcaklığa göre belirlenmektedir. Türkiye'nin iklim koşullarında en iyi korumayı sağlamak için % 33 ile % 50 arasında antifriz kullanılması önerilmektedir [8].



Şekil 1.4. (a)Etilen Glikol, (b) Propilen glikol

Radyatörde suyun kaynama riskini ortadan kaldırmak için antifriz ilavesine ek olarak motor soğutma sisteminin basıncı artırılır. Motor soğutma sistemindeki basınç, radyatör kapağındaki basınç ayar valfi tarafından belirlenmektedir. Motor soğutma sisteminde beklenmedik bir basınç artışı olursa basınç valfi açılarak bir miktar suyun soğutma suyu genişleme tankına gitmesine izin verir. Soğutma suyunun sıcaklığı azalıp basınç düştüğünde sisteme genişleme tankından soğutma suyu takviyesi yapılır. Modern motor teknolojisinin gelişmesiyle birlikte yüksek verimli ve güç yoğunluğu yüksek motorlar üretilmekte ve soğutma işleminin aynı boyutlu veya daha küçük radyatörler üzerinden yapılması istenmektedir. Bunun için radyatördeki toplam ısı transferi direncinin azaltılması gerekmektedir. Bu amaçla soğutucu akışkanlara nano-partikül ilavesi yapılarak soğutucu akışkanın ısı iletim katsayısını arttırmak için çalışmalar yapılmaktadır [11-13]. Bu karışımlar nano-akışkan olarak adlandırılmaktadır.

Hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) yöntemi kullanılarak farklı kanal geometrisine sahip radyatörlerde hava akış doğrultularının etkilerini inceleyen muhtelif çalışmalar da bulunmaktadır [14-16]. Otomotiv soğutma sistemlerinin geliştirilmesinde önemli parametrelerden biri de soğutma havası debisidir. Soğutma havası debisinin hesabı, soğutma sistemi elemanlarının akış direnci karakteristikleri esas alınarak yapılmaktadır. Bu akış direnci karakteristikleri, soğutma sistemi elemanlarını teker teker izole ederek gerçekleştirilen testler sonucunda belirlenir. Bu yaklaşıma göre soğutma sisteminin akış direnci izole edilmiş elemanların akış dirençlerinin tamamının toplamına eşittir [17]. Aracın ön tarafında bulunan tampon, radyatör bağlantı ayakları, hava setleri, ön spoyler ve menfez gibi elemanlar radyatöre gelen havanın ram basıncını etkiler. Ram basıncı radyatördeki hava akışını etkilediğinden soğutma işlemi üzerinde önemli bir etkisi bulunmaktadır [18].

Bu çalışmada minimum boyutlarda bir radyatör modelinin ortaya çıkarılması için radyatör hava kanallarının hidrodinamik ve ısı transferi özellikleri matematiksel olarak modellenmiş ve otomobil radyatörlerinin tasarımında kullanılmak üzere bir algoritma geliştirilmiştir.

## 2. RADYATÖR TASARIMININ TEORİK TEMELLERİ

Bu bölümde akış ve ısı transferi türleri, radyatör ısı transferinin modellenmesinde kullanılan belli başlı koruma yasaları, türbülans modelleri, koruma yasalarının uygun biçimde modifiye edilmesi veya gereksiz terimlerin düşülmesi ve sınır şartları tanıtılmaktadır

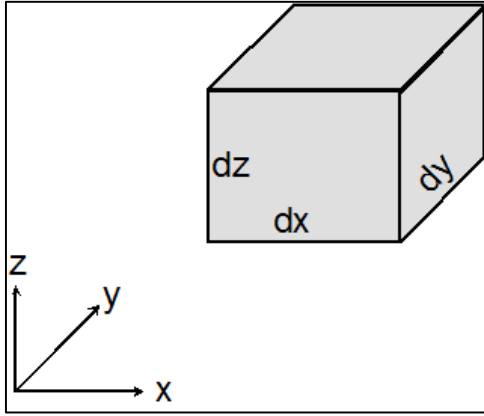
### 2.1. Laminer Rejimli Akışlar İçin Koruma Yasaları

Bir kanalda veya bir serbest akış bölgesinde gerçekleşen akışta viskoz akışkanın akış çizgileri birbiri ile kesişmiyorsa bu tür akışlar laminer akış olarak adlandırılmaktadır. Birbiri üzerinden kayan tabakların hareketi ile akışın gerçekleştiği kabul edilmektedir. Düşük hızlı akışlarda akış laminer rejimlidir. Akışkanın hızı belirli bir değerin üzerinde olursa akışın rejimi laminerle türbülanslı akış arasında belirsiz bir halde olur. Hızlar daha da arttığında türbülanslı akış oluşur. Akışkanın viskozitesi, basınç değişimi, kanal pürüzlüğü, kanal geometrisi gibi faktörler akışın laminardan türbülanslıya geçişini etkilemektedir.

Gerek akışkanlar mekaniği gerek ısı transferi eşitliklerinin türetilmesinde Şekil 2.1’de görülen koordinat sistemi kullanılabilir. Bu koordinat sisteminde bulunan x ve y eksenlerinin doğrultusu gereksinim görüldüğü hallerde değiştirilebilir. Akış ve ısı transferi analizlerinde z ekseninin doğrultusu genellikle düşey olmaktadır. Burada verilen koruma yasaları herhangi bir analizde kullanılırken koordinat sisteminin mutlaka şekilde görüldüğü gibi düşünülmesi şart değildir.

Akışkanlar mekaniği ve ısı transferi analizlerinde kullanılan koruma yasalarından bir tanesi kütle korunumu ilkesidir. Kütle korunumu ilkesi Şekil 2.1’deki gibi bir kontrol hacmine giren ve çıkan kütlelerin denkleştirilmesiyle elde edilir [19].

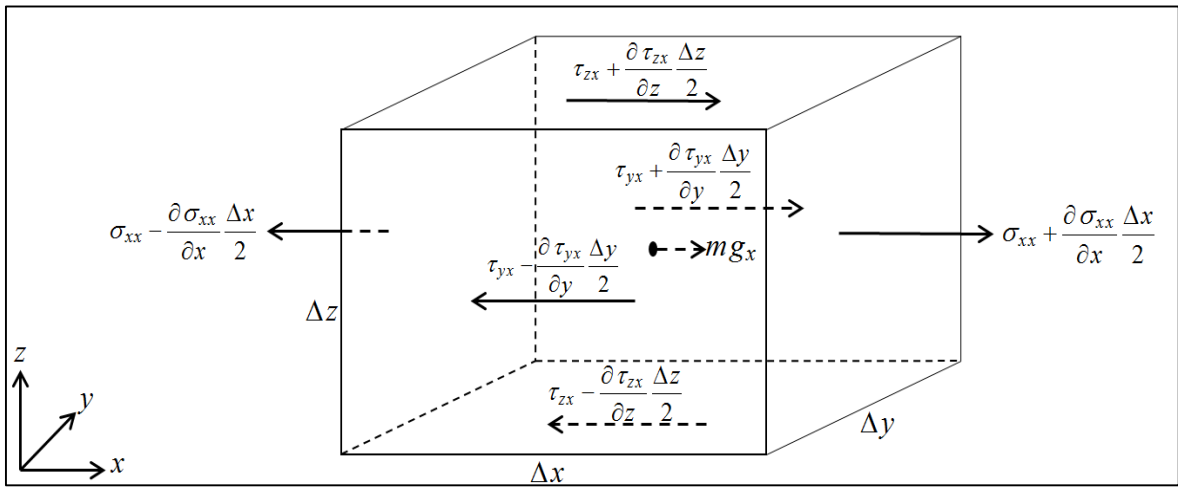
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$



Şekil 2.1. Koordinat sistemi ve kontrol hacim

Eş. (2.1)'de  $\rho$  ile yoğunluk,  $u$ ,  $v$  ve  $w$  ile  $x$ ,  $y$  ve  $z$  doğrultusundaki hız bileşenleri gösterilmektedir. Bu eşitlik sıkışır ve sıkışmaz akışların her ikisi için geçerlidir. Eş. (2.1)'de bulunan  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  terimi eşitlikten çıkartıldığında kalan kısım süreklilik denklemi olarak adlandırılmakta ve sürekli sıkışır ve sıkışmaz akışların hareketinin tanımlanmasında kullanılmaktadır.

Akışkanlar mekaniği ve ısı transferi analizlerinde kullanılan koruma yasalarından bir diğeri momentumun korunumu ilkesidir. Momentum bir vektörel büyüklük olup bileşenlere ayrılabilir. Hareketli bir kontrol hacmine  $x$ ,  $y$  ve  $z$  doğrultusunda etkiyen kuvvetlerin bileşkeleri hareketli kontrol hacminin  $x$ ,  $y$  ve  $z$  doğrultusundaki ivmeleri ile kütlelerinin çarpımına eşitlenerek momentum denklemleri elde edilir.



Şekil 2.2.  $x$  doğrultusundaki gerilmeler ve harici kuvvetler

Şekil 2.2’de x doğrultusundaki momentum denkleminin türetilmesinde kullanılan gerilmeler ve harici kuvvetler görülmektedir. Şekil 2.2’deki  $g_x$  ivmesi elemana x doğrultusunda etkiyen harici kütle çekim kuvvetlerinden doğmaktadır. Şekil 2.2’deki ivme ve gerilmeler Newton’un hareket yasasına

$$\sum F_x = ma_x \quad (2.2)$$

yazılarak

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + g_x \rho = a_x \rho \quad (2.3)$$

elde edilmektedir. Bu eşitliğe x lineer momentum denklemi denmektedir. Benzer şekilde y ve z lineer momentum denklemleri

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + g_y \rho = a_y \rho \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + g_z \rho = a_z \rho \quad (2.5)$$

olarak elde edilir. Bu eşitliklerde bulunan gerilmelerin kapsadığı alt indislerden birincisi gerilmenin etkidiği yüzeyin normalini ikincisi gerilmenin doğrultusunu göstermektedir.

Yukarıdaki Momentum denklemlerinin kapsadığı  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$  normal gerilmeleri iki fiziki sebebe dayanmaktadır. Bunlardan birincisi akışkanların viskozitesinden kaynaklanan bir normal (çekme ya da basma) gerilmedir. Diğeri basınçtır. Bu sebepler dikkate alınarak normal gerilmeler

$$\sigma_{xx} = \tau_{xx} - p \quad (2.6)$$

$$\sigma_{yy} = \tau_{yy} - p \quad (2.7)$$

$$\sigma_{zz} = \tau_{zz} - p \quad (2.8)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu şartlar dikkate alınarak momentum denklemleri

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial x} + g_x \rho = a_x \rho \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial y} + g_y \rho = a_y \rho \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial z} + g_z \rho = a_z \rho \quad (2.11)$$

şeklinde düzenlenmektedir. Bu denklemler bilinmeyen olarak 9 adet viskoz gerilmenin yanı sıra  $\rho$  ile  $p$  'yi kapsamaktadır. Açısal momentum kavramı kullanılarak bu momentum denklemlerindeki kayma gerilmeleri arasında  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ,  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ ,  $\tau_{yz} = \tau_{zy}$  ilişkilerinin olduğu gösterilebilir [20,21]. Bu denklikler dikkate alındığında bilinmeyen sayısı  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{yy}$ ,  $\tau_{zz}$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $p$  ve  $\rho$  olmak üzere 8'e indirgenmektedir. Bir matematik modelin oluşturulabilmesi için denklem sayısı ile bilinmeyen sayısının birbirine eşit olması zorunluluğu bulunmaktadır. Yukarıdaki üç momentum denklemine ilave olarak süreklilik denklemleri ve akışın termodinamik koşulu da dikkate alındığında denklem sayısı 5'e çıkmakta ancak süreklilik denklemleri  $u$ ,  $v$  ve  $w$  değişkenleri ile gösterilen hız bileşenlerini de kapsadığından bilinmeyen sayısı 11'e çıkmaktadır. Bu durum gerilmeler ile hız bileşenleri arasında ilişki kurma zorunluluğunu yaratmaktadır. Bu ilişkilerin oluşturabilmesi için gerilme-deformasyon (plastik hipotez) bağıntıları kullanılmaktadır [20,22]. Elastik sınırlar içerisinde kalmak şartı ile katı cisimlerde gerilme ile deformasyon miktarı arasında lineer bir ilişki olduğu görülmektedir. Bu özellik dikkate alınarak katı cisimler için Hooke yasaları yazılmıştır. Akışkanlar da ise gerilme ile deformasyon hızı arasında lineer ilişkilerin olduğu kabul edilerek

$$\tau_{xx} = C_{11} \dot{\epsilon}_{xx} + C_{12} \dot{\epsilon}_{yy} + C_{13} \dot{\epsilon}_{zz} + C_{14} \dot{\gamma}_{xy} + C_{15} \dot{\gamma}_{xz} + C_{16} \dot{\gamma}_{yz} \quad (2.12)$$

$$\tau_{yy} = C_{21}\dot{\epsilon}_{xx} + C_{22}\dot{\epsilon}_{yy} + C_{23}\dot{\epsilon}_{zz} + C_{24}\dot{\gamma}_{xy} + C_{25}\dot{\gamma}_{xz} + C_{26}\dot{\gamma}_{yz} \quad (2.13)$$

$$\tau_{zz} = C_{31}\dot{\epsilon}_{xx} + C_{32}\dot{\epsilon}_{yy} + C_{33}\dot{\epsilon}_{zz} + C_{34}\dot{\gamma}_{xy} + C_{35}\dot{\gamma}_{xz} + C_{36}\dot{\gamma}_{yz} \quad (2.14)$$

$$\tau_{xy} = C_{41}\dot{\epsilon}_{xx} + C_{42}\dot{\epsilon}_{yy} + C_{43}\dot{\epsilon}_{zz} + C_{44}\dot{\gamma}_{xy} + C_{45}\dot{\gamma}_{xz} + C_{46}\dot{\gamma}_{yz} \quad (2.15)$$

$$\tau_{xz} = C_{51}\dot{\epsilon}_{xx} + C_{52}\dot{\epsilon}_{yy} + C_{53}\dot{\epsilon}_{zz} + C_{54}\dot{\gamma}_{xy} + C_{55}\dot{\gamma}_{xz} + C_{56}\dot{\gamma}_{yz} \quad (2.16)$$

$$\tau_{yz} = C_{61}\dot{\epsilon}_{xx} + C_{62}\dot{\epsilon}_{yy} + C_{63}\dot{\epsilon}_{zz} + C_{64}\dot{\gamma}_{xy} + C_{65}\dot{\gamma}_{xz} + C_{66}\dot{\gamma}_{yz} \quad (2.17)$$

eşitlikleri yazılmıştır [20,22]. Kapsamlı bir teorik ve deneysel çalışmanın neticesinde  $C_{ij}$  sabitlerinin hız bileşenleri ile ilişkileri belirlenerek, gerilmeler

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.18)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.19)$$

$$\tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.20)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.21)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (2.22)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (2.23)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Cebirsel işlemlerin detayı için [21] numaralı referansa bakılabilir. Bu ilişkiler hem sıkışır hem de sıkışmaz akış için geçerlidir. Elden edilen bu ilişkiler Eş. (2.9), (2.10) ve (2.11)'de yerine yazılarak

$$\frac{1}{3}\mu\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)-\frac{\partial p}{\partial x}-g_x\rho=a_x\rho \quad (2.24)$$

$$\frac{1}{3}\mu\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)-\frac{\partial p}{\partial y}-g_y\rho=a_y\rho \quad (2.25)$$

$$\frac{1}{3}\mu\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)-\frac{\partial p}{\partial z}-g_z\rho=a_z\rho \quad (2.26)$$

elde edilir. Son üç eşitlikte bulunan  $a_x$ ,  $a_y$  ve  $a_z$  ivmeleri yerine yazılarak

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial u}{\partial t}\right)=\frac{1}{3}\mu\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)-\frac{\partial p}{\partial x}-g_x\rho \quad (2.27)$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial v}{\partial t}\right)=\frac{1}{3}\mu\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)-\frac{\partial p}{\partial y}-g_y\rho \quad (2.28)$$

$$\rho\left(u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial t}\right)=\frac{1}{3}\mu\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)-\frac{\partial p}{\partial z}-g_z\rho \quad (2.29)$$

elde edilir. Eş. (2.1), (2.27), (2.28), (2.29) ve akışın termodinamik koşulları dikkate alındığında laminar akışın matematik modeli tamamlanmış olmaktadır.  $\rho$  'nun hesabı için



bazen mükemmel gazların genel hal denklemi bazen de termodinamiğin birinci kanunu kullanılmaktadır.

Termodinamiğin birinci kanunu bir enerji dengesi olup boyutları  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  ve  $\Delta z$  olan ve akış ortamı içerisinde hareket etmekte olan bir hacim elemanı için

$$(\Delta x \Delta y \Delta z \rho) de = (\Delta x \Delta y \Delta z \rho) dq + (\Delta x \Delta y \Delta z \rho) d\mathcal{U} \quad (2.30)$$

şeklinde ifade edilir. Bu eşitlikte bulunan  $dq$  verilen ısıyı  $d\mathcal{U} = -pdV$  sistem üzerinde yapılan işi göstermektedir. Eş. (2.30)'da bulunan  $e$  maddenin, birim kütle başına üzerinde taşıdığı enerji olup iç enerji, kinetik enerji ve potansiyel enerjiden oluşmaktadır. Matematiksel olarak

$$e = i + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) + (g_x x + g_y y + g_z z) \quad (2.31)$$

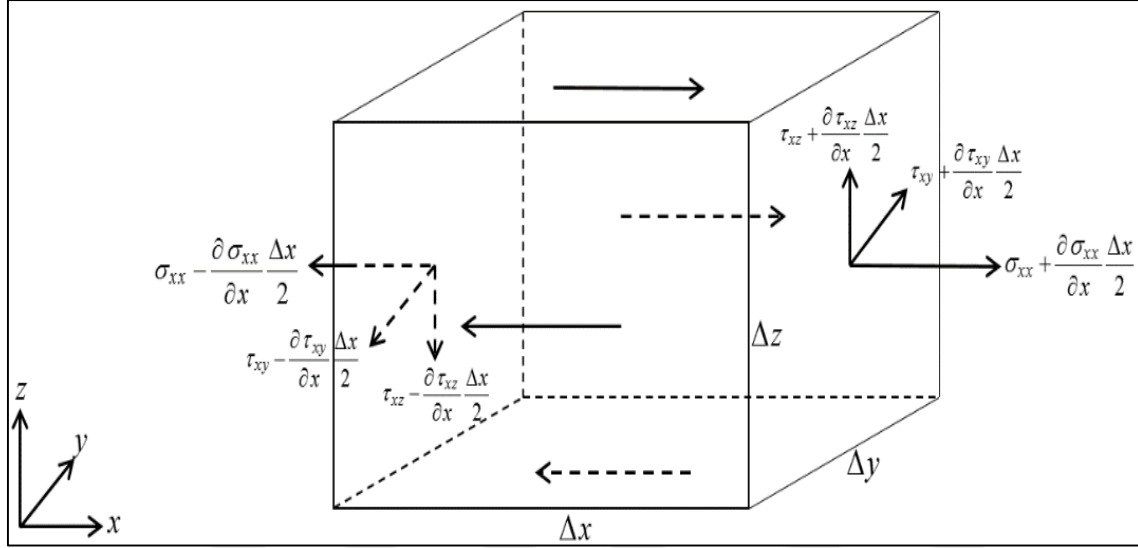
şeklinde ifade edilmektedir. Son eşitlikte bulunan  $g_x$ ,  $g_y$  ve  $g_z$  ile civardaki çekim alanlarından kaynaklanan ivmeler;  $i$  ile hacim elemanının iç enerjisi;  $x$ ,  $y$  ve  $z$  ile hacim elemanının merkezinin koordinat orijininin uzaklığı gösterilmektedir. Bu duruma göre koordinat merkezinde bulunan bir elemanın potansiyel enerjisi sıfır kabul edilmektedir. Eş. (2.30)'un bütün terimleri hacim elemanının hacmi  $\Delta \mathcal{V} = \Delta x \Delta y \Delta z$  ile bölünürse

$$\rho de = \rho dq + \rho d\mathcal{U} \quad (2.32)$$

olur. Son eşitliğin kapsadığı  $\rho de$ ,  $\rho dq$  ve  $\rho d\mathcal{U}$  terimleri sırası ile hacim elemanının birim hacim başına enerji artışı, hacim elemanına birim hacim başına verilen ısı ve hacim elemanına birim hacim başına verilen işi göstermektedir.  $e$ ,  $q$  ve  $\mathcal{U}$  özgül enerjiler olup hepsinin birimi J/kg dir. Son eşitliğin bütün terimleri  $dt$  ile bölünerek

$$\rho \frac{de}{dt} = \rho \frac{dq}{dt} + \rho \frac{d\mathcal{U}}{dt} \quad (2.33)$$

elde edilir. Hacim elemanına verilen iş hacim elemanının yüzeylerine etkiyen gerilme kuvvetlerinin yaptığı işlerden oluşmaktadır ve üç bileşene ayrılabilir. Bileşenlerden birisi x doğrultusunda etkiyen gerilme kuvvetlerinin yaptığı iş, diğeri y doğrultusunda etkiyen gerilme kuvvetlerinin yaptığı iş, üçüncüsü z doğrultusunda etkiyen gerilme kuvvetlerinin yaptığı iştir.



Şekil 2.3. Hacim elemanına x doğrultusunda etkiyen gerilmeler

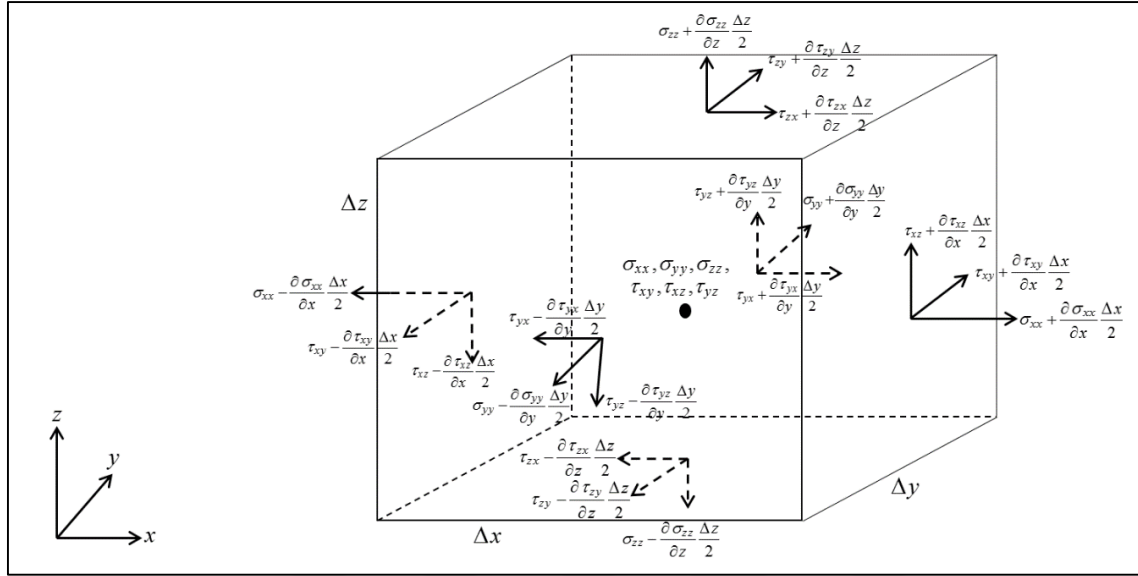
Şekil 2.3'te x doğrultusunda etkiyen gerilmeler görülmektedir. Hacim elemanına x doğrultusunda etkiyen gerilme kuvvetlerinin bir  $\Delta t$  süresi içerisinde yaptığı iş

$$W_x = \left[ -\left(u - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) \left(\sigma_{xx} - \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) - \left(v - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) \left(\tau_{xy} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) - \left(w - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) \left(\tau_{xz} - \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) + \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) \left(\sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) + \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) + \left(w + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) \left(\tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}\right) \right] \Delta y \Delta z \Delta t \quad (2.34)$$

şeklinde hesaplanır. Ara işlemler yapıldığında

$$W_x = \left[ u \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + w \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \sigma_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (2.35)$$

olur. Hacim elemanına x doğrultusunda etkiyen gerilme kuvvetlerinin birim zamanda birim hacim başına yaptığı işi hesaplamak için son eşitliğin sağ tarafının  $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$  ile bölünmesinin yeterli olduğu açık olarak görülmektedir.



Şekil 2.4. Diferansiyel bir hacim elemanına etki eden yüzey gerilmeleri

Hacim elemanına diğer doğrultularda etkiyen gerilmeler Şekil 2.4'te görülmektedir. Diğer doğrultularda etkiyen gerilme kuvvetlerinin yaptığı işlerde benzer şekilde hesaplanabilirler. Buna göre Eş. (2.33)'ün son teriminin temsil ettiği birim hacim başına birim zamanda yapılan toplam iş

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{d\mathcal{W}}{dt} = & \left[ u \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + w \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \sigma_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} \right] \\
 & + \left[ u \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + v \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + w \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \sigma_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} \right] \\
 & + \left[ u \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + v \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + w \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \sigma_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} \right]
 \end{aligned} \quad (2.36)$$

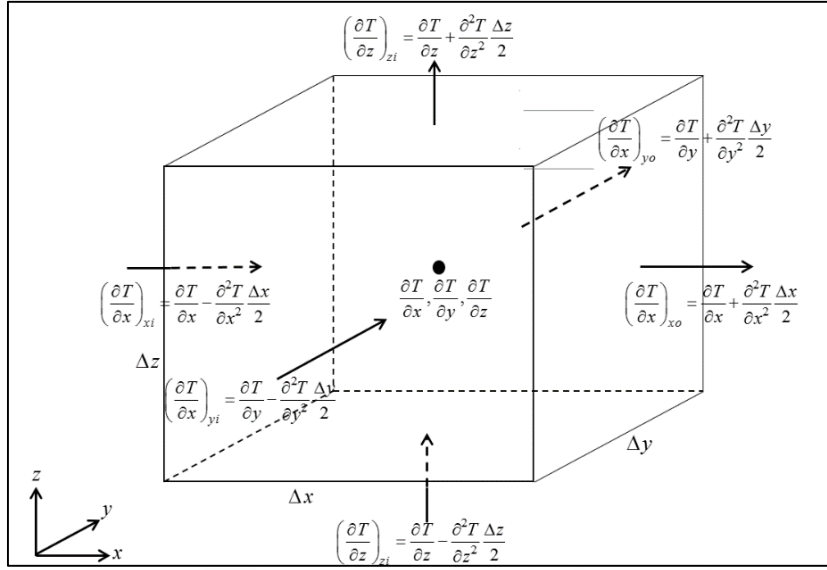
şeklinde ifade edilebilir. Yukarıda Eş. (2.18-2.23) eşitlikleri ile verilen gerilmeler son eşitlikte yerine yazılarak

$$\begin{aligned}
\rho \frac{d\mathcal{W}}{dt} = & u \left\{ \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right\} \\
& + v \left\{ \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right\} \\
& + w \left\{ \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right\} \\
& - p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - u \frac{\partial p}{\partial x} - v \frac{\partial p}{\partial y} - w \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \\
& + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \\
& + 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2
\end{aligned} \tag{2.37}$$

şeklinde elde edilir. Eş. (2.27), (2.28) ve (2.29) ile verilen Navier-Stokes denklemlerinden yararlanarak son eşitlik tekrar düzenlenirse, birim zamanda birim hacim başına yapılan iş

$$\begin{aligned}
\rho \frac{d\mathcal{W}}{dt} = & \rho \left[ u \frac{Du}{Dt} + v \frac{Dv}{Dt} + w \frac{Dw}{Dt} \right] + \rho [ug_x + vg_y + wg_z] \\
& - p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \\
& + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\
& - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2
\end{aligned} \tag{2.38}$$

olarak ifade edilir.



Şekil 2.5. Bir hacim elemanın yüzeylerindeki sıcaklık gradyanları

Eş. (2.33)'te bulunan  $\rho \frac{dq}{dt}$  büyüklüğünün hesabı için boyutları  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  ve  $\Delta z$  olan bir hacim elemanına bir  $\Delta t$  süresi içerisinde transfer edilen net ısının hesabı gerekmektedir. Şekil 2.5'te görülen sıcaklık gradyanları ve Fourier kondüksiyon yasası kullanılarak net ısı

$$\begin{aligned}
 dQ = & \left[ -k \left( \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \frac{\Delta x}{2} \right) \right] \Delta y \Delta z \Delta t - \left[ -k \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \frac{\Delta x}{2} \right) \right] \Delta y \Delta z \Delta t \\
 & \left[ -k \left( \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \frac{\Delta y}{2} \right) \right] \Delta x \Delta z \Delta t - \left[ -k \left( \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \frac{\Delta y}{2} \right) \right] \Delta x \Delta z \Delta t \\
 & \left[ -k \left( \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \frac{\Delta z}{2} \right) \right] \Delta y \Delta x \Delta t - \left[ -k \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \frac{\Delta z}{2} \right) \right] \Delta y \Delta x \Delta t
 \end{aligned} \quad (2.39)$$

şeklinde ifade edilebilir. Ara işlemler yapıldığında

$$dQ = \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] k \Delta z \Delta y \Delta x \Delta t \quad (2.40)$$

olur. Birim kütle başına hacim elemanına verilen net ısı

$$dq = \frac{k}{\rho} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \Delta t \quad (2.41)$$

olarak belirlenir. Son eşitlik

$$\rho \frac{dq}{dt} = k \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (2.42)$$

şeklinde düzenlenir.

Eş. (2.31) ile tanımlanan tutulabilir enerji  $e$ , Eş. (2.38) ile tanımlanan birim hacim başına iş

$\rho \frac{d\mathcal{W}}{dt}$  ve Eş. (2.42) ile tanımlanan birim hacim başına ısı  $\rho \frac{dq}{dt}$  Eş. (2.33) ile verilen

enerji denkleminde yazılır ve potansiyel enerji terimleri kendi aralarında sadeleştirilirse

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{di}{dt} + \left( u \frac{du}{dt} + v \frac{dv}{dt} + w \frac{dw}{dt} \right) \right] &= k \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right\} \\ + \rho \left[ u \frac{Du}{Dt} + v \frac{Dv}{Dt} + w \frac{Dw}{Dt} \right] &- p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \\ + 2\mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 &+ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 &- \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.43)$$

olur. Bu eşitlikte bulunan  $\left( u \frac{du}{dt} + v \frac{dv}{dt} + w \frac{dw}{dt} \right)$  büyüklüğü ile  $\left[ u \frac{Du}{Dt} + v \frac{Dv}{Dt} + w \frac{Dw}{Dt} \right]$

büyüklüğü aynı değerlere haizdir. Bu sebeple son eşitlik

$$\begin{aligned} \rho \frac{di}{dt} &= k \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right\} - p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ + 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 &+ 2\mu \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \\ + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 &+ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.44)$$

şeklinde kısalır. Eş. (2.1) ile verilen süreklilik denklemi yardımı ile son eşitlik

$$\begin{aligned}
\rho \left( \frac{di}{dt} \right) &= k \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right\} \\
&+ \frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) + 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \\
&+ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\
&- \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2
\end{aligned} \tag{2.45}$$

şeklinde düzenlenir. Son denklemde bulunan  $\frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)$  teriminin yerine

$\frac{p}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}$  yazılabilir. Bu ifade  $\frac{p}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} - \rho \frac{D}{Dt} \left( \frac{p}{\rho} \right)$  şeklinde iki terime ayrıştırılabilir. Bu durumda (2.45) eşitliği yeniden

$$\begin{aligned}
\rho \left( \frac{di}{dt} \right) + \rho \frac{D}{Dt} \left( \frac{p}{\rho} \right) &= k \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right\} \\
&+ \frac{Dp}{Dt} + 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \\
&+ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\
&- \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2
\end{aligned} \tag{2.46}$$

şeklinde düzenlenebilir. Eşitliğin solunda bulunan kısım entalpiye ( $h_e$ ) dönüşmekte olup, eşitliğin son şekli,

$$\begin{aligned}
\rho \frac{dh_e}{dt} &= k \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right\} + \frac{Dp}{Dt} + 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \\
&+ 2\mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\
&+ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2
\end{aligned} \tag{2.47}$$

olarak verilebilir.

Eş. (2.1) ile verilen kütle korunumu eşitliği, Eş. (2.27), (2.28) ve (2.29) ile verilen momentum denklemleri, Eş. (2.47) ile verilen enerji denklemi ve ideal gaz denklemi  $p = \rho RT$  oluşan denklem takımı  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $p$ ,  $\rho$  ve  $T$  bilinmeyenlerini ihtiva etmektedir. Denklem takımını oluşturan denklem sayısı ile bilinmeyen sayısı birbirine eşit olduğu için bu denklemler akış olaylarının modellenmesi için yeterli bir matematik model oluşturmaktadır.

Yukarıdaki denklemlerde bulunan viskoz terimler

$$\begin{aligned} \Theta = & 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \\ & + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.48)$$

Şeklinde bir kısaltma yapılmaktadır. Bu kısaltmanın kapsadığı terimler, viskoz iç sürtünmeler nedeni ile açığa çıkan ısıyı ifade etmekte olup zayı-enerji terimi (dissipative-energy) olarak adlandırılmaktadır. Akışkan hızı çok çok yüksek olmadığı sürece açığa çıkan bu ısı akışkana akış bölgesinin sınırlarından transfer edilen ısıya kıyasla oldukça küçüktür. Bu sebeple ısı değiştirgeci analizlerinde bu terim göz ardı edilmektedir. Eş. (2.47)'den zayı-enerji terimi düşüldüğünde

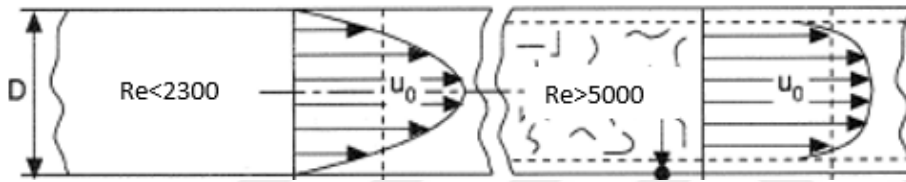
$$\begin{aligned} \rho C_v \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = & k \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right\} \\ & - p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.49)$$

şeklinde kısalır. Eğer ısı transferi akışkanı bir sıvı ise son eşitliğin son terimi de süreklilik denkleminin gereği olarak düşülür. Yukarıda türetilen denklemler laminar akışın denklemleri olmakla birlikte bu denklemler çoğu hallerde türbülanslı akışın ısı transferi analizlerinde de kullanılmaktadır.



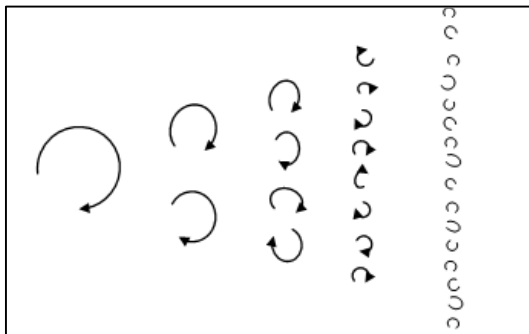
## 2.2. Türbülanslı Akış İçin Koruma Yasaları

Laminer ve türbülans akış rejimleri ilk kez 1883 yılında Osborne Reynolds tarafından tanımlanmıştır. Reynolds, akışın laminer rejimden türbülanslı rejime geçişinin kritik değerini belirleyebilmek için boyutsuz bir sayı geliştirmiştir. Bu sayıya Reynolds sayısı denilmekte olup  $Re = \bar{u}D / \nu$  olarak tanımlanmaktadır. Reynolds sayısı eşitliğinde;  $\bar{u}$  akış hızının ortalaması,  $D$  kanalın çapı ve  $\nu$  akışkanın kinematik viskozitesini sembolize etmektedir. Silindirik pürüzüz bir boruda gerçekleşen akışta, Reynolds sayısı 2300 altında ise akış laminer rejimde, 2300 ile 5000 arasında ise kararsız (transitional), 5000'nin üzerinde ise türbülanslı rejimde gerçekleşmektedir. Şekil 2.6'da Reynolds sayısına bağlı olarak boru içi akışlardaki hız profilleri görülmektedir.



Şekil 2.6. Boru içi akışlardaki hız profili

Türbülanslı akışta, akış alanının özellikleri (hız ve basınç) yer ve zamanın rastgele fonksiyonlarından oluşmaktadır. Türbülanslı akış düzensiz ve rastgele hareket ile karakterize edilmektedir. Laminer akışta, akışkan parçacıkları akım çizgileri üzerinde hareket etmekte, momentum ve enerji ise akım çizgileri arasında difüzyon ile iletilmekte iken türbülanslı akışta, oluşan girdaplar nedeniyle; kütle, momentum ve enerji, moleküler difüzyondan daha hızlı bir şekilde taşınmaktadır. Bu sebepten dolayı, türbülanslı akışta sürtünme, ısı ve kütle geçiş katsayıları daha yüksek olmaktadır.



Şekil 2.7 Türbülanslı akışta Eddylerin (girdap) dağılımı

Lewis Fry Richardson türbülanslı akışın mekanizması konusunda gözlemsel bir araştırma yapmıştır [23]. Richardson'a göre türbülanslı akış farklı büyüklüklerdeki (Eddy) girdaplardan meydana gelmekte ve büyük girdaplar küçük girdapları oluşturmaktadır [19]. Şekil 2.7'de türbülanslı akış rejiminde büyük girdapların küçük girdaplara dönüşümü görülmektedir. Büyük girdaplar genişleme (vortex stretching) sırasında viskozitesiz gibi davranmakta olup açısal momentumları da değişmemektedir. Bu durum dönme miktarının artmasına ve kesit alanlarının yarıçaplarının küçülmesine sebep olmaktadır. Büyük girdaplar yüksek kinetik enerjileri nedeni ile kararsız davranmakta olup atalet kuvvetleri tarafından bölünerek küçük girdaplar oluşmaktadır. Bu oluşan girdaplar yeterince küçük bir uzunluk ölçeğine ulaşıncaya kadar bölünmeye devam ederler. En son meydana gelen küçük boyutlu girdaplar akışkanın viskoz kuvvetleri tarafından ısıya dönüşürler. Bu olaya enerji kaybı (energy cascade) denilmektedir [19].

Türbülans, geniş bir uzunluk ve zaman ölçeği aralığında gerçekleşmektedir. Örneğin; içten yanmalı bir motorun yanma odasında oluşan büyük girdaplar yakıt ve yakıcıyı silindir içerisinde bir yerden bir yere taşımakta iken yakıt ve havanın karışma işi ve kimyasal reaksiyon büyük ölçekli hareketlere kıyasla çok küçük ölçekli kısa bir zaman aralığında oluşmaktadır. Uzunluk ve zaman ölçeklerindeki bu değişimler türbülanslı akışın karakteristiğinin belirlenmesi açısından önemlidir. Uzunluk ve zaman ölçeği türbülanslı akışın sayısal ve teorik analizinde karşılaşılan zorlukların başlıca kaynağıdır. Bu sebeple türbülansı tanımlamak için ölçeklendirme yasaları önemli bir araçtır.

Büyük ölçekli girdaplar momentum ve enerjinin çoğunu taşımaktadır. Bu tip girdapların boyutları akışın fiziksel sınırlarına bağlı olarak oluşmaktadır. En küçük boyutlu girdapların boyutu viskoziteye bağlı olarak tanımlanabilmektedir. Girdabın boyutu küçüldükçe viskozitenin etkisi daha da artmaktadır. Bir türbülanslı akışta bulunan en küçük ölçekli girdaplar, kinetik enerjinin ısı enerjisine dönüştüğü girdaplardır. Türbülanslı akışın modellemesindeki en yaygın yaklaşım tarzı hareketin rastgele olduğunu kabul etmek ve istatistiksel olay muamelesi uygulamaktır. İstatistiksel olarak kararlı olan türbülanslı bir akış için büyük ölçekli girdaplardan sağlanan enerji küçük ölçekli girdaplara eşit miktarda dağılmalıdır. Bu varsayıma dayanarak türbülanslı akışın modellenmesi üzerine yapılan ilk çalışmalar Andrey Kolmogorov tarafından başlatılmıştır [24]. Kolmogorov'un türbülans üzerine yapmış olduğu çalışmalar; büyük ölçekli girdapların enerjisinin küçük ölçekli girdaplara nasıl aktarıldığı, verilen herhangi bir büyüklükteki girdabın ne kadar enerji

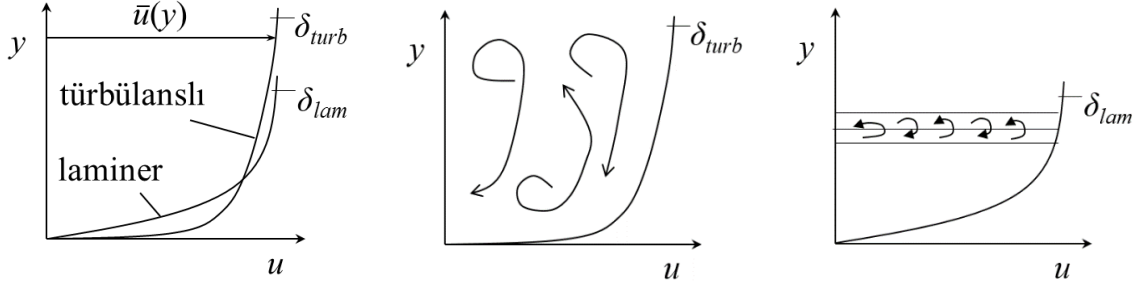
içerdiği ve ne kadarlık bir enerjiyi ısıya dönüştürdüğü konularını içermektedir. Kolmogorov'un ilk hipotezi türbülanslı akıştaki uzunluk, hız ve zaman parametrelerinin ölçeklendirmesi üzerinedir. Bu hipoteze göre küçük ölçekli girdapların hareketleri; akış esnasında üretilen kinetik enerji miktarından ve viskoziteden etkilenmektedir. Sözü edilen iki parametreden yararlanarak uzunluk, hız ve zaman ölçekleri hesaplanmaktadır. Büyük girdapların uzunluk ölçeği  $l_0 \propto \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}$  şeklinde tanımlanmaktadır. Bu ilişkide bulunan  $[k] = J / kg$  birim kütle başına düşen kinetik enerjiyi,  $[\varepsilon] = J / kg \cdot s$  birim kütleye düşen kinetik enerjinin birim zamanda yok olan miktarını göstermektedir. Bu ölçekler Kolmogorov mikro-ölçekleri olarak adlandırılmaktadır. Kolmogorov mikro ölçekleri;

- Kolmogorov uzunluk ölçeği;  $\eta_k = \left( \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{0,25}$
- Kolmogorov hız ölçeği;  $u_{\eta_k} = (\nu \varepsilon)^{0,25}$
- Kolmogorov zaman ölçeği;  $\tau_{\eta_k} = \left( \frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{0,5}$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu eşitliklerde  $\nu$  kinematik viskoziteyi göstermektedir. Son üç eşitlik kendi aralarında tekrar değerlendirildiğinde ölçekler arasında  $\frac{u_{\eta_k}}{\eta_k} = \frac{1}{\tau_{\eta_k}}$  olduğu görülmektedir. Bu bağıntı aracılığıyla  $Re_{\eta_k} = \eta_k u_{\eta_k} / \nu = 1$  Kolmogorov Reynolds sayısı elde edilmektedir. Bu hipoteze göre Kolmogorov Reynolds sayısı  $Re_{\eta_k} = 1$  iken en küçük girdap oluşmaktadır [25]. Analitik yaklaşım ile en küçük girdabın boyutu  $2 \times 10^{-5}$  m'dir. Pratikte, girdaplar yeterince küçük bir  $Re_{\eta_k}$  'ye ulaşana kadar bölünmeye devam ederler ve ısıya dönüşerek kaybolurlar.

Türbülans, akış bölgesini sınırlayan duvarlardaki duvar yüzey sürtünme kuvvetinden ve akışkan tabakaları arasındaki hız farklılıklarından kaynaklanabilmektedir. Türbülans; sürekli olarak katı bir duvarın yüzeyi tarafından üretiliyorsa bu tip türbülanslar duvar türbülansı, iki komşu akışkan tabakası arasında meydana geliyorsa serbest türbülans olarak adlandırılmaktadır. Küt cisimlerin arkasındaki girdaplı akışlar (mixing zone), jet akışları ve

hareketli cisimlerin arkasındaki burgaçlı (wake) akışlar serbest türbülanslı akış olarak, düz plaka ve boru akışları ise duvar türbülanslı akışlar olarak sınıflandırılmaktadır [19].

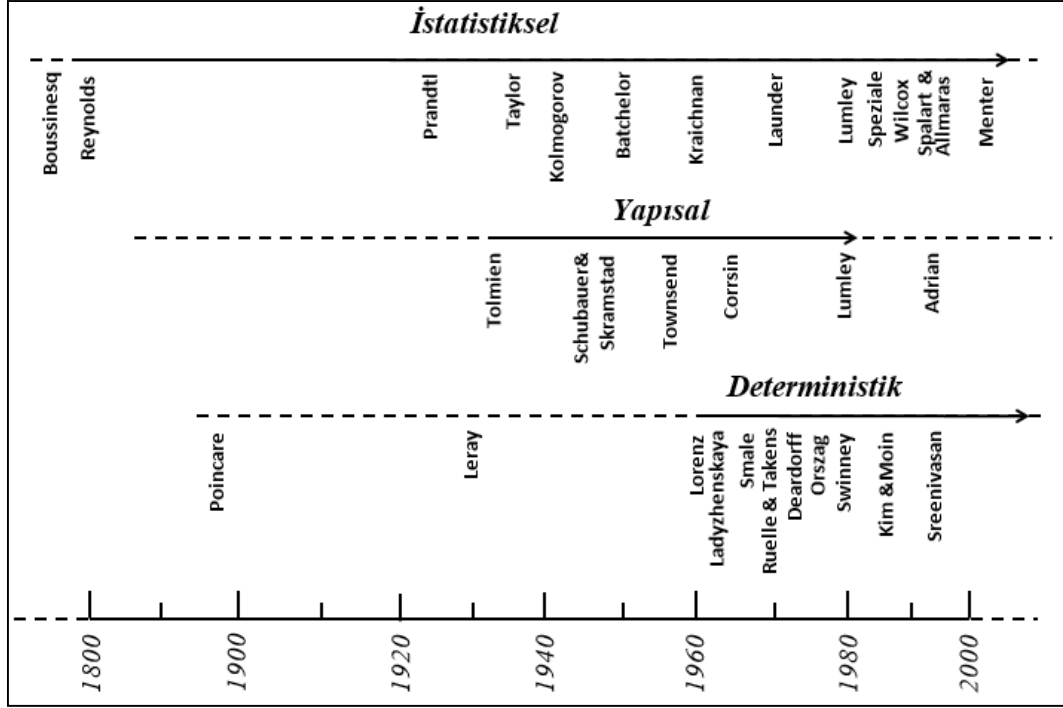


Şekil 2.8. Laminer ve türbülanslı akışların sınır tabaka hız profillerinin karşılaştırması

Katı bir yüzey üzerinde ilerleyen bir akış ortamı içerisinde viskoz gerilmelerin hakim olduğu bölgeler bulunmaktadır. Viskoz gerilmelerin hakim olduğu bu bölgeler akış hızının serbest akış hızına eşitlendiği yerde bitmektedir. Bu bölgeler sınır tabaka olarak adlandırılmaktadır. Akışın türbülanslı olduğu hallerde laminer akışa kıyasla viskoz gerilmeler daha fazla olmaktadır. Şekil 2.8’de düz bir levha üzerinde oluşan laminer ve türbülanslı sınır tabakalarının hız profilleri görülmektedir. Laminer akışta komşu sınır tabakalar arasında meydana gelen momentum, enerji ya da kütle transferi mikroskobik seviyede gerçekleşmektedir. Türbülanslı bir sınır tabaka içerisinde ise tabakalar birbiri içerisinde karışmış durumda olup momentum, kütle ve enerji transferi makroskopik seviyede gerçekleşmektedir. Laminer sınır tabaka içerisinde kesme gerilmesi tamamen viskoziteye bağlı iken, türbülanslı sınır tabakada hem viskoziteye hem de türbülans kaynaklı Eddy viskozitesine bağlıdır. Eddy viskozitesini belirlemek için bir yaklaşım modelinin geliştirilmesi gerekmektedir. Laminer sınır tabaka içerisindeki boyutsuz hız profilini akışkanın cinsi, Reynolds sayısı, pürüzlülük gibi faktörler etkilememekte iken türbülanslı sınır tabaka içerisindeki Reynolds sayısı ve pürüzlülük hız profilini etkilemektedir.

Chapman ve Tobak, türbülans modellerini; istatistiksel, yapısal ve deterministik olmak üzere 3 farklı grupta sınıflandırmışlardır. Yazarlar 1800’lü yılların başından 1985 yılına kadar yapılmış olan bu çalışmaları inceleyerek kronolojik bir sınıflamaya tabi tutmuşlardır [26]. Şekil 2.9’da bu çalışmaların kronolojik sıralaması verilmiştir [27]. İstatistik modelde Reynolds ortalamalı Navier-Stokes denklemlerinin kapsadığı Eddy viskozite faktörünün belirlenmesi hedeflenmektedir. Yapısal modelde türbülanslı akış gibi kaos olaylarını yöneten diferansiyel denklemlerin elde edilmesi hedeflenmektedir. Deterministik yaklaşımda

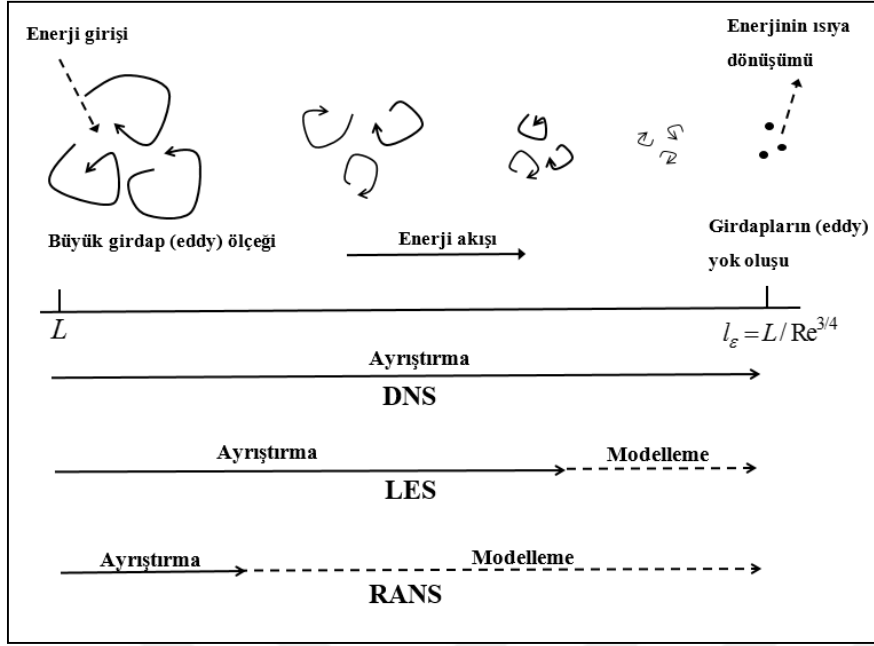
türbülanslı akışın simülasyonunu yöneten denklemlerin elde edilmesi ve türbülans modeline duyulan ihtiyacın ortadan kaldırılması hedeflenmektedir. Deterministik yaklaşım; çatallı (bifürkasyon) ve karmaşık (strange) çekim teorilerini, fraktalların teorisini ve renormalizasyon grup teorisini kapsamaktadır [28].



Şekil 2.9. Türbülanslı hareket yaklaşım modellerinin kronolojik sıralanışı

### 2.2.1. Türbülans modelleri

Türbülanslı akış genellikle Navier-Stokes denklemleri ile tanımlanan fiziki olaylardır. Türbülanslı bir akışın analizi için; direkt nümerik simülasyon (DNS) modeli, hızın zaman ortalaması kullanılarak türetilmiş Reynolds Averaged Navier-Stokes denklemleri, yoğunluğun zaman ortalaması kullanılarak türetilmiş Favre Averaged Navier-Stokes denklemleri ve büyük girdap simülasyon (LES) modeli kullanılmaktadır. Diğer yaklaşımlar ise bu metotların bileşiminden meydana gelmektedir. Şekil 2.10'da türbülanslı akışların analizlerinde kullanılan üç farklı çözüm yöntemi karşılaştırılmıştır.



Şekil 2.10. Türbülanslı bir akışın analizinde kullanılan üç yaklaşımın kıyaslanması [29]

### Direkt nümerik simülasyon

DNS metodunda, türbülanslı bir akışın analizi, herhangi bir türbülans modeli kullanmaksızın Navier-Stokes denklemlerinin nümerik olarak çözülmesiyle yapılmaktadır. DNS metodu herhangi bir zaman ve konum ölçeği için tam sonuçlar vermektedir. Türbülanslı akışın analizi akışın en küçük ölçeğine kadar ayrıştırılması yolu ile yapılmaktadır. Bu metot çok fazla nümerik işlem gerektirdiğinden pratikte meydana gelen bir türbülanslı akışın simülasyonunu yapabilecek uygun bilgisayar kapasitesi günümüz şartlarında bulmamaktadır. Basit düzeyde türbülans akışları için deneysel verilerle çok iyi uyum sağlamakta olup diğer çözüm yöntemlerine göre daha hassas çözümler elde edilmektedir. Pratikte meydana gelen bir türbülanslı akışın çözümü yıllar alacağından bu yöntem sadece geliştirilen yeni türbülans modellerinin geçerliliğini denetlemek için kullanılmaktadır. DNS metodu Kolmogorov'un geliştirmiş olduğu yaklaşımları kullanarak türbülanslı akışın analizini yapmaktadır [2,25].

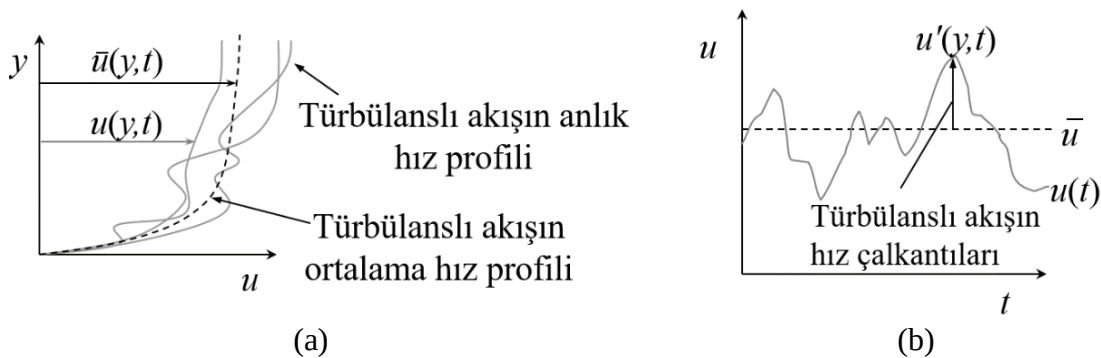
### Reynolds ortalomalı Navier-Stokes modeli (RANS)

Akış ortalomalı türbülans modellenmesi akışın sıkışmaz ya da sıkışabilir olma durumuna göre iki farklı şekilde yapılmaktadır. Akışın; sıkışmaz olduğu hallerde Reynolds ortalomalı

Navier-Stokes (RANS) modeli, sıkışabilir olduğu hallerde ise Favre (kütle) ortalamalı Navier-Stokes modellemesi kullanılmaktadır. Türbülanslı bir akışın ne kadarlık bir Mach sayısına kadar sıkışmaz sayılabileceği üzerine yapılan birkaç çalışma bulunmaktadır. Morkovin'ın hipotezine göre türbülanslı bir akışın sıkışabilirliğinin Mach sayısı 5 oluncaya kadar ihmal edilebileceğini ifade edilmiştir [30].

Bradshaw ve arkadaşları (1981) türbülanslı akışın sıkışabilirliği üzerine yapmış oldukları çalışmada, hız çalkantıları ortalama hızın % 5 seviyesinde ise Mach sayısı 3'e veya 5'e ulaşana kadar yoğunluk çalkantı değişimlerinin önemsiz olduğunu belirtmişlerdir. Serbest türbülanslı bir akışta çok kolay bir şekilde hız çalkantıları, ortalama hızının % 20 seviyesine ulaşmaktadır. Böyle bir durumda Mach sayısı 1 civarında iken yoğunluk çalkantıları türbülansı etkilemeye başlamaktadır [19]. Bu yaklaşımlara göre radyatörde oluşan türbülanslı akış rejimlerinin analizleri için RANS modelinin kullanılması uygun görülmektedir.

Reynolds tarafından türbülanslı akışın hız vektörünün bir ortalama hız ve çalkantı hızına ayrıştırılabileceği fikrini ortaya atmıştır. Bu fikre göre türbülanslı akışın hareket denklemlerinin geliştirilmesi için akış büyüklüklerinin (hız, yoğunluk, basınç, sıcaklık vb.) ortalama değerler ve çalkantı değerleri olarak ayrıştırılması gerekmektedir. Ortalama hız ve basınçların yalnızca bir veya iki uzay boyutunda değiştiği akışlarda bile, türbülans dalgalanmaları her zaman üç boyutlu bir uzaysal karaktere sahiptir [19].



Şekil 2.11. Türbülanslı akışın hız profilleri (a) Türbülanslı akışın anlık hız ve ortalama hız profilleri (b) Türbülanslı akışın anlık hız çalkantıları

Şekil 2.11 de türbülanslı akışın anlık hızı, ortalama hızı, ortalama ve çalkantı profilleri gösterilmiştir. Türbülanslı akış yöneten denklemlerde bulunan diğer parametrelerin

değişimleri de Şekli 2.11'de verilen profillere benzemektedir. Akış büyüklerinin ayrıştırılması yöntemi, literatürde Reynolds (1895) ayrıştırma yöntemi olarak adlandırılmakta olup ayrıştırılması yapılan büyüklüklere istatistiksel özellikler denilmektedir [19]. Reynolds ayrıştırma yönteminde, herhangi bir akış büyüklüğü (vektör veya skalar) için  $f = \bar{f} + f'$  olarak tanımlanmaktadır. Bu ifadede bulunan  $f$ ,  $\bar{f}$  ve  $f'$  sembolleri sırasıyla istatistiksel özelliğin anlık değerini, ortalama değerini ve çalkantı değerini göstermektedir. Bu yaklaşımdan yararlanarak türbülanslı akış üç grupta kategorize edilmektedir.

- Homojen türbülans: Akış alanının tamamında hız, basınç, yoğunluk ve sıcaklık gibi istatistiksel değerler değişmiyorsa bu türlü türbülanslara homojen türbülans denilmektedir. Homojen türbülans istatistiksel değerlerin karekök (rms) ortalaması kendisinin çalkantı değerine eşittir. Kısaca ortalama hız ve çalkantı değerleri arasındaki ilişki;  $u' = \sqrt{u'^2}$ ,  $v' = \sqrt{v'^2}$ ,  $w' = \sqrt{w'^2}$  olarak gösterilebilir.
- İzotropik türbülans: İzotropik türbülans, türbülans her yönde homojendir. Böyle bir durumda, ortalama hız gradyanı mevcut değildir, ortalama hız baştan sona sıfırdır veya sabittir. Kısaca ortalama hız ve çalkantı değerleri arasındaki ilişki;  $\sqrt{u'^2} = \sqrt{v'^2} = \sqrt{w'^2}$  veya  $u' = v' = w'$  olarak ifade edilebilir.
- Anizotropik türbülans: Meteoroloji veya plazma fiziğinde türbülans çoğunlukla anizotropiktir. Örneğin, suyun kaldırma kuvvetleri ile koriolis kuvvetleri okyanus yüzeyinde iki boyutlu bir akış hareketi meydana getirir ve türbülans akış alanındaki konumuna göre farklılık gösterir.

Türbülanslı akışın ortalama büyüklükleri için korunum (kütle, momentum ve enerji) denklemleri türbülanslı akış rejiminin özellikleri göz önüne alınarak tekrar modellenabilmektedir. Bu modelleme yöntemi sayesinde çalkantının akışa etkisi türbülans modelleri aracılığıyla hesaba katılmaktadır. Türbülanslı akışta ortalama akış sürekli olsa bile akış esnasında meydana gelen girdapların hareketinden dolayı hız, sıcaklık, basınç ve yoğunluk değerlerinde önemli değişimler meydana gelmektedir. Bir özelliğin belirli bir konumdaki ortalama değeri, zaman ortalaması sabit bir değere ulaşmaya kadar geniş bir zaman aralığı boyunca alınan bir ortalama değildir. Bu sebeple çalkantı bileşenlerinin zaman



ortalaması sıfırdır. Reynolds yöntemi ile yapılan ortalama alma işlemi üç farklı şekilde yapılabilmektedir.

Zaman ortalaması: Sürekli ortalama akışlar için uygundur.

$$F_T(\bar{x}) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} f(\bar{x}, t) dt \quad (2.50)$$

Uzaysal ortalama: Homojen türbülanslı akış için uygundur.

$$F_V(\bar{x}) = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \int_V f(\bar{x}, t) dV \quad (2.51)$$

Grup ortalaması: Ortalamanın en genel şeklidir.

$$F_E(\bar{x}) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n(\bar{x}, t) \quad (2.52)$$

İstatistik biliminde rastgele değişim sergileyen bir olayın belirli bir aralığındaki bilgilerden yararlanarak daha sonraki aşamalar için tahmin yapılması işlemine ergodik süreç denilmektedir. Ergodik süreç için yukarıda sözü edilen üç ortalama yöntemi aynı ortalama değerlerini vermektedir [31]. Buna göre; türbülanslı bir akışın analizinde işlem kolaylığı açısından zaman ortalaması yönteminin kullanılması uygun görülmektedir. Reynolds ayrıştırma metodu ile ortalama ve çalkantı değerleri olarak ayrıştırılan istatistik değerlerin, zaman ortalamasının alınması hususunda literatürde muhtelif kurallar verilmektedir [19].

RANS modeli ile üç boyutlu bir akışın türbülans analizinin yapılabilmesi için korunum denklemlerinin (süreklilik, momentum ve enerji) yukarıda bahsedilen metotlar (Reynolds ayrıştırması ve zaman ortalaması) aracılığıyla yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. Bu düzenleme

- Akış büyüklüklerinin Reynolds ayrıştırma yöntemi ile ortalama ve çalkantı terimlerine ayrıştırılması,
- Hareket denklemlerinin taraf tarafa zaman ortalamasının alınması

işlemlerini kapsamaktadır. Bu işlem sırası ile RANS (süreklilik, momentum ve enerji) denklemleri kütle çekim kuvvetleri (yer çekimi, elektromanyetik kuvvetler, merkezkaç kuvveti, coriolis etkisi vb.) kartezyen koordinat formunda aşağıda açıklanmaktadır. Kütlenin korumu,

$$\overline{\nabla \cdot \mathbf{u}} = \frac{\partial (\overline{u_i + u'_i})}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.53)$$

şeklinde yazılabilir. Zaman ortalama kuralları kullanılarak süreklilik denklemi

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.55)$$

şeklinde olur. Momentumun korunumu,

$$\frac{\partial (\overline{u_i + u'_i})}{\partial t} + (\overline{u_j + u'_j}) \frac{\partial (\overline{u_i + u'_i})}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\overline{p} + p')}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 (\overline{u_i + u'_i})}{\partial x_j^2} \quad (2.56)$$

şeklinde yazılabilir. Son denklemde gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_j u_i}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j^2} - \frac{\partial (\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} \quad (2.57)$$

ile neticelenir. Eşitlik (2.57) de bulunan viskoz terimler, kayma gerilmeleri cinsinden,

$$\nu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j^2} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \quad (2.58)$$

olarak ifade edilebilmektedir. Son denklemden bulunan  $\tau_{ij}$  ortalama gerinim tensörüdür. Bu tensör akışkanın viskozitesine bağlı bir nicelik olduğundan viskoz gerilme tensörü de denilmektedir.

Newtonian bir akış için viskoz gerilme tensörü;  $\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$  olarak ifade edilmektedir. Eş. (2.57) ile gösterilen RANS denklem sistemi Eş. (2.58) kullanılarak yeniden düzenlenirse

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \tau_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (2.59)$$

olur. Son eşitliğin açık şekli

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} + \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1} + \bar{u}_2 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_2} + \bar{u}_3 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_3} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{13}}{\partial x_3} \right) \\ & + \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial (-\rho \overline{u'_1 u'_1})}{\partial x_1} + \frac{\partial (-\rho \overline{u'_1 u'_2})}{\partial x_2} + \frac{\partial (-\rho \overline{u'_1 u'_3})}{\partial x_3} \right] \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial t} + \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_1} + \bar{u}_2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_2} + \bar{u}_3 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_3} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_2} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{23}}{\partial x_3} \right) \\ & + \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial (-\rho \overline{u'_2 u'_1})}{\partial x_1} + \frac{\partial (-\rho \overline{u'_2 u'_2})}{\partial x_2} + \frac{\partial (-\rho \overline{u'_2 u'_3})}{\partial x_3} \right] \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial t} + \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial x_1} + \bar{u}_2 \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial x_2} + \bar{u}_3 \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial x_3} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_3} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{33}}{\partial x_3} \right) \\ & + \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial (-\rho \overline{u'_3 u'_1})}{\partial x_1} + \frac{\partial (-\rho \overline{u'_3 u'_2})}{\partial x_2} + \frac{\partial (-\rho \overline{u'_3 u'_3})}{\partial x_3} \right] \end{aligned} \quad (2.62)$$

olarak yazılabilir. Yukarıda verilen eşitliklerde alt indis olarak kullanılan 1, 2 ve 3 rakamları x, y ve z eksenlerini ile ilgili akış büyüklüklerini göstermektedir. Eş. (2.54) ve (2.60), (2.61) ve (2.62)'nin oluşturduğu denklem seti RANS denklemleri olarak adlandırılmaktadır.

Enerji denklemi (pasif skalar değerler için);

$$\frac{\partial \rho c_p \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial \rho c_p \bar{u}_j \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \rho c_p \overline{u'_j T'} \right) \quad (j = 1, 2, 3) \quad (2.63)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir. Son denklemde bulunan  $\rho c_p \overline{u'_j T'}$  türbülans akısı olarak adlandırılmaktadır.

Eş. (2.59)'da bulunan  $-\rho \overline{u'_i u'_j}$  büyüklüğü akış esnasında türbülans kaynaklı gerilme miktarını ifade etmektedir. Bu gerilme, türbülansın bir sonucu olarak ortaya çıkar ve türbülansın oluşumunu şekillendiren ortalama akış üzerine etki eder. Aynı zamanda, ortalama akıştan türbülansa enerji ilettiği için türbülans dalgalanmalarının devamından sorumludur. Literatürde türbülans kaynaklı bu gerilmeler Reynolds gerilme tensörü olarak adlandırılmaktadır. Reynolds gerilme tensörü

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \tau_{ij}^R = -\rho \begin{pmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'w'} \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

şeklinde ifade edilebilir. Reynolds gerilme tensörü  $\tau_{ij}^R$  türbülanslı akış ortamında gerçekleşen momentum difüzyonundan kaynaklanmaktadır. Reynolds gerilmesi türbülans akış alanına bağlı olup akışkanın viskozitesinden bağımsızdır. Eş. (2.64)'ten görüldüğü üzere Reynolds gerilme tensöründe 3 adet normal gerilme ve 6 adet kayma gerilmesi olmak üzere 9 tane bilinmeyen terim vardır.  $u_{ij} = u_{ji}$  simetrik tensörler olduğundan bilinmeyen terim sayısı 6'ya düşmektedir. Basit bir türbülans modelini çözmek için bilinmeyen terim sayısı 6 iken türbülans modeline ısı transferi gibi ek parametrelerin ilavesi ile bilinmeyen sayısı 14'e kadar çıkmaktadır. Bu sebepten dolayı türbülanslı akışın analizinin yapılabilmesi için bilinmeyen sayısı ile denklem sayısını eşitleyecek çeşitli yaklaşım yöntemleri geliştirilmiştir. Literatürde bu yöntemler türbülans closure modelleri olarak adlandırılmaktadır. Türbülans modellenme stratejileri farklı closure teknikleri ile yapılmaktadır

### RANS Tabanlı türbülans modelleri

RANS tabanlı türbülans modelleri, genellikle Eddy viskozitesi kavramı üzerinden türetilen çözüm yöntemleridir. Türbülans denklemleri en basitten en karmaşığa doğru aşağıdaki gibi sınıflandırılmaktadır.

Birinci mertebeden modeller (Eddy viskozite modelleri)

- Cebirsel (sıfır denklemlili) modeller: karma uzunluk modeli (Prandtl, Smagorinsky, Cebeci-Smith, Baldin-Lomaz)
- Bir denklemlili modeller: Spalart-Allmaras, k-model,  $\mu_t$ -model
- İki denklemlili modeller:  $k - \varepsilon$  (standart, RNG, nonlinear), low Re  $k - \varepsilon$ , Wilcox  $k - \omega$ , Menter  $k - \omega$  SST, Menter  $k - \omega$  DES, Menter  $k - \omega$  SAS

İkinci mertebeden modeller (Diferansiyel gerilim modelleri)

- Cebirsel gerilme modelleri: ASM (2-denklemlili)
- Reynolds gerilme modelleri: RSM (7-denklemlili)
- Türbülans difüzyon modeli
- Basınç-gerinim düzeltme modeli
- Türbülans enerji kaybı modeli

*Birinci mertebenden modeller*

Birinci mertebeden modeller ortalama akış üzerinde oluşan viskoz gerilmeler ile Reynolds gerilmeleri arasında bir benzeşim olduğu varsayımına dayanarak geliştirilmiştir. Bunlara Eddy Viskozite Modelleri denir. Eddy viskozite modellerinde; viskoz gerilmelerin, akışkan elemanlarının deformasyon hızı ile orantılı olduğu ya da non-lineer değiştiği kabulü yapılmaktadır. Bu yaklaşımın bir sonucu olarak deformasyonun ortalama hızı arttıkça türbülans gerilmeleri de artmaktadır. Boussinesq, Reynolds gerilmelerinin ortalama deformasyon oranları ile orantılı olabileceğini öne sürmüştür. Bu yaklaşıma göre Reynolds gerilmeleri,

$$\tau_{ij}^R = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k_e \delta_{ij} \quad (2.65)$$

şeklinde tanımlanabilmektedir. Son denklemde  $k_e = \frac{1}{2}(\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2})$  birim kütle başına düşen türbülans kinetik enerjiyi,  $\mu_t$  türbülans Eddy viskozitesini göstermektedir. Aynı modelleme yöntemi ile enerji denkleminde bulunan türbülans akısı

$$q_i^R = -\rho c_p \overline{u_i' T'} = \frac{k_t}{c_p} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.66)$$

olarak tanımlanabilmektedir. Son eşitlikte bulunan  $k_t$  sembolü türbülans iletim katsayısını göstermektedir. Eddy viskozitesi ve türbülans iletim katsayısı akışın bir özelliği olup akışkanın bir özelliği değildir. Yani bu değerler akıştan akışa değişiklik göstermektedirler. Eş. (2.65) ve (2.66)'da ifade edilen Reynolds gerilme tensör elemanları ve türbülans akı değerlerinin hesaplanabilmesi için Eddy viskozitesi ve türbülans iletim katsayısının, akış özelliklerinin bir fonksiyonu olarak ifade edilmesi gerekmektedir.

#### Cebirsel (0-denklemler) Modeller

Cebirsel modellerde, Reynolds gerilme tensör elemanları (türbülans gerilimleri) ve türbülans akıları herhangi bir kısmi diferansiyel denklem ile tanımlanmamaktadır. Bu elemanlar; hız gradyanları ve türbülans (Eddy) viskozitesi ile ilişkilendiren bir varsayım kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu varsayımda Eddy viskozitesi konumun bir fonksiyonu olarak formüle edilmektedir. Bu yaklaşım karışma uzunluğu modeli olarak adlandırılmaktadır. 1925 yılında Prandtl, gazların kinetik teorisinden yararlanarak karışma uzunluğu fikrini geliştirmiştir [36]. Smagorinsky (1963), Cebeci ve Smith (1967) ve Baldwin ve Lomax (1978) eddy viskozitesi ve karışma uzunluğu arasındaki ilişkilerle ilgili hipotezler geliştirmişlerdir [33, 34, 35].

$$\nu_T = \frac{\mu_t}{\rho} = l_m^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \quad (2.67)$$

$l_m$  karışma uzunluğunu göstermektedir. Karışma uzunluğu deneysel olarak elde edilen bir değer olup,

$$l_m = \begin{cases} \kappa y & (y < \delta) \\ \delta & (y \geq \delta) \end{cases} \quad (2.68)$$

parçalı fonksiyon ile tanımlanır. Yine aynı benzerlikten yararlanarak türbülans iletim katsayısı

$$k_t = \mu_t \frac{c_p}{Pr_t} \quad (2.69)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

#### Bir-Denklem Modelleri

Bu modellerde, seçilen iki türbülans büyüklüklerinden biri (genellikle türbülans kinetik enerji) için bir transport denklemi çözülmekte olup diğer türbülans büyüklüğü (genellikle türbülans uzunluk ölçeği) cebirsel ilişkiler ile elde edilmektedir. Türbülans viskozitesi Boussinesq varsayımından hesaplanır.

#### İki-Denklem Modelleri

İki skalar büyüklüğün transportunu tanımlayan iki transport denklemi türetilmektedir. Örneğin bu büyüklükler; türbülans kinetik enerji  $k_t$  ve türbülans kinetik enerjinin kaybı  $\varepsilon$  olabilmektedir. Reynolds gerilme tensör elemanları ise hız gradyanları ve türbülans viskozitesi ile ilişkilendiren bir varsayım kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu değerler ile transport denklemleri kullanılarak iki skalar büyüklük hesaplanmaktadır. En çok kullanılan model  $k - \varepsilon$  modelidir.  $k - \varepsilon$  modelinde türbülansın üretilmesi ve yok edilmesi; türbülans özelliklerinin konveksiyon ve difüzyon transportunun etkilerinin tanımlanması ile yapılmaktadır.

#### İkinci Mertebeden Modeller

İkinci mertebeden modellerde, Boussinesq yaklaşımı yerine korunum denklemleri doğrudan kullanılarak Reynolds gerilmeleri ve türbülans akıları (ikinci mertebeden momentlerin) hesaplanmaktadır. İzotropik olarak kabul edilen türbülanslı akışın ve ekstra gerilmelerin çözümü için birinci merteben modellerin yeterli olmamasından dolayı ikinci merteben modeller geliştirilmiştir. Birinci mertebenden modellerde çok fazla kısmi diferansiyel denklemlerin bulunmasından dolayı pek çok bilinmeyen veya ilişkiyi bulmak imkansız olmaktadır. En bilinen modeller ikinci merteben türbülans modelleri Cebirsel Stres Modeli ve Reynolds Gerilim Modeli'dir.

### 2.3. Gözenekli Ortamda Akış ve Isı Transferi

Kum, toprak, rasgele paketlenmiş küreler, açık hücreli metal köpükler ve filtreler gibi gözenekli ortamlardan oluşan yapılar için temel korunum denklemleri modifiye edilerek ısı transferi ve akış modelleri geliştirilmiştir. Gözenekli ortam yaklaşımı genellikle; jeoloji, nükleer ve kimya gibi bilim dallarında karşılaşılan problemlerin modellenmesinde kullanılmakta olup bu yaklaşım ile geniş yüzey alanlı ısı eşanjörleri de modellenabilmektedir [36, 37]. Bu kısımda gözenekli ortam yaklaşımında kullanılan kavramlar, akış modelleri ve korunum denklemleri tanıtılmaktadır.

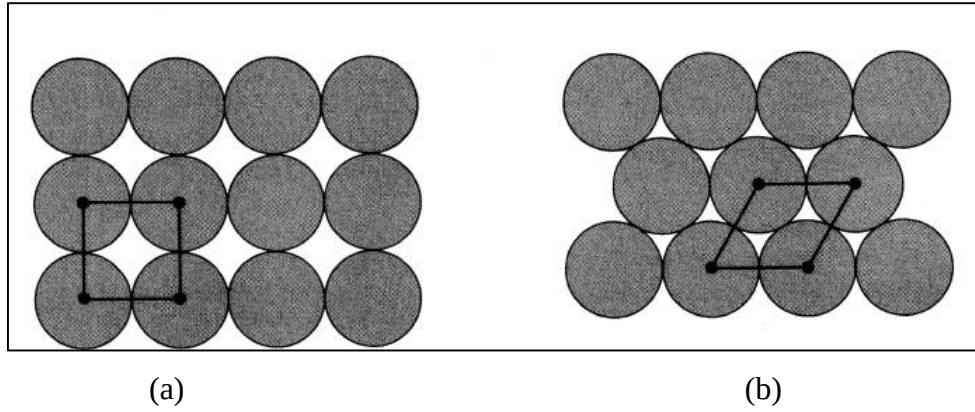
#### 2.3.1. Gözeneklilik ( $\phi$ )

Gözenekli bir ortamın gözeneklilik değeri, boşluk hacminin toplam hacme oranı olarak tanımlanmaktadır.

$$\phi = \frac{V_f}{V_s + V_f} \quad (2.70)$$

Gözeneklilik boyutsuz bir değer olup  $0 < \phi < 1$  aralığında değişmektedir. Doğal bir gözenekli ortamın gözeneklilik değeri 0,6 yı geçmemektedir. Örneğin, çapları birbirine eşit olan katı küreler rhombohedral olarak paketlenildiğinde gözeneklilik değeri 0,26 olurken kübik olarak paketlenildiğinde 0,48 olmaktadır. Şekil 2.12'de kübik ve rhombohedral olarak paketlenen küreler görülmektedir. Metalik köpükler gibi yapay malzemelerde gözeneklilik 1'e yaklaşmaktadır [38].





Şekil 2.12. Küre paketleri a) Kübik paket, b) Rhombohedral paket

### 2.3.2. Geçirgenlik ( $\kappa$ ) ve hidrolik iletkenlik ( $\kappa_f$ )

Gözenekli bir malzemenin geçirgenliği, bir akışkanın gözenekli bir malzemenin içerisinden akma kabiliyetini göstermektedir. Geçirgenlik sadece malzemenin gözenek yapısına bağlıdır. Geçirgenlik tensörü  $\kappa$  (intrinsic permeability), hidrolik iletkenlik  $\kappa_f$  tensörünün bir parçası olup makro ölçekli bir parametredir. Hidrolik iletkenlik tensörü viskozite ve adezyon kuvvetlerinin etkisini içeren makro ölçekli bir parametredir. Tek fazlı bir akış için hidrolik iletkenlik tensörü ile geçirgenlik arasındaki ilişki

$$\kappa_f = \kappa \frac{\rho g}{\mu} \quad (2.71)$$

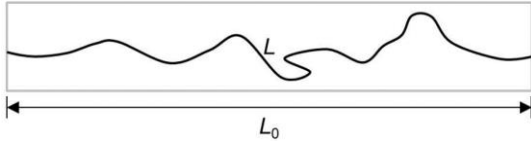
şeklinde gösterilmektedir [39]. Geçirgenlik tensörü dokuz elemanlı ikinci mertebeden bir tensördür. Bu tensör

$$\kappa = \begin{bmatrix} \kappa_{xx} & \kappa_{xy} & \kappa_{zx} \\ \kappa_{yx} & \kappa_{yy} & \kappa_{zy} \\ \kappa_{zx} & \kappa_{zy} & \kappa_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

olarak ifade edilmektedir. Geçirgenlik tensörü malzemenin izotropik, diyagonal, simetrik veya anizotropik özellik göstermesine göre farklı doğrultular için aynı veya farklı özellikler göstermektedir.

### 2.3.3. Akış yolunun kıvrımlılığı (Tortuosity, $\lambda$ )

Akış yolunun kıvrımlılık değeri, akışkanın aldığı gerçek yolun  $L$ , direkt yola  $L_0$  bölümü olarak tanımlanmaktadır. Şekil 2.13'te akışkanın aldığı gerçek yol ve direkt yol gösterilmektedir.



Şekil 2.13. Gözenekli bir ortamda akış yolunun kıvrımlılığı

Kıvrımlılık; gözeneklilik ve boşluklar arasındaki küçük akış kanallarının şekli ile tanecik çapına bağlı olduğundan bu değer bir sabite eşit değildir. Kıvrımlılığın deneysel olarak hesaplanması çok zordur. Çakıllardan oluşan gözenekli bir ortam için kıvrımlılık

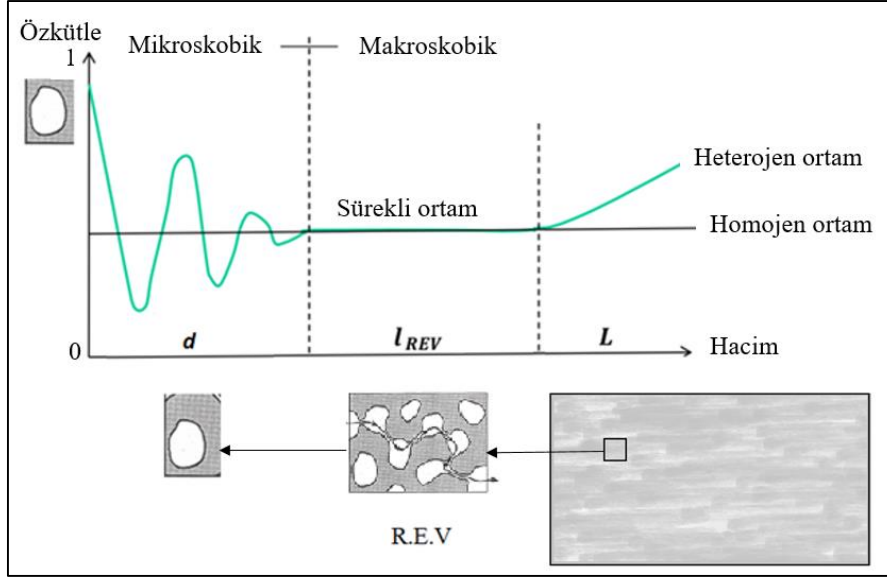
$$\lambda = \sqrt{\phi} \quad (2.73)$$

ile tanımlanmıştır [40].

### 2.3.4. Temsili hacim elemanı (REV)

Doğal gözenekli bir ortamda gözeneklerin dağılımı düzensiz olduğundan, gözenek ölçeğinde (mikroskobik ölçekte) akış büyüklüklerinin (hız, basınç vb.) dağılımları da düzensizdir. Ancak tipik bir deneyde akış büyüklükleri, birbiri ile çakışık birçok gözenekğin bulunduğu makroskobik bir ortamda ölçülmektedir. Bu deneylerden elde edilen makroskobik veriler, uzay ortalama makroskobik büyüklüklerin yer ve zamana bağlı olarak düzenli değişimine benzer özellikler göstermektedir. Dolayısıyla bu benzerlik, gözenekli ortamda gerçekleşen ısı transferi ve akışın teorik olarak incelenmesine olanak sağlamaktadır [38]. Bu yaklaşıma göre gözenekli ortam akışı ve ısı transferi, korunum (kütle, momentum ve enerji) denklemlerinin hacimsel (spatial) veya istatistiksel ortalamaları alınarak makroskobik ölçekte modellenabilmektedir. Hacimsel ortalama yaklaşımında makroskobik değişkenler yeterince büyük bir temsili hacim elemanı (Representative Element Volume,

REV) üzerinden ortalama alınarak elde edilmektedir. Bu işlem REV'in merkezindeki söz konusu değişkenin değerini vermektedir. Yeterince büyük bir REV üzerinden elde edilen sonuçlar REV in boyutundan bağımsız olmaktadır. REV in büyüklüğü gözenek (mikroskopik) ölçeğinden büyük, makroskobik akış ölçeğinden oldukça küçüktür [38].



Şekil 2.14. Temsili hacim elemanı [36, 38, 41]

Şekil 2.14'te temsili bir hacim elemanın (REV) tanımı gösterilmektedir. Gözeneklilik değerinin sabit kaldığı hacim büyüklükleri temsili hacim elemanı olarak kullanmak uygun olmaktadır. Bu hacim aralığında gözenekli ortam sürekli ortam özelliği göstermektedir. Süreklilik şartlarında makroskobik korunum denklemleri, mikroskopik korunum denklemlerinin alan veya hacim ortalamaları alınarak bulunmaktadır. Hacim ortalaması alınan bu değerler skaler, vektör veya tensör olabilmektedir. Herhangi bir faza ait (katı, sıvı veya gaz) mikroskopik bir akış büyüklüğü  $\xi_f$  için hacim ortalaması,

$$\overline{\xi_f} = \frac{1}{V_h} \int_{V_h} \xi_f dV_h \quad (2.74)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Son denklemde bulunan  $V_h$ , REV in içinde yer alan tüm fazların hacimlerinin toplamı olup katı ve sıvı fazdan oluşan gözenekli bir ortam için  $V_h = V_s + V_f$  eşittir. Bu ortalama yüzeysel bir ortalama olduğundan, ortalaması alınmak

istenen faz için öz hacimsel ortalama almak daha doğru sonuç vermektedir. Öz hacimsel ortalama,

$$\overline{\xi_f}^f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \xi_f dV_h \quad (2.75)$$

olarak alınmaktadır. Gözeneklilik ifadesinden yararlanarak son iki eşitlik arasında,

$$\overline{\xi_f} = \phi \overline{\xi_f}^f \quad (2.76)$$

şeklinde bir bağlantı kurulmaktadır [40]. Süreklilik, momentum ve enerji denklemlerinde; gradyan, diverjans veya zamana göre türevi alınmış büyüklüklerin de hacim ortalaması gerekmektedir. Whitaker'ın hacim ortalama metotlarını açıkladığı yayınında bir büyüklüğün gradyanının hacim ortalaması,

$$\overline{\nabla \xi_f} = \nabla \overline{\xi_f} + \frac{1}{V_h} \int_{A_f} \overline{\xi_f} n_{fs} dA \quad (2.77)$$

diverjansının hacim ortalaması,

$$\overline{\nabla \cdot \xi_f} = \nabla \cdot \overline{\xi_f} + \frac{1}{V_h} \int_{A_f} \overline{\xi_f} \cdot n_{fs} dA \quad (2.78)$$

zamana göre türevin hacim ortalaması,

$$\overline{\frac{\partial \xi_f}{\partial t}} = \frac{\partial \overline{\xi_f}}{\partial t} - \frac{1}{V_h} \int_{A_f} \overline{\xi_f} v_{fs} \cdot n_{fs} dA \quad (2.79)$$

olarak verilmektedir [42]. Eş. (2.77), (2.78) ve (2.79)'da verilen  $\xi_f$ ; f fazındaki akışkan büyüklüğünü,  $A_f$  toplam hacim içinde f ve s fazları arasındaki yüzey alanını,  $n_{fs}$ ; f fazından dışarı doğru ara yüzeyde birim normal vektörünü göstermektedir. Eş. (2.79)'da verilen  $v_{fs}$  arayüz hızını temsil etmektedir [40].

İstatistiksel yaklaşımda ortalama alma işlemi, makroskopik olarak birbirine denk olan gözenekli grup yapıları üzerinden yapılmaktadır. Bu yaklaşımı homojen gözenekli bir ortama uygulamak mümkündür [38].

Gözenekli bir ortamın akış hızı iki farklı şekilde hesaplanmaktadır. Bunlardan ilki; gözenekli ortamı oluşturan tüm hacim elemanına (katı ve akışkan hacmi) göre hesaplanan ortalama hız (Darcy hızı)  $\bar{\mathbf{v}} = (u, v, w)$ , ikincisi; sadece akışkan malzemenin kapladığı hacim elemanına göre hesaplanan ortalama hız (intrinsic, özgün veya sızıntı hızı)  $\bar{\mathbf{V}}$  olarak tanımlanmaktadır. Her iki hız hacimsel ortalama yöntemi ile hesaplanmaktadır [42]. Darcy hızı ile özgün hız arasında,

$$\bar{\mathbf{v}} = \phi \bar{\mathbf{V}} \quad (2.80)$$

ilişkisi vardır.

#### Kütlenin korunumu

Gözenekli bir ortamda harici kuvvetlerin ihmal edildiği hal için sıkışır akışın süreklilik denklemi

$$\phi \frac{\partial \bar{\rho}_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi \bar{\rho}_f \bar{\mathbf{V}}) = 0 \quad (2.81)$$

olarak tanımlanmaktadır. Son denklemde  $\rho_f$  akışkanın yoğunluğu,  $t$  zaman ve  $\mathbf{V}$  akışkanın özgün hız vektörünü göstermektedir. Eşitlik (2.80)'de tanımlamış olan Darcy hızı ile özgün akış hızı arasındaki ilişki kullanılarak, son eşitlik

$$\phi \frac{\partial \bar{\rho}_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho}_f \mathbf{v}) = 0 \quad (2.82)$$

olarak ifade edilebilmektedir.

### Momentum Korunumu

Vafai ve Tien, Hsu ve Cheng, homojen ve rijit yapıli izotropik gözenekli ortamda akış için genel momentum denklemini türetmişlerdir [38, 43]. Genel denklem, temsili hacim elemanı üzerinde hacim ortalaması alınarak mikroskobik denklemleri makroskobik boyutlu denklem formuna getirmişlerdir. Momentum denklemi

$$\rho_f \left[ \frac{1}{\phi} \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial t} + \frac{1}{\phi^2} (\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \bar{\mathbf{v}} \right] = -\nabla \bar{p}_f + \tilde{\mu} \nabla^2 \bar{\mathbf{v}} - \frac{\mu}{\kappa} \bar{\mathbf{v}} - \beta \rho |\bar{\mathbf{v}}| \bar{\mathbf{v}} + \rho_f g \quad (2.83)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Son denklemde sol taraftaki terim momentum taşınımını ifade etmektedir. Denklemin sağ tarafındaki ilk terim gözenekli ortam içerisindeki basınç düşmesini, ikinci terim viskoz kuvvetleri, üçüncü terim viskoz sürüklenme kuvvetini, dördüncü terim biçim sürüklenme kuvvetini ve son terim gövde kuvvetlerini göstermektedir [40].

### Enerjinin Korunumu

Hacim ortalamalı yöntemlerin kullanıldığı iki farklı ısı transferi modeli bulunmaktadır. Bunlardan ilki, tek denklemlili yerel termal denge (LTE) ısı transferi modeli, ikincisi, iki denklemlili yerel termal dengede olmayan (LTNE veya NLTE ) ısı transferi modeli yaklaşımlarıdır.

Sıradan akışın enerji denkleminin temsili bir hacim elemanı üzerinden hacim ortalaması alınarak, içerisinde sıkıştırılmaz akışkan bulunan gözenekli ortamın enerji denklemi elde edilmektedir. Gözenekli ortamı oluşturan her faz için ayrı ayrı hacim ortalaması alınmaktadır. Bir  $\phi$  fazı için mikroskobik enerji denkleminin hacim ortalaması Eş. (2.74) den yararlanarak

$$\frac{1}{V_h} \int_{V_{h\phi}} \left\{ (\rho c_p)_{\phi} \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T \mathbf{v}) \right] - \nabla \cdot (k_{\phi} \nabla T) - \mu \Phi - q''' \right\} dV_h \quad (2.84)$$

şeklinde düzenlenir. Son denklemde yoğunluğun, özgül ısısının ve viskozitenin değişmediği kabul edilerek, denklem

$$(\rho c_p)_\phi \left[ \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \nabla \cdot (T \mathbf{v}) \right] = \nabla \cdot (k_\phi \nabla T) + \mu \bar{\Phi} + \bar{q}''' \quad (2.85)$$

olarak ifade edilmektedir. Son denklemde bulunan terimlerin, REV üzerinden hacim ortalaması alınarak, gözenekli ortamın akışkan fazı için hacim ortalamalı enerji denklemi

$$\begin{aligned} (\rho c_p)_f \left[ \frac{\partial \phi \bar{T}^f}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{T}^f \bar{\mathbf{v}}^f) \right] = \\ \nabla \cdot \left[ \left( k_f \nabla \phi \bar{T}^f + \frac{1}{V_h} \int_{A_{fs}} k_f T \mathbf{n}_{fs} dA - (\rho c_p)_f (\bar{T}' \bar{\mathbf{v}}') \right) \right] + \\ \frac{1}{V_h} \int_{A_{fs}} (k_a \nabla T) \cdot \mathbf{n}_{fs} dA + \mu \bar{\Phi} + \bar{\phi q}_f''' \end{aligned} \quad (2.86)$$

ve katı faz için

$$\begin{aligned} (1-\phi)(\rho c)_s \frac{\partial \bar{T}^s}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ \left( k_s \nabla (1-\phi) \bar{T}^s + \frac{1}{V_h} \int_{A_{sf}} k_s T \mathbf{n}_{sf} dA \right) \right] - \\ \frac{1}{V_h} \int_{A_{sf}} (k_a \nabla T) \cdot \mathbf{n}_{sf} dA + (1-\phi) \bar{q}_s''' \end{aligned} \quad (2.87)$$

elde edilmektedir. Son iki eşitlik yerel termal dengede olmayan ısı transferi modelinde kullanılan eşitliklerdir. Eş. (2.86) ve (2.87)'de verilen  $\mathbf{n}_{fs} = -\mathbf{n}_{sf}$  ve  $A_{fs} = A_{sf}$  olup  $\mathbf{n}_{fs}$  akışkan fazından dışarı doğru ara yüzeyde birim normal vektörü,  $\mathbf{n}_{sf}$  katı fazından dışarı doğru ara yüzeyde birim normal vektörü,  $A_{fs}$  toplam hacim içinde bulunan katı ve akışkan yüzeyi arasındaki tüm yüzey alanı,  $\bar{T}^f$  sıcaklığın akışkan faz için öz hacimsel ortalaması,  $\bar{T}^s$  sıcaklığın katı faz için öz hacimsel ortalamasını göstermektedir [40, 44].

Gözenekli ortamı oluşturan katı ve sıvı fazın termal dengede olduğu durumlar için  $(\bar{T}^f = \bar{T}^s = \bar{T})$  katı ve sıvı sıvı faz için elde eşitlikler tek bir denklem halinde yazılabilmektedir. Termal ısııl denge ısı transferi modeli

$$\begin{aligned} & \left[ \phi(\rho c_p)_f + (1-\phi)(\rho c)_s \right] \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + (\rho c_p)_f \nabla \cdot (\bar{T} \bar{\mathbf{v}}^f) = \\ & \nabla \cdot \left[ (\phi k_f + (1-\phi)k_s) \nabla \bar{T} + \frac{1}{V_h} \int_{A_{fs}} (k_f + k_s) T \mathbf{n}_{fs} dA \right] - \\ & (\rho c_p) \nabla \cdot \bar{T}' \bar{\mathbf{v}}' + \mu \bar{\Phi} + \phi \bar{q}_f''' + (1-\phi) \bar{q}_s''' \end{aligned} \quad (2.88)$$

olarak ifade edilmektedir. Son denklemde;

$$(\rho c)_m = \phi(\rho c)_f + (1-\phi)(\rho c)_s \quad (2.89)$$

$$k_m = \phi k_f + (1-\phi)k_s \quad (2.90)$$

$$q_m''' = \phi q_f''' + (1-\phi)q_s''' \quad (2.91)$$

kısaltmaları kullanırsa,

$$\begin{aligned} & (\rho c)_m \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + (\rho c)_f \nabla \cdot (\bar{T} \bar{\mathbf{v}}^f) = \nabla \cdot \left[ k_m \nabla \bar{T} + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} (k_f + k_s) T \mathbf{n}_{fs} dA \right] - \\ & (\rho c_p) \nabla \cdot \bar{T}' \bar{\mathbf{v}}' + \mu \bar{\Phi} + \bar{q}_m''' \end{aligned} \quad (2.92)$$

olur. Eş. (2.92)'de verilen  $(\rho c)_m$ ,  $k_m$  ve  $\bar{q}_m'''$  sırasıyla gözenekli ortamın birim hacmi başına düşen toplam ısı kapasitesini, toplam ısı iletimini ve toplam ısı taşınımını göstermektedir.



### 2.3.5. Gözenekli ortam akış modelleri

Gözenekli bir ortamdaki akışın makro ölçekli momentum denklemleri, akışın laminar rejimli olması kaydıyla yavaş veya hızlı olmasına göre iki farklı şekilde tanımlanmaktadır. Yavaş ve sürünür akış şartlarında Darcy yasası kullanılmaktadır. Non-Darcy akış, türbülanslı akış, serbest (inertial) akış veya yüksek hızlı akışın gerçekleştiği durumlarda akışın davranışını tanımlamak için Darcy eşitliğinde çeşitli düzeltme terimleri eklenmektedir [45]. Genellikle laminar rejimli yüksek hızlı gözenekli ortam akışı, Forchheimer yasası [43] ile modellenmekte olup, bunun haricinde farklı yaklaşımlar da kullanılmaktadır. Aşağıdaki başlıklarda açıklanan Darcy ve Forchheimer yasalarının her ikisi de deneysel çalışmalar sonucunda ortaya çıkmış ampirik eşitliklerdir.

#### Darcy Akış Modeli

Henry Darcy (1856), kirlı suyun yer çekimi etkisiyle bir kum kulesi üzerinden süzülerek filtrelmesi üzerine çalışmalar yapmıştır. Darcy, bu çalışmaların sonucunda gözenekli bir ortamda ilerleyen akışkan hızının, akışkan üzerine etkiyen kuvvet (basınç gradyanı) ile lineer olarak değiştiğini gözlemlemiştir. Darcy, bu gözlemlere dayanarak gözenekli ortam akışını

$$\bar{v} = -\kappa_f \nabla h \quad (2.93)$$

olarak modellemiştir [41]. Son eşitlikte  $\bar{v}$  Darcy akışı ya da Darcy hızı (superficial velocity),  $\kappa_f$  hidrolik iletkenlik tensörü,  $\nabla h$  hidrolik yük kaybının birim uzunluk başına değişimini göstermekte olup,  $h$  hidrolik yük

$$h = \frac{p}{\rho g} + z \quad (2.94)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Son eşitlikte;  $p$  akışkan fazın basıncı,  $\rho$  akışkanın yoğunluğu,  $g$  yerçekimi ivmesi ve  $z$  kum kulesinin yüksekliğini temsil etmektedir. Yukarıdaki (2.93) eşitliği Eş. (2.94) ve (2.71) yardımı ile yeniden düzenlenirse,

$$\bar{\mathbf{v}} = -\frac{\kappa}{\mu} \cdot (\nabla \bar{p}_f + \rho_f g \nabla z) \quad (2.95)$$

olur [41]. Yer çekiminin etkisinin ihmal edildiği izotropik özellik gösteren gözenekli bir ortam için  $\kappa$  geçirgenlik tensörü skaler bir büyüklük olup Darcy eşitliği,

$$\bar{\mathbf{v}} = -\frac{\kappa}{\mu} \nabla p \quad \text{veya} \quad \nabla p = -\frac{\mu}{\kappa} \bar{\mathbf{v}} \quad (2.96)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Eş. (2.96) tek fazlı, tek yönlü, kararlı, hızı çok yavaş (sürünür, sızıntı şeklinde), sıkıştırılmaz ve Newtonian özellikli akışkanlar için geçerlidir. Son denklemden  $\nabla \bar{p}_f = dp/dz$  akış yönündeki basınç gradyanını göstermektedir [46]. Gözenekli ortam akışlarının Reynolds ( $Re_p$ ) sayısı,

$$Re_p = \frac{\rho_f |\bar{\mathbf{v}}| d_p}{\mu} \quad (2.97)$$

eşitliği ile hesaplanmakta olup  $d_p$  ortalama tanecik çapını temsil etmektedir [47]. Darcy yasasında viskoz kuvvetlerin atalet kuvvetlerine kıyasla akış üzerine daha etkili olduğu kabul etmektedir. Bu sebeple Reynolds sayısı 1 den küçük olan gözenekli ortam akış rejimlerinde atalet kuvvetlerinin etkisi ihmal edilmektedir.

### Forchheimer Akış Modeli

$Re_p \leq 1$  iken, akış tanecik etrafında düzgün ve doğrusal bir şekilde hareket etmektedir. Akışkan  $1 > Re_p > 10$  aralığında ise katı taneciklerin arkasında akışın düzgünlüğünü ve doğrusallığını bozan çalkantılar oluşmaktadır [40]. Fakat akış halen laminar rejimlidir. Tanecik etrafında oluşan bu çalkantılar akışkanın hızı arttıkça çoğalmakta olup akışı engellemektedir. Bunun bir sonucu olarak tanecik etrafında gerçekleşen akış üzerinde, şekilsel sürüklemenin etkisi, sürtünmeden kaynaklanan teğetsel (yüzey) sürüklenmelere göre daha baskın olmaktadır [38]. Forchheimer, yukarıda sözü edilen özellikleri taşıyan bir

akışı tanımlamak için Darcy eşitliğine akışkanın kinetik enerjisi temsil eden bir atalet terimi eklemiştir [47]. Forchheimer yasası;

$$\nabla p = -\frac{\mu}{\kappa} \bar{v} - \beta \rho_f \bar{v}^2 \quad (2.98)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu akış modeli literatürde Hazen-Dupuit-Darcy akış modeli olarak da geçmektedir. Son eşitlikte  $\beta$  Forchheimer (non-Darcy) katsayısını göstermektedir. Forchheimer katsayısı  $\beta$  katı gözenekli ortamın geometrisine bağlı bir sabittir. Eş. (2.98)'in sağ tarafındaki ilk terim viskoz sürtünme kuvvetini ve son terim ise mikroskobik atalet kuvvetini göstermektedir. Forchheimer yasasının vektör formu,

$$\nabla p = -\frac{\mu}{\kappa} \bar{v} - \beta \rho_f |\bar{v}| \bar{v} \quad (2.99)$$

şeklinde gösterilmektedir. Forchheimer katsayısı  $\beta$ , deneysel verilerin fit edilmesi ile elde edilmektedir. Ward [38] yapmış olduğu çalışmada Forchheimer katsayısını  $\beta = C_F \kappa^{-1/2}$  olarak tanımlamıştır. Son denklem,

$$\nabla p = -\frac{\mu}{\kappa} \bar{v} - \frac{C_F}{\sqrt{\kappa}} \rho_f \bar{v}^2 \quad (2.100)$$

şeklinde düzenlenmektedir. Son eşitlikte verilen  $C_F$  boyutsuz şekil sürüklenme katsayısı olarak isimlendirilmektedir [49]. Sonuç olarak; Forchheimer katsayısı akış rejiminden oldukça fazla etkilenen bir sabit olup akışın laminar olduğu şartlarda geçerlidir. Ergün, içerisinde  $d_p$  çapında kürelerin bulunduğu bir akışkan kanal ile yapmış olduğu deneysel çalışmalar sonucunda; boyutsuz şekil sürüklenme katsayısı  $C_F$ 'yi ve geçirgenlik faktörü  $\kappa$ 'yı aşağıdaki eşitlikte olduğu gibi belirlemiştir [50].

$$C_F = \frac{B}{(A\phi^3)^{1/2}}; \kappa = \frac{d_p^2 \phi^3}{A(1-\phi)^2} . \quad (2.101)$$

Eş. (2.101)'de görülen A ve B deneysel sabitleri Ergün tarafından zorlanmış taşınım için  $A=150$  ve  $B=1,75$ ; doğal taşınım için  $A=215$  ve  $B=1,92$  olarak bulunmuştur. Ayrıca, akış rejimini tanımlamak için geçirgenlik Reynolds sayısı olarak adlandırılan bir boyutsuz sayı kullanılmaktadır [36]. Geçirgenlik Reynolds sayısı

$$Re_{\kappa} = \frac{\rho_f \bar{v} \sqrt{\kappa}}{\mu} = \frac{1}{C_F} \frac{\rho_f \beta \kappa}{\mu} \bar{v} \quad (2.102)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Geçirgenlik Reynolds sayısı, şekilsel atalet kuvvetlerinin teğetsel viskoz kuvvete oranını göstermektedir [36].

$$\frac{D_C}{D_{\mu}} = \frac{\beta \rho_f \bar{v}^2}{\frac{\mu}{\kappa} \bar{v}} = \frac{\rho_f \beta \kappa}{\mu} \bar{v} \quad (2.103)$$

#### Brinkman-Darcy Akış Modeli

Brinkman-Darcy akış modelinde akışkanın gözenekli ortam içerisinde geçerken bükümlü hareket yapmasından doğan bir viskoz etki dikkate alınmaktadır. Brinkman bu etkileri ve sınır etkisini Darcy denklemine dahil etmiştir. Yalnız bu denklemde atalet kuvvetlerinin etkisi ihmal edilmiştir. Darcy eşitliği, Brinkman tarafından

$$\nabla p = -\frac{\mu}{\kappa} \bar{v} + \tilde{\mu} \nabla^2 \bar{v} \quad (2.104)$$

şeklinde düzenlenmiştir. Brinkman-Darcy akış modeli gözeneklilik  $\phi \geq 0,6$  iken geçerli olmaktadır. Son eşitlikte  $\tilde{\mu}$  akışkanın etkin viskozitesini sembolize etmekte olup, izotropik gözenekli bir ortam için bu değer

$$\frac{\tilde{\mu}}{\mu} = \frac{1}{\phi} \lambda \quad (2.105)$$

olarak tanımlanmaktadır. Eş. (2.105)'te verilen  $\lambda$  akış yolunun kıvrımlılık değeridir.

### Brinkman-Forchheimer Akış Modeli

Bu modelde Brinkman ve Forchheimer modelleri birleştirilerek hem viskoz kayma kuvvetlerinin etkileri hem de atalet kuvvetlerinin etkilerini içeren genel bir gözenekli ortam modeli elde edilmektedir. Brinkman-Forchheimer akış modeli,

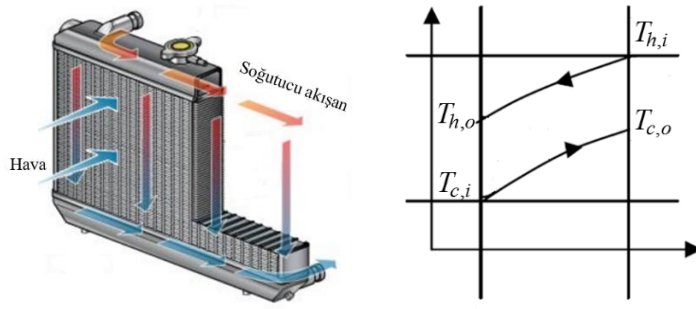
$$\nabla p = -\frac{\mu}{\kappa} \bar{\mathbf{v}} + \tilde{\mu} \nabla^2 \bar{\mathbf{v}} - \frac{C_F}{\sqrt{\kappa}} \rho_f |\bar{\mathbf{v}}| \bar{\mathbf{v}} \quad (2.106)$$

olarak tanımlanmaktadır [38].

## **2.4. Motor Soğutma Sistemlerinin Performansını Ölçmek için Kullanılan Yöntemler**

Aracın motor soğutma performansını ölçmek için literatürden alınan bilgiler bu başlık altında verilmektedir. Dünya çapında otomotiv endüstrisinde kullanılan yöntemler; teorik, deneysel ve hesaplamalı yöntemler olarak üçe ayrılmaktadır. Bir radyatörün toplam ısı transfer katsayısı üzerinde katkısı olan bileşenlerin içerisinde en fazla katkıyı hava tarafının ısı transfer katsayısı yapmaktadır. Bu nedenle soğutma performansının değerlendirilmesi genel olarak radyatörden geçen hacimsel hava akış miktarının belirlenmesi üzerine yapılmaktadır. Belirli bir motor soğutma sisteminin etkinliğinin belirlenmesi radyatörden geçen soğutma havasının debisi ve bu debinin hava kanallarındaki dağılımı ile elde edilmektedir. Soğutma havasının akışı aracın aerodinamik performansını da etkilemektedir [51].

Tipik bir otomotiv radyatörünün temel işlevi, motoru optimum çalışma sıcaklığında tutmak için soğutucu akışkan ile motorun yanma odasından cidarlara geçen ısıyı çevresindeki hava (ram havası ve/veya fan havası) hareketi vasıtasıyla atmosfere atmaktır. Sıvı-gaz akışkanlı çapraz akışlı ısı eşanjörleri otomobil radyatörlerini en iyi şekilde betimleyen ısı eşanjör çeşididir. Şekil 2.15'te çapraz akışlı bir ısı eşanjörü görülmektedir.



Şekil 2.15. Bir otomobil radyatöründe gerçekleşen akış

Kararlı adyabatik bir ısı eşanjörü için akışkan çıkış sıcaklıkları  $(T_{h,o}, T_{c,o})$  ya da ısı transfer miktarı; dört adet çalışma parametresi ile üç adet tasarımcı kontrollü parametrelerinin fonksiyonu olarak,

$$\underbrace{T_{h,o}, T_{c,o} \text{ veya } q}_{\text{bağımlı değişkenler}} = f \left( \underbrace{T_{h,i}, T_{c,i}, C_h, C_c}_{\text{çalışma parametreleri}}, \underbrace{U_h, A_t}_{\text{tasarımcı kontrollü parametreler}}, \underbrace{\text{akış düzeni}}_{\text{Bağımsız değişkenler}} \right) \quad (2.107)$$

ifade edilebilmektedir [52]. Bu denklem, belirli bir akış düzenlemesi için toplam altı bağımsız ve bir veya daha fazla bağımlı değişkeni temsil etmektedir. Eş. (2.107)'de verilen “T” sıcaklığı, “C” ısı kapasitesi, “ $U_h$ ” toplam ısı transfer katsayısı, “ $A_t$ ” ısı transferi yüzey alanı ve alt indisler; “h” sıcak akışkanı (soğutucu akışkan), “c” soğuk akışkanı (hava), “i” girişi, “o” çıkışı sembolize etmektedir. Eş. (2.107)'de verilen çok sayıda değişken ve parametre ile ısı eşanjörünün analizini yapmak oldukça karmaşıktır. Bu sebeple analizi daha basitleştirmek amacıyla boyut analizinden, altı bağımsız ve bir veya daha fazla bağımlı değişkenden üç adet boyutsuz grup belirlenmektedir. Bağımsız değişkenlerin sayısının bu şekilde üç gruba indirgenmesi analizi basitleştirmekte, eşanjörün performansının daha net anlaşılmasını sağlamakta ve bulguların grafikler veya tablo olarak verilmesini sağlamaktadır. Literatürde çeşitli ısı eşanjörleri için altı farklı termal tasarım yöntemi bulunmaktadır. Bunlar; etkinlik-transfer birim sayısı ( $\epsilon$ -NTU), termal etkinlik-transfer birim sayısı (P-NTU), logaritmik ortalama sıcaklık farkı (LMTD), ortalama sıcaklık farkı (MTD), boyutsuz ortalama sıcaklık farkı-termal etkinlik (Mueller grafiği) ve Roetzel-Spang grafiği şeklinde ifade edilmektedir [52, 53]. Radyatör tasarımında kullanılan analiz yöntemleri LMTD ve  $\epsilon$ -NTU metotlarıdır.

### 2.4.1. Logaritmik ortalama sıcaklık farkı (LMTD) yöntemi

Sıcak ve soğuk akışkanların ısı eşanjörüne giriş ve çıkış sıcaklıkları ile kütle debisi biliniyorsa, ısı eşanjörünün boyutlarının LMTD yöntemi ile belirlenebilir [54]. Bu yöntem ile ısı eşanjöründe gerçekleşen ısı transferi analiz edilmekte yani ısı eşanjöründen atılması gereken ısı miktarı belirlenmektedir. Bu sayede seçilen bir ısı eşanjörü tipi için gerekli ısı transfer yüzey alanı kolayca belirlenebilmektedir. LMTD yöntemi kullanılarak çapraz akışlı bir ısı eşanjöründe gerçekleşen ısı transferi;

$$Q = U_h A F \Delta T_{\log-mean} \quad (2.108)$$

ile hesaplanmaktadır. Son denklemden;  $Q$  radyatörün toplam ısı transfer miktarını,  $F$  ısı eşanjörü (akış düzenine göre) düzeltme faktörünü ve  $\Delta T_{\log-mean}$  iki akışkanın logaritmik ortalama sıcaklık farkını göstermektedir. Çapraz akışlı bir ısı değiştiricisi için logaritmik ortalama sıcaklık farkı,

$$\Delta T_{\log-mean} = \frac{(T_{h,i} - T_{c,o}) - (T_{h,o} - T_{c,i})}{\ln \left[ \frac{T_{h,i} - T_{c,o}}{T_{h,o} - T_{c,i}} \right]} \quad (2.109)$$

şekilde ifade edilmektedir.  $F$  düzeltme faktörü, ısı eşanjörünün akış şekline göre düzenlenmiş olan tablolar ile belirlenmektedir. Bu tablolar ile  $F$  değerini belirlemek için, ısı eşanjörüne giren ve çıkan, sıcak akışkanın ve soğuk akışkanın sıcaklık değerleri ile hesaplanan; sıcaklık etkinliği ( $T_e$ ) ve sıcaklık farkı ( $F$ ) oranı değerlerinin hesaplanması gerekmektedir. Sıcaklık etkinliği;

$$T_e = \frac{T_{h,o} - T_{h,i}}{T_{c,i} - T_{h,i}} \quad (2.110)$$

ve sıcaklık farkı oranı;

$$F = \frac{T_{c,o} - T_{c,i}}{T_{h,i} - T_{h,o}} \quad (2.111)$$

ile hesaplanmaktadır. LMTD yöntemi, hem sıcak hem de soğuk akışkanların giriş ve çıkış sıcaklıkları biliniyorsa kolaylıkla kullanılabilir. Sadece sıcak ve soğuk akışkanların giriş sıcaklıkları biliniyor, çıkış sıcaklıkları bilinmiyorsa LMTD yöntemi yalnızca iteratif olarak kullanılabilir. Sadece sıcak ve soğuk sıvıların giriş sıcaklıklarının bilinmesi durumunda analizi basitleştirmek için NTU yöntemi geliştirilmiştir.

#### 2.4.2. Etkinlik transfer birim katsayısı ( $\epsilon$ -NTU) yöntemi

Etkinlik-NTU yöntemi, ısı kapasitesi oranı  $C_r$ , etkinlik ( $\epsilon$ ) ve transfer birimi sayısı (NTU) olmak üzere üç adet boyutsuz parametre kullanarak ısı transfer analizi yapılmaktadır. Bu üç parametre arasındaki ilişki ısı eşanjörünün türüne ve iç akış modeline bağlı olarak değişmektedir. Birinci birimsiz parametre olan ısı kapasite oranı  $C_r$ ; sıcak veya soğuk akışkanlar için, maksimum ısı kapasite miktarının  $C_{\max}$  minimum ısı kapasite miktarına  $C_{\min}$  oranı olarak tanımlanmaktadır. Bir akışkanın ısı kapasite miktarı ısı verme veya ısı çekme özelliğinin bir ölçüsüdür. Isı kapasite miktarı,

$$C = \dot{m}C_p \quad (2.112)$$

olarak hesaplanmaktadır.  $\dot{m}$  akışkanın kütleli debisini,  $C_p$  akışkanın özgül ısısını göstermektedir. Isı kapasite miktarı oranı,

$$C_r = \frac{C_{\max}}{C_{\min}} \quad (2.113)$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

İkinci birimsiz parametre olan etkinlik ( $\epsilon$ ) değeri; verilen akış ve sıcaklık koşulları için gerçek ısı aktarım hızının ( $q$ ) mümkün olan maksimum ısı aktarım hızına ( $q_{\max}$ ) oranı olarak tanımlanır. Etkinlik değeri  $0 \leq \epsilon \leq 1$  arasında olup



$$\epsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\max}} = \frac{q}{q_{\max}} \quad (2.114)$$

şeklinde hesaplanır. Maksimum ısı kapasite miktarına sahip akışkan, ısı eşanjörü boyunca maksimum sıcaklık farkına ( $\Delta T_{\max}$ ) maruz kalırsa mümkün olan maksimum ısı aktarım hızı elde edilir. Maksimum ısı kapasite değeri

$$q_{\max} = C_{\min} (T_{h,i} - T_{c,i}) \quad C_{\min} = \begin{cases} C_h, & C_h < C_c \\ C_c, & C_c < C_h \end{cases} \quad (2.115)$$

olarak hesaplanır.

Üçüncü boyutsuz parametre olan Transfer Birimi Sayısı (NTU), ısı eşanjörünün ısıyı transfer etme özelliğinin ( $U_h A_t$ ) akışkanın minimum ısı çekme kabiliyetine oranı olarak tanımlanmaktadır.

$$NTU = \frac{U_h A_t}{C_{\min}} \quad (2.116)$$

NTU, işlem sıcaklıkları ve akış hızları tarafından belirlenen etkinlik ve  $C_r$ 'nin bir fonksiyonudur ve gereken ısı eşanjörünün boyutunu göstermektedir. NTU değeri ne kadar büyük olursa, işlem koşullarını karşılamak için gerekli olan ısı transferi yüzey alanı  $A_t$  o kadar büyük olur. NTU normalde yukarıdaki denklemden hesaplanmamaktadır. Bunun yerine etkinlik ve ısı kapasitesi miktarı oranının bir fonksiyonu olarak NTU için verilen grafikler veya denklemler kullanılarak çözülmektedir.

Soğuk ve sıcak akışkanın birbirine karışmadığı çapraz akışlı bir ısı değiştiricisi (otomotiv radyatörü) için, etkinlik değerinin cebirsel ilişkisi;

$$\epsilon = 1 - \exp \left\{ \frac{NTU^{0.22}}{C_r} \left[ \exp(-C_r \cdot NTU^{0.78}) - 1 \right] \right\} \quad (2.117)$$

olarak ifade edilmektedir [55]. Kays ve London tarafından karışmaz akışlar için standart  $\epsilon$ -NTU eşitliği [54];

$$\dot{Q} = \dot{m}_c c_{p,c} (T_{h,i} - T_{c,i}) \left[ 1 - \exp \left( \frac{(UA_t)^{0.22} \dot{m}_h c_{p,h}}{(\dot{m}_c c_{p,c})^{1.22}} \left( \exp \left( -\frac{(\dot{m}_c c_{p,c})^{0.22} (UA_t)^{0.78}}{\dot{m}_h c_{p,h}} \right) - 1 \right) \right) \right] \quad (2.118)$$

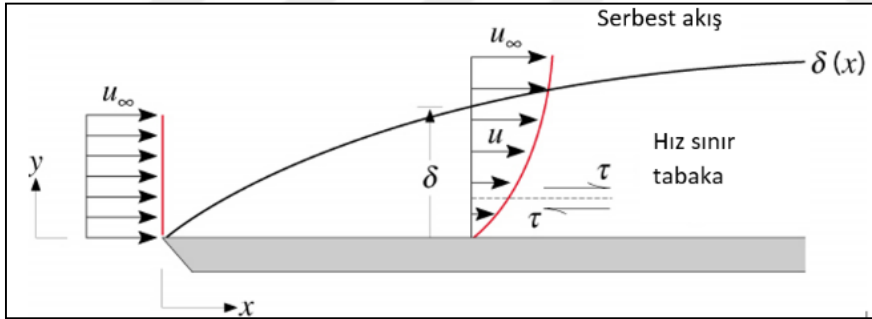
şeklinde verilmektedir.  $\epsilon$ -NTU eşitliği ile ilgili yapılan çalışmalar bu eşitliğin ısı eşanjör peteğinde bulunan su kanal sayısına bağlı olduğunu göstermektedir. Eş. (2.118) sonsuz sayıda su kanallı ısı eşanjörleri için verilen bir bağıntıdır [56]. Çizelge 2.1’de bir veya daha fazla kanal sayısına haiz olan çapraz akışlı ısı eşanjörleri için verilmiştir [57]. Otomotiv radyatörlerinde hava tarafındaki ısı kapasitesi değeri düşük olduğundan etkinliğin hesaplanması için Çizelge 2.1’de hava için verilen etkinlik eşitlerini kullanmak yeterli olmaktadır.

Çizelge 2.1. Bir veya daha fazla kanala sahip çapraz akışlı ısı eşanjörlerinin  $\epsilon$  denklemleri [57]

| Kanal sayısı | $C_{min}$ olduğu taraf | Etkinlik ( $\epsilon$ )                                                                                                                                                                                 |
|--------------|------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1            | Hava                   | $\epsilon = \frac{1}{C_r} \left[ 1 - e^{-Cr(1-e^{-NTU})} \right]$                                                                                                                                       |
|              | Akışkan                | $\epsilon = 1 - e^{-\left(1-e^{-NTUC_r}\right)/C_r}$                                                                                                                                                    |
| 2            | Hava                   | $\epsilon = \frac{1}{C_r} \left[ 1 - e^{-2KC_r} (1 + C_r K^2) \right], \quad K = 1 - e^{-NTU/2}$                                                                                                        |
|              | Akışkan                | $\epsilon = 1 - e^{-2K/C_r} \left( 1 + \frac{K^2}{C_r} \right), \quad K = 1 - e^{-NTUC_r/2}$                                                                                                            |
| 3            | Hava                   | $\epsilon = \frac{1}{C_r} \left[ 1 - e^{-3KC_r} \left( 1 + C_r K^2 (3 - K) + \frac{3C_r^2 K^4}{2} \right) \right],$<br>$K = 1 - e^{-NTU/3}$                                                             |
|              | Akışkan                | $\epsilon = 1 - e^{-3K/C_r} \left( 1 + \frac{K^2 (3 - K)}{C_r} + \frac{3K^4}{2C_r^2} \right), \quad K = 1 - e^{-NTUC_r/3}$                                                                              |
| 4            | Hava                   | $\epsilon = \frac{1}{C_r} \left[ 1 - e^{-4KC_r} \left( 1 + C_r K^2 (6 - 4K + K^2) + \frac{4C_r^2 K^4 (2 - K) + 8C_r^3 K^6}{3} \right) \right]$<br>$K = 1 - e^{-NTU/4}$                                  |
|              | Akışkan                | $\epsilon = 1 - e^{-4K/C_r} \left( 1 + \frac{K^2 (6 - 4K + K^2)}{C_r} + \frac{4K^4 (2 - K)}{C_r^2} + \frac{8K^6}{3C_r^3} \right)$<br>$K = 1 - e^{-NTUC_r/4}$                                            |
| $\infty$     | Hava                   | $\epsilon = 1 - \exp \left\{ \frac{NTU^{0.22}}{C_r} \left[ \exp(-C_r \cdot NTU^{0.78}) - 1 \right] \right\}$                                                                                            |
| $\infty$     | Akışkan                | $\epsilon = \frac{1}{C_r NTU} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[ 1 - e^{-NTU} \sum_{m=0}^n \frac{NTU^m}{m!} \right] \cdot \left[ 1 - e^{-C_r NTU} \sum_{m=0}^n \frac{(C_r NTU)^m}{m!} \right] \right\}$ |

## 2.5. Sınır Tabaka ve Giriş Bölgesi Akışları

Pratikte her akışkan yapısı gereği belirli bir seviyede viskoziteye sahiptir. Bir akışkan, katı bir yüzey üzerinde ilerlerken, katı yüzey ile akışkan arasında akışkanın viskoz yapısından kaynaklı sürtünmeler meydana gelmektedir. Katı yüzey ile akışkan arasında oluşan bu sürtünmeler akışkanı yavaşlatmakta olup serbest akış bölgesinden farklı özellik gösteren ince bir tabaka oluşturmaktadır. Bu tabaka sınır tabaka olarak adlandırılmaktadır. Prandtl, yüksek Reynolds sayılı akışlarda viskoz kuvvetlerin sınır tabaka içerisindeki etkisinin fazla olduğunu, serbest akış bölgesinde ise akışın viskozitesiz gibi davrandığını göstermiştir. Akışkan ile katı yüzey arasında bir sıcaklık farkının bulunmadığı durumda yalnızca hidrodinamik sınır tabaka oluşmakta, sıcaklık farkının mevcut olduğu durumda ise hem hidrodinamik sınır tabaka hem de termal sınır tabaka oluşmaktadır. Bu tabakaların katı yüzeyden serbest akış bölgesine kadar olan mesafeleri hidrodinamik ve termal sınır tabaka kalınlığı olarak adlandırılmaktadır. Her iki tabakanın kalınlıkları bazı özel durumlar haricinde birbirinden farklı olmaktadır. Sınır tabaklar içerisinde hız ve sıcaklık değerleri önemli ölçüde değişmektedir.



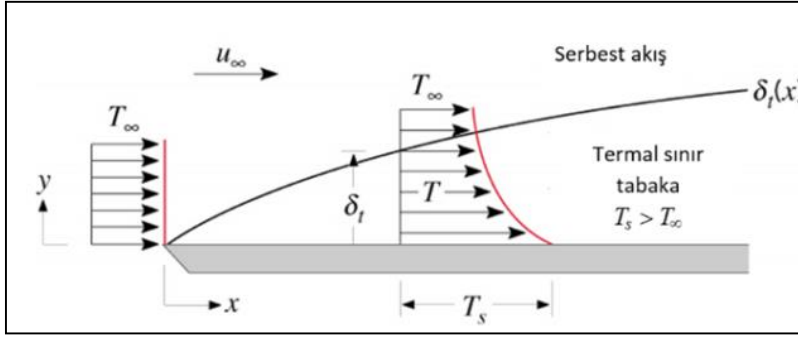
Şekil 2.16. Hidrodinamik (hız) sınır tabaka

Şekil 2.16'da düz bir levha üzerinde laminar rejimli bir akış esnasında oluşan hidrodinamik sınır tabakanın profili görülmektedir. Hidrodinamik sınır tabaka;  $u(y) = 0.99u_{\infty}$  veya

$\frac{\partial u}{\partial y} = 0$  olduğu civarda sona ermektedir. Katı yüzeyden itibaren hidrodinamik sınır

tabakanın bittiği mesafe hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı  $\delta$  olarak adlandırılmaktadır.

Laminer akışa benzer şekilde türbülanslı akışta da katı yüzeyler civarında bir hız sınır tabaka oluşmaktadır.



Şekil 2.17. Termal sınır tabaka

Şekil 2.17’de düz bir levha üzerinde laminar rejimli bir akış esnasında oluşan termal sınır tabaka profili görülmektedir. Bu şekil yüzey sıcaklığının akışkan sıcaklığından fazla olduğu durumu tasvir etmektedir. Akışkanın sıcaklığı yüzey sıcaklığından fazla olursa termal sınır tabakası profili hız sınır tabakası profiline benzemektedir. Termal sınır tabakası; yaklaşık olarak  $\frac{T_s - T}{T_s - T_\infty} = 0.99$  oranını veren  $T$  sıcaklık değerinin bulunduğu yerde bitmektedir. Katı

yüzeyden itibaren termal sınır tabakanın bittiği mesafe termal sınır tabaka kalınlığı  $\delta_t$  olarak adlandırılmaktadır. Termal sınır tabakanın kalınlığı, hidrodinamik sınır tabakanın kalınlığına göre küçük, eşit veya daha büyük olarak gelişebilir. Hidrodinamik sınır tabaka kalınlığı ve termal sınır tabaka kalınlığı arasında  $\frac{\delta}{\delta_t} = Pr^n$  ile ifade edilen bir ilişki

bulunmaktadır [58]. Prandtl sayısı akışkanın kinematik viskozitesinin termal difüzyvitesine (ısı yayılım katsayısı) oranını gösteren boyutsuz bir sayıdır. Hidrodinamik ve termal sınır tabaka kalınlıkları arasındaki ilişkiyi veren eşitlikteki  $n$  değişkeni yapılan çalışmalar sonucunda;  $Pr < 1 \Rightarrow n = 1/2$  ve  $Pr > 1 \Rightarrow n = 1/3$  olarak belirlenmiştir [40]. Akışkanın Prandtl sayısı ile sınır tabakaları arasında ilişki

$$\begin{aligned} Pr > 1 & \quad \delta > \delta_t \\ Pr = 1 & \quad \delta = \delta_t \\ Pr < 1 & \quad \delta < \delta_t \end{aligned}$$

olarak ifade edilebilmektedir. Yüksek viskoziteye sahip bir akışkan kalın bir hidrodinamik sınır tabaka oluştururken, yüksek termal difüzyviteye sahip bir akışkan kalın bir termal sınır tabaka oluşturmaktadır.

Prandtl, Navier-Stokes denklemlerini sınır tabaka akışının özelliklerine göre sadeleştirerek katı yüzey üzerindeki kayma gerilmelerinin dağılımının tahmin edilebilmesine ve ısı transferi hesabının yapılabilmesine olanak sağlamıştır. Bu denklemler aracılığıyla hidrodinamik sınır tabaka içinde akışkanın hız dağılımı, termal sınır tabaka içinde ise akışkanın sıcaklık dağılımı elde edilmektedir. Elde edilen hız dağılım bilgisi ile akışkan ve yüzey arasındaki yüzey sürtünme kuvvetleri hesaplanabilirken, sıcaklık dağılım bilgisi ile ısı taşınım katsayıları hesaplanmaktadır. Hidrodinamik ve ısı makinelerinin tasarımında deneysel verilerin mevcut olmadığı durumlarda sınır tabaka analizlerinden yararlanılmaktadır. Sınır tabaka katı yüzeyin başlangıcından itibaren belirli bir yerde bitmektedir. Bu noktada kesme gerilmesi sıfır olmaktadır. Sınır tabakanın akış yönünde bittiği yer kanat tasarımında önem arz etmektedir. Sınır tabaka ayrılmasının yerini sınır tabaka denklemlerini çözerek bulmak mümkün olmaktadır.

Laminer akışlar için iki boyutlu sınır tabaka momentum denklemi

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g_x \quad (2.119)$$

şeklinde, enerji denklemi,

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.120)$$

şeklinde verilmektedir. Bu denklemlere sınır tabaka denklemleri denilmektedir. Türbülanslı akışta sınır tabaka oluşumu kısım 2.2’de ele alınmıştır.

## 2.6. Radyatör Hava Kanalları

Radyatörlerde soğutucu havanın temas ettiği yüzeylerin genişletilmesi için sıcak su kanallarının arasına iletkenliği yüksek, şerit şeklinde levha malzemeden bükerek yapılmış ısı transferi kanatçıkları yerleştirilmektedir. Düz şerit levhaların farklı geometrilere bükülmesi ile oluşan hava kanallarından üç tanesi Resim 2.1’de görülmektedir. Hava kanalı kesitleri; üçgen, altıgen, parabol, sinüzoid gibi muhtelif şekillerde yapılmaktadır. Hava kanallarını oluşturan bükümlü şeridin az bir kısmı sıcak su borusuna temas ederken oldukça

geniş bir kısmı serbest olup kanatçık görevi yapmaktadır. Kanatçıkların ısı transferi verimliliği ya da etkinliği radyatör analizlerinde önemli bir yer tutmaktadır. Eşanjörlerin ısı transferi ve basınç değişimi analizlerinin yapılabilmesi ve boyutlandırılabilmesi için eşanjörlerin dış yüzey ısı transferi ve akışkan sürtünme karakteristiklerinin doğru bir şekilde belirlenmesi önemlidir. Boyutsuz ısı transferi karakteristiği genelde Nusselt sayısı ile ifade edilmekte olup Reynolds sayısına bağlıdır. Sürtünme karakteristiği de Reynolds sayısına bağımlı olarak ifade edilmektedir.



Resim 2.1. Radyatör kanatçık çeşitleri

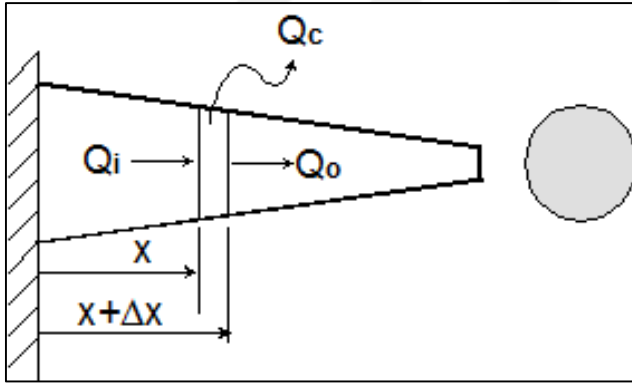
### 2.6.1. Radyatör hava kanallarının sınıflandırılması

Son zamanlarda yakıt ekonomisini arttırmak için taşıtların kütlelerinin ve aerodinamik sürtünmelerinin azaltılması yoluna gidilmektedir. Bu kapsamda yapılan çalışmalar motor radyatörlerinin küçültülmesini de içermektedir. Bir motor radyatörünün küçültülebilmesi için gerek soğutma suyu gerek soğutma havası tarafındaki ısı transferinin iyileştirilmesi gerekmektedir. Soğutma havası tarafındaki ısı transferinin iyileştirilebilmesi için hava kanallarının akış kesitlerinin şekilleri ve genişlikleri üzerine yapılan çalışmalar oldukça fazladır. Hava kanallarının akış kesitlerinin genişliği azaldıkça hem radyatörlerin dış yüzey ısı transferi alanı genişlemekte hem de ısı taşınım katsayısı yükselmektedir. Bununla birlikte hava kanalları daraldıkça soğutma havasının pompalama kayıpları artmaktadır. Dar hava kanallarının diğer bir olumsuz yönü kirlenme ve tıkanma nedeni ile performansının düşmesi ya da ekonomik ömrünü çabuk doldurmasıdır. Radyatörler tasarlanırken ya da geliştirilirken hava kanallarının daraltılmasının olumlu ve olumsuz yönleri arasında bir optimizasyon yapmak gerekmektedir. Silindirik olmayan kanallarda kanalın akış kesitinin büyüklüğünü ifade etmek için hidrolik çap olarak adlandırılan bir parametre kullanılmaktadır. Hidrolik çap kavramı kullanılarak ısı değiştirgeçlerinde bulunan hava kanalları genişliklerine göre

- 1) Geniş kanallar  $D_h > 6mm$
- 2) Makro kanalar  $6mm \geq D_h > 3mm$
- 3) Mini kanallar  $3mm \geq D_h > 200\mu m$
- 4) Mikro kanallar  $200\mu m \geq D_h > 10\mu m$
- 5) Geçişli mikro kanallar  $10\mu m \geq D_h > 1\mu m$
- 6) Geçişli nano kanallar  $1\mu m \geq D_h > 0,1\mu m$
- 7) Moleküler nano kanallar  $0,1\mu m \geq D_h$

şeklinde sınıflandırılmaktadır [9, 59-62]. Kanalların bu şekilde sınıflandırılması yaygın bir sınıflandırma şekli olmayıp, birçok yazar hidrolik çapı 5 mm den küçük olan hava kanallarına mikro kanal ismini vermektedir [10].

### 2.6.2. Değişken kesitli bir ısı transferi kanatçığının enerji denklemi



Şekil 2.18. Değişken kesitli kanatçık

Şekil 2.18’de değişken kesitli bir ısı transferi kanatçığı ve üzerinde bir hacim elemanı görülmektedir. Sürekli rejim şartlarında kanat üzerinde bulunan hacim elemanına giren çıkan ısılar birbirine eşit olacaktır. Hacim elemanına ısı girişi kondüksiyon ile olmakta ısı çıkışı kondüksiyon ve konveksiyon ile olmaktadır. Enerji denge eşitliği

$$\dot{Q}_i = \dot{Q}_c + \dot{Q}_o \quad (2.121)$$

şeklinde yazılabilir. Newton soğutma yasası ve Fourier ısı iletim yasası kullanılarak,



$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \frac{dT}{dx} - \frac{hP_c}{kA} (T - T_\infty) = 0 \quad (2.122)$$

genel ısı transferi denklemi elde edilir. Son denklemde  $A$  kanatçığın kesit alanını,  $P_c$  kanalın çevresini,  $h$  kanatçığın yüzeyi üzerinde ısı taşınım katsayısını,  $k$  kanatçık malzemesinin ısı iletim katsayısını,  $T_\infty$  ortam sıcaklığının göstermektedir.

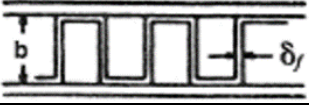
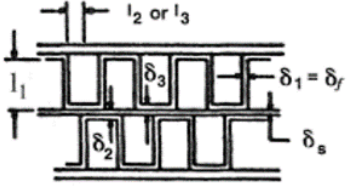
### 2.6.3. Kanatçık verimliliği

Kanatçık verimi; kanat yüzeyinden çevreye transfer edilen ısıнын, kanadın her yerindeki sıcaklığın kanatçığın dip sıcaklığına denk olduğu kabul edilerek hesaplanan ısıya oranı olarak tanımlanmaktadır. Kanatçıkların kalınlıkları ekseriyeti ince olduğundan kanatçık üzerindeki ısı tranferi tek boyutlu (1-D) olarak ele alınabilmektedir. Tek boyutlu olarak kabul edilen kanatçıkların verimlilikleri; kanatçık geometrisine, kanatçık malzemesinin termal iletkenliğine, kanatçık yüzeyindeki ısı transfer katsayısına ve kanatçık ucu sınır koşulununa bağlıdır. Tek boyutlu olarak kabul edilen uniform kanatçıklar için Çizelge 2.2’de kanatçık verim formülleri verilmiştir. İnce kanatçıkların ısı transfer hesaplarında kullanılan bir diğer özelliği kanatçık etkinliğidir. Kanatçık etkinliği: kannatçığın çevreye aktardığı ısıнын kanatçığın işgal ettiği yerden çevreye aktarılabacak olan ısıya oranıdır. Kanatçık verimi 0 ile 1 arasında değişir. Kanatçık etkinliği ise daima 1’den büyüktür. Çizelge 2.2’de verilen formüller kalın kanatçıklar ve ortam akışkanının ısı transfer katsayısının ve sıcaklığının değişken olduğu durumlarda geçerli değildir. Isı transfer yüzeylerinin toplam verimliliği,

$$\eta_{top} = \frac{A_b}{A_t} + \eta_{fin} \frac{A_{fin}}{A_t} = 1 - \frac{A_{fin}}{A_t} (1 - \eta_{fin}) \quad (2.123)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Son denklemde  $A_{fin}$  kanatçık yüzey alanı,  $A_b$  birincil yüzey alanı,  $A_t = A_{fin} + A_b$  toplam yüzey alanı,  $\eta_{fin}$  kanatçık verimliliğini sembolize etmektedir. Kanatçık ve birincil yüzey alanının ısı transfer katsayısı genellikle eşit olarak kabul edilmektedir. Isı eşanjörü analizinde toplam yüzey verimliliği daima termal dirençlerin hesaplanmasını gerektirmektedir.

Çizelge 2.2. Tekdüze kanatçık kalınlığına sahip kanal-kanatçık geometrileri için kanatçık verimlilikleri [52].

| Geometri                                                                                                                                              | Kanatçık verim formülleri                                                                                                                                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                       | $m_i = \left[ \frac{2\alpha}{\lambda_i \delta_i} \left( 1 + \frac{\delta_i}{l_{fin}} \right) \right]^{1/2} \quad E_i = \frac{\tanh(m_i l_i)}{m_i l_i} \quad i = 1, 2$                                                                        |
| Dikdörtgen kesitli düz, dalgalı ya da ofset şeritli kanatçık<br>     | $\eta_{fin} = E_i$ $l_i = \frac{b}{2} - \delta_i \quad \delta_i = \delta_{fin}$                                                                                                                                                              |
| Bir tarafı ısıtılan ya da soğutulan üçgen kanatçık<br>               | $\eta_{fin} = \frac{\alpha A_f (T_0 - T_a) \frac{\sinh(m_i l_i)}{m_i l_i} + q_e}{\cosh(m_i l_i) \left[ \alpha A_f (T_0 - T_a) + q_e \frac{T_0 - T_a}{T_i - T_a} \right]}, \quad \delta_i = \delta_{fin}$                                     |
| Üçgen kesitli düz, dalgalı ya da hava yarıklı (louver) kanatçık<br> | $\eta_{fin} = E_i$ $l_i = 1/2, \quad \delta_i = \delta_{fin}$                                                                                                                                                                                |
| Çift tabakalı kanatçık<br>                                         | $\eta_{fin} = \frac{E_i l_i}{l_1 + l_2} \frac{1}{1 + m_1^2 E_1 E_2 l_1 l_2}$ $\delta_1 = \delta_{fin} \quad \delta_2 = \delta_3 = \delta_{fin} + \delta_s$ $l_i = b - \delta_{fin} + \frac{\delta_s}{2} \quad l_2 = l_3 = \frac{P_{fin}}{2}$ |

#### 2.6.4. Sürtünme faktörü ve Poiseuille sayısı

Hareketli bir akışkan ile temas halindeki bir katı cismin yüzeyinde oluşan kesme gerilmesinin boyutsuzlaştırılmış şekline sürtünme faktörü olarak adlandırılmakta olup matematiksel olarak,

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho \bar{w}^2} \quad (2.124)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Son denklemde;  $\tau_w$  duvarın kesme gerilmesi,  $\rho$  akışkanın yoğunluğu,  $\bar{w}$  ortalama hızı göstermektedir. Boru ve kanal akışlarında duvardaki kesme

gerilmesi birim uzunluk başına basınç düşmesi ile orantılıdır. Kanalin kesit alanı  $A_c$ , uzunluğu  $L$  ve ıslak çevre uzunluğu  $P_c$  olmak üzere kuvvet dengesi

$$A\Delta p = \tau_w P_c L \quad (2.125)$$

şeklinde yazılabilir. Son iki eşitliğin bileşiminden,

$$\Delta p = f \frac{P_c L}{A} \frac{\rho \bar{w}^2}{2} \quad (2.126)$$

elde edilir. Hidrolik çap dikkate alınarak son eşitlik,

$$\Delta p = 4f \frac{L}{D_h} \frac{\rho \bar{w}^2}{2} \quad (2.127)$$

şeklinde düzenlenir. Bu eşitlikte bulunan  $f$ 'ye fanning sürtünme faktörü denilmektedir. Bazı kaynaklarda  $4f$  yerine  $f$  yazılarak son eşitlik

$$\Delta p = f \frac{L}{D_h} \frac{\rho \bar{w}^2}{2} \quad (2.128)$$

şeklinde verilmektedir. Son eşitlikte bulunan  $f$ 'ye de Moody sürtünme faktörü denilmektedir. Son eşitlik Darcy eşitliği olarak adlandırılmaktadır. Sürtünme faktörü  $f$  teorik ya da deneysel yollarla elde edilmektedir. Herhangi bir kanaldaki akışta  $f$  biliniyorsa basınç kaybı Darcy eşitliği ile hesaplanır. Radyatör gibi ısı transferi aygıtlarında dar kanallardaki akışın sebep olduğu basınç kaybı biliniyorsa uygun bir fan seçilerek gerekli miktardaki hava sirkülasyonu gerçekleştirilir. Eş. (2.128)'de bulunan  $f$  için Moody diyagramı olarak adlandırılan grafikler oluşturulmuştur. Türbülanslı akışlar söz konusu olduğunda  $f$  Moody diyagramından alınır. Laminer akış için aşağıda açıklanan Poiseuille eşitlikleri verilmiştir. Bununla birlikte Moody diyagramı da kullanılabilir. Tam gelişmiş akışta boyutsuz hız ( $W$ ) ile gerçek hızın ( $w$ ) ilişkisi  $w = W \frac{D_h^2}{\mu} \frac{dp}{dx}$  şeklinde ifade

edilebilmektedir. Bu eşitlik alan ortalaması ifadesi ile yeniden düzenlenerek ortalama gerçek

hız ile ortalama boyutsuz hız arasındaki ilişki  $\bar{w} = \frac{D_h^2}{\mu} \frac{dp}{dx} \bar{W}$  şeklide olur. Bu eşitlikte bulunan

$p$  'yi boyutsuzlaştırmak için eşitliğin her iki tarafı dinamik basınç  $\frac{\rho \bar{w}^2}{2}$  ile bölünürse,

$$\left( \frac{dp}{dx} \frac{2D_h}{\rho \bar{w}^2} \right) = \frac{2}{\bar{W}} \left( \frac{\nu}{D_h \bar{w}} \right) \quad (2.129)$$

şeklinde olur. Eş. (2.129)'un her iki tarafında bulunan parantezlerin içerisinde boyutsuz gruplar yer almaktadır. Sağındaki grup görüldüğü üzere Reynolds sayısıdır. Yukardaki

Darcy eşitliği  $\frac{\Delta p}{\ell} \frac{2D_h}{\rho \bar{w}^2} = f$  şeklinde düzenlenir ve Eş. (2.129) ile kıyaslanırsa, Eş.

(2.129)'un solundaki grubun  $f$  olduğu açık olarak görülmektedir. Bunlar dikkate alınarak son eşitlik

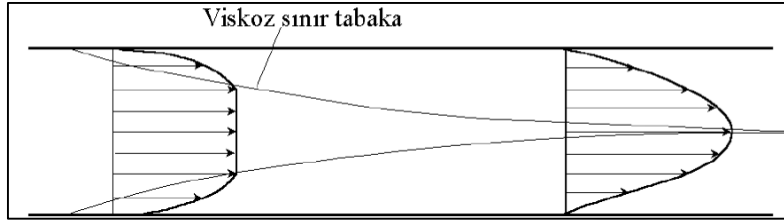
$$f Re = \frac{2}{\bar{W}} \quad (2.130)$$

şeklinde verilebilir. Son eşitlik kanal geometrisine bağlı bir parametre içermediğinden kanalın kesit geometrisi nasıl olursa olsun bütün sabit kesitli kanallar için kullanılabilir. Son eşitliğin solundaki  $f Re$  çarpımına Poiseuille sayısı denilmektedir. Farklı kesitlere sahip kanalların Poiseuille sayıları ısı transferi literatüründe Nusselt sayısı ile birlikte verilmektedir.

#### 2.6.5. Radyatör hava kanallarında ısı taşınım katsayısının teorik analizleri ve duvar sınır şartları

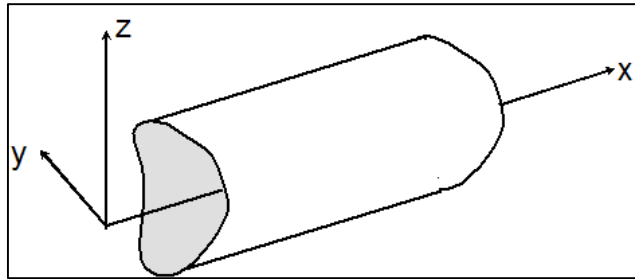
Asfaltlı temiz yollarda kullanılan taşıtların motorlarının radyatörlerinin hava kanallarının hidrolik çapları istatistik olarak 1-3 mm aralığında kalmaktadır. Silindirik borular için verilmiş olan Reynolds sayısı kriterleri silindirik olmayan kanallardaki akışların rejimini belirlemek için de kullanılmaktadır. Ancak bu kanallar için Reynolds sayısının hidrolik çapa esasla hesaplanması gerekmektedir. Hidrolik çapı 2 mm olan bir hava kanalının içerisinde 20 m/s hızla hava akımı geçtiği kabul edilirse Reynolds sayısının 2500'den az olduğu

görülür. Bu netice söz konusu akışa laminar akış muamele yapılabileceğini göstermektedir. Tam gelişmiş laminar akışlar kesiti değişmeyen düz borularda zuhur eden bir boyutlu bir akış olup, analitik olarak ele alınabilen yegâne akıştır. Hidrodinamik olarak tam gelişmiş akışlar kanalın girişinden itibaren belirli bir mesafeden sonra ortaya çıkan bir hız profili olarak tanımlanmaktadır. Kanalın girişindeki hız profili tekdüze bir hız dağılımına sahipken akış istikametinde ilerledikçe bu hız dağılımı parabolik bir dağılıma dönüşmektedir. Kanalın girişinden itibaren belirli bir mesafeye gelindiğinde D harfini andıran bir hız profili ortaya çıkar ve kanalın geri kalan kısmında hemen hemen aynı kalır. Şekli 2.19’da hız profilinin gelişme bölgesindeki değişimi görülmektedir.



Şekil 2.19. Gelişmekte olan ve tam gelişmiş akışın hız profilleri

Tam gelişmiş laminar akışların hidrodinamik modellenmesinde kullanılan denklemler, Eş. (2.27), (2.28) ve (2.29)’un akış şartlarına göre basitleştirilmesi ile elde edilir. Önce akış bölgesine bir koordinat sistemi adapte etmek gerekir. Radyatörlerde hava akışının doğrultusu yataydır. Zorunlu olmamakla birlikte akışın doğrultusu x eksenin doğrultusu ile eşleştirilebilir. Şekil 2.20’de tam gelişmiş bir akış bölgesine adapte edilmiş bir koordinat sistemi görülmektedir.



Şekil 2.20. Tam gelişmiş bir akış bölgesi için koordinat düzenlemesi

Şekil 2.20’de görülen koordinat düzenlemesine göre akış hızının sadece  $u$  bileşeni mevcuttur. Hidrodinamik olarak tam gelişmiş laminar akış analizlerinde aşağıdaki kabuller yapılmaktadır.

- 1) Akışkan Newtonian bir sıkışmaz akışkandır.
- 2) Akış sürekli bir akıştır.
- 3) Kanalin kesiti sabit kalmaktadır.
- 4) Akış doğrultusundaki basınç gradyanı değişmemektedir.
- 5) Tam gelişmiş akış bölgesinde bulunan herhangi bir kesitin içerisinde noktadan noktaya basınç değişimleri olmamaktadır.
- 6) Akışkanın termo-fizik özellikleri sıcaklıktan bağımsız olarak kabul edilir.
- 7) Yüzey pürüzlülüğünün etkisi göz ardı edilir.

Bu kabuller dikkate alınarak ve Şekil 2.20’deki koordinat düzenlemesi göz önünde bulundurularak  $y$  ve  $z$  momentum denklemleri tamamen işlemiden çıkarılır.  $x$  momentum denkleminin kapsadığı atalet terimleri, süreklilik denklemi ile ilgili terimler ve yer çekimi ile ilgili terimler hesaptan düşülür. İşlem,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.131)$$

ile neticelenir. Hidrodinamik yönden tam gelişmiş akışın enerji denklemi yukarıdaki kabuller göz önüne alınarak Eş. (2.47)’den

$$\rho C_p u \frac{\partial T}{\partial x} = k \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right\} \quad (2.132)$$

olarak elde edilir. Son eşitlikte bulunan  $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$  terimi,  $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$  ve  $\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$  terimlerinden çok çok küçük olduğu için eşitlik umumiyetle,

$$\rho C_p u \frac{\partial T}{\partial x} = k \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right\} \quad (2.133)$$

şeklinde kullanılmaktadır. Tam gelişmiş akış analizlerinde ekseriyetinde Eş. (2.132) ve (2.133) kullanılmakla birlikte bazı hallerde silindirik koordinatın momentum ve enerji denklemlerinin basitleştirilmesinden elde edilen

$$\left[ r^2 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right] = \frac{r^2}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.134)$$

$$r^2 \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + r^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = r^2 \frac{\rho C_p}{k} u \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.135)$$

denklemleri kullanılmaktadır. Hidrodinamik ve termal ve yönden tam gelişmiş akıştaki ısı transferi, tam gelişmiş akışın momentum ve enerji denklemlerinin çözümü ile yapılabilmektedir. Tam gelişmiş akış modelinde momentum denklemi sadece akışa dik doğrultudaki türevler ile tanımlanmakta olup momentum denklemi iki boyutlu bir düzlem üzerinde yapılmaktadır. Enerji denklemi, akış doğrultusunda ve akışa dik doğrultulardaki türevler ile tanımlanmıştır. Akış doğrultusundaki türevler enerji denkleminin çözümünü zorlaştırmaktadır. Bunun sebepten dolayı bu türevlerin yok edilmesi amaçlanmıştır. Akış doğrultusundaki türevleri yok etmek için iki farklı termal duvar şartı kullanılmıştır. Bunlar sabit ısı akısı ve sabit duvar sıcaklığı şartlarıdır. Sabit duvar sıcaklığı şartı ve sabit ısı şartı için hesaplanan Nusselt sayıları kanalın tam gelişmiş bölgesindeki gerçekleşen ısı transferinin fiziki sınırlarını göstermektedir.

Laminer rejimli bir kanal akışındaki ısı transferi miktarı kanalın termal sınır şartına bağlı olarak değişmektedir. Bu nedenle, iyi bir ısı eşajörü tasarımı için kanalların termal sınır koşullarını belirlemek önemlidir. Türbülanslı kanal akışındaki ısı transfer miktarı, sıvı metaller hariç ( $Pr < 0,03$ ), akışkanların geneli ( $Pr \geq 0,7$ ) için termal sınır şartlarından etkilenmektedir. Bu sebeple sıvı metaller haricindeki akışkanlar için türbülanslı akışta termal sınır koşullarının tanımlanmasına gerek yoktur [52]. Termal sınır şartları, kanal duvarının ısı akısı veya sıcaklık şartına göre belirlenmektedir.

Kanalın iç duvarındaki sıcaklık ve ısı akısı koşullarını tanımlamak için, belirli bir dizi termal sınır koşulu tanımlamak gerekmektedir. Shah ve London ilk kez iç akış için termal sınır koşullarını sistematik bir şekilde sınıflandırmışlardır [7]. Temel olarak termal sınır şartları iki grup altında toplanmaktadır. Bunlardan birincisi kanalın eksenel yöndeki ısı akısının

sabit olduğu durumu tanımlamakta olup  $H$  harfi ile gösterilmektedir. İkincisi ise kanal eksenel yönde duvar sıcaklığının sabit olduğu durumu temsil etmekte olup  $T$  harfi ile sembolize edilmektedir. Her iki sınır şartının yanı sıra kanalın malzemesinin fiziksel özelliklerine göre farklı termal sınır şartları da oluşmaktadır. Bu şartlar kanalın çevre sıcaklığının sabit olması ve kanalın çevresel ısı akısının sabit olması gibi haller olabilir. Çizelge 2.3'te  $H$  ve  $T$  termal duvar şartlarının diğer termal şartlar ile birlikte oluşturduğu termal sınır şartları ve literatürde bu şartları tanımlayan semboller görülmektedir. [3, 7, 58].

Çizelge 2.3 Sabit ısı akısı ( $H$ ) ve sabit duvar sıcaklığı ( $T$ ) şartlarının çeşitleri

| Sembol | Tanımı                                                                          |
|--------|---------------------------------------------------------------------------------|
| H1     | Eksenel sabit duvar ısı akısı ile çevresel sabit duvar sıcaklığı                |
| H2     | Eksenel ve çevresel sabit ısı akısı                                             |
| H3     | Eksenel sabit duvar ısı akısı ile akışa dik yönde sonlu duvar ısı direnci       |
| H4     | Eksenel sabit duvar ısı akısı ile duvar üzerinde açısal yönde sonlu ısı iletimi |
| H5     | Üstel olarak değişen eksenel duvar ısı akısı                                    |
| T1     | Eksenel sabit duvar sıcaklığı ile çevresel sabit duvar sıcaklığı                |
| T2     | Eksenel sabit duvar sıcaklığı ile çevresel sabit ısı akısı                      |
| T3     | Eksenel sabit duvar sıcaklığı ile akışa dik yönde sonlu duvar ısı direnci       |
| T4     | Lineer olmayan radyasyon akısı sınır şartı                                      |

$H$  termal sınır şartı beş özel hali kapsamaktadır. Bunlardan ilki olan  $H1$  termal duvar sıcaklığı şartı, ısı iletkenliği çok yüksek malzemeden üretilmiş olan kanallarda gerçekleşen ısı transferi esnasında ortaya çıkmaktadır. Bu şart eksenel (akış) yönde sabit ısı akısı ve çevresel yönde sabit duvar sıcaklığının olduğu hal için kullanılmaktadır [63, 64]. Pratikte dairesel olmayan bir kanalda  $H1$  sınır şartına ulaşmak çok zor olsa da literatürde en sık kullanılan sınır şartıdır. Literatürde 30'dan fazla kanal geometrisi için  $H1$  sınır şartı ile yapılmış olan çözümler mevcuttur. Bu sınır şartlarından bir diğeri; ısı iletkenliği çok düşük (cam, seramik, teflon vb.) bir malzemeden üretilmiş kanallarda gerçekleşen ısı transferi esnasında ortaya çıkmaktadır. Bu durum hem çevresel hem de eksenel yönde uniform ısı akısının oluşması halidir. Bu termal duvar sınır şartı  $H2$  sınır şartı olarak isimlendirilmiştir. Dairesel olmayan kanallardaki eğim ve köşelerin etkisinden dolayı  $Nu_{H2}$  sayısı  $Nu_{H1}$  sayısından daha küçük olmaktadır. Bu sınır şartlarından üçüncüsü; eksenel sabit duvar ısı akısı ile akışa dik yönde sonlu duvar ısı direncinin mevcut olması haline tekabül etmektedir. Bu hal  $H3$  sınır şartı olarak adlandırılmaktadır. Duvarın termal direnci sıfıra yaklaşırken  $H3$  sınır şartı  $H1$  sınır şartına, sonsuza giderken  $H2$  sınır şartına dönüşmektedir. Dördüncü



termal sınır şartı; çevresel yönde duvar ısı iletimi azalırken eksenel yönde ısı transferi miktarının sabit kalması durumunda ortaya çıkmaktadır. Bu sınır şartı  $H4$  sınır şartı olarak adlandırılır. Bu sınır şartlarına ek olarak ısı akısının üstel olarak değiştiği bir sınır şartı daha mevcuttur. Bu sınır şartı; çevresel yönde duvar sıcaklığı sabit iken eksenel yönde duvar ısı akısının üstel olarak değiştiği hali karşılık gelmektedir. Bu hal  $H5$  sınır şartı olarak adlandırılmaktadır.

Yüksek debili akış hızına sahip yoğunlaştırıcılar, buharlaştırıcılar ve otomotiv radyatörleri gibi birçok pratik uygulamada ısı transferi, eksenel yönde (akış yönünde) sabit duvar sıcaklığı sınır şartı ile gerçekleşmektedir [58]. Sabit duvar sıcaklığı şartı  $T1$ ,  $T2$ ,  $T3$  ve  $T4$  olarak adlandırılan dört farklı termal şart olarak ele alınmaktadır. Duvar sıcaklığının eksenel ve çevresel olarak sabit olduğu hal  $T1$  sınır şartı olarak adlandırılmaktadır.  $T1$  sınır şartı literatürde kısaca  $T$  olarak sembolize edilmektedir. Çevresel yönde tek düze ısı akısı durumu  $T2$  olarak adlandırılmakla birlikte pratikte uygulaması olmayan bir hali sembolize eder. Bu sebepten dolayı literatürde  $T2$  sınır şartı ile ilgili çözümler mevcut olmayıp pek önem arz etmemektedir [7].  $T4$  sınır şartında duvarın termal direncinin sıfır olduğu kabul edilmektedir. Yani duvarın iç ve dış sıcaklığı birbirine eşit kabul edilmektedir.

Bütün sınır şartları termal yönden gelişmiş veya termal yönden gelişmekte olan akışlarda uygulanabilmektedir [7]. Literatürde en çok kullanılan termal sınır şartları,  $T$ ,  $H1$  ve  $H2$  sınır şartlarıdır.

Nusselt sayısı, taşınım ile gerçekleşen ısı transferinin, iletimle ile gerçekleşen ısı transferine oranını tanımlayan boyutsuz bir sayıdır. Genellikle sabit ısı akısı şartı için hesaplanan Nusselt sayıları sabit duvar sıcaklığı şartı için hesaplanan Nusselt sayılarından % 30 kadar daha fazla olmaktadır. Tam gelişmiş akış; kesit alan şekli parabol, elips, sinüs dalgası ve üçgen gibi geometrilere sahip kanallar içerisinde gerçekleşiyorsa, akış alan ve ısı alan denklemlerinin nümerik çözümü için kullanılan grid ağları, eşit olmayan grid mesafelerinden oluşmaktadır ve bu durum akış alan ve ısı alan denklemlerinin nümerik çözümünü hemen hemen imkansız hale getirmektedir. Bu çözümü yapabilmek için parabol, elips, sinüs dalgası ve üçgen gibi düzensiz kesitli çözüm bölgeleri koordinat dönüşüm fonksiyonları ile düzenli çözüm bölgelerine dönüştürmek gerekmektedir. Koordinat transformasyon işlemi çözüm bölgesinin veya alan denklemlerinin normalleştirilmesi olarak tanımlanmaktadır [65-68].

### 2.6.6. Hidrodinamik ve termal olarak tam gelişmiş laminar akışta ısı transferi

Isı transferi literatüründe, tam gelişmiş laminar akışta ısı transferi üzerine çok miktarda analiz bulunmaktadır. Shah ve London tarafından Amerikan Deniz Kuvvetleri adına 1971 yılında hazırlanan bir raporda daha önceki yıllarda yapılmış araştırmaların bir derlemesi sunulmuştur [5]. Derleme 300'den fazla yayına dayanmaktadır. Yazarlar yeni ve kompakt türden ısı eşanjörlerinin geliştirilmesi için laminar akışta ısı transferi ve hidrodinamik akış sürtünmesi problemlerine teorik çözümler bulunmasının oldukça önemli olduğunu vurgulamışlardır. Shah ve London 21 adet düz kanal ve 4 adet bükümlü kanal için elde edilen çözümleri belirli bir formata göre düzenleyerek sunmuşlardır. Rapor; Newtoniyan akışkan, sürekli akış, sabit termo-fizik özellikler ve iki boyutlu akış kabulleri ile yapılan araştırmaları kapsamaktadır [5]. Ayrıca yazarlar kendileri; dikdörtgen, eşkenar üçgen, köşeleri yuvarlatılmış üçgen ve sinüs dalgası şeklindeki kanallar için yeni analitik çözümler elde etmişlerdir. Analitik çözümlerin gaz türbinleri rejeneratörlerine uygulamalarını tartışmışlardır. Yazarlar bu raporun hazırlanış gerekçesini aşağıdaki dört maddede toplamışlardır.

- 1) Boyutsuz sayısal ve grafiksel sonuçları olan analitik çözüm yöntemlerinin bir derlemesini oluşturmak
- 2) Boyutsuz sürtünme ve ısı transferi karakteristiklerinin ortak bir semboller takımı ile sunulması
- 3) Mevcut gaz türbini rejeneratör bilimindeki boşlukları doldurmak
- 4) Matematikçilerin katkı yapabileceği alanları göstermek

Yazarlar tam gelişmiş akışın hız profillerini tanımlamak için  $C_1 = \frac{g_c}{\mu} \frac{dp}{dx}$  olmak üzere,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = C_1 \quad (2.136)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = C_1 \quad (2.137)$$

eşitliklerini kullanmışlardır. Akışkan hızı için katı sınırlarda no-slip sınır şartı kullanılmıştır. Mükemmel gazların ve sıkışmaz akışkanların içerisindeki sıcaklık dağılımını belirlemek için,

$$k \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] = \frac{k}{\alpha} u \frac{\partial T}{\partial x} - S - \frac{\mu}{g_c J} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (2.138)$$

eşitliği kullanılmıştır. Bu eşitliklerde bulunan bütün termo-fizik özellikler ve yoğunluk sabit kabul edilmiştir. Yazarlar son eşitlikte bulunan S in gaz içerisindeki ısı kaynaklarını temsil ettiğini, eşitliğin solundaki son terimin viskoz sürtünme nedeni ile akışkan tabakaları arasındaki iş alışverişini temsil ettiğini ifade ederek bu terimin başka kaynaklarda enerji zayıat terimi olarak adlandırıldığını belirtmişlerdir. Yazarlar Eş. (2.138)'in Eş. (2.136) yardımı ile sıcaklık için dördüncü mertebe bir denkleme dönüştüğünü ifade etmişlerdir [5].

Otomotiv radyatörlerinde hava akış kanallarının kesit geometrileri genellikle parabolik, sinüzoidal ve üçgen olarak yapılmaktadır. Shah ve London'ın sabit ısı akısı ve sabit duvar sıcaklığı şartlarını kullanarak bu tip kanallar üzerine yapmış oldukları çalışmalar mevcuttur. Çizelge 2.4'te tam gelişmiş akışta ikizkenar üçgen kanalların  $fRe$ ,  $Nu_T$ ,  $Nu_{H1}$  ve  $Nu_{H2}$  değerleri verilmiştir.

Çizelge 2.4. Tam gelişmiş akışta ikizkenar üçgen kanalların  $fRe$ ,  $Nu_T$ ,  $Nu_{H1}$  ve  $Nu_{H2}$  Değerleri [5]

| Boy/En       | Tepe açısı (deg) | $fRe$  | $Nu_T$ | $Nu_{H1}$ | $Nu_{H2}$ |
|--------------|------------------|--------|--------|-----------|-----------|
| $\infty$     | 0                | 12.000 | 1.885  | 2.059     | 0         |
| 8.00         | 7.153            | 12.325 | 1.90   | 2.348     | 0.03927   |
| 4.00         | 14.250           | 12.636 | 1.94   | 2.575     | 0.1734    |
| 2.00         | 28.072           | 13.026 | 2.22   | 2.880     | 0.7421    |
| 1.50         | 36.870           | 13.181 | 2.38   | 2.998     | 1.213     |
| 1.00         | 53.130           | 13.321 | 2.46   | 3.102     | 1.847     |
| $\sqrt{3}/2$ | 60.000           | 13.333 | 2.47   | 3.111     | 1.891     |
| 0.75         | 67.380           | 13.321 | 2.45   | 3.102     | 1.836     |
| 0.50         | 90.000           | 13.153 | 2.34   | 2.982     | 1.345     |
| 0.25         | 126.870          | 12.622 | 1.99   | 2.603     | 0.4902    |
| 0.125        | 151.982          | 12.212 | 1.91   | 2.296     | 0.1376    |
| 0            | 180.000          | 12.000 | 1.885  | 2.059     | 0         |



### 3. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Otomobil radyatörlerinin küçültülmesi, hem otomobilin toplam hacminin azalması hem de otomobilin aerodinamik direnç katsayısının düşürülmesi açısından önemli bir araştırma konusudur. Radyatörlerde iç yüzey ısı transferi, radyatörün iç çeperleri ile motor soğutma sıvısı arasında, dış yüzey ısı transferi ise radyatörün dış çeperleri ile ortam havası arasında gerçekleşmektedir. Dış yüzeydeki ısı taşınım katsayısı iç yüzeydeki ısı taşınım katsayısının  $1/20$ 'si kadar olmaktadır [11-13, 60]. Bu sebepten dolayı dış yüzey ısı transferi alanı iç yüzey ısı transferi alanının 20 katı kadar geniş olmasını gerektirmektedir. Dış yüzey ısı transfer alanını artırma işlemi sıcak su kanalları arasına yüksek ısı iletim katsayılı ince metal tabakalar yerleştirilerek yapılmaktadır. Metal tabakalar kanatçık görevi yaparak mikro hava kanallarını oluşturmaktadır. Bu hava kanalları yardımı ile radyatörün hava tarafında ısı transferi gerçekleşmektedir. Su kanallarının akışı hava kanallarındaki akış doğrultusuna çapraz yönde gerçekleşmektedir. Bu durumdan dolayı hava kanallarının duvar sıcaklıklarının akış yönünde çok büyük değişimler göstermesi beklenemez. Bununla birlikte hava kanal duvar sıcaklıklarının sabit kalması da mümkün değildir.

Literatürde radyatör tasarımı ile ilgili yapılan çalışmalar genellikle: kanal ve kanatçık geometrisi, radyatörün ısı transferi karakteristiği ve basınç farkının belirlenmesi, malzeme seçimi, soğutucu akışkanların ısı transferi katsayısının arttırılması, fanın konumu, ısı transferi ve akışın farklı matematiksel modelleme yöntemleri ile hesaplaması, kanal ve kanatçıklarda oluşan kirlenme gibi çeşitli konular üzerine yapılmaktadır.

Motor radyatörleri, motorun içinde dolaşan motor soğutma sıvısının soğutulması için kullanılan çapraz akışlı ısı değiştiricileridir. Modern bir radyatör, dar su ve hava akımı kanallarından oluşur. Su kanalları düz kanallardan yapılmıştır ve birbirine paralel konumdadır. Bir radyatörde, su kanalı uzunluğu hava kanalı uzunluğu ile karşılaştırılamayacak kadar fazladır. Hava akımı kanalları, su kanalları arasında çapraz yönde bulunur. Hava kanallarının amacı radyatörün dış ısı transfer yüzeyini genişletmektir. Hem su hem de hava kanalları, bakır veya alüminyum gibi oldukça iletken malzemelerden yapılır. Ayrıca, radyatör su kanallarındaki ısı transfer katsayısı, nano-parçacık katkıları yapılarak daha da arttırılabilir. Bununla birlikte, hava akımı tarafındaki ısı transfer katsayısı, hava akışı hızının arttırılması yoluyla gerçekleştirilebilir. Deneysel bir çalışmada,

Peyghambarzadeh ve ark. araba radyatörlerinde soğutma sıvısı olarak nano-akışkanların kullanılmasının toplam ısı transfer katsayısı üzerine etkisini araştırmışlardır [12]. Yazarlar bakır oksiti (CuO) ve demir oksiti (Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) nano-partiküller olarak test etmişler ve toplam ısı transfer katsayısında % 9'luk bir artış belirlemişlerdir. Naraki ve ark. bir araba radyatöründe CuO/su kullanarak  $100 \leq Re \leq 1000$  aralığındaki toplam ısı transfer katsayısını deneysel olarak araştırmışlardır [13]. Yazarlar hacimsel olarak % 0,4 nano-partikül konsantrasyon oranına karşılık toplam ısı transfer katsayısında % 8'lik bir artış belirlemişlerdir. Peyghambarzadeh ve ark. bir başka çalışmada su, etilen glikol ve Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nano-partikülleri gibi donma önleyici malzemelerden oluşan bir radyatör soğutma sıvısının ısı transfer özelliklerini araştırmışlardır [11]. En iyi koşullarda, alelade sıvılarla karşılaştırıldığında yaklaşık % 40'luk bir ısı transferi artışı elde etmişlerdir. Radyatörün önünde bir elektrik alanı oluşturarak hava akımı tarafındaki ısı transferi katsayısını arttırma girişimleri de vardır. Ancak bu yaklaşımın deneysel ve kuramsal temelleri henüz yeterli değildir [69].

Kandlikar ve Grande ısı eşanjörlerinde kullanılan kanalların hidrolik çaplarına göre sınıflamışlardır [59]. Kandlikar ve Grande 'ye göre, mevcut motor radyatörler hava kanalları mini kanal sınıfındadır. Akış rejiminin laminlerden türbülanslıya geçişi kanalın hidrolik çapı ile ilgili olduğu için kanalların hidrolik çapa göre sınıflandırılması ısı eşanjörlerinin tasarımında önem arz etmektedir. Mikro kanal tabiri belirli bir hidrolik çapı göstermekle birlikte, radyatörlerde kullanılan hava kanallarına genel olarak mikro kanal ismi verilmektedir. Radyatör hava kanallarında, akışın laminlerden türbülanslıya geçişi deneysel bir araştırma konusudur. Teng ve ark. geçiş rejimi bölgesindeki akışlar ile ilgili yapılan deneysel çalışmaların bir derlemesini yapmışlardır [70]. Yazarlar, kanalların kesit geometrisinin geçiş şartları üzerindeki etkisinin önemsiz olduğunu ve dairesel tüp için verilen kriterlerin, farklı kesitlere sahip mini kanallar için geçerli olduğunu belirttiler. Bu nedenle, mini kanallarda laminlerden türbülanslı akışa geçişin 2300 Reynolds sayısı civarında gerçekleştiği kabul edilmektedir. Bir hava kanalının hidrolik çapının 1,5 mm ve bu kanaldan geçen havanın ortalama hızının 25 m/s olduğu varsayılırsa, Reynolds sayısı 2100 olmaktadır. Reynolds sayısının bu değeri, bir radyatör kanalı içindeki hava akışı rejiminin laminler olarak kabul edilebileceğini göstermektedir.

Kanatçıkların oluşturduğu radyatör mikro hava kanalları altıgen, parabolik, sinüzoidal, dörtgen ve üçgen gibi çeşitli kesit geometrileri ile yapılmaktadır. Kanalların ısı transferi etkinliğinin yanı sıra kanatçık geometrilerinin imalat kolaylığı da önemli bir konudur.

Radyatör hava kanallarında gerçekleşen akış, tam gelişmiş akış bölgesi, hidrodinamik ve termal yönden giriş bölgesi olmak üzere iki kısımda incelenmektedir. Havanın radyatör peteklerine doğru hareketi bir vantilatör yardımı ile ya da taşıtın hareketinden doğan akış sayesinde gerçekleştirilmektedir. Radyatör mikro hava kanallarındaki giriş bölgesi uzunluğu hidrolik çapın 5-10 katı kadar olup toplam kanal uzunluğunun en fazla % 20'si gibi küçük bir değerden ibarettir [67]. Kanalin geri kalan kısmında gerek hidrodinamik gerek termal yönden tam gelişmiş akış oluşmaktadır. Radyatörlerde ortam havası ile radyatör arasındaki ısı transferinin etkinliği hem radyatör hava kanallarının yüzey genişliğine, hem de kanalların içerisindeki ısı taşınım katsayısına bağlıdır. Farklı hava kanalı kesitlerinin farklı ısı transferi karakteristikleri görülmektedir. Chen ve ark. tepe açıları 15, 30, 60 ve 90 derece olan düzgün üçgen kanalların ısı transferi ve sürtünme kaybı karakteristiklerini hem sabit duvar sıcaklığı hem de sabit ısı akışı şartı ile araştırmışlardır [71]. Poiseuille sayısının  $f Re$  değerlerini 50,079; 51,931; 53,078 ve 52,313 olarak, sabit duvar sıcaklığı için Nusselt sayısının değerlerini 1,901; 2,278; 2,500 ve 2,363 olarak, sabit ısı akışı için Nusselt sayısının değerlerini 2,623; 2,928; 3,124 ve 2,997 olarak belirlemişlerdir. Zang ve Niu farklı yükseklik/genişlik oranları için sinüzoidal kesitli kanallardaki sürtünme faktörünü ve ısı transferini sabit duvar sıcaklığı şartı kullanarak analiz etmişlerdir [67]. Sırasıyla 2; 1,5; 1; 0,75 ve 0,5 yükseklik/genişlik oranları için  $fRe$  nin değerlerini 58,304; 55,736; 51,688; 49,304 ve 44,692 olarak, Nusselt sayısının değerlerini 2,658; 2,614; 2,463; 2,317 ve 2,135 olarak belirlemişlerdir. Velusamy ve Garg eliptik kanallardaki sürtünme faktörü ve ısı transferini sabit ısı akışı şartı kullanarak analiz etmişlerdir [72]. Sırasıyla 0,7; 0,5; 0,3; 0,1 yükseklik/genişlik oranları için  $fRe$  nin değerlerini 64,952; 67,276; 71,556 ve 77,228 olarak, Nusselt sayısının değerlerini 4,417; 4,552; 4,802 ve 5,125 olarak belirlemişlerdir.

Sadasivam ve ark. yamuk ve altıgen kanallardaki hidrodinamik sürtünme ve ısı transferini dört farklı trapezoid açısı ve farklı kenar oranları için hem sabit ısı akışı hem de sabit duvar sıcaklığı şartı altında incelemişlerdir [73]. Campo ve ark. sinüs dalgası, eşkenar dörtgen, hilal ay ve dört sivri uçlu yıldız (four cusped duct) kanallardaki hidrodinamik sürtünme faktörü ve ısı transferini incelemişlerdir [74]. Yazarlar sivri uçlu yıldız kanal için  $fRe$ 'nin değerini 26,55; sabit duvar sıcaklığı için Nusselt sayısının değerini 1,10 olarak vermişlerdir. Termal ve hidrodinamik yönden tam gelişmiş akıştaki ısı transferinin analizi tam gelişmiş akışın momentum denklemi ve enerji denkleminin çözümünü ve koordinat dönüşümünü gerektirmektedir. Dönüştürülen denklemleri sayısal olarak sonlu hacim yöntemi ile çözülmüşlerdir. Bu algoritmanın en önemli avantajı; nispeten daha yüksek doğruluk, daha

az grid sayısı kullanımı ve çözüm işlemi daha hızlı olmasıdır. Yazarlar, bulguları, ısı transferi literatüründe mevcut bulgularla karşılaştırmış ve % 3,5'e kadar olan sapmaların olduğunu ifade etmişlerdir. Sıcak gaz şeklindeki ısı kaynaklarını (egzoz gazı vs.) dikkate alarak Karabulut ve ark. Stirling motorları için kabuk ve kanatçıklı tüp türünden bir ısı eşanjörü tasarlamışlar ve ısı transferi analizlerini yapmışlardır [75]. Tasarlanan cihaz paralel akışlı bir ısı eşanjörü olup silindirik tüplerden sıcak gaz geçerken, silindirik tüplerin dışarısında oluşan kanallardan Helyum gazı geçmektedir. Helyum gazı tarafındaki kanalların hidrolik çapı çok çok küçük tutularak hem ısı transferi iyileştirilmiş hem de Stirling motorunun ölü hacmi sınırlı tutulmuştur.

Boru veya kanallardaki ısı transferi üzerinde etkili olan önemli faktörlerden birisi türbülanstır. Deneysel çalışmalar Reynolds sayısının 12 000'den küçük olduğu hallerde türbülansın ısı transferi üzerindeki etkisinin göz ardı edilebileceğini göstermektedir [76]. Silindirik ve silindirik olmayan kanallardaki ısı transferi üzerinde etkisi olan bir diğer faktör sıkışıklık faktörüdür. Sıkışır akışkanların bir kanal içerisindeki akışı esnasında hacim artışı ya da azalması olduğu için hız profili sürekli bir değişim sergiler ve tam gelişmiş akış profili oluşmaz. Bu sebeple sıkışır akışkanların kanal içerisindeki akışında oluşan ısı transferini matematiksel olarak modellemek oldukça karmaşık bir problem olarak ortaya çıkmaktadır. Bununla birlikte Mach sayısı 1/3 den küçükse yoğunluk değişimi göz ardı edilebilir ve sıkışmaz akış yaklaşımı ile ısı transferi modellemesi yapılmaktadır [62, 77].

Tam gelişmiş akışta en çok kullanılan boyutsuz hız ve boyutsuz sıcaklık tanımlamaları  $w = W \frac{D^2}{\mu} \frac{dp}{dz}$ ,  $\theta(x, y) = \frac{T - T_\infty}{T_b - T_w}$ ,  $\theta(x, y) = \frac{T_w - T}{T_w - T_c}$  ve  $\theta(x, y) = \frac{T_w - T}{T_w - T_b}$  şeklinde olup, bu tanımlamalarda bulunan  $W$  ve  $\theta$  fonksiyonları yalnız akışa dik koordinatlara bağlıdır [5, 78-80]. Boyutsuz hız eşitliğinde bulunan  $D$ ; bir karakteristik uzunluğu göstermekte olup hidrolik çap da olabilir. Yukarıda tanımlanmış olan boyutsuz sıcaklık eşitliklerinde  $T_w$  duvar sıcaklığını,  $T_b$  kanalın herhangi bir kesitindeki bulk sıcaklığını,  $T_\infty$  ortam sıcaklığını ve  $T_c$  kanalın merkezindeki sıcaklığı göstermektedir.

Bir hava kanalı eşkenar üçgen, parabolik ve sinüzoid gibi simetrik bir kesite sahipse hız ve sıcaklık alan denklemlerinin kanalın yarım ya da çeyrek bölgesinde çözülmesi yeterli



olmaktadır [73, 81, 82]. Böyle hallerde simetri eksenini üzerinde türevsel sınır şartları (Neumann tipi sınır şartları) kullanılmaktadır.

Muhtelif geometrilere haiz kanallarda laminar akıştaki ısı transferini incelemek için çok sayıda teorik ve deneysel çalışma yapılmış olup, 1972'den önce yapılan teorik çalışmaların bir kısmının sonuçları Shah ve London tarafından hazırlanan bir raporda görülmektedir [5]. Bu araştırmalarda normalize edilmiş alan denklemlerinin sonlu farklar yaklaşımı, kuvvet serileri ve Least-Square yaklaşımları ile çözüldüğü ifade edilmektedir.

Mikro kanalların hidrolik çapları 1 mm'den az olduğunda momentum ve enerji denklemlerinin çözümü ile gaz akışkanlar için elde edilen ısı transferi karakteristikleri pratik bulgularla benzeşmemektedir. Bu farklılaşmanın sebebi yeterince anlaşılmamış olmakla birlikte dar kanallardaki akışta gaz moleküllerinin serbest titreşim yol uzunluğu ile ilişkili olacağı ifade edilmektedir [83]. Otomobil radyatörlerinde kullanılan kanalların hidrolik çapları ekseriyetle 1 mm'den büyük olduğu için ısı analizlerin klasik teoriyle yapılmasında bir sakınca görülmemektedir.

Hava kanalının geometrisi koordinat sistemi ile uyumlu ise, tam gelişmiş ısı transferi problemleri için analitik bir çözüm bulunabilmektedir [73, 84]. Tam gelişmiş hız ve sıcaklık alanları için 1972'den önce elde edilen analitik çözümler Shah ve London tarafından derlenmiştir [5]. Aydın ve Avcı analitik olarak iki paralel plaka arasındaki zorlanmış konvektif ısı transferini araştırmışlardır [78]. Analiz, duvardaki viskoz dağılım, hız kayması ve ani sıcaklık değişimlerini içermektedir. Araştırmacılar sabit ısı akısı ve sabit duvar sıcaklık şartlarının her ikisi üzerine inceleme yapmışlardır.

Ray ve Misra yuvarlak köşeli kare ve eşkenar üçgen şeklindeki kanallarda hidrodinamik ve termal olarak tam gelişmiş akışın ısı transferi karakteristiklerini belirlemek için bir analitik çalışma yapmışlardır [85]. Momentum ve enerji denklemlerini ilk önce Laplace denklemlerine dönüştürmüş ve daha sonra sınır koşulları olmaksızın Laplace denklemini cebirsel-trigonometrik polinomlar kullanılarak çözmüşlerdir. Sınır koşullarını, polinomların sabitleriyle ile sağlamışlardır. Bu amaçla, Nokta Eşleştirme Metodu ve En Küçük Kareler ile Eşleştirme Metodu olarak adlandırılan iki farklı yöntemi kullanmışlardır [6].

Moharana ve Khandekar tek veya çift bağlantılı kesit alanı düzgün olamayan kanallarda tam gelişmiş hız alanının çözümü için yarı analitik bir yaklaşım önermişlerdir [86]. Bu yaklaşım sınır koloaksiyon tekniği olarak adlandırılmıştır. Shahsavari ve ark. hiper-eliptik ve düzenli çokgen kesitli farklı mikro/mini akış kanallarının akış ve ısı transferi özelliklerini incelemişlerdir [87]. Enerji denkleminde, ısıнын akış yönündeki iletimini ihmal etmişlerdir. Akışı ve ısı transferini yöneten denklemlerin çözümleri eksenel ve çevresel sabit ısı akışı için En Küçük Kareler ile Eşleştirme yöntemi kullanılarak elde etmişlerdir. Analizden elde edilen Poiseuille ve Nusselt sayıları literatür verileri ile karşılaştırıldığında % 3'ten az sapma göstermektedir [5, 6].

Radyatör hava kanal kesitlerinin çoğu düzensiz çözüm bölgeleri ile sınırlı olup, akış yönünde düz veya dalgalı bir profile sahiptir. Bu gibi durumlarda yönetici denklemlerin çözümü, orijinal fiziksel  $(x, y)$  alanından bir  $(\psi, \eta)$  hesaplama alanına dönüştürülmesi yoluyla sayısal olarak başarılabilmektedir. Bu yeni koordinat sistemi, sınıra uyumlu (boundary fitted) koordinat sistemi olarak adlandırılmaktadır. Akış alanını ve sıcaklık alanını yöneten dönüştürülmüş denklemler değişken katsayılarla, sağ tarafa ve çapraz türevlere sahip karmaşık denklemler haline gelir. Öte yandan, çözüm alanı eşit aralıklı gridler için uygun hale gelir ve sayısal çözüm yeterince kolaylaşır. Sınıra uyumlu koordinat sistemleri üzerinde yapılan çalışmaların ilki Winslow tarafından 1966'da yapılmıştır [68]. Sınıra uyumlu koordinat sistemlerinin ortogonal ve ortogonal olmayan olmak üzere iki türü vardır.

Thompson ve ark. iki boyutlu karmaşık çözüm bölgeleri için sayısal bir koordinat transformasyonu geliştirerek çözüm bölgesinin bütün sınırlarını koordinat sistemi ile uyumlu hale getirmişlerdir [88]. Bu yöntemde kullanılan koordinat sistemi sınıra uyumlu ortogonal bir koordinat sistemi olup koordinatların nodal değerleri, Poisson denklemlerinin Dirichlet tipi sınır koşullarıyla sayısal çözümünden elde edilmiştir. Thompson ve ark. 1982 yılında yaptıkları bir derlemede kısmi diferansiyel denklemlerin sayısal çözümünde kullanılan sınıra uyumlu (boundary fitted) koordinat sistemleri hakkında kapsamlı bir literatür bilgisi sunmuşlardır [89]. Uzun ve Ünsal bu yöntemi ısı eşanjörlerinde kullanılan üçgen, eşkenar dörtgen, sinüzoidal ve bazı diğer düzensiz kesitlere uygulamışlardır [90]. Huang ve Yang boru demetlerinin arasında oluşan kanallardaki akış ve ısı transferi problemlerini sınıra uyumlu ortogonal koordinat sistemleri kullanarak çözmüşlerdir [91]. Cheng ve Wu kesit alanı düzensiz kanalların ısı transferi karakteristiklerini incelemek için

kanal kesitlerini sınıra uyumlu ortogonal (boundary fitted) koordinat sistemi ile düzenli bir çözüm bölgesine dönüştürmüşlerdir [65]. Niu ve Zhang bal peteği benzeri kanalların ısı transfer özelliklerini, sınıra uyumlu ortogonal koordinat sistemleri kullanarak belirlemişlerdir [66, 67].

Çözüm alanı çok karmaşık sınırlara sahip ise, sınıra uyumlu ortogonal koordinatların uygulanması zorlaşmaktadır. Bu gibi durumlarda, ortogonal olmayan sınıra uyumlu koordinat sistemi tercih edilmektedir. Ortogonal olmayan sınıra uyumlu koordinat sistemi, üçgen ve sinüzoid gibi basit kesitli alanlarda belirli avantajlara sahiptir. Chen ortogonal olmayan koordinat dönüşümü için genelleştirilmiş bir yöntem ortaya koymuştur. Yazar, sıkıştırılmaz akış denklemlerinin çözümünde bu yöntemi kullanmıştır [92]. Dönüştürülen denklemler sonlu fark yöntemi kullanılarak ayrıklaştırılmıştır. Yazar, ayrıca uzay mekiği motor nozulunun akış problemi için bir FORTRAN kodlamasını da yapmıştır. Sankaranarayanan ve Spaulding sıgı su denklemlerinin çözümünde sınıra uyumlu ortogonal olmayan bir koordinat dönüşümü kullanmışlardır [93]. Yazarlar grid açısı azaldığında yuvarlama hatasının arttığını ve iteratif çözümün yakınsaması için daha fazla gride ihtiyaç duyulduğunu belirtmişlerdir. De ve Dalal bir kontrol hacim içerisinde bulunan eğik bir küp etrafında görülen doğal bir konveksiyon probleminin çözümü için, sınıra uyumlu ortogonal olmayan koordinat sistemi kullanmışlardır [94]. Maliska ve Raithby sınıra uyumlu ortogonal olmayan koordinat dönüşümünü kullanarak iki ve üç boyutlu akışın hesaplanması için yeni bir hesaplama yöntemi geliştirmişlerdir [95]. Bu çalışma, Thompson ve arkadaşlarının sunduğu sınıra uyumlu koordinat dönüşümünün bir uygulamasıdır [96].

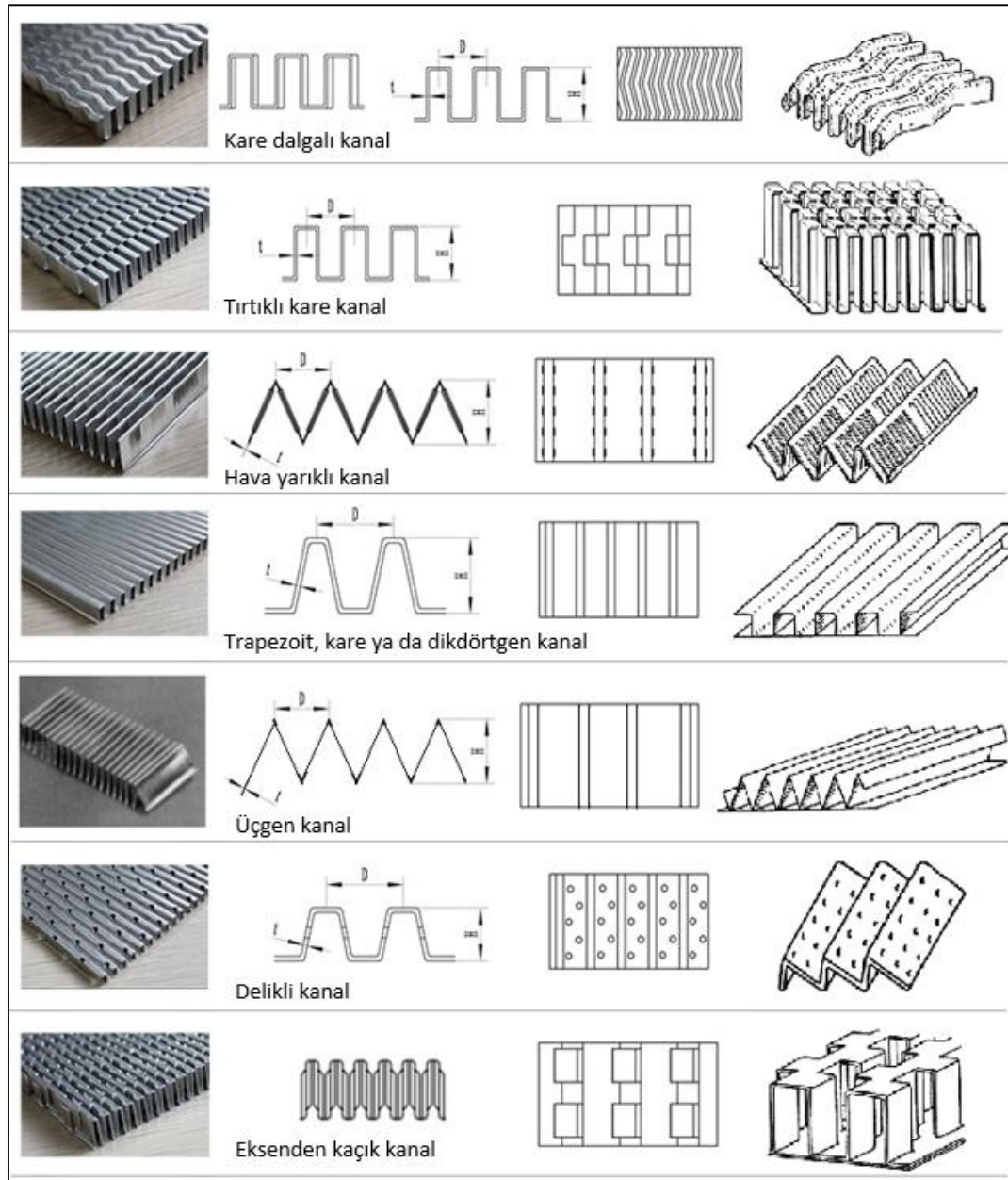
Bazı radyatörlerde, hava kanalının akışa dik kesiti iki veya daha fazla simetrik kısımdan oluşmaktadır. İkizkenar üçgen, altıgen, sinüzoidal ve yamuk gibi kanallar bu tip hava kanallarıdır. Bu gibi durumlarda, kesitin simetrik kısımlarından sadece biri sınıra uyumlu bir hesaplama alanına dönüştürülür. Sadasivam ve ark. çift trapezoidal (altıgen) ve tek trapez biçimli kesitleri simetrik bölümlere ayırarak sınıra uyumlu koordinat dönüşümü yaparak düzenli bir hesaplama alanlarına dönüştürmüşlerdir [73]. Bu çalışmada, yazarlar diğerlerinden farklı olarak, cebirsel olarak tanımlanmış koordinat dönüşümleri kullanmışlardır. Bu hesaplama alanının simetri sınırında türevsel sınır şartı (Neumann tipi) kullanılmışlardır.

Düzensiz alanlar üzerinde tam gelişmiş akış ve sıcaklık alan denklemlerinin sayısal çözümü sınıra uyumlu koordinat dönüşümü yapılmadan da gerçekleştirilebilmektedir. Chen ve ark. sabit duvar sıcaklığı için modifiye edilmiş enerji denklemini özdeğer problemi olarak ele almış ve özdeğerler sayısal olarak tespit edilmiştir [71]. Yazarlar elde ettikleri bulguları, Shah and London tarafından yayınlanan sonuçlar ile karşılaştırmışlar ve sonuçların uyumlu olduğunu ifade etmişlerdir [5].

Bu çalışmada otomobil radyatörlerinin hava kanallarını tasarımında kullanılmak üzere bir algoritmanın geliştirilmesi hedeflenmektedir. Bu kapsamda önce muhtelif geometrilere sahip radyatör hava kanallarındaki tam gelişmiş akış ve ısı transferi incelenerek ısı transferi ve hidrodinamik akış kayıpları belirlenecektir. Akış ve sıcaklık alan denklemlerinin doğal koordinat sistemindeki düzgün olmayan çözüm bölgeleri uygun koordinat transformasyonları kullanılarak düzgün çözüm bölgelerine dönüştürülecektir. Dönüştürülmüş denklemlerin çözümü için sayısal bir algoritma geliştirilecektir. Daha sonra radyatör hava kanallarının tamamını kapsayacak biçimde 3 boyutlu bir akış ve ısı model geliştirilecektir.

#### 4. TEORİK YÖNTEMLERLE RADYATÖR HAVA KANALLARININ AKIŞ VE ISI TRANSFERİNİN İNCELENMESİ

Şekil 4.1’de otomotiv radyatörlerinde kullanılan hava kanal çeşitleri görülmektedir. Hava kanalları; kare, dikdörtgen, üçgen, trapezoid, sinüzoid ve parabol gibi kesit alanlarına sahiptir. Kanalların akış doğrultusundaki profilleri düz, dalgalı, tırtıklı veya eksenden kaçık olarak üretilebilmektedir. Radyatör hava kanallarının akışa dik boyutları akış doğrultusundaki boyuta göre çok çok küçük olduğu için, kanal içerisinde gerçekleşen akış büyük ölçüde tam gelişmiş laminar akış olarak gerçekleşmektedir.



Şekil 4.1. Radyatör hava kanalı çeşitleri [97]

Bu bölümde ikizkenar üçgen, sinüzoid ve parabolik kesitli düz bir akış doğrultusuna sahip radyatör kanallarının akış ve ısı transferi incelenmektedir. Düz akış doğrultulu hava kanalları dışında yarıklı, tırtıklı ve eksenden kaçık akış doğrultulu hava kanallarının, akış ve ısı transfer analizleri gözenekli ortam model yaklaşımları ile de incelenebilmektedir. Bu tip yaklaşımları yöneten denklemler ve nümerik çözüm yöntemleri çok karmaşık olduğundan, ANSYS gibi bir paket program kullanmayı gerektirmektedir. Otomotiv radyatörlerinde su kanallarında bulunun soğutucu akışkanın ısı taşınım katsayısı havaya göre çok yüksektir. Bundan dolayı radyatörde ısı taşınım katsayısının düşük olduğu hava kanalı tarafında akış ve ısı transferi üzerinde inceleme yapmak yeterli olmaktadır.

Bir hava kanalı; ikizkenar üçgen, eşkenar üçgen, parabolik ve sinüzoid gibi simetrik bir kesite sahipse hız ve sıcaklık alan denklemlerinin kanalın yarım bölgesinde çözülmesi yeterli olmaktadır [21, 73, 81]. Böyle hallerde simetri eksenini üzerinde türevsel sınır şartları (Neumann tipi sınır şartları) kullanılmaktadır. Bu bölümde, momentum ve ısı alan denklemlerinin çözümü parabolik kanalda kanalın tam kesiti üzerinde, üçgen ve sinüzoid kanallarda yarım kesit üzerinde yapılmaktadır. Enerji (ısı alan ya da sıcaklık alan) denkleminin çözümünde iki farklı termal duvar sınır şartı kullanılmaktadır. Bunlar; kanal duvar sıcaklığının hem eksenel hem de çevresel yönde sabit olduğu T sınır şartı ve kanal cidarı üzerinde eksenel yönde sabit ısı akısının ve çevresel yönde sabit duvar sıcaklığının olduğu H1 sınır şartlarıdır. Termal duvar şartı T kanalda gerçekleşebilecek minimum ısı transferi miktarının belirlenmesine olanak sağlarken termal duvar şartı H1 kanalda gerçekleşebilecek maksimum ısı transferi miktarının hesaplanmasını sağlamaktadır. Bu iki termal duvar şartı gerçekleşebilecek ısı transferinin maksimum ve minimum sınır değerlerini verdiği için seçilmiştir. Momentum ve enerji denklemlerinin çözümünü yapabilmek için düzgün olmayan hava kanalı kesitleri koordinat transformasyonu ile düzgünleştirilmektedir.

Matematik model aşağıdaki kabullere göre oluşturulmuştur.

1. Koordinat elemanı z eksenel doğrultuyu gösterirken x ve y akışa dik doğrultuları göstermektedir.
2. Sıvı sıkıştırılmaz bir Newtonian akışkanıdır.
3. Akış, sürekli laminar rejimlidir.
4. Kanalların kesitleri z yönünde tekdüzedir.
5. Akışkanın termo fiziksel özellikleri sabittir.

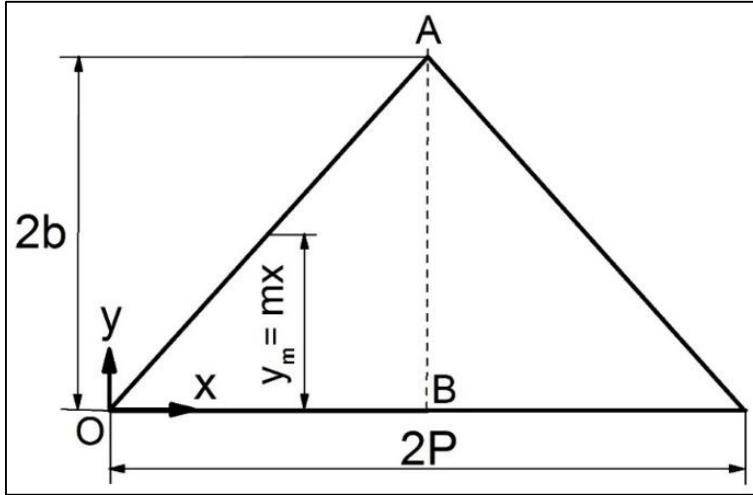
6. Viskoz sürtünmeden sıcaklık değişimi önemsizdir.
7. Kanalin çevresi ve kesit alanı sabittir.
8. Yüzey pürüzlülüğünün etkisi önemsizdir.

#### 4.1. Kanal Kesitlerinin Normalizasyonu

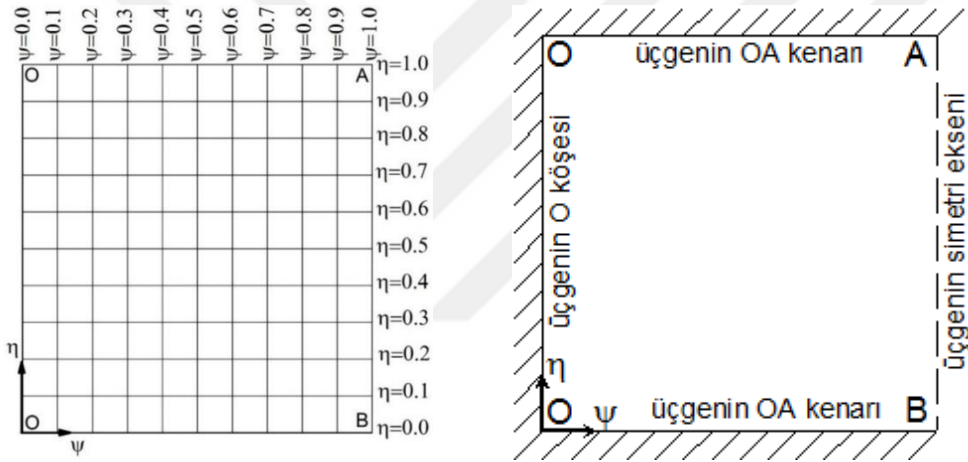
Üçgen, sinüzoid ve parabolik kanalların kesitleri düzensiz olduğundan yönetici denklemlerin sayısal çözümü bir takım zorluklar ihtiva etmektedir. Bu zorluklar kesit alanı içerisindeki düzensiz gridlerden kaynaklanmaktadır. Bu sebeple problemin doğal çözüm bölgesi olan düzensiz kesit alanını düzenli bir bölgeye dönüştürülmesi gerekmektedir. Kanal kesitlerini düzenli çözüm bölgesine dönüştürmek için üçgen, sinüzoid ve parabolik kanal profillerinin matematiksel tanımlaması yapılmış ve kanalların akış kesitleri uygun koordinat dönüşümleri kullanılarak düzgün çözüm bölgelerine dönüştürülmüştür. Bu işleme kısaca normalizasyon denilmektedir. Aslında normalizasyon demek yönetici denklemlerin çözüm bölgesinin şekline göre uygun bir koordinat transformasyonu kullanarak düzenlenmesidir. Bu normalizasyon sonucunda akış ve ısı transferi denklemlerinin çözümleri, çözüm bölgesi birim kare olan bir alan üzerinde gerçekleştirilmiştir.

##### 4.1.1. İkizkenar üçgen kanal

Üçgen kanalların çok farklı şekilleri mevcut olmakla birlikte ısı eşanjörlerinde daha çok simetrik kanallar kullanılabilir. Şekil 4.2’de simetrik bir üçgen kanal ve kullanılan koordinat elemanları görülmektedir. Üçgen kanalın gerçek kesit alanının tamamını matematiksel bir çözüm bölgesine dönüştüren bir transformasyon belirlemek kolay değildir. Bu zorluğu ortadan kaldırmanın yolu üçgenin alanını iki simetrik parçaya ayırarak sadece parçalardan bir tanesini uygun bir transformasyon kullanarak düzenli bir çözüm bölgesine dönüştürmektir. Bu durumda çözüm bölgesinin sınırlarından birisini üçgenin simetri eksenini oluşturacaktır.



Şekil 4.2. Simetrik üçgen kanal ve koordinat elemanları



Şekil 4.3. Üçgen kanalın yarı kesitinin  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemindeki görünüşü

Şekil 4.2'te görülen AOB bölgesi çözüm bölgesi olarak seçilmiştir. Bu bölgenin kare şeklinde bir çözüm bölgesine (computational domain) dönüştürülebilmesi için,

$$\psi = \frac{x}{P} \quad (4.1)$$

$$\eta = \frac{y}{mx} \quad (4.2)$$

dönüşümleri kullanılmaktadır. İkizkenar üçgenin yeni koordinat sistemine transformasyonu sonucunda Şekil 4.2'deki AOB üçgeninin  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemindeki görünüşü Şekil



4.3'teki gibi olmaktadır. Üçgenin köşelerinde bulunan O, A ve B noktalarının kare üzerindeki yerleri şekilde görülmektedir. Son şekilden de görüldüğü üzere gerçek üçgenin sol köşesinde bulunan O noktası yeni çözüm bölgesinde karenin bir kenarını oluşturmaktadır. Bu transformasyon sonucunda AOB üçgeni, yeni çözüm bölgesi üzerinde koordinatları  $0 \leq \psi \leq 1$  ve  $0 \leq \eta \leq 1$  aralığında değişen kare şeklinde bir alana dönüşmektedir.

Eş. (4.1) ve (4.2)'de verilen x ve y koordinat değişkenleri normalize edilecek olan yeni çözüm bölgesinin değişkenleri  $\psi$  ve  $\eta$  ile  $x = P\psi$  ve  $y = \eta m P\psi$  olarak ifade edilebilmektedir.  $P$  üçgen kanalın taban uzunluğunun yarısını,  $m$  Şekil 4.2'de görülen AO kenarının eğimini göstermektedir. Bu bilgiler dahilinde koordinat değişkenleri  $(x, y)$  yeni koordinat değişkenleri  $(\psi, \eta)$  cinsinden

$$x = f(\psi) \quad (4.3)$$

$$y = g(\psi, \eta) \quad (4.4)$$

şeklinde fonksiyonlar ile ifade edilebilmektedir. Koordinat düzlemi  $(x, y)$ 'de tanımlı olan eşitliklerin  $(\psi, \eta)$  koordinat dönüşümü için ilk iş olarak Eş. (4.3) ve (4.4)'ün x'e göre türevleri

$$\frac{dx}{d\psi} = \frac{\partial f}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4.5)$$

$$\frac{dy}{d\psi} = \frac{\partial g}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (4.6)$$

ve Eş. (4.3) ve (4.4)'ün y'ye göre türevleri,

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\partial f}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (4.7)$$

$$\frac{dy}{dy} = \frac{\partial g}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial g}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (4.8)$$

olarak belirlenir. Eş. (4.1) ve (4.2)'den yararlanarak sırasıyla Eş. (4.5), (4.6), (4.7) ve (4.8) yeniden düzenlenerek,

$$1 = P \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4.9)$$

$$0 = Pm\eta \frac{\partial \psi}{\partial x} + Pm\psi \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (4.10)$$

$$0 = P \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (4.11)$$

$$1 = Pm\psi \frac{\partial \eta}{\partial y} + Pm\eta \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (4.12)$$

eşitlikleri elde edilir. Son dört eşitlik sırasıyla

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{P} \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{\eta}{P\psi} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{Pm\psi} \quad (4.16)$$

yeniden düzenlenebilmektedir. Doğal koordinat sistemi  $(x,y)$  koordinatında akışkanın herhangi bir büyüklüğü (hız, sıcaklık vb.)  $\Phi$  fonksiyonu olarak sembolize edilirse yeni

$(\psi, \eta)$  koordinat sisteminde  $\Phi$  fonksiyonu hem  $\psi$  hem de  $\eta$ 'ya bağlı bir fonksiyon olacaktır. Söz konusu  $\Phi$  büyüklüğünü kapsayan bir denklemin yeni  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemine dönüştürülebilmesi için  $\Phi$  büyüklüğünün  $x$  ve  $y$ 'ye göre birinci ve ikinci mertebeden türevlerine ihtiyaç duyulmaktadır.  $\Phi$ 'nin  $x$  ve  $y$ 'ye göre birinci mertebeden türevleri,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (4.18)$$

şeklinde ifade edilebilir. Son iki eşitlik, Eş. (4.13), (4.14), (4.15) ve (4.16)'dan yararlanarak,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} \frac{1}{P} - \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\eta}{P\psi} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{1}{mP\psi} \quad (4.20)$$

şeklinde yeniden düzenlenmektedir. Büyüklük  $\Phi$ 'nin  $x$  ve  $y$  eksenlerine göre ikinci mertebeden türevi,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} \frac{1}{P} - \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\eta}{P\psi} \right) \frac{1}{P} - \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} \frac{1}{P} - \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\eta}{P\psi} \right) \frac{\eta}{P\psi} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{1}{mP\psi} \right) \frac{1}{mP\psi} \quad (4.22)$$

şeklinde ifade edilebilir. Son iki denklem yeniden düzenlenerek,

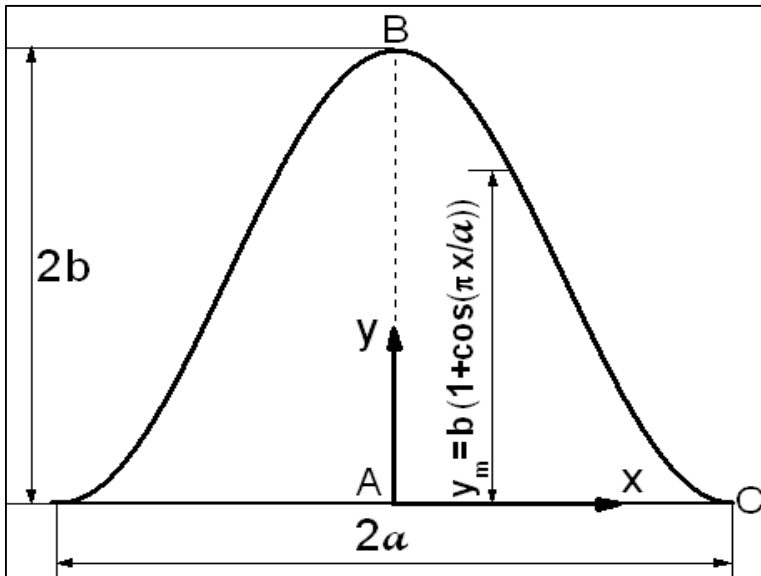
$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \psi^2} \frac{1}{P^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta \partial \psi} \frac{2\eta}{P^2\psi} + \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{2\eta}{P^2\psi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} \frac{\eta^2}{P^2\psi^2} \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} \frac{1}{m^2 P^2 \psi^2} \quad (4.24)$$

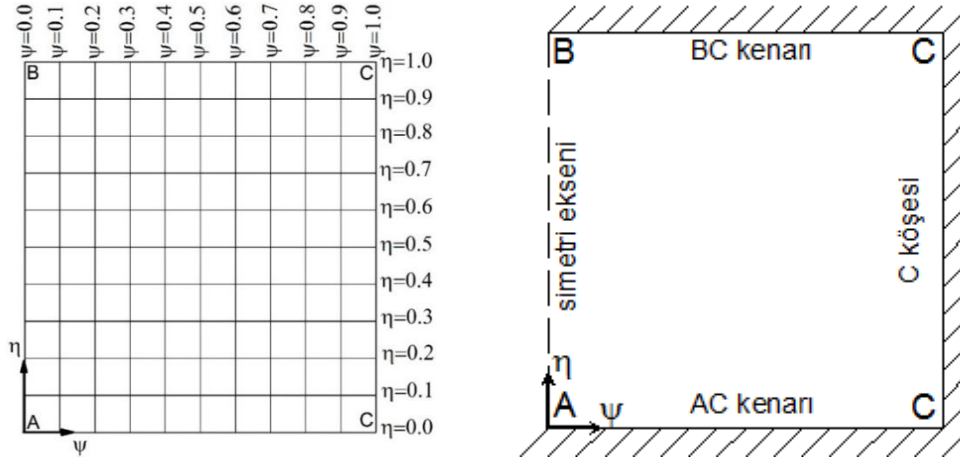
şeklinde ifade edilmektedir. Eş. (4.19), (4.20), (4.23) ve (4.24) aracılığıyla doğal koordinat sistemi  $(x, y)$  çözüm bölgesi üzerinde akış ve ısı transferini yöneten denklemler yeni  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemine dönüştürülebilmektedir. Bu sayede kanalın kesit alanı kare bir çözüm bölgesi üzerinde tanımlanmakta, çözüm yapmayı daha kolay hale getirmektedir.

#### 4.1.2. Sinüzoit kanal

Şekil 4.4'te bir sinüzoit kanal ve kullanılan koordinat elemanları görülmektedir. Üçgen kanalda olduğu gibi sinüzoit kanalda da gerçek kesit alanının tamamını matematiksel bir çözüm bölgesine dönüştüren bir transformasyon belirlemek kolay değildir. Bu zorluğu ortadan kaldırmanın yolu sinüzoit kanalın alanını iki simetrik parçaya bölerek sadece parçalardan bir tanesini uygun bir transformasyon kullanarak düzenli bir çözüm bölgesine dönüştürmektir. Şekil 4.4'te görülen y eksenine göre simetrik olan bölgenin sağ yarısı çözüm bölgesi olarak seçilmiştir.



Şekil 4.4. Simetrik sinüzoit kanal ve koordinat elemanları



Şekil 4.5. Sinüzoid kanalın yarı kesitinin  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemindeki görünüşü

Bu durumda çözüm bölgesinin sınırlarından birisi sinüzoid kanalın simetri eksenini oluşturacaktır. Bu bölgenin kare şeklinde bir çözüm bölgesine dönüştürülebilmesi için,

$$\psi = \frac{x}{\alpha} \quad (4.25)$$

$$\eta = \frac{y}{b \left( 1 + \cos \frac{\pi x}{\alpha} \right)} \quad (4.26)$$

transformasyonları uygulanabilir. Yine sinüzoid kanalda da bu koordinatların değişim aralıkları  $0 \leq \psi \leq 1$  ve  $0 \leq \eta \leq 1$  olur. Şekil 4.4'teki sağ yarım bölgenin Eş. (4.25) ve (4.26) ile tanımlanan  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemindeki görünüşü Şekil 4.5'teki gibi olur. Eş. (4.25) ve (4.26)'da verilen  $x$  ve  $y$  koordinat değişkenleri normalize edilecek olan yeni çözüm bölgesinin değişkenleri olan  $\psi$  ve  $\eta$  ile  $x = \alpha\psi$  ve  $y = \eta b (1 + \cos \pi\psi)$  şeklinde bağlantılıdır. Şekil 4.4'te ve son iki eşitlikte görülen  $\alpha$  kanal taban uzunluğunun yarısı,  $b$  maksimum kanal yüksekliğinin yarısını göstermektedir. Üçgen kanalda da olduğu gibi doğal koordinat sistemi  $(x, y)$  yeni koordinat sistemi  $(\psi, \eta)$ 'da  $x = f(\psi)$  ve  $y = g(\psi, \eta)$  fonksiyonları olarak ifade edilebilir. Koordinat düzlemi  $(x, y)$ 'de tanımlı olan sinüzoid kanalın  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemine dönüşümü için yine Eş. (4.4), (4.5), (4.6) ve (4.7) kullanılabilir. Eş. (4.25) ve (4.26)'dan yararlanarak (4.4), (4.5), (4.6) ve (4.7) eşitlikleri

$$1 = \alpha \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4.27)$$

$$0 = -\eta b \pi \sin(\pi \psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} + b[1 + \cos(\pi \psi)] \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (4.28)$$

$$0 = \alpha \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (4.29)$$

$$1 = b[1 + \cos(\pi \psi)] \frac{\partial \eta}{\partial y} - \eta b \pi \sin(\pi \psi) \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (4.30)$$

şeklinde düzenlenir. Son dört eşitlik sırasıyla yeniden düzenlenerek

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{\alpha} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\eta \pi \sin(\pi \psi)}{\alpha[1 + \cos(\pi \psi)]} \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{b[1 + \cos(\pi \psi)]} \quad (4.34)$$

eşitlikleri elde edilir. Akışkanın hız veya sıcaklık gibi herhangi bir büyüklüğü üçgen kanalda verildiği gibi bir  $\Phi$  fonksiyonu ile sembolize edilirse, yeni  $(\psi, \eta)$  koordinat sisteminde  $\Phi$  fonksiyonu hem  $\psi$  hem de  $\eta$  'ya bağlı bir fonksiyon olacaktır.  $\Phi$  fonksiyonunu kapsayan bir denklemin  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemine dönüşümü için üçgen kanal başlığı altında açıklanan prosedür burada da uygulanabilmektedir. Bu sebepten dolayı herhangi bir akış büyüklüğü  $\Phi$  için Eş. (4.17) ve (4.18)'de verilen birinci mertebenden türevler sinüzoid

kanal için de geçerli olmaktadır. Eş. (4.17) ve (4.18); Eş. (4.31), (4.32), (4.33) ve (4.34)'den yararlanarak  $\Phi$  'nin x ve y'ye göre birinci mertebeden türevleri

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} \frac{1}{\alpha} + \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\eta \pi \sin(\pi \psi)}{\alpha [1 + \cos(\pi \psi)]} \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{1}{b [1 + \cos(\pi \psi)]} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \quad (4.36)$$

olarak yazılabilmektedir.  $\Phi$  büyüklüğünün x ve y eksenlerine göre ikinci mertebeden türevi

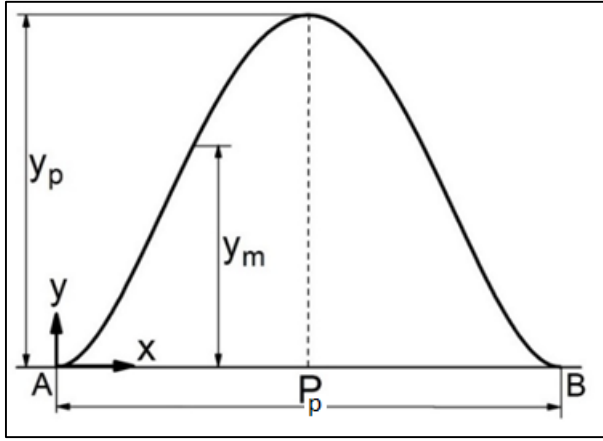
$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{1}{b^2 \alpha^2 (1 + \cos \pi \psi)^2} \left[ \begin{aligned} & b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \psi^2} + 2 \eta b^2 \pi \sin(\pi \psi) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \psi \partial \eta} + \\ & \eta b^2 \pi^2 (\cos \pi \psi + 1) \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + \eta^2 b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} + \\ & \eta b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2 \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \end{aligned} \right] \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} \frac{a^2}{\alpha^2 b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2} \quad (4.38)$$

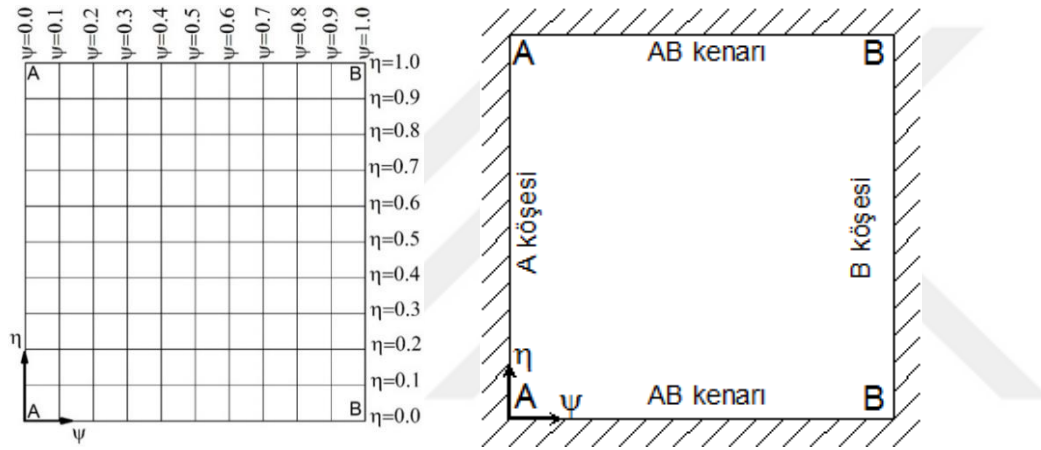
olarak belirlenir.

#### 4.1.3. Parabolik kanal

Parabolik kanal Şekil 4.6'da görüldüğü üzere yatay bir düz çizgi ile bir parabolik eğrinin oluşturduğu düşey eksene göre simetrik bir akış bölgesidir. Hidrodinamik ve ısı alan denklemleri parabolik bir kanalın yarısında ya da tamamında çözülerek ısı transferi incelenebilir. Bu araştırmada momentum ve enerji denklemlerinin parabolik kanalın tamamında çözülmesi yoluna gidilmiştir.



Şekil 4.6. Parabolik kanal ve koordinat elemanları



Şekil 4.7. Parabolik kanalın kesitinin  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemindeki görünüşü

Şekil 4.6'da görülen parabolik kanalın üst sınırı,

$$\frac{y_m}{y_p} = A \frac{x^5}{P_p^5} + B \frac{x^4}{P_p^4} + C \frac{x^3}{P_p^3} + D \frac{x^2}{P_p^2} + E \frac{x}{P_p} + F \quad (4.39)$$

şeklinde bir polinom ile tanımlanabilir. Bu eşitlikte  $P_p$ ,  $y_p$  ve  $y_m$  sırası ile parabolik kanalın taban genişliğini, kanal yüksekliğini ve kanalın profilini tanımlayan fonksiyonu göstermektedir. Son eşitlikte  $\frac{x}{P_p} = \psi$  dönüşümü yapılırsa,

$$y_m = (A\psi^5 + B\psi^4 + C\psi^3 + D\psi^2 + E\psi + F)y_p \quad (4.40)$$



olur. Bu eşitlikte,

$$\psi = 0, \quad y_m = 0, \quad y'_m = 0 \quad (4.41)$$

$$\psi = 0.5, \quad y_m = y_p, \quad y'_m = 0 \quad (4.42)$$

$$\psi = 1, \quad y_m = 0, \quad y'_m = 0 \quad (4.43)$$

nodal değerleri kullanılarak parabolik kanalın parabolik kenarının tanımı,

$$y_m = (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)y_p \quad (4.44)$$

olarak belirlenir. Şekil 4.6'daki parabolik kanalın kesitini kare şeklinde bir çözüm bölgesine dönüştürmek için

$$\psi = \frac{x}{P_p} \quad (4.45)$$

$$\eta = \frac{y}{(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)y_p} \quad (4.46)$$

şeklinde bir koordinat dönüşümünün yapılması mümkündür. Bu koordinatların değişim aralıkları  $0 \leq \psi \leq 1$  ve  $0 \leq \eta \leq 1$  olur. Şekil 4.6'daki parabolik kanalın  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemindeki görünüşü Şekil 4.7'deki gibi olmaktadır. Görüldüğü üzere Şekil 4.6'daki A ve B noktaları Şekil 4.7'deki çözüm bölgesinin düşey kenarlarıdır. Eş. (4.45) ve (4.46)'da verilen  $x$  ve  $y$  koordinat değişkenleri normalize edilecek olan yeni çözüm bölgesinin değişkenleri  $\psi$  ve  $\eta$  ile  $x = P_p\psi$  ve  $y = (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)y_p$  şeklinde bağıntılıdır. Bu bağıntılara göre  $x = f(\psi)$  ve  $y = g(\psi, \eta)$  olduğu görülmektedir. Üçgen ve sinüzoid kanalda olduğu gibi; koordinat düzlemi  $(x, y)$ 'de tanımlı olan parabolik kanalın  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemine dönüşümü Eş. (4.4), (4.5), (4.6) ve (4.7) kullanılarak yapılabilmektedir. Buna göre Eş. (4.4), (4.5), (4.6) ve (4.7) denklemleri Eş. (4.45) ve (4.46) ile yeniden düzenlendiğinde,

$$1 = P_p \frac{d\psi}{dx} \quad (4.47)$$

$$0 = \eta y_p (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi) \frac{d\psi}{dx} + \frac{\partial \eta}{\partial x} (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2) y_p \quad (4.48)$$

$$0 = P_p \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (4.49)$$

$$1 = \frac{\partial \eta}{\partial y} (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2) y_p \quad (4.50)$$

şeklinde olur. Son dört eşitlik yeniden düzenlenerek sırasıyla

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{1}{P_p} \quad (4.51)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\eta \frac{(64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)}{(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)} \frac{1}{P_p} \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2) y_p} \quad (4.54)$$

elde edilir. Sıcaklık veya hız gibi bir akış büyüklüğü tanımlayan  $\Phi$  fonksiyonunu içeren bir diferansiyel denklemin  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemine dönüşümü diğer kanallar için uygulanan prosedür ile yapılabilmektedir.  $\Phi$  'nin Eş. (4.17) ve (4.18) ile tanımlanmış olan birinci mertebe türevleri Eş. (4.51), (4.52), (4.53) ve (4.54) yardımı ile yeniden düzenlenerek

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial \psi} \frac{1}{P_p} - \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \eta \frac{(64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)}{(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)} \frac{1}{P_p} \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{1}{(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2) y_p} \quad (4.56)$$

elde edilir.  $\Phi$  'nin x ve y eksenlerine göre ikinci mertebeden türevleri,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = & \frac{(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2}{P_p^2 (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \psi^2} \\ & - \frac{2\eta (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)}{P_p^2 (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta \partial \psi} \\ & + \frac{\eta^2 (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)^2}{P_p^2 (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} \\ & + \left[ \frac{2\eta (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)^2 - \eta (192\psi^2 - 192\psi + 32)(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)}{P_p^2 (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2} \right] \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (4.57)$$

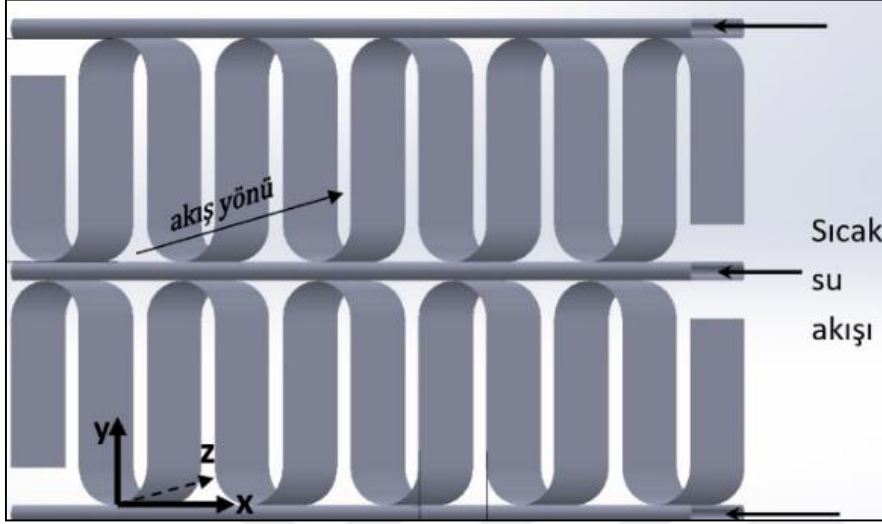
$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{1}{(16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2 y_p^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} \quad (4.58)$$

olarak belirlenir.

#### 4.2. Tam Gelişmiş Akış Bölgesinde Momentum Denklemi

Bir akış bölgesinin tam gelişmiş olarak kabul edilebilmesi için hem hidrodinamik yönden hem de termal yönden tam gelişmiş olması gerekmektedir. Hidrodinamik yönden tam gelişmiş akış, kesiti değişmeyen kanallarda görülen tek boyutlu bir akış modelidir. Bu durum sadece akışkanın sıkışmaz olduğu hallerde ortaya çıkmaktadır. Sıkıştırılabilir akışkanların bir kanal içerisindeki akışı esnasında hacim artışı ya da azalması olduğu için hız profili sürekli bir değişim sergiler ve tam gelişmiş akış profili oluşmaz. Akışkanın Mach sayısı 1/3'den

küçükse yoğunluk değişimi göz ardı edilebilir ve sıkışmaz akış yaklaşımı ile akış ve ısı transferi modellenmesi yapılır. Hidrodinamik yönden tam gelişmiş akışta, akışkan sıkışmaz olduğundan ve kanalın kesiti değişmediğinden akışın debisi de sabit olur.



Resim 4.1. Radyatörün koordinatları

Resim 4.1’de bir radyatörün koordinatları gösterilmiştir. Kanal kesitine paralel koordinatlar  $x$  ve  $y$  ile kanal kesitine dik koordinat ise  $z$  ile gösterilmektedir. Hidrodinamik yönden tam gelişmiş akışın, yalnızca kesit alanına dik doğrultuda ( $z$ ) akış bir hız bileşeni mevcuttur. Resim 4.1’de görülen koordinat düzenlemesine göre  $x$ ,  $y$  ve  $z$  doğrultusundaki hız bileşenleri sırası ile  $u$ ,  $v$  ve  $w$ ’dir. Kanalın kesiti sabit olduğundan akışkan kanal içerisinde sabit bir debi ile akmaktadır. Buna göre kanalda  $u = 0$  ve  $v = 0$  olup  $w \neq 0$  olur. Kanalın kesiti ve debisi değişmediğinden akışkan  $z$  yönünde sabit bir hız ile ilerlemekte olup  $\frac{\partial w}{\partial z} = 0$  ve  $\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0$  olmaktadır. Akışa dik olan  $x$  ve  $y$  doğrultularındaki hız bileşenleri sıfır olduğundan akışı yöneten denklem  $z$  momentum denklemidir. Viskoz akışlar için  $z$  yönünde momentum denklemi

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} + \nu \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \quad (4.59)$$

olarak verilmektedir. Yukarıda açıklanmış olan tam gelişmiş akış şartlarına göre Eş. (4.59) yeniden düzenlenirse,

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dz} \quad (4.60)$$

olmaktadır. Eş. (4.60)'dan anlaşılacağı üzere tam gelişmiş akışın kanal içerisindeki hız dağılımı sadece akışa dik koordinatlara (x ve y) bağlıdır. Son eşitlikte bulunan  $\frac{dp}{dz}$  bir sabit olup bu sabite belirli bir değer verilerek söz konusu eşitlik çözülürse elde edilecek olan çözüm yalnız ve yalnız kullanılan  $\frac{dp}{dz}$  için geçerli olur. Aynı yükseklik/genişlik oranına sahip bütün kanallara için bir çözüm elde etmek için  $W$ 'nin boyutsuzlaştırılması gerekmektedir. Bunun için

$$w = W \frac{D_h^2}{\mu} \frac{dp}{dz} \quad (4.61)$$

şeklinde bir tanımlama yapılabilir. Son eşitlikte bulunan  $W$  akışkanın  $z$  yönündeki boyutsuz hızını,  $D_h$  kanal kesitinin hidrolik çapını göstermekte olup  $D_h$  yerine başka bir karakteristik uzunlukta kullanılabilir. Eş. (4.60)'ta verilen momentum denklemi Eş. (4.61) kullanılarak yeniden düzenlenirse

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = \frac{1}{D_h^2} \quad (4.62)$$

olur. Son eşitlik kesiti ne olursa olsun her türlü kanal için geçerli bir eşitliktir. Kanalın kesit geometrisi ile ilgili şartlar bundan sonra impoze edilmektedir.

#### 4.2.1. Farklı kesitler için hidrolik çapın hesaplanması

Eş. (4.62)'deki momentum denkleminin kullanılabilmesi için kanal kesitlerinin hidrolik çaplarının hesabı gerekmektedir. Kanallar için hidrolik çap

$$D_h = \frac{4A}{P_c} \quad (4.63)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Son eşitlikte  $A$  kanalın kesit alanını,  $P_c$  kanalın ıslak çevresini göstermektedir. Aşağıda üçgen, sinüzoid ve parabolik kanalların hidrolik çaplarının hesabı açıklanmaktadır.

#### Üçgen Kanalın Hidrolik Çap Hesabı

İkizkenar üçgenin alanını iki simetrik parçaya ayırılarak sadece parçalardan bir tanesi çözüm bölgesi olarak seçildiğinden, hidrolik çap ikizkenar üçgenin alanının yarısı için hesaplanmaktadır. Doğal koordinat sistemi  $(x, y)$  üzerinde ikizkenar üçgenin alanının yarısı,

$$A = \int_0^P m x dx \quad (4.64)$$

integrali ile hesaplanmaktadır. Son eşitliği çözümü ile alan,

$$A = \frac{1}{2} m P^2 \quad (4.65)$$

olarak hesaplanır. Transformasyon işleminin doğruluğunu kanıtlamak için  $A$  nın hesabı  $(\psi, \eta)$  koordinat sisteminde yapılmıştır. Yeni  $(\psi, \eta)$  koordinat sisteminde bir alanının diferansiyel hesabı EK-1’de verilmiş olup

$$dA = \left( \frac{\partial x}{\partial \psi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \psi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) d\eta d\psi \quad (4.66)$$

şeklinde olmaktadır. Son eşitlik ikizkenar üçgen için yeniden düzenlediğinde

$$dA = P^2 m \psi d\eta d\psi \quad (4.67)$$

olmaktadır. Normalize edilmiş çözüm bölgesi üzerinde koordinatların değişim aralıkları  $0 \leq \psi \leq 1$  ve  $0 \leq \eta \leq 1$  olduğu için Eş. (4.67);

$$A = P^2 m \int_0^1 \int_0^1 \psi d\psi d\eta \quad (4.68)$$

şeklinde integrallenebilmektedir. Bu integral sonucunda,

$$A = \frac{1}{2} m P^2 \quad (4.69)$$

elde edilir. Eş. (4.65) ve (4.69) aynı sonucu verdiğiinden transformasyonunun doğruluğu ispatlanmıştır.

Hidrolik çap hesabında ikizkenar üçgenin ıslak çevresinin de hesaplanması gerekmektedir. Şekil 4.2’de görülen ikizkenar üçgen üzerinde seçilen çözüm bölgesi AOB den geçen akışkan OA ve OB kenarlarına temas ederek geçmektedir. Bu sebeple ıslak çevre,

$$P_c = P \left( 1 + \sqrt{1 + m^2} \right) \quad (4.70)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. İkizkenar üçgenin hidrolik çapı Eş.(4.69) ve (4.70)’den

$$D_h = \frac{2mP}{1 + \sqrt{1 + m^2}} \quad (4.71)$$

olarak belirlenir. Sonuç olarak ikizkenar üçgenin yarım bölgesi için hesaplanan hidrolik çap ile tam bölge üzerinde hesaplanan hidrolik çap aynıdır. Bu sebeple diğer kanalların hidrolik çap hesapları tam bölge üzerinden hesaplanabilmektedir.

#### Sinüzoid Kanalın Hidrolik Çap Hesabı

Eş. (4.66)’dan yararlanarak yeni  $(\psi, \eta)$  koordinat sisteminde sinüzoid kanalın çözüm bölgesi alanının diferansiyeli

$$dA = \alpha b (1 + \cos \pi \psi) d\eta d\psi \quad (4.72)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Normalize edilmiş çözüm bölgesi üzerinde koordinatların değişim aralıkları  $0 \leq \psi \leq 1$  ve  $0 \leq \eta \leq 1$  olduğu bilgisinden yararlanarak son eşitliğin integralinden sinüzoit kanalın yarım bölgesinin alanı,

$$A = \alpha b \quad (4.73)$$

olarak belirlenir. Yarım bölgenin ıslak çevre uzunluğu,

$$P_c = \alpha + \int_{\psi=0}^{\psi=1} \sqrt{\alpha^2 + (b\pi \sin \pi\psi)^2} d\psi \quad (4.74)$$

ile hesaplanmaktadır. Eş. (4.73) ve (4.74) 'den sinüzoit kanal için hidrolik çap,

$$D_h = \frac{ab}{\alpha + \int_{\psi=0}^{\psi=1} \sqrt{\alpha^2 + (b\pi \sin \pi\psi)^2} d\psi} \quad (4.75)$$

şeklinde belirlenir.

#### Parabolik Kanalın Hidrolik Çap Hesabı

İkizkenar üçgen ve sinüzoit kanallarda hesaplandığı gibi Eş. (4.66)'yı kullanılarak yeni  $(\psi, \eta)$  koordinat sisteminde parabolik kanalın çözüm bölgesi alanının diferansiyeli

$$dA = P_p y_p (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2) d\eta d\psi \quad (4.76)$$

şeklinde tanımlanır. Son eşitliğin integralinden parabolik kanalın yüzey alanı,

$$A = \frac{8}{15} P_p y_p \quad (4.77)$$

olarak belirlenir. Parabolik kanalın yarım bölgesinin ıslak çevre uzunluğu,



$$P_c = P_p + \int_0^1 \sqrt{P_p^2 + y_p^2 (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)^2} d\psi \quad (4.78)$$

ile hesaplanmaktadır. Son iki eşitlik ile parabolik kanalın hidrolik çapı,

$$D_h = \frac{32P_p y_p}{15 \left( P_p + \int_0^1 \sqrt{P_p^2 + y_p^2 (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)^2} d\psi \right)} \quad (4.79)$$

şeklinde ifade edilebilmektedir.

### 4.3. Tam Gelişmiş Akış Bölgesinde Enerji Denklemi

İkizkenar üçgen, sinüzoid ve parabolik hava kanallarının ısı transfer analizi, akışın termal yönden tam gelişmiş olduğu bölgede, sabit duvar sıcaklığı şartı ve sabit ısı akısı şartı olmak üzere iki farklı duvar şartı ile incelenmiştir. Analizde kullanılan duvar şartları ile ilgili bilgiler “Radyatör Hava Kanalları” başlığı altında verilmiştir.

Herhangi bir ortamda gerçekleşen ısı transferini incelemek için enerji denklemine ihtiyaç duyulmaktadır. Enerji denkleminin genel şekli Eş. (2.44)’de verilmektedir. Bu eşitliğin sol tarafı konveksiyon terimlerinden, sağ tarafı kondüksiyon terimlerinden oluşmaktadır. Eş. (2.44)’ün sağ tarafındaki kondüksiyon terim gruplarından ikincisi, akışkanın sıkışır akış özelliği gösterdiği durumlarda geçerli olmaktadır. Radyatör hava kanallarında akışkanın hızı Mach sayısının 1/3 ünü geçmediği için akışkan (hava) sıkışmaz olarak kabul edilebilmektedir. Akışkanın sıkışmaz olduğu durumda Eş. (2.44);

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right\} \quad (4.80)$$

şeklinde olmaktadır. Son eşitliğin tam gelişmiş akış şartlarına göre yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. Şekil 4.8’de radyatör için verilen koordinatlara göre tam gelişmiş akış bölgesinde hızın x ve y bileşenleri sıfır olup yalnız z yönündeki bileşeni mevcuttur. Buna göre Eş. (4.80);

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\rho C_p}{k} w \frac{\partial T}{\partial z} \quad (4.81)$$

şeklinde kısıılır. Bu denkleme tam gelişmiş akışın konvektif enerji denklemi denilmektedir.

#### 4.3.1 Sabit ısı akısı şartı (H1 sınır şartı)

H1 sınır şartı, eksenel doğrultuda sabit ısı akısı ve kanal çevresinde sabit duvar sıcaklığı hali olarak tanımlanmaktadır. Bu sınır şartı kanal cidarının çok yüksek ısı iletkenliğine sahip olduğu durumlarda ortaya çıkmaktadır. Radyatör hava kanalları, yüksek ısı iletkenliğine sahip alüminyum veya bakır gibi metallerden imal edildiğinde kanalda gerçekleşen ısı transferinin analizinde H1 sınır şartının kullanılması uygun olmaktadır.

Akışkan ile katı cidar arasındaki ısı akısı eksenel olarak sabit kabul edilirse Newton'un soğutma yasası ve termodinamiğin birinci kanunundan,

$$hP_c \Delta z (T_w - T_b) = A \bar{w} \rho C_p \frac{dT_b}{dz} \Delta z \quad (4.82)$$

yazılmaktadır. Bu eşitlikte bulunan  $h$ ,  $\rho$ ,  $\bar{w}$ ,  $P_c$  ve  $A_c$  sırası ile ısı taşınım katsayısını, akışkanın yoğunluğunu, ortalama akış hızını, kanalın ıslak çevre uzunluğunu ve kesit alanını göstermektedir.  $T_w$  ve  $T_b$  sırası ile kanalın cidar sıcaklığını ve akışkanın bulk sıcaklığını göstermektedir. Son eşitlikten bulk sıcaklığın eksenel değişimi

$$\frac{dT_b}{dz} = -\frac{hP_c}{A \bar{w} \rho C_p} (T_b - T_w) \quad (4.83)$$

olarak yazılır. Eş. (4.81) ile verilen enerji denkleminin çözümü ile kanalda gerçekleşen ısı transferi analizi yapılmaktadır. Isı transfer analizi, ısı transfer yüzeyindeki boyutsuz sıcaklık gradyanları ile yapılmakta olup boyutsuz sıcaklık gradyanları Nusselt Sayısı olarak adlandırılmaktadır. Nusselt Sayısı boyutsuz bir eşitlik olduğundan enerji denkleminde bulunan sıcaklık teriminin boyutsuzlaştırılması gerekmektedir. Boyutsuz sıcaklık akışa dik doğrultularda değişmekte olup

$$\theta(x, y) = \frac{T - T_w}{T_b - T_w} \quad (4.84)$$

şeklinde tanımlanmaktadır [98]. Bu tanımlama haricinde birkaç farklı boyutsuzlaştırma yaklaşımı daha literatürde mevcuttur. Son eşitlikten enerji denkleminin kapsadığı  $T$  sıcaklığı,

$$T = \theta(T_b - T_w) + T_w \quad (4.85)$$

olarak ifade edilir. Isı akısı  $z$  doğrultusunda sabit olduğundan  $(T_b - T_w)$  değerinin  $z$  doğrultusunda sabit olması gerekmektedir. Bu durumda  $(T_b - T_w)$  değerinin aksel ( $z$ ) yönde türevi,

$$\frac{\partial T_b}{\partial z} = \frac{dT_w}{dz} \quad (4.86)$$

olmaktadır. Eş. (4.85)'in aksel  $z$  doğrultusundaki türevi alınarak Eş. (4.86) ya yazılırsa,

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{dT_w}{dz} \text{ veya } \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T_b}{\partial z}, \quad (4.87)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (4.88)$$

olduğu görülmektedir. Eş. (4.87) ve (4.88) den yararlanarak Eş. (4.81) ile verilen enerji denklemi yeniden

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\rho C_p}{k} w \frac{\partial T_b}{\partial z} \quad (4.89)$$

şeklinde düzenlenebilir. Eş. (4.83) son eşitlikte kullanılarak yeniden düzenlendiğinde

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = -\frac{w P_c h}{\bar{w} A k} (T_b - T_w) \quad (4.90)$$

olmaktadır. Bu eşitlikte  $\frac{4A}{P_c} = D_h$  yazılarak,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = -\frac{w 4h}{\bar{w} k} \frac{1}{D_h} (T_b - T_w) \quad (4.91)$$

elde edilir. Eş.(4.62) ile verilen momentum denklemindeki akışkan hızı  $W$  boyutsuz bir büyüklük olduğundan son denklemde bulunan akışkan hızı  $W$  ve ortalama akışkan hızı  $\bar{w}$  nin boyutsuz olarak ifade edilmesi gerekmektedir. Herhangi bir akış büyüklüğünün ortalaması akış kesiti üzerinde (alan integrali) integrallenerek elde edilebilmektedir. Boyutsuz hızın boyutlu hız ile ilişkisini veren (4.61) eşitliğinin her iki tarafı akış kesiti üzerinde integrallenirse

$$\frac{1}{A} \int_A w dA = \frac{D_h^2}{\mu} \frac{dp}{dz} \frac{1}{A} \int_A W dA \quad (4.92)$$

boyutlu hızın ortalaması ile boyutsuz hızın ortalaması arasındaki ilişki,

$$\bar{w} = \frac{D_h^2}{\mu} \frac{dp}{dz} \bar{W} \quad (4.93)$$

şeklinde belirlenmektedir. Eş. (4.61) ile son eşitlik taraf tarafa bölünürse,

$$\frac{w}{\bar{w}} = \frac{W}{\bar{W}} \quad (4.94)$$

elde edilmektedir. Eş. (4.91) son eşitlikte verilen ilişkiden yararlanarak yeniden düzenlenirse,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = -\frac{W}{\bar{W}} \frac{4h}{k} \frac{1}{D_h} (T_b - T_w) \quad (4.95)$$

şeklini alır. Eş. (4.95)'in sağ tarafı  $D_h$  ile bölünüp çarpılarak ve  $Nu = \frac{hD_h}{k}$  eşitliği göz önüne alınarak,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = -\frac{4}{D_h^2} \frac{W}{\bar{W}} Nu (T_b - T_w) \quad (4.96)$$

elde edilir. Eş. (4.85) ile son eşitlik yeniden düzenlenirse,

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = -\frac{1}{D_h^2} \frac{4W}{\bar{W}} Nu \quad (4.97)$$

haline gelmektedir. Son eşitlik farklı kanal geometrileri için geçerli olup ısı transferi analizinde kullanılan genel enerji denklemdir.

#### 4.3.2. Sabit duvar sıcaklığı şartı (T sınır şartı)

Eksenel ve çevresel olarak sabit duvar sıcaklığı şartı yüksek debili kanal akışlarında oluşmaktadır. Otomobiller yüksek hızlarda çalışan araçlar olduklarında radyatör hava kanalları yüksek debili bir akışa maruz kalmaktadır.

Duvar sıcaklığı çevresel ve akış yönünde sabit olduğundan boyutsuz sıcaklık profili Eş. (4.85)'in eksenel (z) yönde türevi,

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \theta \frac{dT_b}{dz} \quad (4.98)$$

olmaktadır. Eş. (4.81)'e son eşitlik yazılarak,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\rho C_p}{k} w \left( \theta \frac{dT_b}{dz} \right) \quad (4.99)$$

elde edilir. Eş. (4.98) taraf tarafa  $\dot{m}C_p$  ile genişletilerek ve  $\frac{dT_b}{dz} \dot{m}C_p = -hP_c (T_b - T_w)$  olduğu göz önüne alınarak,

$$\dot{m}C_p \frac{\partial T}{\partial z} = -\theta hP_c (T_b - T_w) \quad (4.100)$$

elde edilir. Son denklem taraf tarafa eksenel yönde türetilerek ve  $\frac{dT_w}{dz} = 0$  şartı kullanılarak

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -\frac{\theta hP_c}{\dot{m}C_p} \frac{dT_b}{dz} \quad (4.101)$$

elde edilir. Eş. (4.99)'un son eşitlik ile bileşiminden

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \left[ w \frac{\rho C_p}{k} + \frac{hP_c}{\dot{m}C_p} \right] \theta \frac{dT_b}{dz} \quad (4.102)$$

elde edilmektedir. Bu eşitliğe  $\dot{m} = A\bar{w}\rho$ ,  $\frac{w}{\bar{w}} = \frac{W}{\bar{W}}$ ,  $D_h = \frac{4A}{P_c}$ ,  $Nu = \frac{hD_h}{k}$  ve

$$\frac{dT_b}{dz} \dot{m}C_p = -hP_c (T_b - T_w) \text{ yazılarak,}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \left[ \frac{4}{D_h^2} \frac{W}{\bar{W}} Nu + \frac{(hP_c)^2}{(A_c \bar{w} \rho C_p)^2} \right] \theta (T_b - T_w) = 0 \quad (4.103)$$

elde edilmektedir. Eş. (4.85)'in x ve y doğrultularındaki ikinci mertebeden türevleri,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = (T_b - T_w) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (4.104)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = (T_b - T_w) \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (4.105)$$

olmaktadır. Son iki eşitlik ve  $Re = \frac{\bar{w}D_h}{\nu}$ ,  $Pr = \frac{\nu}{\alpha_y}$ ,  $\alpha_y = \frac{k}{\rho C_p}$  ilişkileri yardımı ile

Eş.(4.103)

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \theta \frac{1}{D_h^2} \left[ \frac{4W}{\bar{W}} Nu + \frac{1}{Re^2} \frac{16}{Pr^2} Nu^2 \right] = 0 \quad (4.106)$$

şeklinde düzenlenir. Son eşitlik, duvar sıcaklığı ve kesiti değişmeyen her kanal geometrisi için geçerlidir.

#### 4.4. Korunum Denklemlerinin Koordinat Dönüşümleri, Sınır Şartları ve Sonlu Fark Şekilleri

Eş.(4.62) ile verilen momentum denklemi ve (4.97), (4.106) eşitlikleri ile verilen enerji denklemleri tam gelişmiş akışların korunum denklemleri olarak adlandırılmaktadır. Bu üç eşitlik, kanal kesit geometrisinden bağımsız olup bütün kanal geometrileri için geçerli olan denklemlerdir. Momentum denklemi ile verilen duvar şartı için geçerli olan enerji denklemi birlikte çözülerek kanalda gerçekleşen akış ve ısı transferi analiz edilmektedir. Kesit geometrisi kare veya dikdörtgen şeklinde düzgün kanallar için yukarıda bahsi geçen denklemler doğrudan çözülerek akış ve ısı transferi analizleri gerçekleştirilir. Çözüm işlemi nümerik olarak yapılmakta olup sonlu fark veya diğer ayrıklaştırma metotları kullanılabilir. Kesiti düzgün olmayan üçgen, sinüzoid ve parabol gibi kanallar söz konusu ise koordinat transformasyonu yaparak çözüm bölgesinin düzgünleştirilmesi gerekmektedir.

##### 4.4.1. İkizkenar üçgen kanal

İkizkenar üçgen kanalın kesitini düzgün bir çözüm bölgesine dönüştürebilmek için Eş. (4.62) ile verilen genel momentum denklemine Eş. (4.23) ve (4.24) ile verilen ikinci mertebe türevleri impoze etmek yeterlidir. İşlem

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} (m^2 \psi^2 \eta^2) - \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial \psi} (2\psi m^2 \eta^3) + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} (m^2 \eta^4 + \eta^2) \\ + \frac{\partial W}{\partial \eta} (2m^2 \eta^3) = \frac{m^2 \psi^2 \eta^2 P^2}{D_h^2} \end{aligned} \quad (4.107)$$

ile neticelenir.  $G_1 = m^2 \psi^2 \eta^2$ ,  $G_2 = 2\psi m^2 \eta^3$ ,  $G_3 = m^2 \eta^4 + \eta^2$ ,  $G_4 = 2m^2 \eta^3$  ve  $G_5 = \frac{m^2 \psi^2 \eta^2 P^2}{D_h^2}$  kısaltmaları kullanıldığında son denklem,

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} G_1(\psi, \eta) - \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial \psi} G_2(\psi, \eta) + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} G_3(\eta) + \frac{\partial W}{\partial \eta} G_4(\eta) = G_5(\psi, \eta) \quad (4.108)$$

olarak kısalır. Bu eşitlikte bulunan  $G_5$  terimi akış alanındaki hız dağılımı yöneten kaynak terimidir. Son denklemde,  $\psi$  için i sayıcısı ve  $\eta$  için j sayıcısı kullanarak son eşitliğin Newton-Raphson yöntemine uygun sonlu fark şekli,

$$H_{i,j}^t = \frac{W_{i+1,j} - 2W_{i,j} + W_{i-1,j}}{\Delta \psi^2} G_1 - \frac{W_{i+1,j+1} - W_{i,j+1} + W_{i,j} - W_{i+1,j}}{\Delta \eta \Delta \psi} G_2 + \frac{W_{i,j+1} - 2W_{i,j} + W_{i,j-1}}{\Delta \eta^2} G_3 + \frac{W_{i,j+1} - W_{i,j}}{\Delta \eta} G_4 - G_5 \quad (4.109)$$

olarak elde edilir. Şekil 4.3'de düzgünleştirilmiş çözüm bölgesi görülmektedir. Şekilde görülen AB kenarı için simetri sınır şartı kullanmak gerekmektedir.  $(x, y)$  koordinat sistemine göre hız için simetri sınır şartı  $\frac{\partial W}{\partial x} = 0$  olarak belirlemektedir. Bu simetri şartının  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemine dönüşmüş şekli

$$\psi = 1, \quad \frac{\partial W}{\partial \psi} \frac{1}{P} - \frac{\partial W}{\partial \eta} \frac{\eta}{P\psi} = 0 \quad (4.110)$$

olur. Üçgenin OA kenarında  $W = 0$  olup bu kenarda  $\eta = 1$  olduğundan  $(\psi, \eta)$  koordinat sisteminde

$$\eta = 1, \quad W = 0 \quad (4.111)$$

sınır şartı kullanılabilir. Üçgenin O köşesinde  $\psi = 0$  olup bu köşenin yeni koordinat sisteminde oluşturduğu kenar üzerinde



$$\psi = 0, \quad W = 0 \quad (4.112)$$

sınır şartı geçerli olur. Üçgenin OB kenarı üzerinde  $\eta = 0$  olup yeni koordinat sisteminde bu kenar için

$$\eta = 0, \quad W = 0 \quad (4.113)$$

sınır şartı kullanılabilir. Üçgen kanalın simetri kenarı için verilen Eş.(4.110) eşitliğinden boyutsuz hız  $W$  'nin sonlu fark şekli,

$$W_{i\max,j} = \frac{W_{i\max,j-1} - W_{i\max,j+1}}{2\Delta\eta} \frac{\eta}{\psi} \Delta\psi + W_{i\max-1,j} \quad (4.114)$$

olarak yazılabilir. İkizkenar üçgende simetri şartının uygulandığı kenarda  $\psi = 1$  olduğundan son denklemde  $\psi$  yerine 1 değeri yazılmalıdır.

Çevresel ve eksenel yönde sabit ısı akısı için verilen (4.97) numaralı enerji denkleminin, Eş. (4.23) ve (4.24) yardımı ile  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemine transfer edilmiş şekli,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} \eta^2 m^2 \psi^2 - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} 2\psi \eta^3 m^2 + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} (m^2 \eta^4 + \eta^2) + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} 2\eta^3 m^2 \\ & = -\frac{\eta^2 m^2 \psi^2 P^2}{D_h^2} \frac{4W}{\bar{W}} Nu \end{aligned} \quad (4.115)$$

olur. Momentum denkleminde kullanılan  $G_1, G_2, G_3, G_4$  ve  $G_5$  kısaltmaları son eşitlikte de mevcut olup yerine yazılırsa son eşitlik,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} G_1(\psi, \eta) - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} G_2(\psi, \eta) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} G_3(\eta) + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} G_4(\eta) \\ & = -G_5(\psi, \eta) \frac{4W}{\bar{W}} Nu \end{aligned} \quad (4.116)$$

olur. Bu eşitlikte bulunan  $G_5(\psi, \eta) \frac{4W}{\bar{W}} Nu$  terimi sıcaklık alanını yöneten kaynak terimidir.

Eş. (4.116)'nın sınır şartları,

$$\psi = 0, \quad \theta = 0 \quad (4.117)$$

$$\psi = 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \frac{1}{P} - \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\eta}{P\psi} = 0$$

(4.118)

$$\eta = 0, \quad \theta = 0 \quad (4.119)$$

$$\eta = 1, \quad \theta = 0 \quad (4.120)$$

olur. Eş. (4.116)'da bulunan  $Nu$  belirsiz olup, belirlenmesinde konvektif sınır şartı veya  $\theta$ 'nın kütle ortalaması kullanılmaktadır.  $\theta$ 'nın kütle ortalamasını kullanmak daha avantajlı görülmektedir.  $\theta$ 'nın kütle ortalaması; Eş. (4.85)'in bütün terimleri  $\frac{W}{A\bar{W}}$  ile çarpıldıktan sonra kanalın kesit alanı üzerinde integralleyerek elde edilir. İntegralleme işlemi EK-2'de detaylı bir şekilde açıklanmış olup işlem,

$$\frac{1}{A} \int_A \frac{W}{\bar{W}} \theta dA = 1.0 \quad (4.121)$$

ile neticelenmektedir. [66]. Eş. (4.116)'nın sonlu fark şekli alınır, Newton-Raphson yöntem ile çözüm için uygun hale getirilirse,

$$\begin{aligned} SH_{i,j}^t = & \frac{\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}}{\Delta \psi^2} G_1 - \frac{\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i+1,j} + \theta_{i,j} - \theta_{i,j+1}}{\Delta \eta \Delta \psi} G_2 + \\ & \frac{\theta_{i,j+1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j-1}}{\Delta \eta^2} G_3 + \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\Delta \eta} G_4 + G_5 \frac{4W_{i,j}}{\bar{W}} Nu \end{aligned} \quad (4.122)$$

olur. Boyutsuz sıcaklık  $\theta$ 'nın  $\psi = 1$ 'deki türevsel sınır şartının sonlu fark şekli,

$$\theta_{i_{\max},j} = \frac{\theta_{i_{\max},j-1} - \theta_{i_{\max},j+1}}{2\Delta\eta} \eta \Delta\psi + \theta_{i_{\max}-1,j} \quad (4.123)$$

şeklinde düzenlenebilir.

Sabit duvar sıcaklığı için elde edilen ve Eş. (4.106) ile verilen enerji denklemi, Eş. (4.23) ve (4.24) yardımı ile

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} \eta^2 m^2 \psi^2 - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} 2\psi \eta^3 m^2 + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} (m^2 \eta^4 + \eta^2) + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} 2\eta^3 m^2 + \\ & \theta \left[ 4 \frac{W}{\bar{W}} Nu + \frac{1}{Re^2} \frac{16}{Pr^2} Nu^2 \right] \frac{\eta^2 m^2 \psi^2 P^2}{D_h^2} = 0 \end{aligned} \quad (4.124)$$

şeklinde düzenlenir. Bu eşitlikte kaynak terim bulunmamaktadır. Bu sebeple son denklemin çözümünün özdeğer problemi şeklinde ele alınması ya da bu araştırmada yapıldığı gibi çözüm bölgesindeki bir grid noktasının  $\theta$ 'sının deneme yanılma ile belirlenmesi gerekmektedir. Kanal geometrisi ne olursa olsun enerji denklemin denkleminin bu özelliği değişmemektedir. Önceden kullanılmış olan  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$ ,  $G_4$  ve  $G_5$  kısaltmaları kullanılarak son eşitlik,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} G_1(\psi, \eta) - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} G_2(\psi, \eta) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} G_3(\eta) + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} G_4(\eta) + \\ & \theta \left[ 4 \frac{W}{\bar{W}} Nu + \frac{1}{Re^2} \frac{16}{Pr^2} Nu^2 \right] G_5(\psi, \eta) = 0 \end{aligned} \quad (4.125)$$

şeklinde düzenlenir. Eş. (4.116) için verilen sınır şartları son eşitlik için de geçerlidir. Son eşitliğin sonlu fark şeklinin Newton-Raphson metoduna uygun şekli,

$$\begin{aligned} ST_{i,j}^t = & G_1 \frac{\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}}{\Delta\psi^2} - G_2 \frac{(\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j} - \theta_{i,j-1} + \theta_{i-1,j-1})}{\Delta\psi\Delta\eta} + \\ & G_3 \frac{\theta_{i,j+1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j-1}}{\Delta\eta^2} + G_4 \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\Delta\eta} + \\ & G_5 \left[ 4 \frac{W_{i,j}}{\bar{W}} Nu + \frac{1}{Re^2} \frac{16}{Pr^2} Nu^2 \right] \theta_{i,j} \end{aligned} \quad (4.126)$$

olur.

#### 4.4.2. Sinüzoid kanal

Sinüzoid kanal için Eş. (4.37) ve (4.38) ile verilen türevler, Eş. (4.62) ile verilen momentum denkleminde yerine yazılarak,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2 + \frac{\partial^2 W}{\partial \psi \partial \eta} 2 \eta b^2 \pi \sin(\pi \psi) (1 + \cos \pi \psi) + \\ & \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} (\eta^2 b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2 + \alpha^2) + \\ & \frac{\partial W}{\partial \eta} (\eta b^2 \pi^2 (\cos \pi \psi + 1) + \eta b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2) = \frac{\alpha^2 b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2}{D_h^2} \end{aligned} \quad (4.127)$$

elde edilir. Son eşitlik;

$$\mathcal{G}_1 = b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2 \quad (4.128)$$

$$\mathcal{G}_2 = 2 \eta b^2 \pi \sin(\pi \psi) (1 + \cos \pi \psi) \quad (4.129)$$

$$\mathcal{G}_3 = \eta^2 b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2 + \alpha^2 \quad (4.130)$$

$$\mathcal{G}_4 = \eta b^2 \pi^2 (\cos \pi \psi + 1) + \eta b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2 \quad (4.131)$$

$$\mathcal{G}_5 = \frac{\alpha^2 b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2}{D_h^2} \quad (4.132)$$

kısaltmaları kullanılarak,

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} \mathcal{G}_1(\psi) + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial \psi} \mathcal{G}_2(\psi, \eta) + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} \mathcal{G}_3(\psi, \eta) + \frac{\partial W}{\partial \eta} \mathcal{G}_4(\psi, \eta) = \mathcal{G}_5(\psi) \quad (4.133)$$

şekilde yazılabilir. Son denklemin sonlu fark şekli,

$$\begin{aligned}
H_{i,j}^s = & \mathcal{G}_1 \frac{W_{i+1,j} - 2W_{i,j} + W_{i-1,j}}{\Delta\psi^2} + \mathcal{G}_2 \frac{W_{i+1,j} - W_{i,j} - W_{i+1,j-1} + W_{i,j-1}}{\Delta\psi\Delta\eta} + \\
& \mathcal{G}_3 \frac{W_{i,j+1} - 2W_{i,j} + W_{i,j-1}}{\Delta\eta^2} + \mathcal{G}_4 \frac{W_{i,j+1} - W_{i,j}}{\Delta\eta} - \mathcal{G}_5
\end{aligned} \quad (4.134)$$

olur. Şekil 4.4'deki sinüzoid kanal için Eş. (4.134)'ün sınır şartları,

$$\psi = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial \psi} = 0 \quad (4.135)$$

$$\psi = 1, \quad W = 0 \quad (4.136)$$

$$\eta = 0, \quad W = 0 \quad (4.137)$$

$$\eta = 1, \quad W = 0 \quad (4.138)$$

şeklinde verilebilir. Eş.(4.135) ile verilen türevsel sınır şartının sonlu fark şekli,

$$W_{1,j} = W_{2,j} \quad (4.139)$$

olur. Çevresel ve eksenel yönde sabit ısı akısı şartı için türetilen (4.97) denklemi Eş. (4.37) ve (4.38) yardımı ile  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemine dönüştürülürse,

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2 + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi \partial \eta} 2\eta b^2 \pi \sin(\pi \psi) (1 + \cos \pi \psi) + \\
& \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} (\eta^2 b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2 + \alpha^2) + \\
& \frac{\partial \theta}{\partial \eta} (\eta b^2 \pi^2 (\cos \pi \psi + 1) + \eta b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2) = - \frac{\alpha^2 b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2}{D_h^2} \frac{4W}{\bar{W}} Nu
\end{aligned} \quad (4.140)$$

olur. Eş. (4.128), (4.129), (4.130), (4.131) ve (4.132) ile verilen kısaltmalar kullanılarak son eşitlik,

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} \mathcal{G}_1(\psi) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} \mathcal{G}_2(\psi, \eta) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} \mathcal{G}_3(\psi, \eta) + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \mathcal{G}_4(\psi, \eta) = -\mathcal{G}_5(\psi) \frac{4W}{\bar{W}} Nu \quad (4.141)$$

şeklinde düzenlenir. Son eşitliğin sınır şartları,

$$\psi = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \psi} = 0 \quad (4.142)$$

$$\psi = 1, \quad \theta = 0 \quad (4.143)$$

$$\eta = 0, \quad \theta = 0 \quad (4.144)$$

$$\eta = 1, \quad \theta = 0 \quad (4.145)$$

olmaktadır. Eş. (4.141)'in sonlu farkı şeklinin Newton-Raphson metoduna uygun şekli,

$$\begin{aligned} SH_{i,j}^s = & \mathcal{G}_1 \frac{\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}}{\Delta \psi^2} + \mathcal{G}_2 \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i,j} - \theta_{i+1,j-1} + \theta_{i,j-1}}{\Delta \psi \Delta \eta} + \\ & \mathcal{G}_3 \frac{\theta_{i,j+1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j-1}}{\Delta \eta^2} + \mathcal{G}_4 \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\Delta \eta} + \mathcal{G}_5 \frac{4W_{i,j}}{\bar{W}} Nu \end{aligned} \quad (4.146)$$

olmaktadır. Eş.(4.142) ile verilen türevsel sınır şartının sonlu fark şekli,

$$\theta_{1,j} = \theta_{2,j} \quad (4.147)$$

olur. Son eşitlikte bulunan  $Nu$  sayısını belirlemek için Eş. (4.121) kullanılmaktadır.

Sabit duvar sıcaklığı şartı için Eş. (4.106) ile verilen enerji denkleminin (4.37) ve (4.38) denklemleri yardımı ile  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemine dönüşmüş şekli

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2 + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi \partial \eta} 2 \eta b^2 \pi \sin(\pi \psi) (1 + \cos \pi \psi) + \\
& \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \left( \eta b^2 \pi^2 (\cos \pi \psi + 1) + \eta b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2 \right) + \\
& \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} \left( \eta^2 b^2 \pi^2 (\sin \pi \psi)^2 + \alpha^2 \right) + \\
& \frac{\alpha^2 b^2 (1 + \cos \pi \psi)^2}{D_h^2} \theta \left[ \frac{4W}{\bar{W}} Nu + \frac{1}{Re^2} \frac{16}{Pr^2} Nu^2 \right] = 0
\end{aligned} \tag{4.148}$$

olur. Eş. (4.128), (4.129), (4.130), (4.131) ve (4.132) ile verilen kısaltmalar son eşitliğe yazılırsa,

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} \mathcal{G}_1(\psi) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} \mathcal{G}_2(\psi, \eta) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} \mathcal{G}_3(\psi, \eta) + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \mathcal{G}_4(\psi, \eta) + \\
& \mathcal{G}_5(\psi) \theta \left[ \frac{4W}{\bar{W}} Nu + \frac{1}{Re^2} \frac{16}{Pr^2} Nu^2 \right] = 0
\end{aligned} \tag{4.149}$$

olur. Eş.(4.149)'un sonlu fark şekli,

$$\begin{aligned}
ST_{i,j}^s = & \mathcal{G}_1 \frac{\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}}{\Delta \psi^2} + \mathcal{G}_2 \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i,j} - \theta_{i+1,j-1} + \theta_{i,j-1}}{\Delta \psi \Delta \eta} + \\
& \mathcal{G}_3 \frac{\theta_{i,j+1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j-1}}{\Delta \eta^2} + \mathcal{G}_4 \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\Delta \eta} + \\
& \mathcal{G}_5 \left[ \frac{4W_{i,j}}{\bar{W}} Nu + \frac{1}{Re^2} \frac{16}{Pr^2} Nu^2 \right] \theta_{i,j} = 0
\end{aligned} \tag{4.150}$$

olur. Eş. (4.150) nin sınır şartları, (4.141) eşitliği için verilen sınır şartlarını aynısıdır.

#### 4.4.3. Parabolik kanal

Parabolik kanal için elde edilen (4.57) ve (4.58) türev denklemleri yardımı ile Eş. (4.62) ile verilen momentum denklemi;

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} \left[ (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2 \right] - \\
& \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial \psi} \left[ 2\eta (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi) (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2) \right] + \\
& \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} \left[ \eta^2 (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)^2 + \frac{P_p^2}{y_p^2} \right] + \\
& \frac{\partial W}{\partial \eta} \left[ 2\eta (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)^2 - \right. \\
& \left. \eta (192\psi^2 - 192\psi + 32) (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2) \right] \\
& = \frac{P_p^2 (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2}{D_h^2}
\end{aligned} \tag{4.151}$$

şeklinde yeni koordinat sistemine transfer edilmektedir. Son denklemden,

$$E_1 = (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2 \tag{4.152}$$

$$E_2 = 2\eta (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi) (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2) \tag{4.153}$$

$$E_3 = \eta^2 (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)^2 + \frac{P_p^2}{y_p^2} \tag{4.154}$$

$$E_4 = 2\eta (64\psi^3 - 96\psi^2 + 32\psi)^2 - \eta (192\psi^2 - 192\psi + 32) (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2) \tag{4.155}$$

$$E_5 = \frac{P_p^2 (16\psi^4 - 32\psi^3 + 16\psi^2)^2}{D_h^2} \tag{4.156}$$

kısaltmaları kullanılırsa,

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} E_1(\psi) - \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial \psi} E_2(\psi, \eta) + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} E_3(\psi, \eta) + \frac{\partial W}{\partial \eta} E_4(\psi, \eta) = E_5(\psi) \tag{4.157}$$

olur. Son denklemin sonlu fark şekli,

$$\begin{aligned}
H_{i,j}^p = & \frac{W_{i+1,j} - 2W_{i,j} + W_{i-1,j}}{\Delta \psi^2} E_1 - \frac{W_{i+1,j+1} - W_{i,j+1} - W_{i+1,j} + W_{i,j}}{\Delta \eta \Delta \psi} E_2 + \\
& \frac{W_{i,j+1} - 2W_{i,j} + W_{i,j-1}}{\Delta \eta^2} E_3 + \frac{W_{i,j+1} - W_{i,j}}{\Delta \eta} E_4 - E_5
\end{aligned} \tag{4.158}$$



olmaktadır. Şekil 4.6'daki parabol kanal için Eş. (4.158)'in sınır şartları,

$$\psi = 0, \quad W = 0 \quad (4.159)$$

$$\psi = 1, \quad W = 0 \quad (4.160)$$

$$\eta = 0, \quad W = 0 \quad (4.161)$$

$$\eta = 1, \quad W = 0 \quad (4.162)$$

şeklinde ortaya çıkmaktadır. Çevresel ve eksenel yönde sabit ısı akış şartı için türetilmiş olan (4.97) denklemi Eş. (4.57) ve (4.58) yardımı ile  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemine transfer edilir ve Eş. (4.152), (4.153), (4.154), (4.155) ve (4.156) ile verilen kısaltmalar impoze edilerek

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} E_1(\psi) - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} E_2(\psi, \eta) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} E_3(\psi, \eta) + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} E_4(\psi, \eta) = -E_5(\psi) \frac{4W}{\bar{W}} Nu \quad (4.163)$$

elde edilir. Son denklemin sonlu fark şekli

$$\begin{aligned} SH_{i,j}^p = & \frac{\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}}{\Delta \psi^2} E_1 - \frac{\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i,j+1} - \theta_{i+1,j} + \theta_{i,j}}{\Delta \eta \Delta \psi} E_2 + \\ & \frac{\theta_{i,j+1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j-1}}{\Delta \eta^2} E_3 + \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\Delta \eta} E_4 + E_5 \frac{4W_{i,j}}{\bar{W}} Nu \end{aligned} \quad (4.164)$$

olur. Son eşitliğin sınır şartları

$$\psi = 0, \quad \theta = 0 \quad (4.165)$$

$$\psi = 1, \quad \theta = 0 \quad (4.166)$$

$$\psi = 1, \quad \theta = 0 \quad (4.167)$$

$$\eta = 1, \quad \theta = 0 \quad (4.168)$$

olmaktadır.

Sabit duvar sıcaklığı şartı için türetilmiş olan (4.106) denklemi, Eş. (4.57) ve (4.58) yardımı ile  $(\psi, \eta)$  koordinat sistemine transfer edilir ve (4.152), (4.153), (4.154), (4.155) ve (4.156) eşitlikleri ile verilen kısaltmalar kullanılarak düzenlenirse

$$E_1(\psi) \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} - E_2(\psi, \eta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} + E_3(\psi, \eta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + E_4(\psi, \eta) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + E_5(\psi) \left[ 4 \frac{W}{\bar{W}} Nu + \frac{1}{Re^2} \frac{16}{Pr^2} Nu^2 \right] \theta = 0 \quad (4.169)$$

elde edilir. Son eşitliğin sınır şartları, (4.163) eşitliği için verilen sınır şartlarını aynısıdır. Eş.(4.169)'un sonlu fark şekli,

$$ST_{i,j}^p = \frac{\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}}{\Delta \psi^2} E_1 - \frac{\theta_{i+1,j+1} - \theta_{i,j+1} - \theta_{i+1,j} + \theta_{i,j}}{\Delta \eta \Delta \psi} E_2 + \frac{\theta_{i,j+1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j-1}}{\Delta \eta^2} E_3 + \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\Delta \eta} E_4 + E_5 \left[ 4 \frac{W_{i,j}}{\bar{W}} Nu + \frac{1}{Re^2} \frac{16}{Pr^2} Nu^2 \right] \theta_{i,j} \quad (4.170)$$

olur.

#### 4.5. Tam Gelişmiş Akışta Sayısal Yöntem

Hız ve sıcaklık alan denklemlerinin nümerik çözümü için sonlu farklar yöntemi kullanılmıştır. İkizkenar üçgen, sinüzoid ve parabolik kesit alanlı kanallar için düzenlenen momentum ve enerji denklemlerinin sonlu fark şekilleri Newton Raphson yöntemi kullanılarak çözülmüştür.

Yeni koordinat sistemindeki ikizkenar üçgen, sinüzoid ve parabolik kanalların momentum ve enerji denklemleri diferansiyel denklem tipi açısından birbirlerine benzemekte olup, bu denklemler

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \psi^2} G_1(\psi, \eta) - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta \partial \psi} G_2(\psi, \eta) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} G_3(\psi, \eta) + \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} G_4(\psi, \eta) = G_5(\psi, \eta) \quad (4.171)$$

şeklinde ifade edilebilirler. Eş. (4.171) tipinde bir diferansiyel denklemin Newton-Raphson yöntemi ile çözülebilmesi için kullanılacak olan algoritma,

$$\Phi_{i,j} = \Phi_{i,j}^F - \frac{S_{i,j}^F}{\left( \frac{dS_{i,j}}{d\Phi_{i,j}} \right)^F} \quad (4.172)$$

olarak verilmektedir. Eş. (4.172)'de bulunan  $F$  indisi bir önceki zaman diliminden bilinen değerleri göstermektedir. Son eşitlikte bulunan  $S_{i,j}^F$  Eş.(4.171) in sonlu fark şekli olup Newton-Raphson yöntemi bir hata düzeltme metodu olduğu için  $S_{i,j}^F$  kalan hatayı temsil etmektedir. Tanım olarak

$$S_{i,j}^F = \left( \frac{\frac{\Phi_{i+1,j} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i-1,j}}{\Delta \psi^2} G_1 - \frac{\Phi_{i+1,j+1} - \Phi_{i,j+1} - \Phi_{i+1,j} + \Phi_{i,j}}{\Delta \eta \Delta \psi} G_2 + \frac{\Phi_{i,j+1} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i,j-1}}{\Delta \eta^2} G_3 + \frac{\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j}}{\Delta \eta} G_4 - G_5}{\right)} \quad (4.173)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Eş.(4.171), enerji denklemini de temsil etmekte olup sabit ısı akısı şartı durumunda denklemin sağ tarafı  $-\frac{4W}{W} Nu G_5$  olmaktadır. Sabit duvar sıcaklığı

durumunda ise  $\left[ 4 \frac{W_{i,j}}{W} Nu + \frac{1}{Re^2} \frac{16}{Pr^2} Nu^2 \right] \Phi_{i,j} G_5$  olmaktadır. Yukarıdaki (4.172) nolu

eşitliğin kapsadığı  $\left( \frac{dS_{i,j}}{d\Phi_{i,j}} \right)^F$  büyüklüğü Eş. (4.173)'ten  $\Phi_{i,j}$  'ye göre türev alınarak

$$\left( \frac{dS_{i,j}}{d\Phi_{i,j}} \right)^F = \left( -\frac{2G_1}{\Delta \psi^2} - \frac{G_2}{\Delta \eta \Delta \psi} - \frac{2G_3}{\Delta \eta^2} - \frac{G_4}{\Delta \eta} \right) \quad (4.174)$$

şeklinde belirlenir. Son eşitlik hem momentum denklemi hem de sabit ısı akısı şartı ile türetilen enerji denklemi için geçerlidir. Sabit duvar sıcaklığı şartı ile türetilen enerji denkleminin çözümünde ise kalan hata

$$S_{i,j}^F = \left( \frac{\Phi_{i+1,j} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i-1,j}}{\Delta\psi^2} G_1 - \frac{\Phi_{i+1,j+1} - \Phi_{i,j+1} - \Phi_{i+1,j} + \Phi_{i,j}}{\Delta\eta\Delta\psi} G_2 + \right. \\ \left. \frac{\Phi_{i,j+1} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i,j-1}}{\Delta\eta^2} G_3 + \frac{\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j}}{\Delta\eta} G_4 + \Phi_{i,j} G_6 \right) \quad (4.175)$$

olmaktadır. Son eşitlikte bulunan  $G_6$  terimi  $\left( 4 \frac{W_{i,j}}{\bar{W}} Nu + \frac{1}{Re^2} \frac{16}{Pr^2} Nu^2 \right) G_5$  şeklinde olmaktadır. Eş. (4.175)'in  $\Phi_{i,j}$  'ye görevi türevi Eş. (4.174)'e benzer olmaktadır. Eş. (4.174)'ün sağ tarafında fazladan  $G_6$  terimi bulunmaktadır.

#### Sabit ısı akısı şartı için çözüm

Üçgen, sinüzoid ve parabolik kanalların sabit ısı akısı analizleri için türetilen denklemlerin çözümünde kullanılan bilgisayar programları sırasıyla EK-3, EK-5 ve EK-6'da verilmektedir. Momentum denklemi  $\theta$  'yı içermediği için enerji denkleminde bağımsız olarak çözülür. Momentum denkleminin çözümünü gerçekleştirmek için önce bütün grid noktalarının  $G_{1,i,j}$ ,  $G_{2,i,j}$ ,  $G_{3,i,j}$ ,  $G_{4,i,j}$  ve  $G_{5,i,j}$  'leri tanıtılır.  $W_{i,j}$  'lere atma değerler verilir.

$S_{i,j}^F$  'ler ve  $\left( \frac{dS_{i,j}}{d\Phi_{i,j}} \right)^F$  hesaplanır. Hesaplanan  $S_{i,j}^F$  'ler ve  $\left( \frac{dS_{i,j}}{d\Phi_{i,j}} \right)^F$  'ler Eş.(4.172)'de

kullanılarak  $W_{i,j}$  'lerin yeni değerleri hesaplanır. Sonra aynı işlemler tekrarlanarak  $S_{i,j}^F$  'lerin sıfıra gitmesi ya da yeterince küçülmesi sağlanır. Bu işlemin sonucunda  $W_{i,j}$  'lerin gerçek değerlerine ulaşılır. Sonra

$$\bar{W} = \frac{1}{A} \int_A W_{i,j} dA \quad (4.176)$$

eşitliği kullanılarak boyutsuz ortalama hız  $\bar{W}$  belirlenir. Belirlenen  $\bar{W}$  ve  $W_{i,j}$  'ler enerji denkleminde kullanılarak ve  $Nu$  'ya atma bir değer verilerek enerji denklemi çözülür. Enerji

denkleminin çözümünde de momentum denkleminin çözümünde kullanılan işlem basamakları kullanılmaktadır. Bu işlemlerin sonucunda boyutsuz sıcaklık alanının  $\theta_{i,j}$  değerleri belirlenir. Belirlenen  $\theta_{i,j}$  'ler Eş. (4.121)'de kullanılarak bu eşitliğin sağlanıp sağlanmadığı incelenir. Eğer sağlanmıyorsa  $Nu$  'ya yeni atma değerler verilerek Eş. (4.121) sağlanıncaya kadar işlem tekrarlanır. Eş. (4.121)'in sağlatılmasında 0,0001 mertebesinde bir tolerans kullanılabilir. Eş. (4.121)'i sağlayan,  $Nu$  Nusselt sayısının aranılan değeridir. Sinüzoid kanal söz konusu olduğunda momentum ve enerji denklemlerinin kapsadığı çapraz türevlerin ayrıklaştırılması farklılaşmaktadır.

Bu farklılık sayısal çözüm işlemini yakınsama probleminden kaynaklanmaktadır. Sinüzoid kanal için momentum denkleminin ve sabit ısı akısı şartını sağlayan enerji denkleminin sonlu fark şekli

$$S_{i,j}^F = \left( \frac{\Phi_{i+1,j} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i-1,j}}{\Delta\psi^2} G_1 + \frac{\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i+1,j-1} + \Phi_{i,j-1} - \Phi_{i,j}}{\Delta\eta\Delta\psi} G_2 + \right. \\ \left. \frac{\Phi_{i,j+1} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i,j-1}}{\Delta\eta^2} G_3 + \frac{\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j}}{\Delta\eta} G_4 - G_5 \right) \quad (4.177)$$

olmaktadır. Bu eşitliğin  $\Phi_{i,j}$  'ye göre türevi,

$$\left( \frac{dS_{i,j}}{d\Phi_{i,j}} \right)^F = \left( -\frac{2G_1}{\Delta\psi^2} - \frac{G_2}{\Delta\eta\Delta\psi} - \frac{2G_3}{\Delta\eta^2} - \frac{G_4}{\Delta\eta} \right) \quad (4.178)$$

olur. Sonlu fark denklemlerinin doğru bir çözümünün elde edilebilmesi için; çözüm bölgesinde yeterli sayıda grid oluşturulması büyük önem arz etmektedir.

Çapraz türev  $\frac{\partial^2 W}{\partial\eta\partial\psi}$  'nin uygun sonlu fark şeklini belirlemek için deneme yanılma yöntemi

kullanılabilir. Çapraz türevin ileri, geri veya merkezi fark şeklinde bir sonlu fark şekli seçilerek çözülecek olan momentum ve enerji denklemleri ayrıklaştırılır. Newton Raphson iterasyon metodu ile ayrıklaştırılmış denklem kullanarak tüm çözüm bölgesi üzerinde  $W_{i,j}$  değerlerini belirlemek için bir test yapılır. Eğer çözüm yakınsamıyor ise çapraz türevin diğer

bir sonlu fark şekli kullanılır. Çapraz türev  $\frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial \psi}$  'nin uygun bir sonlu fark şekli bulununcaya kadar bu deneme işlemi tekrarlanır. Sıcaklık alan denklemlerindeki çapraz türev  $\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi}$  'lerin uygun sonlu fark şekilleri aynı işlem basamakları ile belirlenir.

Sabit ısı akısı şartı için türetilen enerji denklemleri kaynak terimler içermektedir. Fakat sabit duvar sıcaklığı şartı için türetilen enerji denklemleri kaynak terim içermemektedir. Bu yüzden çözümü trivial olacağı aşikârdır. Bu tezde bu tip problemlerin çözümü için yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Yöntemin uygulanması aşağıda açıklandığı üzere yeterince kolaydır.

#### Sabit duvar sıcaklığı şartı için çözüm

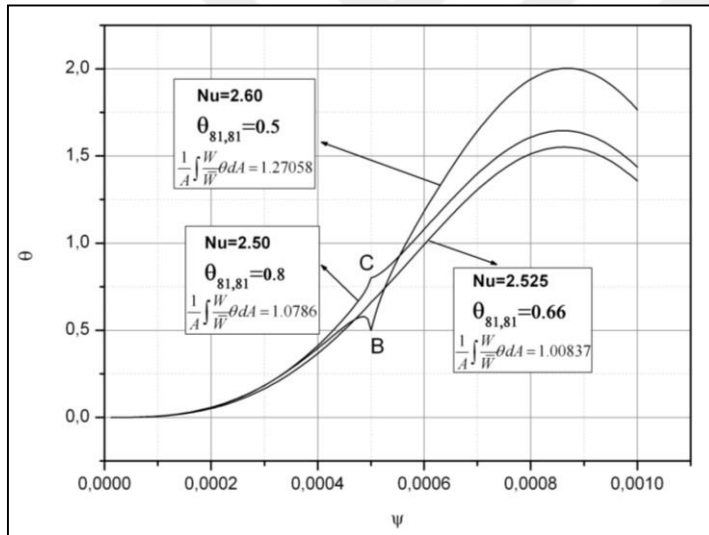
İkizkenar üçgen ve parabolik kanalların sabit duvar sıcaklığı analizleri için türetilen denklemlerin çözümünde kullanılan bilgisayar programları sırasıyla EK-4 ve EK-7'de verilmektedir. Momentum denkleminin çözümü yukarıda açıklandığı şekilde gerçekleştirildikten sonra enerji denklemini çözümüne geçilir. İlk iş olarak, Nusselt sayısına bir değer verilir. İkinci adımda, grid noktaları arasından keyfi herhangi bir nokta seçilir. Bu noktaya  $N(d,e)$  ismi verilebilir. Seçili noktada  $d$  ve  $e$  değerleri sırası ile  $\psi$  ve  $\eta$  'yı göstermektedir. Üçüncü adımda,  $N(d,e)$  noktasında boyutsuz sıcaklık değeri  $\theta$  için bir boyutsuz sıcaklık değeri tahmin edilir. Dördüncü adımda, bu ek girdi değerleri kullanılarak sıcaklık alan denkleminin çözümü gerçekleştirilir. Beşinci adımda,  $\theta_{i,j}$  'nin kararlı bir dağılımı elde edildikten sonra  $\psi - \eta$  düzlemi üzerinde  $N(d,e)$  noktasından geçen bir çizgi seçilir. Bu çizgi  $\psi$  veya  $\eta$  doğrultusunda olabilir. Altıncı adımda seçilen çizgi üzerinde  $\theta$

'nin grafiği çizilir. Yedinci adımda, çözümün  $\frac{1}{A} \int_A \frac{W}{\bar{W}} \theta dA = 1$  şartını sağlayıp sağlamadığı ve grafik çizgisinin düzgünlüğü kontrol edilerek  $Nu$  ve  $\theta(d,e)$  değerlerinin doğru olup olmadığı saptanır. Eğer grafik  $N(d,e)$  noktasında bir köşeye sahip olmayıp ve

$\frac{1}{A} \int_A \frac{W}{\bar{W}} \theta dA = 1$  şartını sağlıyor ise tahmin edilen değerler doğrudur. Bu sürecin detayları

aşağıda verilen örnekle açıklanmaktadır.

Şekil 4.8’de görülen eğriler, boy/en oranı 1 olan bir ikizkenar üçgenin 160x160 grid çözüm bölgesi üzerinde  $\theta_{81,81}$  değerinin tahmini için elde edilmiştir. Şekil 4.8’de görüldüğü üzere tahmini  $\theta_{81,81} = 0,5$  ve  $Nu = 2,6$  değerleri için B köşesi oluşmaktadır. Üstelik  $\frac{1}{A} \int_A \frac{W}{\bar{W}} \theta dA$ ’nın 1 olması gerekirken 1,27058’e eşit olmaktadır. Tahmini  $\theta_{81,81} = 0,8$  ve  $Nu = 2,5$  değerleri için elde edilen profilde bir C köşesi görülmekte ve  $\frac{1}{A} \int_A \frac{W}{\bar{W}} \theta dA = 1,0786$  olmaktadır. Bununla birlikte tahmini  $\theta_{81,81} = 0,66$  ve  $Nu = 2,525$  değerleri için elde edilen profil köşesiz ve yaklaşık olarak  $\frac{1}{A} \int_A \frac{W}{\bar{W}} \theta dA = 1$  şartını sağlamaktadır. Böylece  $\theta_{81,81} = 0,66$  ve  $Nu = 2,525$  değerlerinin doğru olduğu tespit edilir.



Şekil 4.8. Doğru ve hatalı sıcaklık profillerinin karşılaştırılması

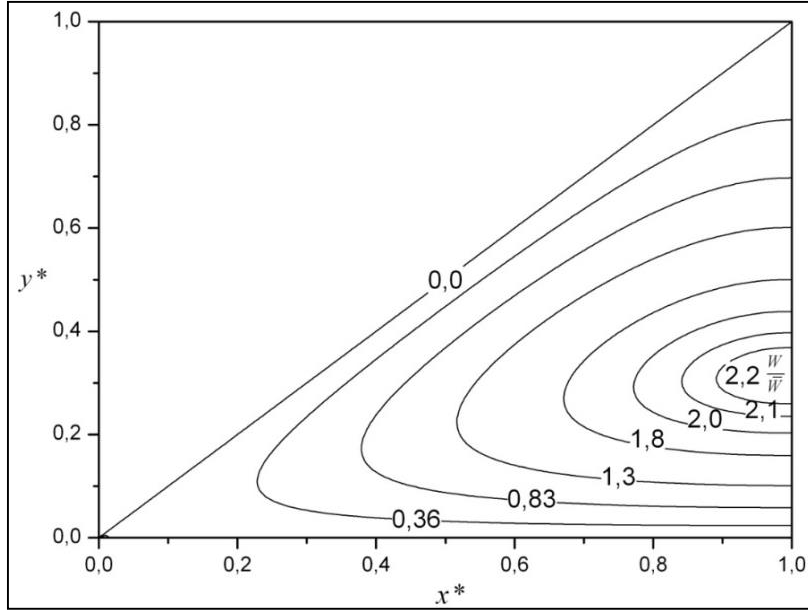
#### 4.5.1. Bulgular ve tartışma

Şekil 4.9 ve 4.10’da boy/en oranı 1 olan bir ikizkenar üçgenin hız ve sabit ısı akısı için elde edilen hız ve sıcaklık konturları görülmektedir. Üçgenin momentum ve enerji denklemlerinin çözümünde hem  $\eta$  hem de  $\psi$  doğrultusunda 160 grid kullanılmıştır. Hız ve sıcaklık alan denklemlerinin çözümü üçgenin alanının sol yarısı üzerinde yapılmış olup sağ taraftaki simetri eksenini üzerinde

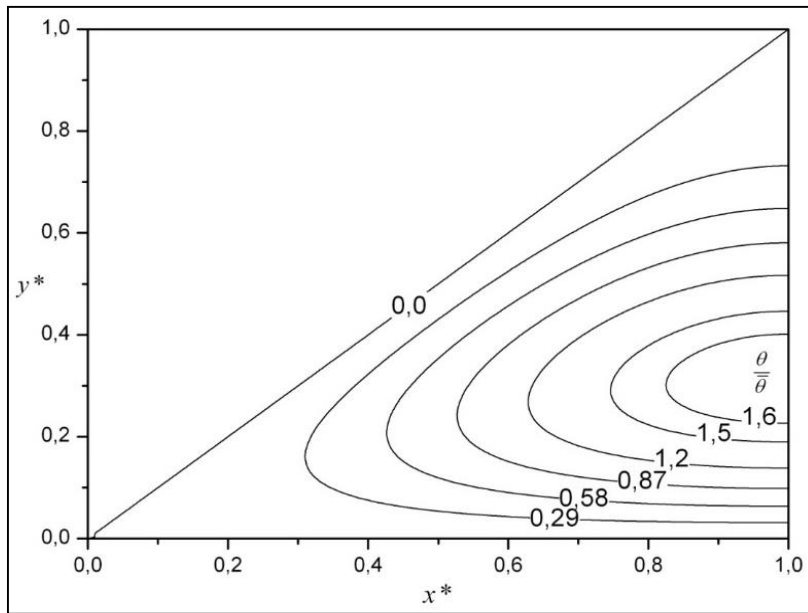
$$\frac{\partial W}{\partial \psi} \frac{1}{n} - \frac{\partial W}{\partial \eta} \frac{\eta}{n\psi} = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \frac{1}{n} - \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\eta}{n\psi} = 0 \quad \text{şeklinde}$$

verilen simetri sınır şartları kullanılmıştır. Poiseuille ve Nusselt sayıları  $f Re = 53,926$  ve

$Nu = 3,11$  olarak belirlenmiştir. Söz konusu üçgen için literatürde,  $f Re = 53,28$  ve  $Nu = 3,102$  değerleri verilmektedir [5]. Poiseuille sayısının literatürde verilen değeri bu analizden elde edilen değerden % 1,4 oranında azdır. Nusselt sayısının literatürde verilen değeri bu analizden elde edilen değerden % 0,3 seviyesinde azdır. Farklılaşmanın grid sayısından kaynaklandığı belirlenmiştir.

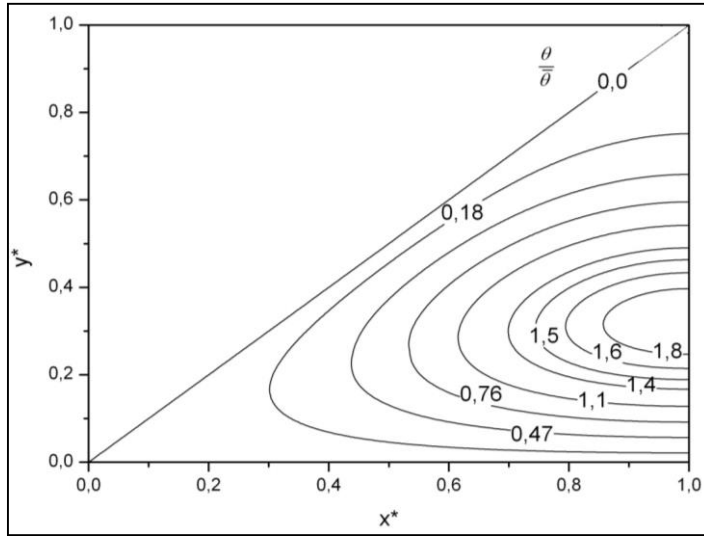


Şekil 4.9. İkizkenar üçgen kanalın hız konturları



Şekil 4.10. İkizkenar üçgen kanalın sabit ısı akısı şartı için sıcaklık konturları



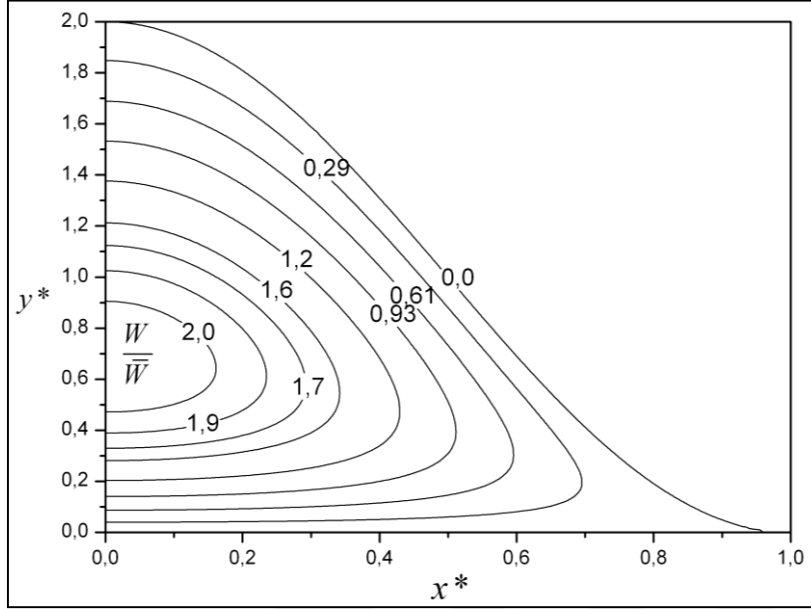


Şekil 4.11. İkizkenar üçgen kanalın sabit duvar sıcaklığı şartı için sıcaklık konturları

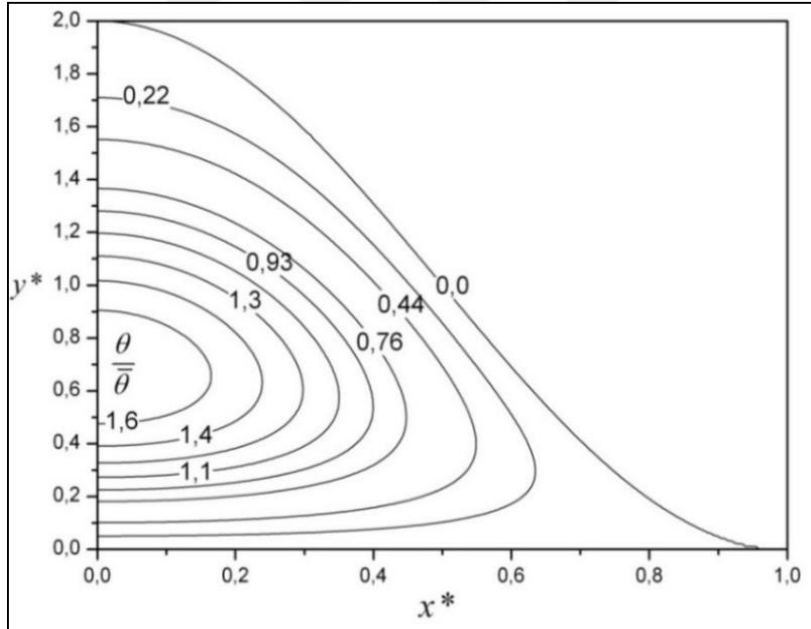
Şekil 4.11 boy/en oranı 1 olan ikizkenar bir üçgen kanal için sabit duvar sıcaklığı şartı ile hesaplanan  $\theta / \bar{\theta}$  konturlarını göstermektedir. Çözüm bölgesi  $200 \times 200$  grid ile donatılarak Eş. (4.108) ve (4.125) çözülmüş olup boyutsuz hız dağılımı  $W_{i,j}$  ve sıcaklık dağılımı  $\theta_{i,j}$  elde edilmiştir. Hem sıcaklık konturları hem de hız konturları ikizkenar üçgeninin simetri eksenine dik gelmektedir. Eğer Eş. (4.108) ve (4.125),  $100 \times 100$  grid sayısı ile çözülmürse Nusselt sayısı 2,545 olarak belirlenmektedir. Grid sayısı  $160 \times 160$  olarak değiştirildiğinde Nusselt sayısı 2,525 olmaktadır. Çözümlemede  $200 \times 200$  grid sayısı kullanılması durumunda Nusselt sayısının 2,492 olduğu görülmektedir. Literatürde aynı üçgen için verilen Nusselt sayısı 2,46'dır [5]. Grid sayısı artıkça bu yöntem ile elde edilen Nusselt sayısının literatürde verilen Nusselt sayısına yaklaştığı görülmektedir. Literatürde verilen Nusselt sayısı ve  $200 \times 200$  grid sayısı ile hesaplanan Nusselt sayısı arasındaki sapma % 1,3 civarındadır. Bu bulguların tümü, bu çalışmada kullanılan yöntemin sağlamlığını doğrulamaktadır.

Şekil 4.12 ve 4.13 ile verilen grafiklerde sırasıyla sinüzoid kanal kesiti üzerindeki boyutsuz hız konturları  $w / \bar{w}$  ve sabit ısı akısı şartı için elde edilen boyutsuz sıcaklık konturları  $\theta / \bar{\theta}$  görülmektedir. Konturlar boy/en =1 için elde edilmiştir.  $w / \bar{w}$  'nin 0 ile 2,1948 aralığında  $\theta / \bar{\theta}$  'nin 0 ile 1,73 aralığında değiştiği görülmektedir. Sinüzoid kanalın sabit ısı akısı şartı için Nusselt ve Poiseuille sayıları sırası ile 3,12 ve 51,893 olarak belirlenmiştir. Sinüzoid kanalın Nusselt ve Poiseuille sayıları literatürde sırası ile 3,102 ve 52,092 olarak

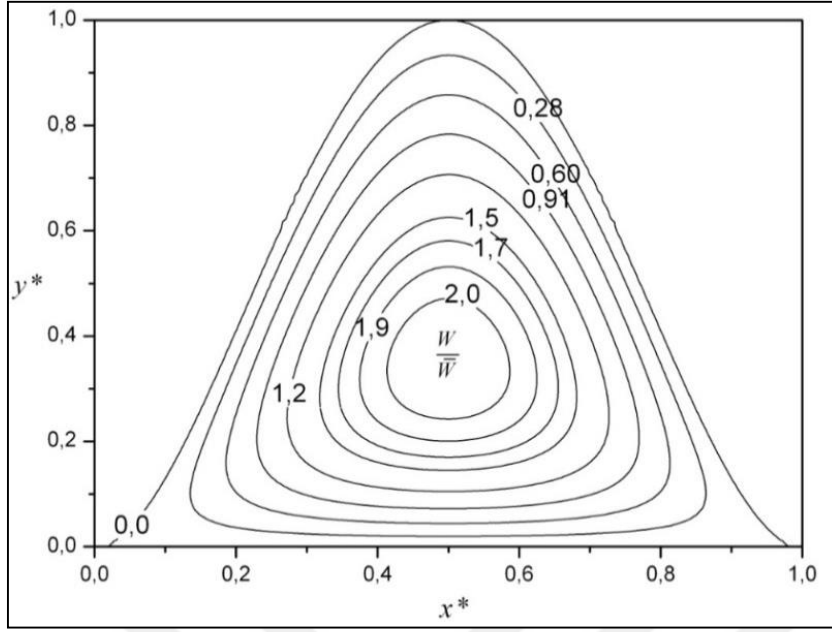
verilmektedir [5]. Literatür verileri ile bu analizin sonuçları arasındaki uyumun iyi olduğunu kabul edebiliriz.



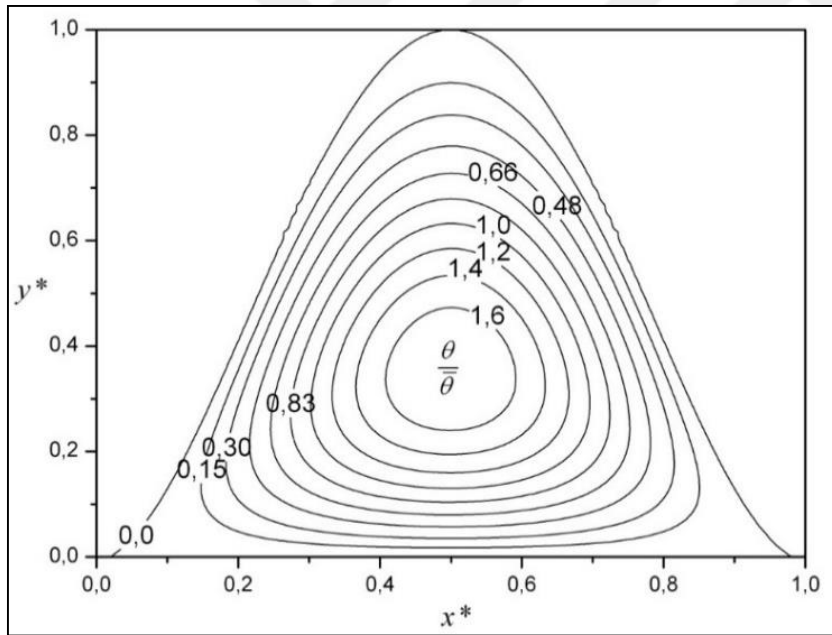
Şekil 4.12. Sinüzoid kanalın hız konturları



Şekil 4.13. Sabit ısı akısı şartı için sinüzoid kanalın sıcaklık konturları



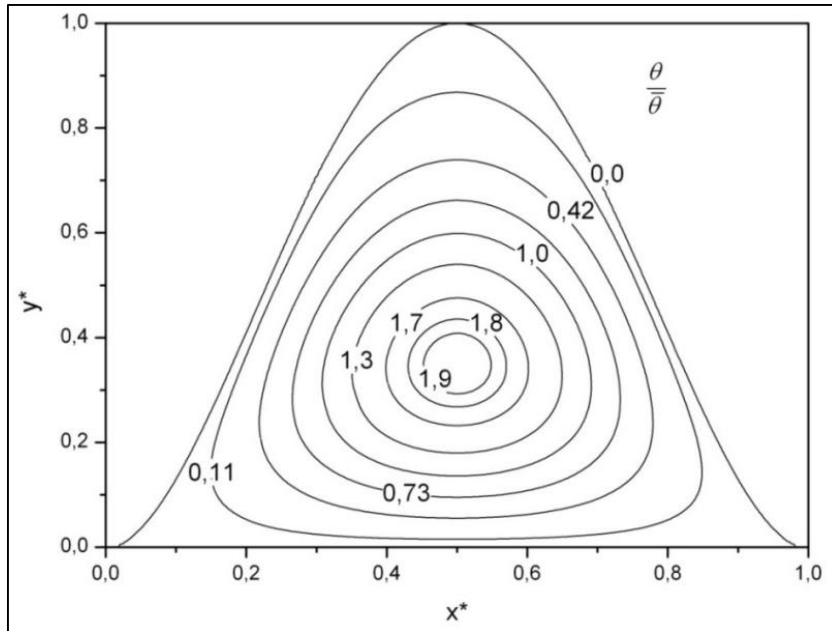
Şekil 4.14. Parabolik kanalın hız konturları



Şekil 4.15. Sabit ısı akısı şartı için parabolik kanalın sıcaklık konturları

Şekil 4.14 ve 4.15'te parabolik kanalın kesiti üzerindeki hız konturları ve sabit ısı akısı şartı için elde edilen sıcaklık konturları görülmektedir. Konturların elde edilmesinde kullanılan veriler  $w/\bar{w}$  ve  $\theta/\bar{\theta}$  şeklinde ifade edilen normalleştirilmiş boyutsuz hız ve sıcaklık değerleri olup, boy/en=1 için elde edilmiştir. Beklendiği üzere konturlar x eksenine göre simetriktir. Hız konturlarının değerlerinin 0 ile 2,17 aralığında sıcaklık konturlarının değerlerinin 0 ile 1,72 aralığında değiştiği görülmektedir. Bu değerler literatür verileri ile de

uyumludur [66]. Akış alanının ortasında bulunan konturlar hemen hemen dairesel olmakla birlikte kanalın cidarına yaklaştıkça konturlar kanalın şeklini almaktadır. Hem sıcaklık konturlarının hem de hız konturlarının merkezinin, yüzeyin merkezi ile örtüştüğü tahmin edilmektedir. Şekil 4.15'ten görüldüğü üzere akışkan içerisinde en yüksek sıcaklık gradyanı taban ve yan yüzeylerin ortasında görülmekte, köşelerde sıcaklık gradyanı düşük olmaktadır. En düşük sıcaklık gradyanının parabolik kanalın köşelerinde oluştuğu görülmektedir. Şekil 4.15'ten görüldüğü üzere aynı yerde hız gradyanı da oldukça düşüktür. Parabolik kanalın sabit ısı akısı şartı ve boy/en oranı 1 için Nusselt ve Poiseuille sayıları sırası ile 3,24 ve 53,78 olarak belirlenmiştir.



Şekil 4.16. Sabit duvar sıcaklığı şartı için parabolik kanalın sıcaklık konturları

Şekil 4.16 boy/en=1 olan parabolik kanalın sabit duvar sıcaklığı şartı için hesaplanan  $\theta / \bar{\theta}$  konturlarını göstermektedir. Şekil 4.16 da kullanılan veriler Eş. (4.157) ve (4.169)'un  $200 \times 200$  grid sayısı ile çözülmesi ile elde edilmiştir. Eş. (4.157) ve (4.169)'un  $100 \times 100$ ,  $160 \times 160$  ve  $200 \times 200$  grid sayıları ile Nusselt sayısı sırasıyla 2,623, 2,61 ve 2,62 olarak hesaplanmaktadır. Nusselt sayısının grid sayısı ile değişimi bir eğilim sağlamamaktadır. Nusselt sayısının grid sayısı ile değişmediği varsayılabilir.

Sonuç olarak,  $160 \times 160$  grid sayısı kullanmak Poiseuille ve Nusselt sayılarını belirlemek için yeterli bulunmuştur. Farklı boy/en oranlarında sabit ısı akısı şartı ve sabit duvar sıcaklığı şartı için hesaplanan Poiseuille ve Nusselt sayıları çizelgeler halinde verilmiştir. Aşağıdaki çizelgelerde ikizkenar üçgen, sinüzoid ve parabol şeklindeki kanallar için bu analizden elde

edilen Poiseuille ve Nusselt sayıları farklı boy/en oranları için verilmektedir. Aynı çizelgelerde kıyaslama amacı ile literatürden alınan değerler de verilmektedir.

Çizelge 4.1’de boy/en oranı 0,125 ile 8 arasında değişen ikizkenar üçgen kanalların Poiseuille sayıları ve Nusselt sayıları görülmektedir. Boy/en oranı 2 den küçük olduğu sürece 160×160 grid donanımı ile elde edilen Poiseuille ve Nusselt sayılarının literatür verileri ile mükemmel biçimde uyduğu görülmüyor. Boy/en oranı 2 ve 2’nin üzerine çıkarken Poiseuille ve Nusselt sayılarının literatürde verilen değerlerden gittikçe artan bir sapma gösterdiği gözlenmiştir [5]. Boy/en oranı 4 ve 8 olduğunda 160×160 grid donanımı yetersiz kalmış ve 200×200 grid donanımı kullanılarak 4 ve 8 boy/en oranı için Çizelge 4.1’de verilen değerler elde edilmiştir. Buna rağmen Çizelge 4.1’de 4 ve 8 boy/en oranı için verilen Nusselt sayıları sırası ile % 1 ve % 1.6 civarında literatür verilerinden fazladır [5]. Poiseuille sayısının büyük olduğu hallerde Nusselt sayısı da büyük olmaktadır. Boy/en oranı artarken gerek Nusselt sayısı gerek Poiseuille sayısı boy/en oranının belirli bir değerinde maksimuma ulaşmakta sonra tekrar düşmektedir.

Çizelge 4.1. Sabit ısı akışı şartı (H1) için ikizkenar üçgen kanalların Poiseuille ve Nusselt sayıları

| 2b/2P        | $f$ Re<br>Hesaplanan | $f$ Re<br>Literatür verisi [5] | $Nu_{H1}$<br>Hesaplanan | $Nu_{H1}$<br>Literatür verisi [5] |
|--------------|----------------------|--------------------------------|-------------------------|-----------------------------------|
| 8            | 50,29                | 49,41                          | 2,39                    | 2,348                             |
| 4            | 51,33                | 50,544                         | 2,60                    | 2,575                             |
| 2            | 52,928               | 52,104                         | 2,90                    | 2,88                              |
| 1,50         | 53,47                | 52,72                          | 3,01                    | 2,998                             |
| 1            | 53,926               | 53,28                          | 3,11                    | 3,102                             |
| $\sqrt{3}/2$ | 53,94                | 53,33                          | 3,12                    | 3,11                              |
| 0,75         | 53,85                | 53,28                          | 3,11                    | 3,102                             |
| 0,50         | 53,086               | 52,612                         | 2,985                   | 2,982                             |
| 0,25         | 50,88                | 50,49                          | 2,605                   | 2,603                             |
| 0,125        | 49,26                | 48,84                          | 2,29                    | 2,29                              |

Çizelge 4.2’de boy/en oranları 0,5 ile 4 arasında değişen ikizkenar üçgen kanallar için elde edilen Poiseuille ve Nusselt sayıları görülmektedir. Aynı tabloda, Poiseuille ve Nusselt sayılarının literatür değerleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Çizelge 4.2’de verilen Nusselt ve Poiseuille sayıları  $Re = 500$  ve  $Pr = 0,72$  için elde edilmiştir. Reynolds ve Prandtl sayılarının bu değerinin Nusselt ve Poiseuille sayıları üzerinde bir etkisi yoktur.

Çizelge 4.2’de boy/en oranı 1’den farklı olan ikizkenar üçgen kanalların hesapları 160×160 grid donanımı ile yapılmıştır. Hesaplanan Nusselt sayıları ile literatürdeki Nusselt sayıları arasındaki en büyük sapma boy/en=0,75 için 0,07 olarak hesaplanmıştır. En küçük sapma boy/en=0,5 için 0,02 olmaktadır. Bu sapmalar yüzdesel olarak % 2,8 ve % 0,8’dir. Hesaplanan Poiseuille sayısı ile literatürdeki Poiseuille sayısı arasındaki en büyük sapma boy/en= $\sqrt{3}/2$  için 0,61 olup % 1,1 kadardır. Boy/en=1 için hesaplanan Nusselt ve Poiseuille sayıları 200×200 grid sayısı ile hesaplanmıştır. Bu durumda hesaplanan Nusselt sayısı ile literatürdeki Nusselt sayısı arasındaki sapma % 1,3 ve Poiseuille sayısındaki sapma % 1 olmaktadır.

Çizelge 4.2. Sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için ikizkenar üçgen kanalların Poiseuille ve Nusselt sayıları

| 2b/2P        | $f Re$<br>Hesaplanan | $f Re$<br>Literatür verisi [5] | $Nu_T$<br>Hesaplanan | $Nu_T$<br>Literatür verisi [5] |
|--------------|----------------------|--------------------------------|----------------------|--------------------------------|
| 4            | 51,35                | 50,54                          | 1,95                 | 1,94                           |
| 2            | 52,76                | 52,104                         | 2,28                 | 2,22                           |
| 1,866        | 53,17                | 52,520                         | 2,33                 | 2,284                          |
| 1            | 53,801               | 53,28                          | 2,492                | 2,46                           |
| $\sqrt{3}/2$ | 53,94                | 53,33                          | 2,535                | 2,47                           |
| 0,75         | 53,85                | 53,28                          | 2,52                 | 2,45                           |
| 0,50         | 53,08                | 52,612                         | 2,383                | 2,363                          |

Çizelge 4.3. Sabit ısı akısı şartı (H1) için sinüzoid kanalların Poiseuille ve Nusselt sayıları

| $2b/2\alpha$ | $f Re$<br>Hesaplanan | $f Re$<br>Literatür verisi | $Nu_{H1}$<br>Hesaplanan | $Nu_{H1}$<br>Literatür verisi |
|--------------|----------------------|----------------------------|-------------------------|-------------------------------|
| 4            | 60,676               | ----                       | 3,20                    | ----                          |
| 2,5          | 59,12                | ----                       | 3,30                    | ----                          |
| 2            | 57,901               | 58,256                     | 3,32                    | 3,31                          |
| 1,5          | 55,788               | 56,088                     | 3,29                    | 3,268                         |
| 1            | 51,893               | 52,092                     | 3,12                    | 3,102                         |
| $\sqrt{3}/2$ | 50,35                | 50,52                      | 3,035                   | 3,014                         |
| 0,75         | 48,788               | 48,936                     | 2,93                    | 2,916                         |
| 0,5          | 44,72                | 44,828                     | 2,64                    | 2,617                         |
| 0,25         | 40,39                | 40,49                      | 2,23                    | 2,213                         |
| 0,125        | 38,86                | 38,97                      | 2,03                    | 2,017                         |

Çizelge 4.3’te farklı boy/en oranlarına sahip sinüzoid kanalların Poiseuille ve Nusselt sayıları verilmektedir. Momentum ve enerji denklemlerinin çözümünde 160×160 grid donanımı

kullanılmıştır. Hesaplanan Poiseuille ve Nusselt sayıları literatür verilerinden binde mertebesinde büyükçe çıkmaktadır. Boy/en oranını artarken boy/en=2 olduğunda Nusselt sayısının maksimuma ulaştığı ondan sonra düşmeye başladığı, Poiseuille sayısının artmaya devam ettiği görülmektedir.

Çizelge 4.4’de farklı boy/en oranlarına sahip parabolik kanalların Nusselt sayıları ve Poiseuille sayıları görülmektedir. Momentum ve enerji denklemlerinin çözümü  $200 \times 200$  grid donanımı ile elde edilmiştir. Nusselt ve Poiseuille sayılarının en büyük değerleri 3,50 ve 59,85 olarak belirlenmiştir. Çizelge 4.4’te sinüzoid kanalın Nusselt ve Poiseuille sayıları da verilmiştir. Bu değerler sinüzoid kanaldaki  $b/\alpha = 2$ ’ye karşılık gelmektedir.  $b/\alpha$ ’nın daha büyük değerlerinde Nusselt sayısı azalmakta, Poiseuille sayısı artmaya devam etmektedir. Parabolik kanalın Nusselt sayısı sinüzoid kanala göre biraz büyüktür. Bu durum ısı transferi açısından cüzi de olsa bir avantaj sağlayabilir.

Çizelge 4.4. Sabit ısı akısı şartı (H1) için parabolik kanalların Nusselt ve Poiseuille sayıları ve sinüzoid kanalın Nusselt ve Poiseuille sayıları ile kıyaslaması

| $y_p / P_p$  | $f Re$<br>Parabolik<br>kanal | $f Re$<br>Sinüzoid kanal<br>(Literatür verisi) | $Nu_{H1}$<br>Parabolik kanal | $Nu_{H1}$<br>Sinüzoid kanal<br>(Literatür verisi) |
|--------------|------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------|---------------------------------------------------|
| 2,50         | 61,228250                    | -                                              | 3,50                         | -                                                 |
| 2            | 59,851570                    | 58,256                                         | 3,49                         | 3,310                                             |
| 1,50         | 57,620190                    | 56,088                                         | 3,43                         | 3,268                                             |
| 1            | 53,780510                    | 52,092                                         | 3,26                         | 3,102                                             |
| $\sqrt{3}/2$ | 52,331490                    | 50,520                                         | 3,17                         | 3,014                                             |
| 0,75         | 50,907070                    | 48,936                                         | 3,08                         | 2,916                                             |
| 0,50         | 47,395880                    | 44,828                                         | 2,81                         | 2,617                                             |
| 0,25         | 44,084400                    | 40,492                                         | 2,47                         | 2,213                                             |
| 0,125        | 43,070870                    | 38,972                                         | 2,30                         | 2,017                                             |

Çizelge 4.5 boy/en oranları 0,125 ten 2,5 arasında değişen parabolik kanalların Nusselt ve Poiseuille sayılarını göstermektedir. Çizelge 4.5’te verilen Nusselt ve Poiseuille sayıları  $Re = 500$  ve  $Pr = 0,72$  için elde edilmiştir. Çizelge 4.5’te daha önceki çalışmalarda bulunan Nusselt ve Poiseuille sayıları karşılaştırma amacıyla verilmiştir. Karşılaştırma için, sinüs kanalı, parabolik kanala en uygun kanal olarak bulunmuştur. Her bir boy/en oranı için çözümler  $100 \times 100$  ve  $160 \times 160$  grid sayıları ile yapılmıştır. Her iki grid sayısından elde edilen değerler arasındaki farklılık % 1 olarak bulunmuştur. Bu yüzden grid sayısını

arttırılması gereksiz bulunmuştur. Çizelge 4.5'te verilen Nusselt ve Poiseuille sayılarının hata payları % 3 den fazla olmamaktadır. Çizelge 4.5'te boy/en=0,125 için Poiseuille sayısı verilmekte olup Nusselt sayısı hesaplanamamıştır. Eş. (4.135)'in çözümü yakınmamaktadır. Bunun yanı sıra Shah ve London'nın çalışmasında da boy/en=0,125 olan sinüzoid kanal için Nusselt sayısı verisi bulunmamaktadır [5, 6]. Bunun yakınsama probleminden kaynaklı olduğu düşünülmektedir.

Çizelge 4.5. Sabit duvar sıcaklığı (T) şartı için parabolik kanalın Poiseuille ve Nusselt sayıları

| $y_p / P_p$  | $f Re$<br>Hesaplanan | $f Re$<br>Sinüzoid kanal | $Nu_T$<br>Hesaplanan | $Nu_T$<br>Sinüzoid kanal |
|--------------|----------------------|--------------------------|----------------------|--------------------------|
| 2,50         | 61,3                 | -----                    | 2,60                 | -----                    |
| 2,00         | 59,914               | 58,256                   | 2,66                 | -----                    |
| 1,50         | 57,67                | 56,088                   | 2,693                | 2,60                     |
| 1,00         | 53,78                | 52,092                   | 2,62                 | 2,45                     |
| $\sqrt{3}/2$ | 52,36                | 50,52                    | 2,567                | -----                    |
| 0,75         | 50,93                | 48,936                   | 2,497                | 2,33                     |
| 0,50         | 47,41                | 44,828                   | 2,26                 | 2,12                     |
| 0,25         | 44,09                | 40,492                   | 1,901                | 1,80                     |
| 0,125        | 43,07                | 38,972                   | ----                 | ----                     |

#### 4.6. Giriş Bölgesindeki Akışı Yöneten Denklemler

Pratikte bir kanalın giriş bölgesinde akışkan üç boyutlu akış ve sıcaklık alanları oluşturmakta olup belirli bir süre sonra tek boyutlu bir tam gelişmiş akış özelliği göstermeye başlamaktadır. Giriş bölgesi akışlarında akışkanın hız ve sıcaklık değerleri çok hızlı bir şekilde değişkenlik göstermektedir. Giriş bölgesi akışları hidrodinamik ve termal yönden eş zamanlı olarak gelişebilir veya termal olarak gelişirken hidrodinamik olarak tamamen gelişmiş olabilir. Isı verme kanadın belirli bir yerinden itibaren yapılıyorsa bu durum ortaya çıkar.

Giriş bölgesi akışını hidrodinamik yönden yöneten denklemler süreklilik, x, y ve z momentum denklemleridir. Genellikle radyatör hava kanallarına giren akışkanın hızı Mach sayısını 1/3 ünden küçük bir değer aralığında olduğundan akışkan laminar sıkışmaz olarak kabul edilmektedir. Viskoz akışlar için x, y ve z momentum denklemleri sırası ile



$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \quad (4.179)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dy} + \nu \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \quad (4.180)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} + \nu \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \quad (4.181)$$

olarak verilmektedir. Kanalin giriş bölgesindeki hız değerleri son üç eşitlik ile hesaplanabilmektedir. Ancak denklemlerden de görüldüğü üzere basıncın da bilinmesi gerekmektedir. Basıncın hesabı için süreklilik ve yukarıdaki momentum denklemlerinin bileşiminden aşağıdaki Poisson denklemi elde edilmektedir.

$$\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) = - \left[ 2 \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} + 2 \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (4.182)$$

Son denklemin elde ediliş şekli EK-8’de verilmektedir.

$\text{Re} = \frac{\bar{w} D_h}{\nu}$  ,  $\bar{P} = \frac{p}{\rho \bar{w}^2 / 2}$  ,  $u = U \bar{w}$  ,  $v = V \bar{w}$  ve  $w = W \bar{w}$  eşitlikleri kullanılarak yukarıdaki

son dört denklemin boyutsuz şekli

$$\left[ U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \right] = -\frac{1}{2} \frac{d\bar{P}}{dx} + \frac{D_h}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right] \quad (4.183)$$

$$\left[ U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} \right] = -\frac{1}{2} \frac{d\bar{P}}{dy} + \frac{D_h}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right] \quad (4.184)$$

$$\left[ U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} \right] = -\frac{1}{2} \frac{d\bar{P}}{dz} + \frac{D_h}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right] \quad (4.185)$$

$$\left( \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial x^2} \right) = \begin{bmatrix} -4 \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial x} - 4 \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial y} - 4 \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} \\ -2 \left( \frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 - 2 \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 - 2 \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 \end{bmatrix} \quad (4.186)$$

olarak elde edilir. Son eşitliklerde bulunan  $\bar{P}$  boyutsuz basıncı,  $U$ ,  $V$  ve  $W$  sırasıyla  $x$ ,  $y$  ve  $z$  doğrultularındaki boyutsuz hız bileşenlerini göstermektedir. Kesit alanı ikizkenar üçgen, sinüzoid ve parabol olan kanallarda gerçekleşen giriş bölgesi akışını modellemek için kanal kesit geometrisine göre türetilmiş olan normalizasyon denklemlerinin yukarıda bahsi geçen son dört eşitliğe impoze edilmesi gerekmektedir. Bu işlem sonucunda denklemler kanal kesitine göre özelleşmektedirler. Ayrıca bu denklemlerinin çözümü için denklemlerin sonlu fark şekilleri ve başlangıç şartları gerekmektedir.

#### 4.7. Giriş Bölgesindeki Isı Transferini Yöneten Denklemler

Kanalın giriş bölgesinde gerçekleşen akış esnasında Nusselt sayısı en büyük değerden başlayarak tam gelişmiş akıştaki Nusselt sayısına yaklaşmaktadır. Bu sebeple kanalın giriş bölgesinde daha yoğun bir ısı transferi meydana gelmektedir. Akış termal yönden gelişmekte iken  $x$ ,  $y$  ve  $z$  eksenleri üzerinde sıcaklık gradyanları oluşmaktadır. Bu sebeple termal yönden gelişmekte olan bir akışta gerçekleşen ısı transferi üç boyutlu olarak incelenmelidir.

$Re = \frac{\bar{w} D_h}{\nu}$ ,  $\alpha_y = \frac{k}{\rho C_p}$ ,  $Pr = \frac{\nu}{\alpha_y}$ ,  $u = U\bar{w}$ ,  $v = V\bar{w}$  ve  $w = W\bar{w}$  eşitlikleri kullanılarak

Eş.(2.49) sıkışmaz akış için düzenlenmiş şekli

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} + W \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{D_h}{P_r Re} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (4.187)$$

olarak modifiye edilir. Sıcaklığın boyutsuzlaştırması için

$$\theta(x, y, z) = \frac{T - T_w}{T_i - T_w} \quad (4.188)$$

tanımlaması kullanılabilir. Son denklemde  $T_w$  duvar sıcaklığını,  $T_i$  giriş sıcaklığını temsil etmektedir. Eş. (4.187)'de bulunan sıcaklık terimlerini boyutsuz sıcaklık cinsinden tanımlamak için son denklem

$$T = \theta(T_i - T_w) + T_w \quad (4.189)$$

şeklinde yazılabilir. Son denklemden  $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial x}(T_i - T_w)$ ,  $\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial \theta}{\partial y}(T_i - T_w)$ ,

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial z}(T_i - T_w) \quad , \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}(T_i - T_w), \quad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}(T_i - T_w) \quad \text{ve} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}(T_i - T_w)$$

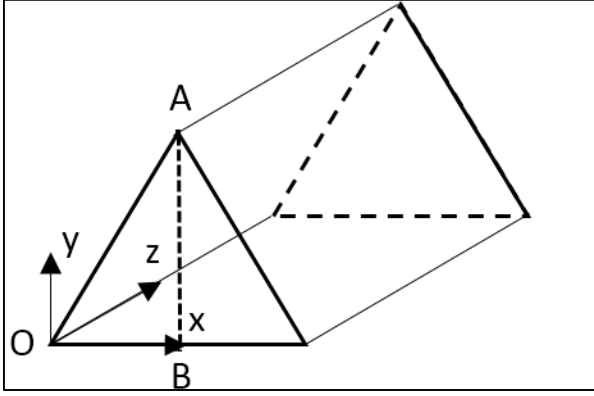
türevleri elde edilir. Eş. (4.187) ile verilen enerji denklemi bu türevleri kullanarak yeniden

$$U \frac{\partial \theta}{\partial x} + V \frac{\partial \theta}{\partial y} + W \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{D_h}{P_r \text{ Re}} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right] \quad (4.190)$$

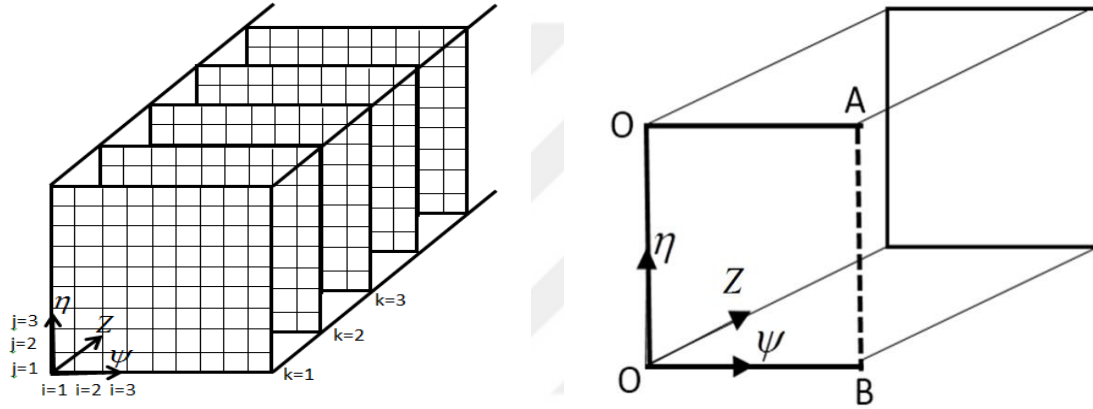
şeklinde düzenlenebilir. Son denklem tüm kanal geometrileri için genel enerji denklemi olup her türlü kanal için geçerlidir. Ancak bu denklemin kare ve dikdörtgen kesitli kanalları haricindeki kanallara uygulanabilmesi için koordinat transformasyonu ile normalleştirilmesi gerekmektedir.

#### 4.8. Üçgen Kanalda Giriş Bölgesi Akışını ve Isı Transferini Yöneten Denklemlerin Normalizasyonu

Şekil 4.17'de ikizkenar üçgen kanal ve doğal koordinat sistemi görülmektedir. Doğal koordinat sistemi kullanılarak giriş bölgesi gridlendirilirse çok miktarda düzensiz grid olmaktadır. Bu durum çözüm işlemini hemen hemen imkansız hale getirmektedir. Bu zorluğu ortadan kaldırmak için ikizkenar üçgen AB doğrusu ile simetrik olarak iki parçaya bölünerek üçgenin sol tarafı Şekil 4.18'de görüldüğü gibi  $(\psi, \eta, Z)$  koordinat sistemi üzerine aktarılmıştır.



Şekil 4.17. Üçgen kanalın gerçek koordinat  $(x, y, z)$  sistemindeki görünüşü



Şekil 4.18. Üçgen kanalın yarı kesitinin  $(\psi, \eta, Z)$  çözüm bölgesindeki görünüşü

Kanal kesitini normalizasyonunda izlenen işlem basamakları tam gelişmiş akış modeli için uygulanan işlem basamakları ile aynı olup, akış yönünü temsil eden  $z$  ekseni;  $Z = \frac{z}{P}$  eşitliği

ile boyutsuzlaştırılmıştır. Bu tanımlamadaki  $P$  Şekil 4.17'deki  $OB$  mesafesine eşittir. Tam

gelişmiş akış analizlerinde ikizkenar üçgenin hidrolik çapı  $D_h = \frac{2mP}{1 + \sqrt{1 + m^2}}$  olarak ifade

edilmiştir. Bu eşitlikte bulunan  $m$  Şekil 4.17'deki üçgenin  $OA$  kenarının eğimini göstermektedir. Eş. (4.183), (4.184), (4.185), (4.186) ve (4.190) ile verilen momentum,

basınç ve enerji denklemleri  $\psi = \frac{x}{P}$  ve  $\eta = \frac{y}{mx}$  dönüşümleri kullanılarak

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial U}{\partial \psi} U m \psi^2 - \frac{\partial U}{\partial \eta} U \eta m \psi + \frac{\partial U}{\partial \eta} V \psi + \frac{\partial U}{\partial Z} W m \psi^2 = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial \psi} \frac{1}{2} m \psi^2 + \frac{\partial \bar{P}}{\partial \eta} \frac{1}{2} \eta m \psi \\
& + \frac{2}{\text{Re}\left(1 + \sqrt{1 + m^2}\right)} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial \psi^2} m^2 \psi^2 - \frac{\partial^2 U}{\partial \eta \partial \psi} 2 \eta m^2 \psi + \frac{\partial U}{\partial \eta} 2 \eta m^2 \right. \\
& \left. + \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} (\eta^2 m^2 + 1) + m^2 \psi^2 \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right]
\end{aligned} \tag{4.191}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial V}{\partial \psi} U m \psi^2 - \frac{\partial V}{\partial \eta} U \eta m \psi + \frac{\partial V}{\partial \eta} V \psi + \frac{\partial V}{\partial Z} W m \psi^2 = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial \eta} \frac{\psi}{2} \\
& + \frac{2}{\text{Re}\left(1 + \sqrt{1 + m^2}\right)} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial \psi^2} m^2 \psi^2 - \frac{\partial^2 V}{\partial \eta \partial \psi} 2 \eta m^2 \psi + \frac{\partial V}{\partial \eta} 2 \eta m^2 \right. \\
& \left. + \frac{\partial^2 V}{\partial \eta^2} (\eta^2 m^2 + 1) + m^2 \psi^2 \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right]
\end{aligned} \tag{4.192}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial W}{\partial \psi} U m \psi^2 - \frac{\partial W}{\partial \eta} U \eta m \psi + \frac{\partial W}{\partial \eta} V \psi + \frac{\partial W}{\partial Z} W m \psi^2 = -\frac{m \psi^2}{2} \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} \\
& + \frac{2}{\text{Re}\left(1 + \sqrt{1 + m^2}\right)} \left[ \frac{\partial^2 W}{\partial \psi^2} m^2 \psi^2 - \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial \psi} 2 \eta m^2 \psi + \frac{\partial W}{\partial \eta} 2 \eta m^2 \right. \\
& \left. + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} (\eta^2 m^2 + 1) + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} m^2 \psi^2 \right]
\end{aligned} \tag{4.193}$$

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \psi^2} m^2 \psi^2 - \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \eta \partial \psi} 2 \eta m^2 \psi + \frac{\partial \bar{P}}{\partial \eta} 2 \eta m^2 + \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \eta^2} (\eta^2 m^2 + 1) + \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial Z^2} m^2 \psi^2 \right) = \\
& -4 \frac{\partial U}{\partial Z} \frac{\partial W}{\partial \psi} m^2 \psi^2 + 4 \frac{\partial U}{\partial Z} \frac{\partial W}{\partial \eta} \eta m^2 \psi - 4 \frac{\partial V}{\partial Z} \frac{\partial W}{\partial \eta} m \psi - \\
& 4 \frac{\partial U}{\partial \eta} \frac{\partial V}{\partial \psi} m \psi + 4 \frac{\partial U}{\partial \eta} \frac{\partial V}{\partial \eta} m \eta - 2 \left( \frac{\partial W}{\partial Z} \right)^2 m^2 \psi^2 - 2 \left( \frac{\partial V}{\partial \eta} \right)^2 \\
& - 2 \left( \frac{\partial U}{\partial \psi} \right)^2 m^2 \psi^2 + \frac{\partial U}{\partial \psi} \frac{\partial U}{\partial \eta} 4 \eta m^2 \psi - 2 \left( \frac{\partial U}{\partial \eta} \right)^2 \eta^2 m^2
\end{aligned} \tag{4.194}$$

$$\begin{aligned}
& U \left( \frac{\partial \theta}{\partial \psi} - \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\eta}{\psi} \right) + V \left( \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{1}{m \psi} \right) + W \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \\
& \frac{2m}{\text{Pr Re}\left(1 + \sqrt{1 + m^2}\right)} \left[ \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \psi} \frac{2\eta}{\psi} + \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{2\eta}{\psi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} \frac{\eta^2}{\psi^2} \right) \right. \\
& \left. + \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} \frac{1}{m^2 \psi^2} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right]
\end{aligned} \tag{4.195}$$

şeklinde dönüştürülür. Bu dönüşüm ile kanalın giriş bölgesi akışını yöneten tüm denklemler sonlu farklar metodu ile kolaylıkla çözülebilecek bir hale getirilmiştir.

#### 4.9. Giriş Bölgesi Akışında Sayısal Yöntem

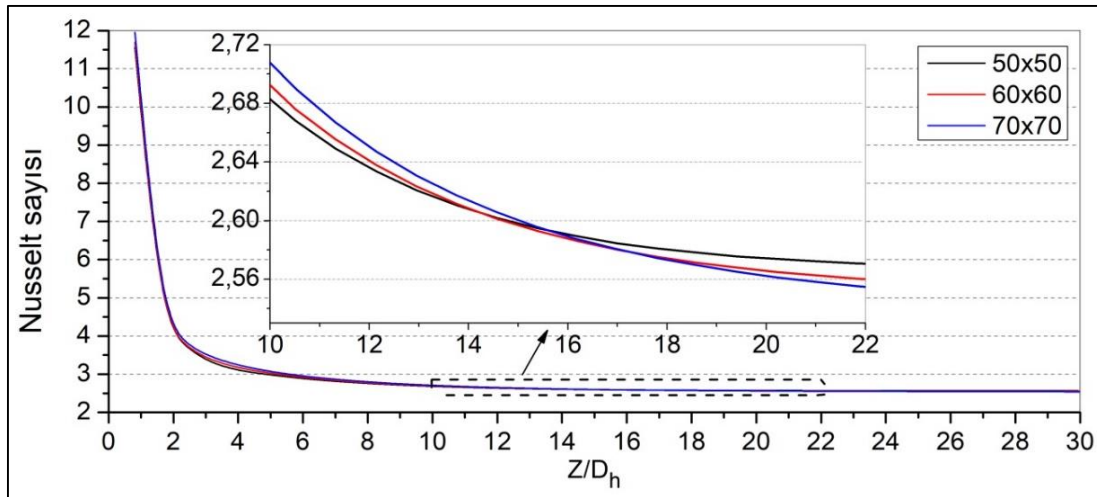
Eş. (4.191), (4.192), (4.193), (4.194) ve (4.195) ile verilen denklemler, sonlu farklar metodu ile ayrıklaştırılarak Newton Raphson yöntemi ile çözülmüştür. Çözümleme işlemi bir FORTRAN programı ile yapılmıştır. Şekil 4.18'deki normalize edilmiş çözüm bölgesinin AB kenarı üzerinde simetri şartı kullanılmıştır. Diğer kenarlar üzerinde gerek boyutsuz hız bileşenleri gerek boyutsuz sıcaklık sıfır olmaktadır. Kanalın  $z$  doğrultusundaki boyutu aralarında  $\Delta z$  mesafesi bulunan akışa dik düzlemlerle Şekil 4.18'de olduğu gibi ayrıklaştırılmaktadır. Giriş bölgesi akışı ve giriş bölgesi ısı transferi problemi  $z$  doğrultusunda bir başlangıç değer problemi olarak ele alınabilmektedir. Bu durumda kanalın tam girişindeki ve girişin bir adım gerisindeki düzlemlerde bulunan boyutsuz hız bileşenleri, boyutsuz sıcaklık ve basıncın bilinmesi gerekmektedir. Bu düzlemlerde  $U_{i,j} = 0$ ,  $V_{i,j} = 0$ ,  $W_{i,j} = 1$  ve  $\theta_{i,j} = 1$  sınır şartları kullanılabilmektedir. Bu düzlemler üzerindeki basınç dağılımı da tekdüze bir sayı olarak seçilebilmekte olup 100 seviyesinde bir sayı tercih edilebilir. Çözüm işlemine üçüncü düzlemden başlayarak adım adım ilerlenir. Bu tarz çözümleme Marching tekniği denmektedir. Herhangi bir çözüm düzleminin sınırlarındaki basınç dağılımı tekdüze bir sayı olarak alınabilmektedir. Basıncın çözüm bölgesinin sınırlarındaki değerleri için (sınır şartı) atma bir sayı kullanılarak denklemlerin kesit üzerindeki çözüm işlemi gerçekleştirilir. Çözüm işlemi ile ilgili program EK-9'da verilmektedir. Kesit üzerindeki çözüm bittikten sonra kesitten geçen debi hesaplanır. Eğer hesaplanan debi tam girişteki debi ile belirli bir tolerans dahilinde eşitlenmiyorsa basıncın kesitin sınırlarındaki değeri (sınır şartı) değiştirilir ve kesit üzerindeki çözüm işlemi tekrarlanır. Tekrarlama işlemi debiler denkleşinceye kadar tekrarlanır. Bu şekilde momentum denklemleri çözüldükten sonra enerji denkleminin çözümüne geçilir. Belirlenen hız bileşenleri kullanılarak enerji çözülür. Enerji denkleminin çözümü herhangi bir özellik arz etmemektedir. Enerji denkleminin çözümü bittikten sonra

$$Nu = \frac{Re Pr m}{2(1 + \sqrt{1 + m^2})} \frac{\frac{d}{dz} \int_A \theta W \psi d\eta d\psi}{\int_A \theta W \psi d\eta d\psi} \quad (4.196)$$

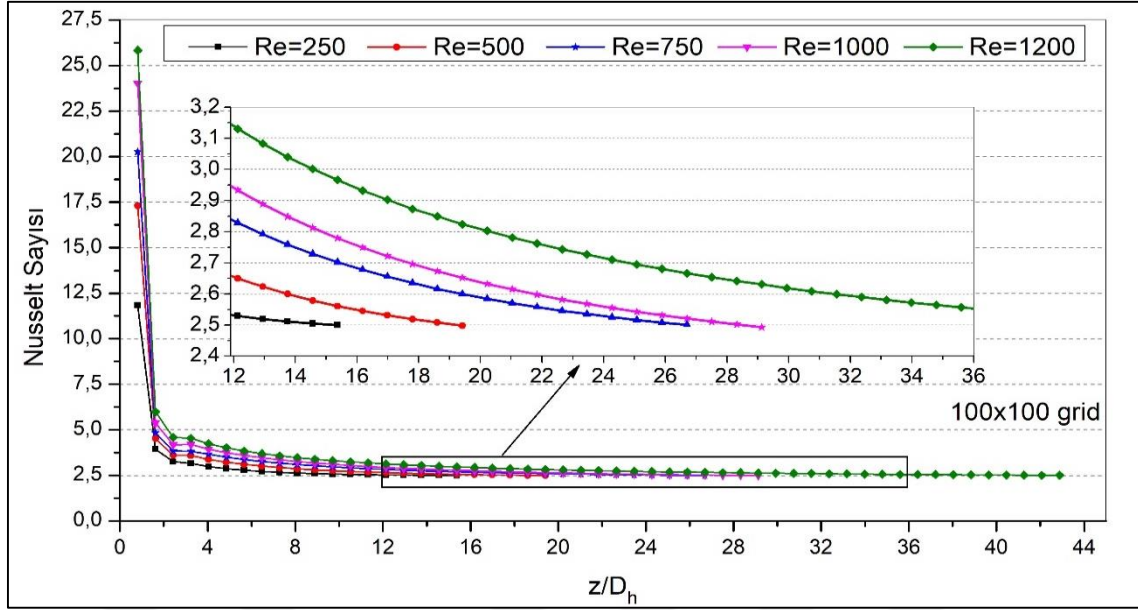
denklemleri kullanılarak Nusselt sayısı hesaplanır. Nusselt sayısının hesabı EK-10'da verilmiştir.

#### 4.9.1. Bulgular ve tartışma

Giriş bölgesi akışını yöneten denklemlerin çözümü sayısal yöntem ile yapıldığından yüksek bir doğrulukta çözüm elde etmek için ilk aşamada akışa dik kanal kesiti üzerindeki grid sayısı miktarının çözüm üzerine etkisi incelenmiştir. Bu incelemeyi yapmak amacı ile boy/en oranı 1 olan ikizkenar bir üçgen seçilmiş olup çözümler 250 Reynolds sayısı için elde edilmiştir. Şekil 4.19'da söz konusu üçgen kanalın  $50 \times 50$ ,  $60 \times 60$  ve  $70 \times 70$  grid sayıları için elde edilen Nusselt sayıları görülmektedir. Şekil 4.19'da görüldüğü üzere akışkan kanalda ilerledikçe Nusselt sayısı sabitlenmektedir. Şekil 4.19'da verilen büyütülmüş grafikte grid sayısı miktarının arttıkça Nusselt sayısını 2,50 civarına yaklaştığı görülmektedir. Literatürde aynı üçgen kanal için tam gelişmiş akış şartı altında Nusselt sayısı 2,50-2,46 civarlarında verilmektedir [7, 71]. Bu karşılaştırma sonucunda boy/en oranı 1 olan üçgen kanal için elden edilen çözümün yüksek doğrulukta olması için grid sayısının  $70 \times 70$ 'den fazla olmasının uygun olacağı kanaatine varılmıştır. Optimum bir grid sayısı seçilinceye kadar grid sayısı arttıkça kanalın giriş bölgesi uzunluğunun arttığı görülmüştür. Ayrıca kanalın akış doğrultusu için seçilecek olan adım aralığı  $\Delta z$ 'nin uygun değeri belirlenmiştir. Farklı  $\Delta z$  adım aralıkları seçilerek yapılan incelemeler sonucunda  $\Delta z$ 'nin en az 0,001 m olabileceği belirlenmiş olup  $\Delta z < 0,001 m$  olduğunda çözümün yakınsamadığı görülmüştür. Bütün çözümler  $\Delta z = 0,001 m$  ile yapılmıştır.



Şekil 4.19. Nusselt sayısının grid sayısı ile değişimi



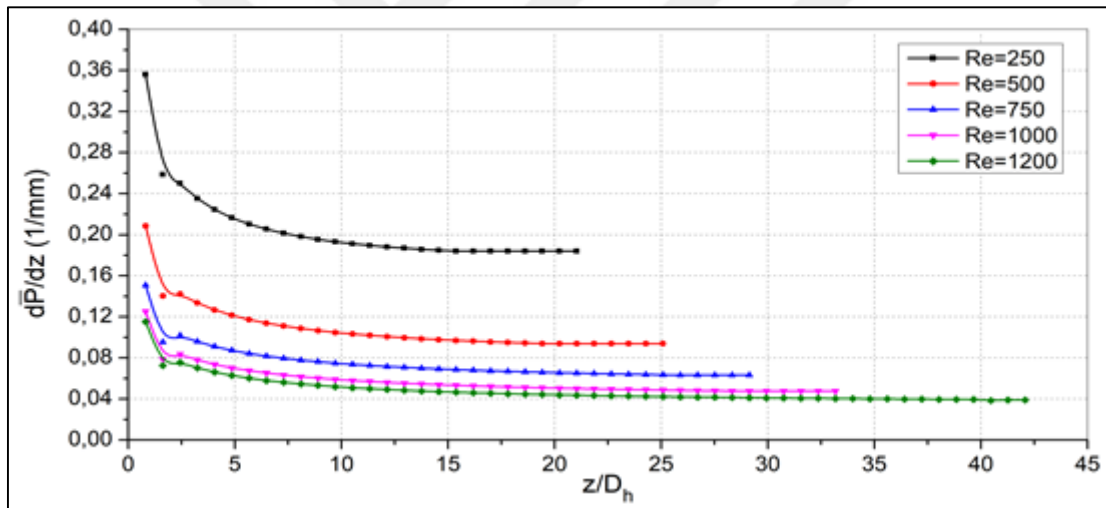
Şekil 4.20. Reynolds sayısı 250, 500, 750, 100 ve 1200 için giriş bölgesindeki Nusselt sayılarının değişimi

Giriş bölgesinde akış gelişme fazında olduğu için giriş bölgesindeki Nusselt sayıları, tam gelişmiş durumdaki akıştan daha büyük olmakta ve dolayısıyla kanalın giriş bölgesinde daha fazla ısı transferi gerçekleşmektedir. Akışın Reynolds sayısı ne olursa olsun laminar rejimde olmak kaydı ile tam gelişmiş akışta Nusselt sayısı aynı değerdedir. Ayrıca, akışkanın hızı ne kadar fazlaysa ısı transferinin de o derece fazla olduğu bilinmektedir. Şekil 4.20’de boy/en oranı 1 olan ikizkenar bir üçgenin giriş bölgesindeki Nusselt sayılarının değişimleri 250, 500, 750, 1000 ve 1200 Reynolds sayıları için verilmiştir. Kanal kesit alanı üzerinde çözümler  $100 \times 100$  grid sayısı ile yapılmıştır. Şekil 4.20’de 250, 500, 750, 1000 ve 1200 Reynolds sayıları için hidrodinamik ve termal yönden gelişmekte olan akış, tam gelişmiş hale yaklaşırken Nusselt sayılarının 2,5 civarında sabitlendiği görülmektedir. Reynolds sayısını büyük değerleri için, kanalın girişinde Nusselt sayısının da büyük olduğu görülmektedir. Bu durum akışkan hızı ile ısı transfer miktarının arttığını da doğrulamaktadır. Şekil 4.20’de akışkanın tam gelişmiş akışa, Reynolds sayısına bağlı olarak kanalın hidrolik çapının 20-25 katı kadarlık bir mesafede Nusselt sayısının sabitlenmeye başladığı görülmektedir. Bu bulguların tümü, bu çalışmada kullanılan yöntemin sağlıklı olduğunu doğrulamakta ve giriş bölgesi akışındaki basıncı düzeltmek için kullanılan  $\bar{W} = 1.0$  şartının doğruluğunu teyit etmektedir. Yapılan bu gözlemlere ek olarak, giriş bölgesi uzunluğunun tahmini için kesit alanında kullanılan grid sayısı seçiminde, Reynolds sayısının etkisinin olduğu görülmüştür. Reynolds sayısı ne kadar yüksek ise kanal kesit alanındaki grid



sayısının o derece fazla olması gerekmektedir. Reynolds sayısını büyük olduğu akışlarda yeterli sayıda grid kullanıldığında kanalın giriş bölgesi uzunluğu grid sayısından bağımsızlaşmaktadır.

Kanalın giriş bölgesindeki ısı transfer katsayıları Nusselt eşitliği  $Nu = \frac{hD_h}{k}$  kullanılarak hesaplanmaktadır. Bunun için ısı taşınım katsayısı ve kanalın hidrolik çap bilgilerine ihtiyaç vardır. Akışı ve ısı transferini yöneten denklemler türetilirken ısı taşınım katsayısı sabit olarak alınmış olup Şekil 4.20'deki çözümler aynı kanal boyutları için yapıldığından hidrolik çap da sabittir. Buna göre ısı taşım katsayısı  $h$ , Nusselt sayısı ile doğru orantılı olarak değişmektedir. Şekil 4.20'de görüldüğü üzere yüksek Reynolds sayılarında akışkanın ısı transfer katsayısı da yüksek olmakta ve daha iyi soğutma yapılmaktadır.

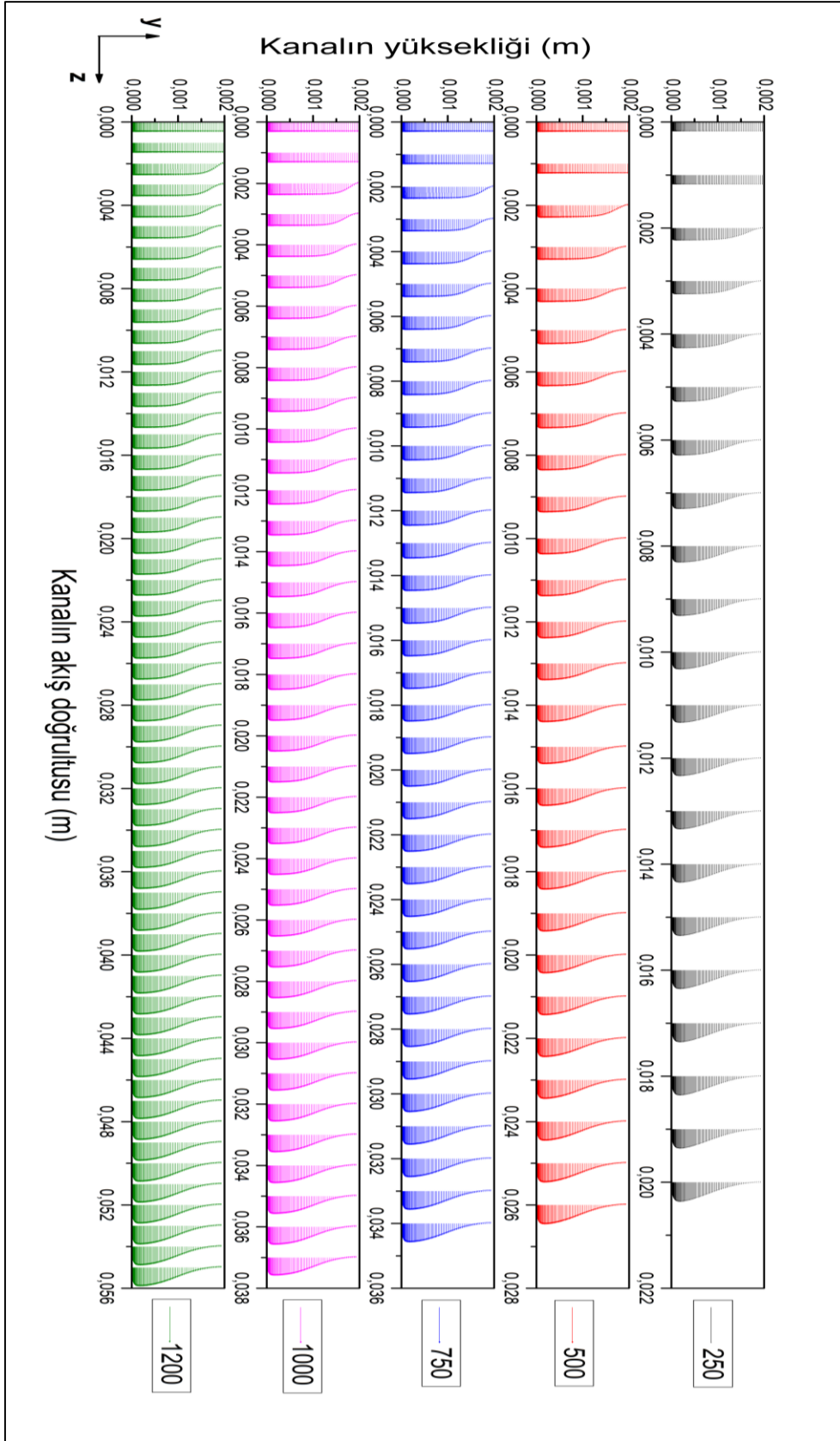


Şekil 4.21. Farklı Reynolds sayıları için giriş bölgesindeki boyutsuz basınç gradyanları

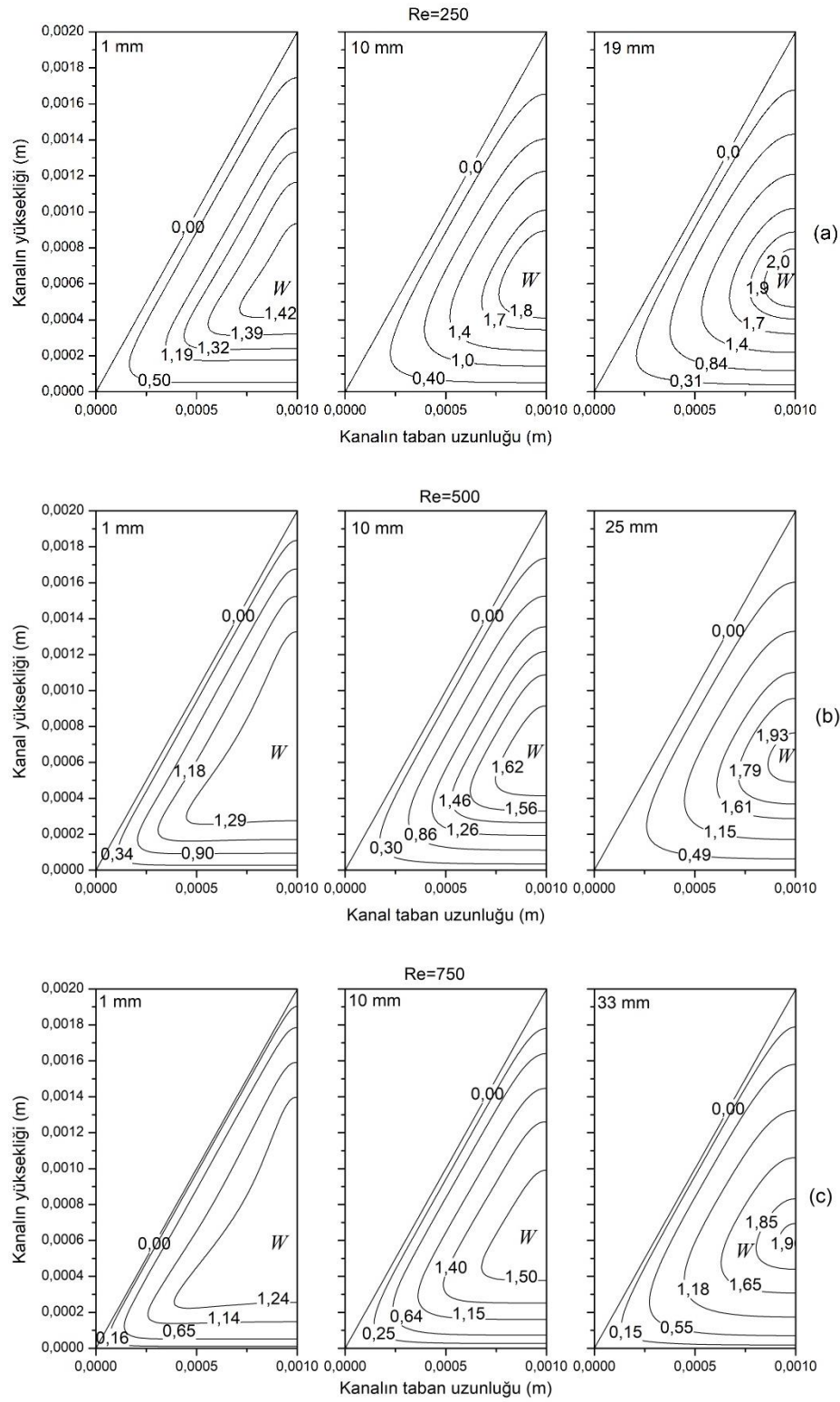
Şekil 4.21'de boy/en oranı 1 olan ikizkenar bir üçgen kanalın giriş bölgesindeki boyutsuz basınç değişimi  $d\bar{P}/dz$  miktarları verilmiştir. Seçilen tüm Reynolds sayıları için kanalın girişinde boyutsuz basınç değeri  $\bar{P}$ 'nin, 100 olduğu (kanal girişindeki dinamik basıncın 100 katı) kabul edilmiştir. Bu giriş şartı kullanılarak ardışık kesit alanlarındaki boyutsuz basınç dağılımları hesaplanmıştır. Boyutsuz basınç değişimleri eksenel yönde 1 mm aralıklar ile elde edilmiştir. Şekil 4.21'de Reynolds sayısının artışıyla birlikte giriş bölgesindeki  $d\bar{P}/dz$  değerlerinin düşük olduğu görülmektedir. Düşük  $d\bar{P}/dz$  değerleri akışın tam gelişmiş rejime geçebilmesi için daha fazla yol alması gerektiğini göstermektedir. Bu durum pratikteki kanal içi akışların davranışı ile örtüşmektedir.

Şekil 4.22’de boy/en oranı 1 olan ikizkenar bir üçgen kanalın Reynolds sayıları 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için hız profil değişimleri görülmektedir. Reynolds sayıları 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için verilen son hız profilleri incelendiğinde, üçgen kanalın üst tarafında hızın çok çok az olduğu ve kanalın alt tarafında hızın arttığı görülmekte olup hız profilleri birbirine benzemektedir. Hız profilleri üçgenin geometrik yapısı ile uyum sağlamak ve akışın tam gelişmiş halde olduğunu göstermektedir. Şekil 4.22'deki grafikler birlikte incelendiğinde Reynolds sayısının artışına bağlı olarak giriş bölgesi uzunluğunun da arttığı görülmektedir.

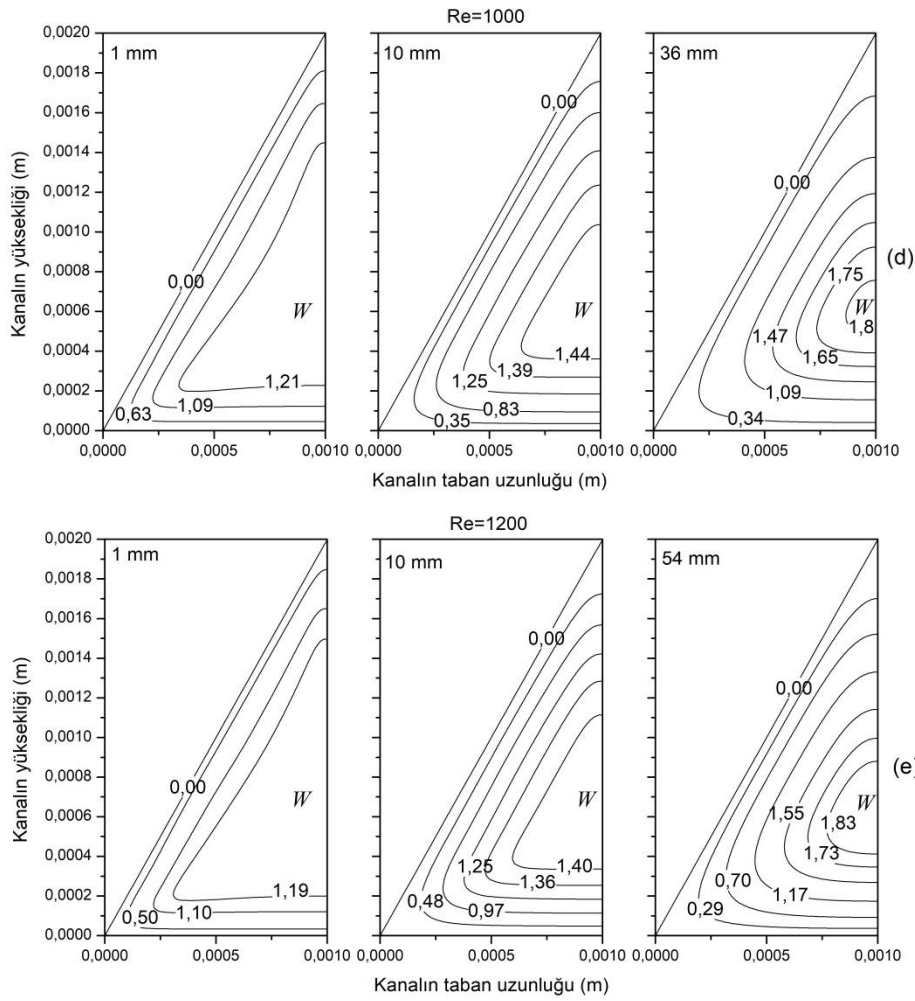




Şekil 4.22. Reynolds sayısı 250, 500, 750, 1000 ve 1200 olan akışların hız profilleri



Şekil 4.23. Boyutsuz hız konturları a) 250 Re, b)500 Re, c)750 Re, d)1000 Re, e)1200 Re

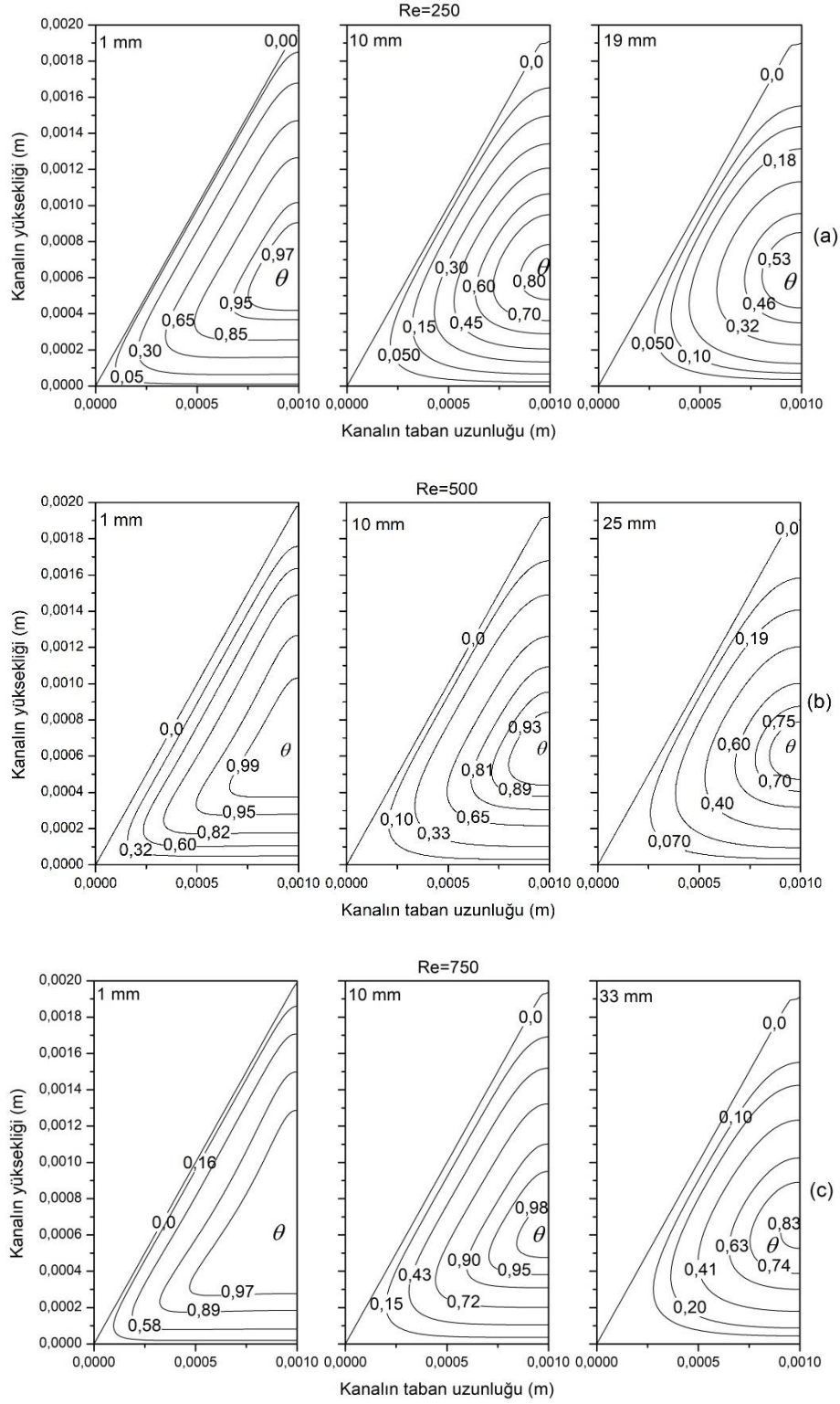


Şekil 4.23. (devam) Boyutsuz hız konturları a) 250 Re, b)500 Re, c)750 Re, d)1000 Re, e)1200 Re

Şekil 4.23'te boy/en oranı 1 olan bir ikizkenar üçgenin 250, 500, 750, 1000 ve 1200 Reynolds sayıları için boyutsuz hız konturları verilmiştir. Verilen tüm Reynolds sayıları için kesitin girişinden itibaren 1 mm ve 10 mm deki kesitler ile her Reynolds sayısı için akışın tam gelişmiş duruma yaklaştığı kesitler seçilmiş olup bu kesitler üzerindeki boyutsuz hız konturları çizilmiştir. Bu sayede farklı Reynolds sayıları için kanalın giriş bölgesi akışının hız değişimleri, hız konturları ile görselleştirilmiştir. Şekil 4.23'te bulunan (a), (b), (c), (d) ve (e) grafiklerinde kanalın girişinden itibaren 1 mm ve 10 mm ileride bulunan kesitlerdeki hız konturları karşılaştırılmıştır. Reynolds sayısı büyüdükçe kanal duvarına civarındaki hız gradyanlarının arttığı görülmektedir. Reynolds sayısı değeri arttıkça akışın giriş bölgesi uzunluğunun arttığı ve daha uzun bir mesafede yüksek ısı transferinin olacağı görülmektedir. Şekil 4.23'te 250, 500, 750, 1000 ve 1200 Reynolds sayıları için verilen akışın tam gelişmiş duruma yaklaştığı kesitlerdeki hız konturları incelendiğinde sırasıyla maksimum boyutsuz

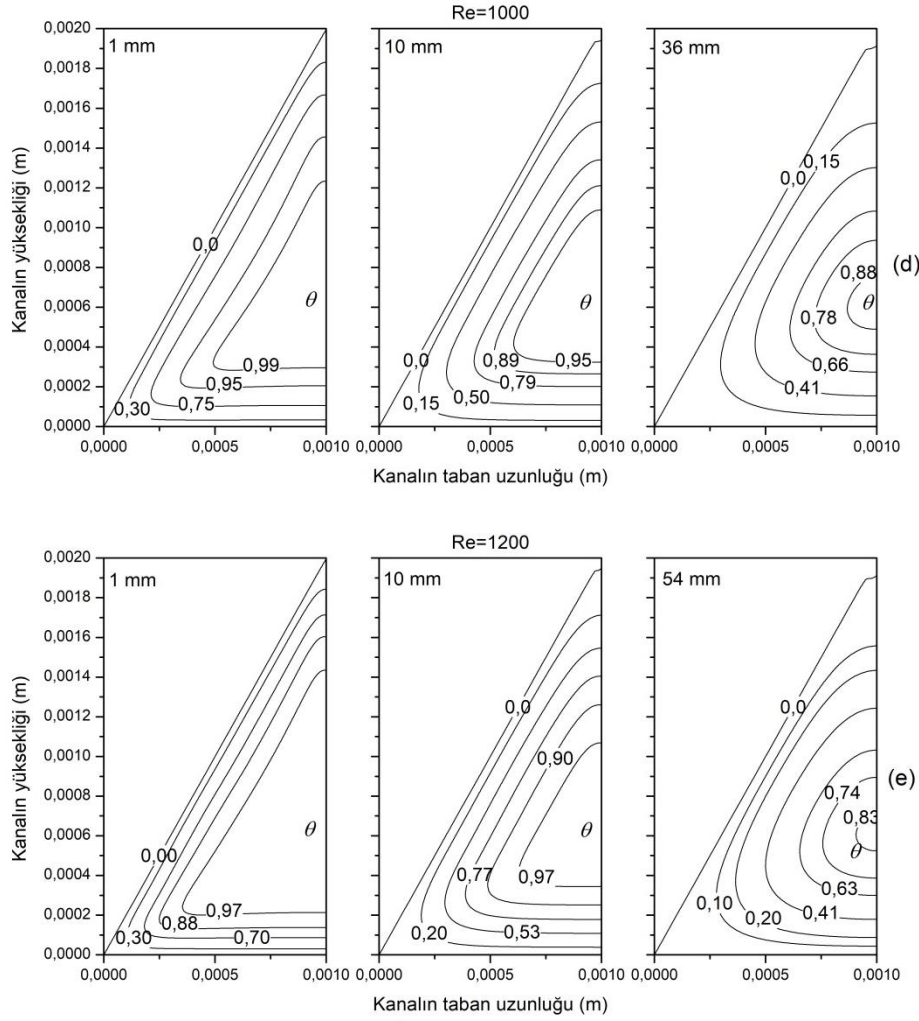
hızların 2,1; 1,96, 1,9; 1,85 ve 1,83 civarında olduğu görülmektedir. Reynolds sayıları 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için kanaldaki gerçek maksimum hızlar,  $w_{gerçek} = W_{max} \bar{w}_{giriş}$  eşitliğinde yararlanarak sırasıyla 6,2; 11,6; 16,8; 21,86 ve 27,08 m/s olarak hesaplanmıştır. Şekil 4.23'te verilen tüm grafikler Reynolds sayısına bağlı olarak kanal içindeki akışın gelişimini göstermekte olup beklentilerle uyumludur.

Şekil 4.24'te boy/en oranı 1 olan bir ikizkenar üçgenin 250, 500, 750, 1000 ve 1200 Reynolds sayıları için boyutsuz sıcaklık  $\theta$  konturları verilmiştir. Tüm Reynolds sayıları için kanal girişinin 1 mm ilerisindeki boyutsuz sıcaklık konturlarının maksimum değerlerinin yaklaşık 1 civarında olduğu görülmektedir. Bu durum sıcaklık değişiminin henüz başlamadığını göstermektedir. Aynı zamanda boyutsuz sıcaklık konturları kanal cidarında yoğun olarak bulunmakta olup akışın termal olarak tam gelişmemiş olduğunu göstermektedir. Reynolds sayıları 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için akışın tam gelişmiş duruma yaklaşmış olduğu kesitler üzerinde maksimum sıcaklık konturları sırası ile 0,53; 0,79; 0,84; 0,90 ve 0,92'dir. Eş. (4.189)'da kanaldaki akışkanın gerçek sıcaklığını boyutsuz sıcaklık cinsinden veren bir denklem verilmiştir. Kanaldaki gerçek sıcaklık değerlerini hesaplamak için hava giriş sıcaklığı  $T_i = 300$  K ve kanal duvar sıcaklığı  $T_w = 365$  K olduğu kabul edilmiştir. Bu değerler Eş. (4.189) denkleminde kullanıldığında kanal merkezindeki gerçek sıcaklık değerleri 250, 500, 750, 1000 ve 1200 Reynolds sayıları için sırasıyla 330,5; 313,6; 310,4; 306,5 ve 305,2 K olarak hesaplanmaktadır. Bu sonuçlara göre yüksek Reynolds sayılı akışların daha iyi soğutma yaptığı görülmekte olup fiziksel durum ile de örtüşmektedir. Reynolds sayısının 1000 ve 1200 değerleri için soğutma miktarları karşılaştırıldığında çok büyük bir fark görülmemektedir. Bu sebeple Reynolds sayısını daha da yüksek değerlerinin ısı transferine etkisini fazla olmayacağı görülmektedir. Bu sonuç yalnız söz konusu kanal için geçerli olduğundan kanalın boy/en oranının değişmesi durumunda Reynolds sayısının optimum değerinin yeniden belirlenmesi gerekmektedir.



Şekil 4.24. Boyutsuz sıcaklık konturları a) 250 Re, b)500 Re, c)750 Re, d)1000 Re, e)1200Re

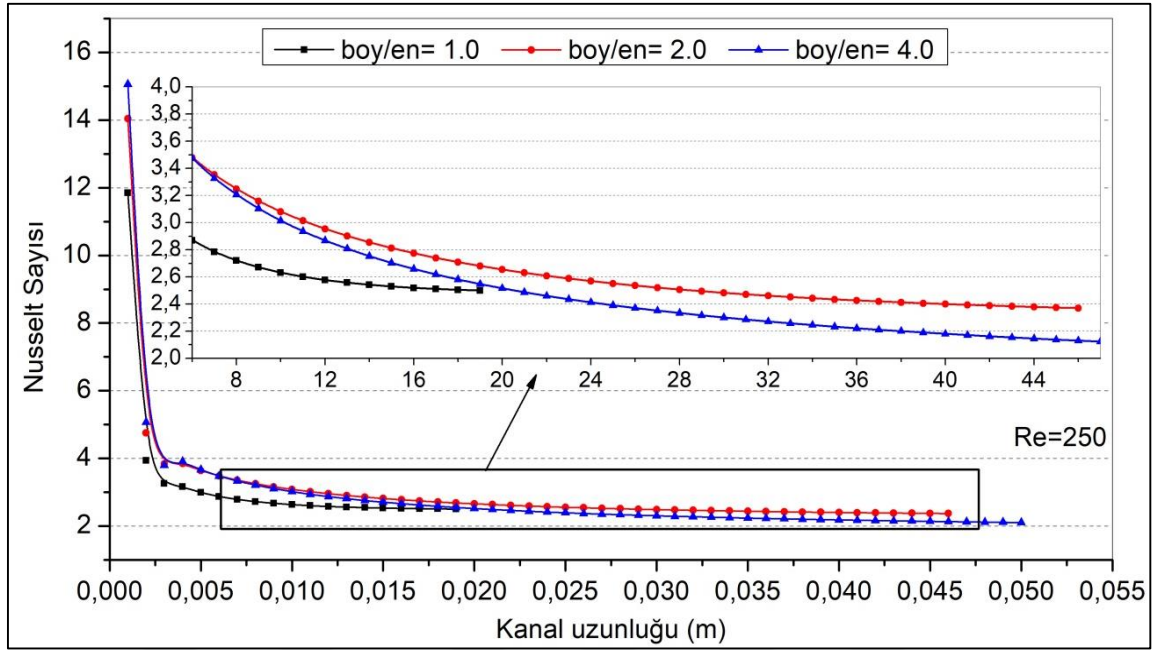




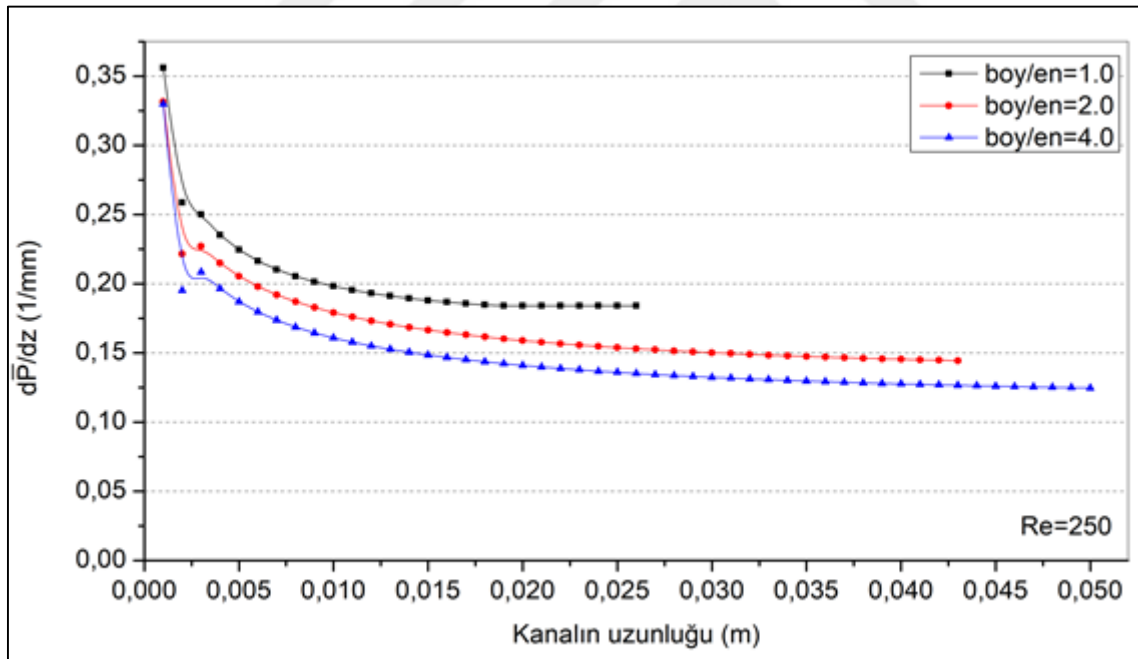
Şekil 4.24. (devam) Boyutsuz sıcaklık konturları a) 250 Re, b)500 Re, c)750 Re, d)1000 Re, e)1200Re

Şekil 4.25'te Reynolds sayısı 250 için boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanalların Nusselt sayılarının giriş bölgesindeki değişimi verilmiştir. Boy/en oranı arttıkça kanal kesit alanı genişlemektedir. Bu genişlemeden dolayı kanal kesitlerindeki grid sayılarının arttırılması gerekmektedir. Boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgenler için sırasıyla 100x100, 150x150 ve 170x170 grid sayıları kullanılmış olup sırasıyla Nusselt sayıları 2,5; 2,34 ve 2 civarında sabitlenmiştir. Literatürde boy/en oranı 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanal için tam gelişmiş akışta Nusselt sayıları sırasıyla 2,48; 2,28 ve 1,95 civarlarında verilmiştir. Literatürde verilen Nusselt sayılar ile sayısal çözümden elde edilen Nusselt sayıları karşılaştırıldığında boy/en oranı 1, 2 ve 4 için sırasıyla % 0,8, % 2,6 ve % 2,5 farklılık görülmektedir [5]. Bu farklılığın sebebi grid sayısının yetersizliğinden kaynaklanmaktadır.





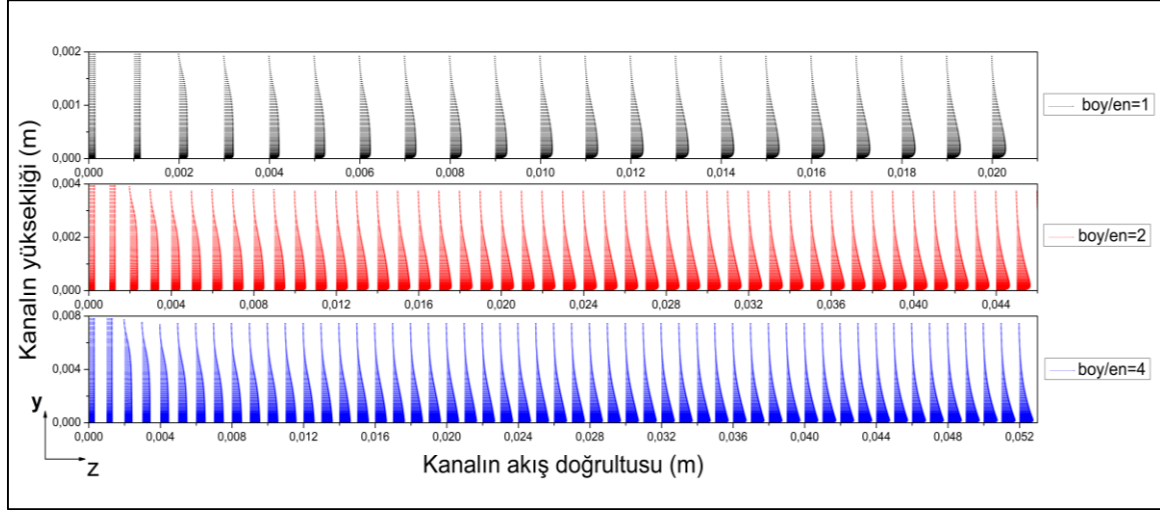
Şekil 4.25. Boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanalların giriş bölgesindeki Nusselt sayılarının değişimi



Şekil 4.26. Boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanalların akış yönündeki boyutsuz basınç değişimi

Şekil 4.26'da Reynolds sayısı 250 için boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanalların giriş bölgelerindeki boyutsuz basınç değişimleri verilmiştir. Kanalların girişinde boyutsuz basınç değeri  $\bar{P}$ 'nin, 100 olduğu (kanal girişindeki dinamik basıncın 100 katı)

kabul edilmiştir. Şekil 4.26’da ikizkenar üçgen kanalların boy/en oranı arttıkça boyutsuz basınç değişim miktarlarının azaldığı ve  $\partial \bar{P} / \partial z$  'in kanalın girişinden daha uzakmesafelerde sabitlendiği görülmektedir. Bu durumda yüksek boy/en oranlı ikizkenar üçgen kanallarda giriş bölgesi uzunluğunun da fazla olacağı tahmin edilebilmektedir.



Şekil 4.27. Boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanalların akış yönündeki hız profilleri

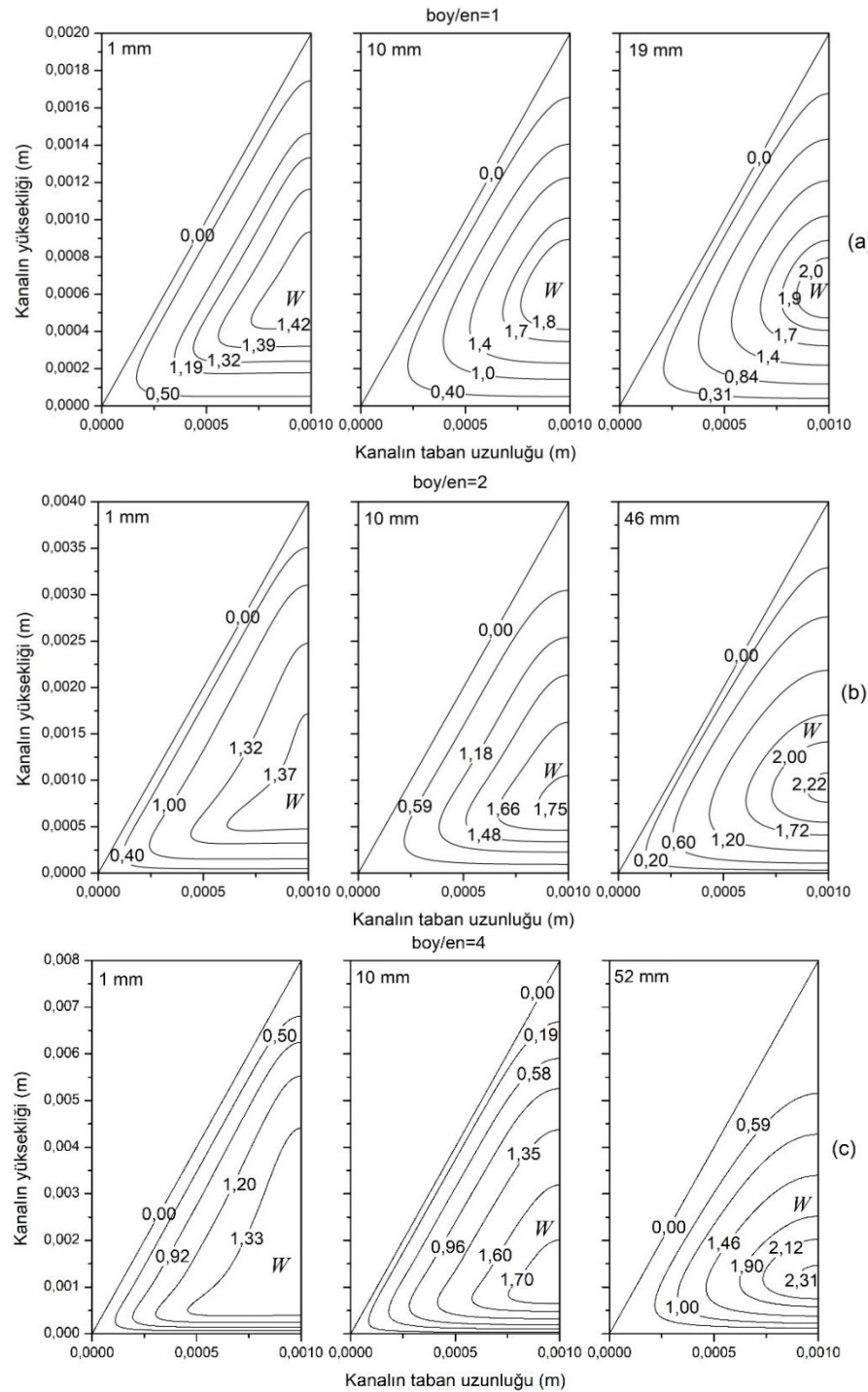
Şekil 4.27’de boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanalların girişten itibaren hız profillerinin akış yönündeki değişimi verilmiştir. Şekil 4.27’de görülen en son hız profilleri tam gelişmiş akışın hız profillerini göstermektedir. Bu üç kanalın tam gelişmiş hız profilleri karşılaştırıldığında boy/en oranı arttıkça hız gradyanlarının kanalın alt kısmına doğru yoğunlaştığı görülmektedir. Görülen bu hız profilleri tam gelişmiş akış profillerinin kanal geometrisi ile uyumunu göstermektedir.

Çizelge 4.6. Farklı boy/en oranları için kanalın ve akışkanın özellikleri

| Semboller               | boy/en=1 | boy/en=2 | boy/en=4 |
|-------------------------|----------|----------|----------|
| $W_{\max}$              | 2,1      | 2,256    | 2,336    |
| $\theta_{\max}$         | 0,53     | 0,282    | 0,34     |
| $D_h$ (m)               | 0,001236 | 0,001561 | 0,001765 |
| $\bar{w}_{giriş}$ (m/s) | 2,954    | 2,338    | 2,068    |

Boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgenler için Şekil 4.28 ve 4.29’da boyutsuz hız ve boyutsuz sıcaklık konturları verilmiştir. Boyutsuz hız,  $w_{gerçek} = W_{\max} \bar{w}_{giriş}$  eşitliği ve boyutsuz

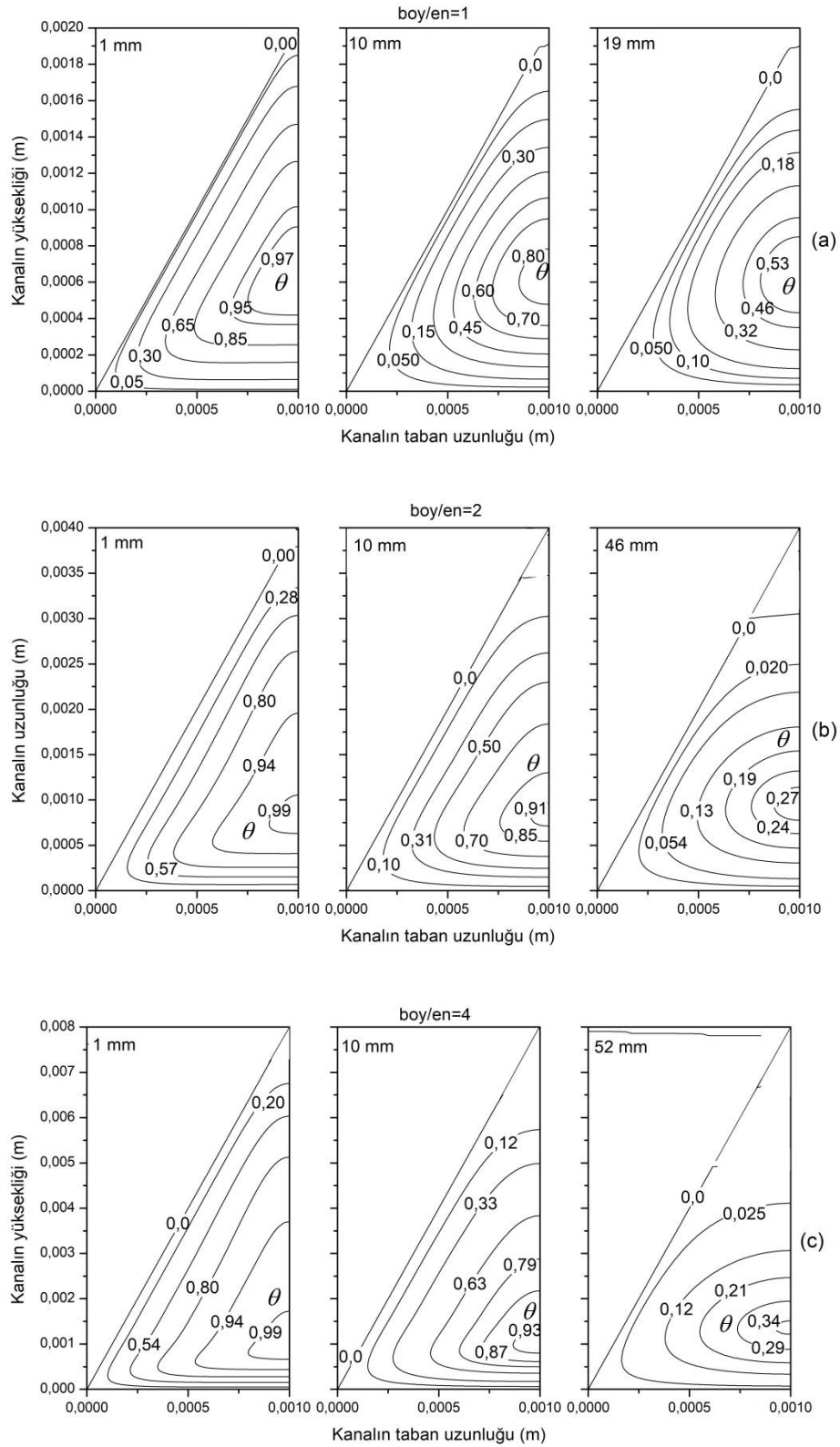
sıcaklık değerleri Eş. (4.189) ile gerçek hız ve sıcaklık değerlerine dönüştürülebilmektedir. Bu dönüşümler sayesinde giriş bölgesi akışının ısı transferine olan etkisi daha anlaşılır bir şekilde açıklanabilmektedir. Çizelge 4.6’da boyutsuz hız ve sıcaklıkların, gerçek hız ve sıcaklıklara dönüştürmek için kullanılan değerler verilmiştir. Boyutsuz hız ve sıcaklığın maksimum değerleri akışın tam gelişmiş durumdaki kesiti üzerinden alınmıştır.



Şekil 4.28. Boyutsuz hız konturları a)  $boy/en=1$ , b)  $boy/en=2$ , c)  $boy/en=4$

Şekil 4.28’de boy/en oranı 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanalların girişinden itibaren 1 mm, 10mm ve tam gelişmiş şartların sağlandığı uzaklıklardaki boyutsuz hız konturları verilmiştir. Yönetici denklemlerin boyutsuzlaştırılması için  $W = w / \bar{w}_{giriş}$  tanımlaması kullanılmıştır. Çizelge 4.6’da boy/en oranı 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanallardaki akışın tam gelişmiş şartlara yaklaştığı kesitlerdeki maksimum gerçek hız değerlerini hesaplamak için gerekli olan değerler verilmiştir. Maksimum gerçek hızlar  $w_{gerçek} = W_{max} \bar{w}_{giriş}$  denklemi kullanılarak boy/en oranı 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanallar için sırasıyla 6,2 ; 5,27 ve 4,83 m/s olarak hesaplanmıştır. Kanallardaki hız konturlarının kanal kesitleri üzerindeki konumu kanalın fiziksel yapısı ile uyum sağlamaktadır.

Şekil 4.29’da boy/en oranı 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanalların girişinden itibaren 1 mm, 10mm ve tam gelişmiş şartları sağladığı mesafelerdeki boyutsuz sıcaklık konturları verilmiştir. Kanallar için verilen boyutsuz sıcaklık konturları Eş. (4.189)’da verilen denklem ile gerçek sıcaklıklara dönüştürebilmektedir. Çizelge 4.6’da verilen maksimum boyutsuz sıcaklık değerleri tam gelişmiş akış durumuna yakın olan kesitler için verilmiştir. Giriş havasının sıcaklığı  $T_i=300$  K, kanal duvar sıcaklığı  $T_w=365$  K olarak kabul edildiğinde boy/en oranı 1, 2 ve 4 için sırasıyla gerçek sıcaklık değerleri 330,5; 346,6 ve 342,9 K olarak hesaplanmaktadır. Kanalların merkezindeki sıcaklıklar karşılaştırıldığında en yüksek sıcaklığın boy/en oranı 2 olan kanalda olduğu görülmekte olup sıcaklığın yüksek olması kanal duvarından havaya geçen ısı miktarını fazla olduğu göstermektedir. Boy/en oranı 4 olan kanalın yüzey alanı boy/en oranı 2 olan kanaldan fazla olmasına rağmen daha az soğutma yapmasının sebebi dar kanal köşeleridir.

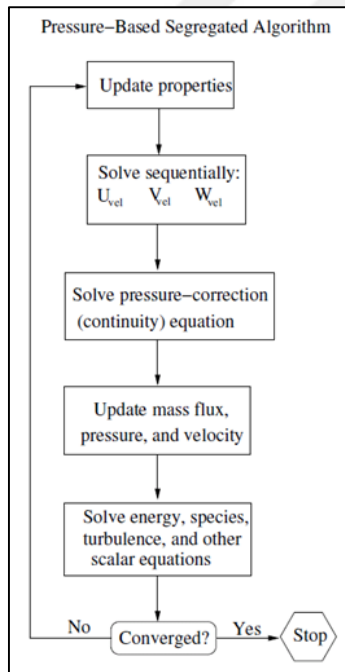


Şekil 4.29. Boyutsuz sıcaklık konturları a) yükseklik/en=1, b) yükseklik /en=2, c) yükseklik /en=4



## 5. HESAPLAMALI AKIŞKANLAR DİNAMİĞİ İLE RADYATÖR HAVA KANALLARINDA AKIŞ VE ISI TRANSFERİNİN İNCELENMESİ

Bu bölümde ANSYS 18.1 Fluent programı ile kesitin boy/en oranı 1 olan ikizkenar üçgen hava kanalında gerçekleşen akış ve ısı transferi incelenmiştir. ANSYS Fluent programı, hız ve sıcaklık alan denklemlerini sonlu hacimler metodu ile ayrıklaştırarak Gauss-Seidel iteratif yöntemi ile çözmektedir. Bölüm 4'te basınç düzeltme işi momentum ve süreklilik denklemlerinin birleşiminden elde edilen Poisson denklemi yardımı ile yapılmaktadır. Bu programda basınç düzeltme için süreklilik denklemi kullanılmaktadır. Hız ve sıcaklık alan denklemleri Ansys Fluent çözücüsünün SIMPLE algoritması kullanılarak yapılmaktadır [80]. Bu bölümde giriş bölgesi için SIMPLE algoritmasından elde edilen sonuçlar ile Bölüm 4'te elde edilen sonuçlar karşılaştırılmaktadır. SIMPLE yönteminde  $u$ ,  $v$ ,  $w$  ve  $T$  değişkenleri için  $x$ ,  $y$  ve  $z$  momentum denklemleri ile enerji denklemi kullanılmaktadır. Bu yaklaşıma birebir (segregated) çözüm tekniği denmektedir. Şekil 5.1'de basınç esaslı birebir çözüm tekniğinin algoritması görülmektedir.



Şekil 5.1. Basınç esaslı birebir çözüm tekniği algoritması [99]

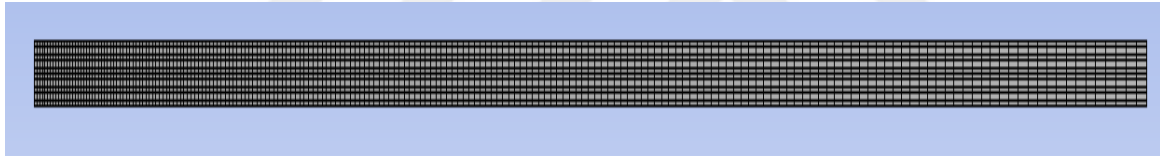
Taban genişliği 2 mm, yüksekliği 2mm ve uzunluğu 100 mm olan bir ikizkenar üçgen kanalın içerisindeki akış ve ısı transferi modellemiş ve sonuçlar Bölüm 4'te Poisson



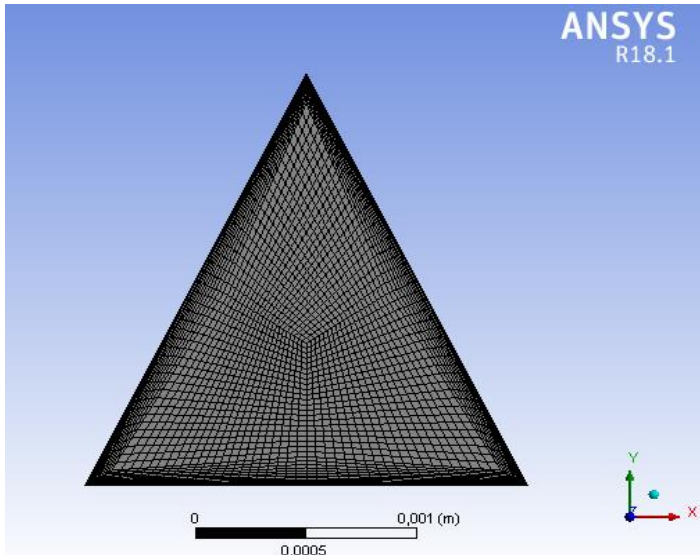
denklemleri yardımı ile yapılan basınç düzeltme metodundan elde edilen sonuçlar ile kıyaslanmıştır. Termal sınır şartı olarak kanal duvar sıcaklığının sabit olduğu kabul edilmiştir.

### 5.1. İkizkenar Üçgen Kanalin Mesh Yapısının Oluşturulması

ANSYS Fluent programında çözüm bölgesi düzgün (structured) veya düzgün olmayan (unstructured) dağılımlı hacim elemanlarına bölünerek çözüm gerçekleştirilmektedir. Bölüm 4'te çözüm bölgesi eşit aralıklı gridler ile ayrıklaştırılmıştır. Bu bölümde çözüm bölgesinin diskritizasyonu hacim elemanlarının sistematik bir dağılım göstermesini sağlayacak şekilde yapılmıştır. Çözüm bölgesinin diskritizasyonu için Fluent programının "Face meshing" olarak adlandırılan komutundan yararlanılmış olup ağ yapısı sadece hexahedron elemanlardan oluşturulmuştur. Şekil 5.2'de ikizkenar üçgen kanal için kullanılan düzgün dağılımlı ağ yapısı ve koordinat düzeni görülmektedir.



(a)



(b)

Şekil 5.2. İkizkenar üçgen kanalın ağ yapısı, a) yan görünüş, b) ön görünüş



Kanal girişinden itibaren kanal uzunluğu boyunca “bias” komutu ile mesh miktarı dereceli olarak azaltılarak çözüm süresinin kısalması sağlanmıştır. Kanal duvarlarında oluşan sınır tabaka bölgelerindeki çözümün hassasiyetini arttırmak amacı ile “inflation” komutu kullanılarak üçgen kanalın duvarlarına yakın kısımlarında mesh sayısı sıklaştırılmıştır. Çözüm bölgesinin diskritizasyonu kalitesinin belirlenebilmesi amacı ile ortogonalite, aspect ratio ve skewness gibi kalite ölçütleri (mesh metrics) sıklıkla kullanılmaktadır. Çözümün doğruluğunu ve kararlılığını etkileyen diğer bir parametre ise çözüm bölgesindeki eleman sayısıdır. Eleman ve düğüm sayısının yetersiz olması durumunda nümerik hata artacaktır. Eleman sayısının gereğinden fazla olması durumunda da çözümleme süresi aşırı artacaktır. Nümerik sonuçların eleman sayısından bağımsız (mesh dependency) olmasını sağlayacak biçimde bir mesh sıklığı oluşturmak gerekmektedir.

## 5.2. Çözüm Bölgesinin Tanımlanması ve Sınır Şartlarının Seçimi

İkizkenar üçgen kanalda gerçekleşen akışın laminar, sıkıştırılamaz ve sürekli olduğu kabul edilmiştir. Kanal duvarlarında sabit sıcaklık sınır şartı kullanılmış olup her duvarın sıcaklığı 365 K alınmıştır. Kanalın girişinde havanın sıcaklığı 300 K olarak kabul edilmiştir. Kanalın çıkışında ise basınç sınır şartı kullanılmıştır. Geri akış (reversed flow) oluşumlarının önlenmesi için, çözümün girişten başlatılıp sona doğru yürütülmesi uygun bulunmuştur. Resim 5.1’de başlangıç şartı için kullanılan parametreler gösterilmiştir. Süreklilik denklemi, x, y, z hızları ve enerji denklemi için iterasyon hassasiyeti  $10E-8$  olarak ayarlanmıştır.

**Solution Initialization**

Initialization Methods  
☐ Hybrid Initialization  
☒ Standard Initialization

Compute from  
inlet

Reference Frame  
☒ Relative to Cell Zone  
☐ Absolute

Initial Values

Gauge Pressure (pascal)  
0

X Velocity (m/s)  
0

Y Velocity (m/s)  
0

Z Velocity (m/s)  
11.818

Temperature (k)  
300

Initialize Reset Patch...

Resim 5.1. İkizkenar üçgen için başlangıç şartının seçimi

### 5.3. İkizkenar Üçgen Kanalda Nusselt ve Poiseuille Sayısının Hesaplanması

Çözümün doğruluğunun bir önceki bölümde kullanılan yöntemle karşılaştırılabilmesi için kanal boyunca Nusselt sayısı değişiminin ve akışın tam gelişmiş olduğu bölgede Poiseuille hesaplanması gerekmektedir. Ansys Fluent programı, kanalın herhangi bir kesiti için Nusselt sayısının değerini vermemektedir. Nusselt sayısı

$$Nu = \frac{hD_h}{k} \quad (5.1)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Analizde akışkanın ısı iletim katsayısı  $k$  sabit kabul edildiği için Nusselt sayısı kesit üzerindeki ısı taşınım katsayısına bağlıdır. Isı taşınım katsayısı,

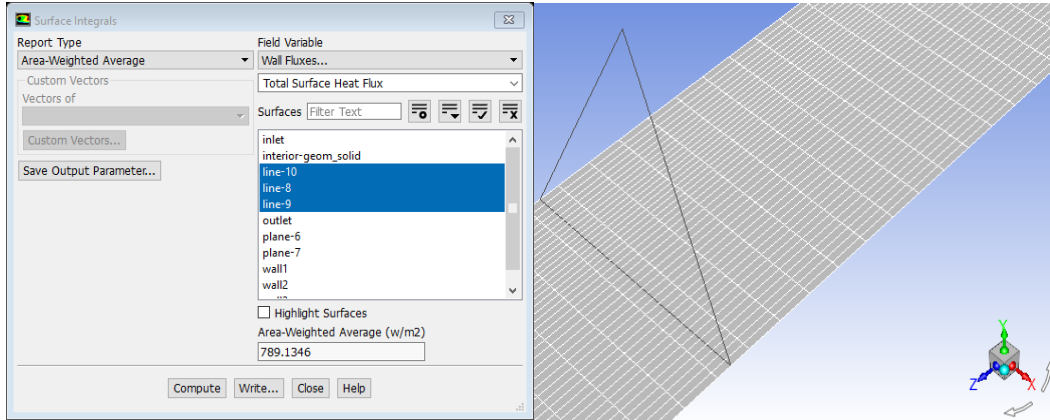
$$q'' = h(T_w - \bar{T}_b) \quad (5.2)$$

eşitliği ile ifade edilen Newton soğutma yasası ile hesaplanabilmektedir. Eş. (5.1) ve (5.2)'den yararlanarak Nusselt sayısını veren eşitlik

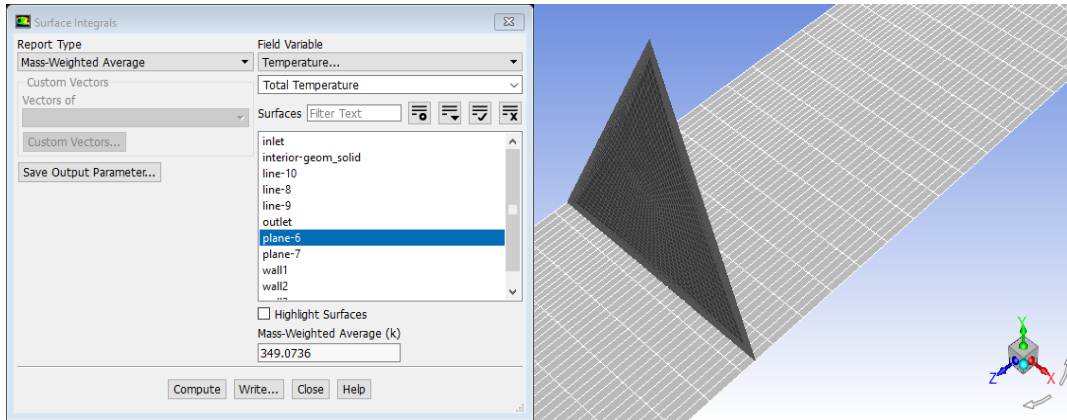
$$Nu = \frac{q''D_h}{(T_w - \bar{T}_b)k} \quad (5.3)$$

olarak ifade edilebilir. Son eşitlikte  $q''$  kanal kesintindeki ısı akısını,  $T_w$  kanalın duvar sıcaklığını,  $\bar{T}_b$  kanal kesitinin kütle ortalamalı sıcaklığını,  $k$  akışkanın ısı iletim katsayısını,  $D_h$  kanalın hidrolik çapını göstermektedir. Seçilen bir kesit üzerindeki Nusselt sayısının belirlenebilmesi için kesit üzerindeki ısı akısı ve kesitin kütle ortalamalı sıcaklık değerinin hesaplanması gerekmektedir.

Kesit üzerindeki ısı akısını hesaplamak için Şekil 5.3'te görüldüğü gibi kanal kesitinin çevresi "line" komutu ile tanımlanmıştır. Kesitin kenarlarını tanımlayan çizgiler seçilerek alan ortalamalı toplam yüzey ısı akısı hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değer kanal kesiti üzerindeki ısı akısını vermektedir. Kesit üzerindeki kütle ortalamalı sıcaklık değerinin hesaplanabilmesi için kesitin tamamı Şekil 5.4'teki gibi bir yüzey olarak tanımlanmıştır. Tanımlanan yüzey seçilerek kütle ortalamalı sıcaklık hesaplanmıştır.

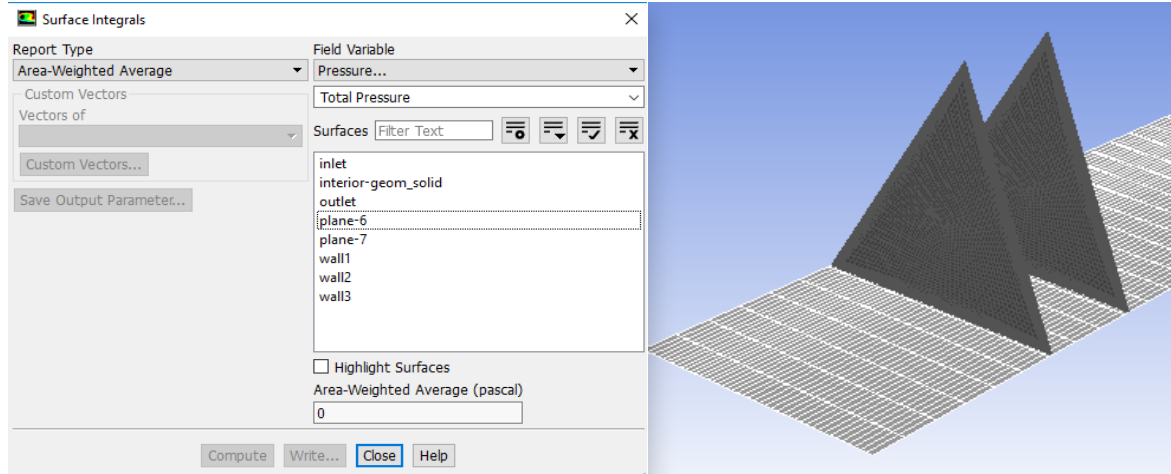


Şekil 5.3. Kesit üzerindeki ısı akısının hesaplanması



Şekil 5.4. Kesit üzerindeki kütle ortalamalı sıcaklığın hesaplanması

Kanalın tam gelişmiş bölgesindeki Poiseuille sayısı  $f Re$  'nin hesaplanabilmesi için sürtünme faktörü  $f$  değerinin hesaplanması gerekmektedir. Sürtünme faktörü  $f$  Darcy denklemi ile hesaplanabilmektedir. Darcy denkleminde verilen basınç farkını hesaplayabilmek için Şekil 5.5'te birbirine 1 mm uzaklıkta bulunan iki kesit alanı tanımlanmıştır. Seçilen bu kesit alanları akışın tam gelişmiş özellik gösterdiği bölgeden yani kanalın bitimine yakın kısmından seçilmiştir. Daha sonra bu kesitler üzerindeki alan ortalamalı basınç dağılımları hesaplanarak basınç değerlerinin farkları alınmıştır. Bu basınç farkı ile Darcy denkleminde sürtünme faktörü  $f$  belirlenmiştir. Sürtünme faktörü  $f$  ile kanal içi akışın Reynolds sayısı çarpılarak tam gelişmiş bölgedeki Poiseuille sayısı elde edilmiştir.



Şekil 5.5. Poiseuille sayının hesabı için seçilmiş kesitler

#### 5.4. Analizin Eleman ve Düğüm Sayısından Bağımsızlığının İncelenmesi

Çözümün doğruluğu ve kararlılığı ağ yapısındaki eleman ve düğüm sayısının yeterliliği ile sağlanmaktadır. Sonuçların eleman ve düğüm sayısından bağımsız olması için gerekli olan minimum eleman ve düğüm sayılarının belirlenmesi gerekmektedir. Bir önceki bölümde kanallarda gerçekleşen akış ve ısı transferi analizleri 250, 500, 750, 1000 ve 1200 Reynolds sayıları için yapılmıştır. Reynolds sayısı 1000 seçilerek, optimum miktarda eleman ve düğüm noktasını belirlenmiştir. Çizelge 5.1’de analizde kullanılan eleman ve düğüm sayılarına karşılık gelen Nusselt ve Poiseuille sayıları verilmiştir. Bu incelemeler neticesinde yaklaşık 1,5 milyon eleman sayısı sonuçların grid bağımsızlığını sağlamıştır.

Çizelge 5.1. Düğüm sayısı ve eleman sayısı miktarına bağlı olarak hesaplanan Nusselt ve Poiseuille sayıları

| Düğüm sayısı | Eleman sayısı | Nu          | fRe         |
|--------------|---------------|-------------|-------------|
| 942882       | 915500        | 2,524343341 | 52,46524885 |
| 1141278      | 1110000       | 2,530799058 | 52,47478535 |
| 1388772      | 1354000       | 2,529938968 | 52,49660373 |
| 1453902      | 1418000       | 2,523500941 | 52,49877112 |
| 1519032      | 1483000       | 2,523445714 | 52,50036054 |
| 2352696      | 2307000       | 2,527362067 | 52,50128863 |

Seçilen eleman ve düğüm sayısı için ağ yapısının kalitesi Fluent çözücüsü için kontrol edilmiştir [99]. Fluent çözücüsü için önemli ağ kalite ölçütleri ve aralıkları

- Ortogonalite  $\sim 1$
- skewness (çarpıklık)  $< 0,8$
- aspect ratio (en/boy)  $< 50$

olarak literatürde verilmektedir. Çizelge 5.2’de seçilen ağ yapısı için ağ kalite parametrelerinin maksimum, minimum ve ortalama değerleri verilmiştir. Bu ağ yapısı için verilen değerlerin literatürde önerilen aralıklarda bulundukları görülmekte olup analiz için uygun bulunmuştur.

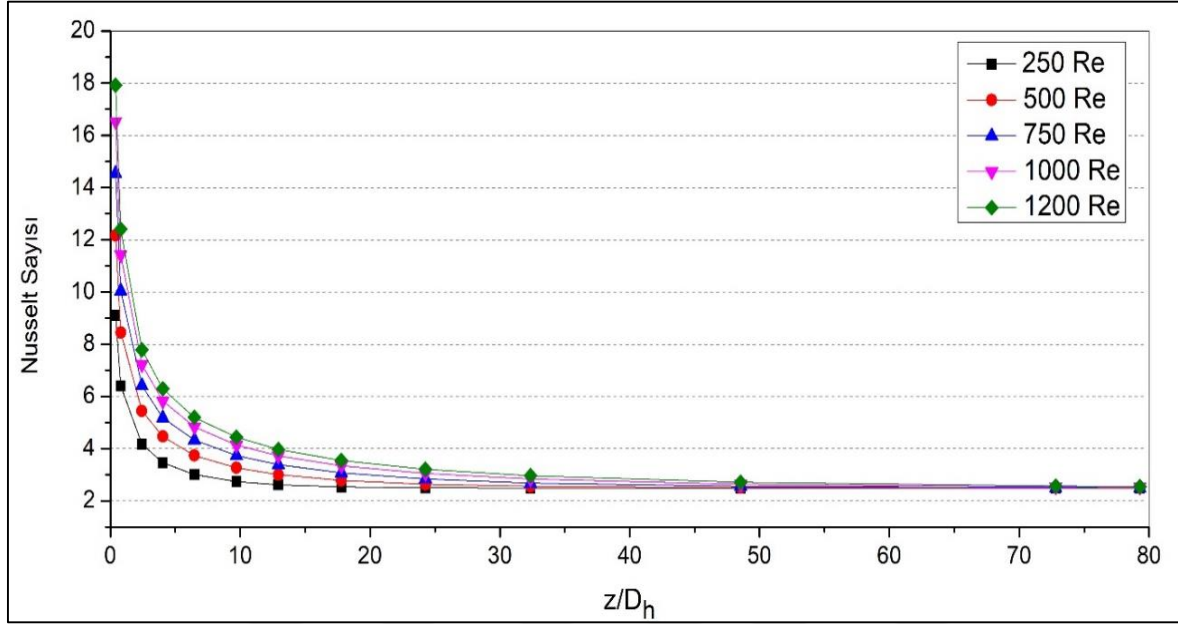
Çizelge 5.2. Seçilen ağ yapısının ağ kalite ölçüt değerleri

|          | Ortogonalite | Skewness   | Aspect Ratio |
|----------|--------------|------------|--------------|
| Minimum  | 0,3819       | 2,0576E-03 | 2,2775       |
| Maksimum | 0,99981      | 0,7543     | 68,276       |
| Ortalama | 0,8644       | 0,2851     | 15,1396      |

## 5.5. Bulgular ve Tartışma

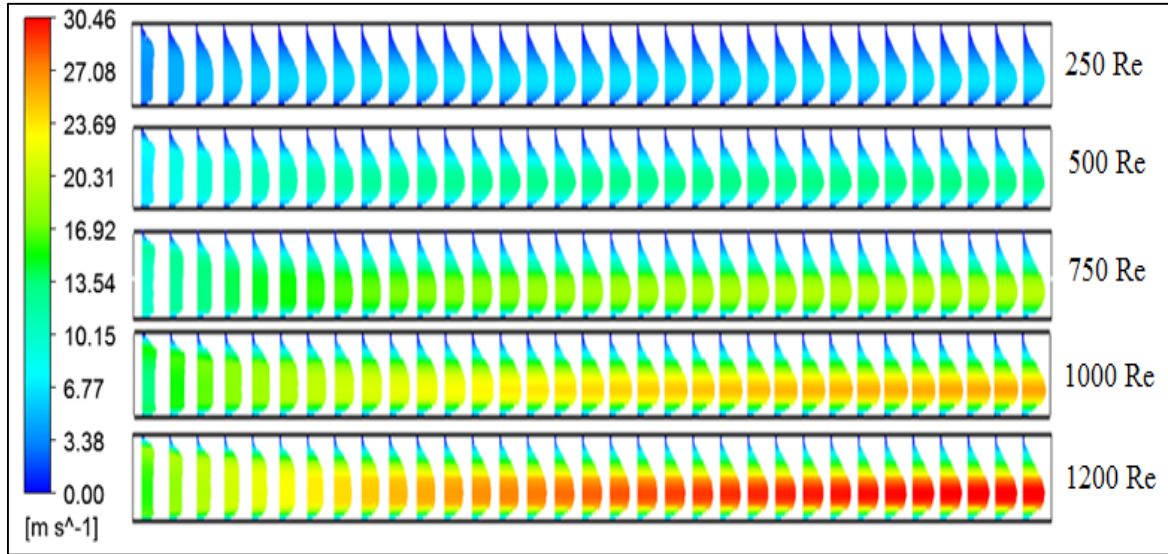
Seçilen ağ yapısı kullanılarak boy/en oranı 1 olan ikizkenar üçgenin akış ve ısı transfer analizleri 250, 500, 750, 1000 ve 1200 Reynolds sayıları için yapılmıştır. Termal sınır şartı olarak sabit duvar sıcaklığı kullanılmış olup duvar sıcaklığı 365 K ve kanala giren havanın sıcaklığı ise 300 K olarak kabul edilmiştir. Şekil 5.6’da analizler sonucunda elde edilen Nusselt sayılarının değişimleri verilmiştir. Termal giriş bölgesinin kanal hidrolik çapının 30 katı civarında bir uzaklıkta sonlandığı görülmektedir. Kanalin tam gelişmiş bölgesinde ise Nusselt sayısının 2,5 civarında sabitlenmekte olduğu ve literatürde söz konusu kanal için verilen Nusselt sayısı ile uyumlu olduğu görülmektedir. Bir önceki bölümde aynı üçgen için Şekil 4.20’de verilen Nusselt sayısının akış yönündeki değişimleri ile, Şekil 5.6’daki grafik karşılaştırıldığında kanalın girişinden 1 mm sonra hesaplanan Nusselt sayısının Şekil 5.6’da görüldüğünden % 20 kadar az olduğu, fakat 2 mm sonra hesaplanan Nusselt değerlerinin ise % 30’u kadar fazla olduğu görülmektedir. Bu farklılıkların sebebinin kullanılan nümerik yöntemden ve kanalın girişinde akışın düzensiz olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Ayrıca bu çalışmada kanalın giriş bölgesinde hem momentum hem de enerji denklemlerinde bulunan ikinci mertebe türev terimleri göz ardı edilmemektedir. Bu durumda farklılaşma yaratabilir. Şekil 4.20 ve Şekil 5.6 ile verilen grafiklerinde kanalın girişinden itibaren yaklaşık 5 mm’den sonraki bölgede grafiklerin gidişatı benzer eğilimler göstermektedir. Söz

konusu iki grafikte de tam gelişmiş bölgede Nusselt sayısı 2,5 civarında sabitlenmektedir. Bu sonuçlar göz önüne alındığında geliştirilen giriş bölgesi akışı ve ısı transferi analizinin istenilen hassasiyette tasarım değerleri sağladığı görülmektedir.



Şekil 5.6. Akış doğrultusu boyunca Nusselt sayılarının değişimi

Şekil 5.7'de boy/en oranı 1 ve uzunluğu 100 mm olan ikizkenar bir üçgen kanalın 250, 500, 750, 1000 ve 1200 Reynolds sayıları için hız profilleri verilmiştir. Bütün Reynolds sayıları için kanal içerisindeki hız profilleri 0-30,46 m/s değişim aralığı olan bir hız ölçeğinde gösterilmektedir. Şekil 5.7 incelendiğinde Reynolds sayıları 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için kanallardaki maksimum hız değerlerinin sırasıyla 6,5; 13; 19,5; 25 ve 30,46 m/s olduğu görülmektedir. Bölüm 4'te aynı üçgenin 250, 500, 750, 1000 ve 1200 Reynolds sayıları için elde edilen maksimum hızları ile HAD analizinden elde edilen maksimum hızları karşılaştırıldığında sırasıyla % 4,6; % 10,7; % 13,8; % 12,5 ve % 11'lik fazlalık olduğu görülmektedir.



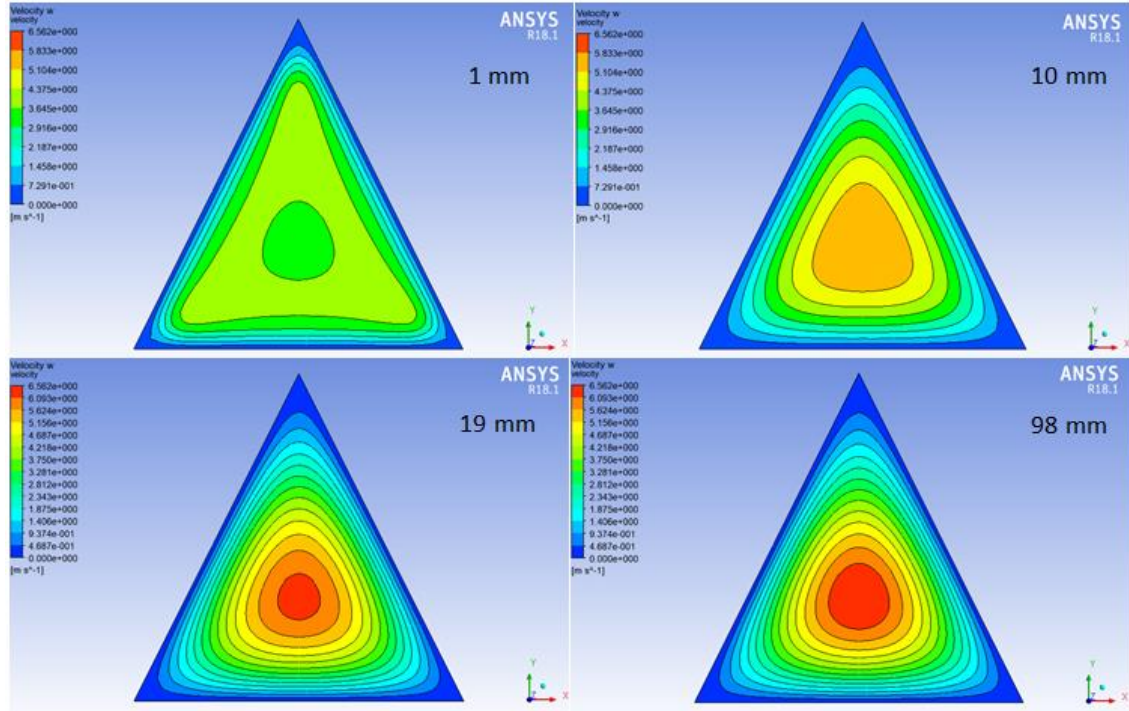
Şekil 5.7. Reynolds sayıları 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için ikizkenar üçgen kanalın hız profilleri

#### 5.5.1. Hız konturları

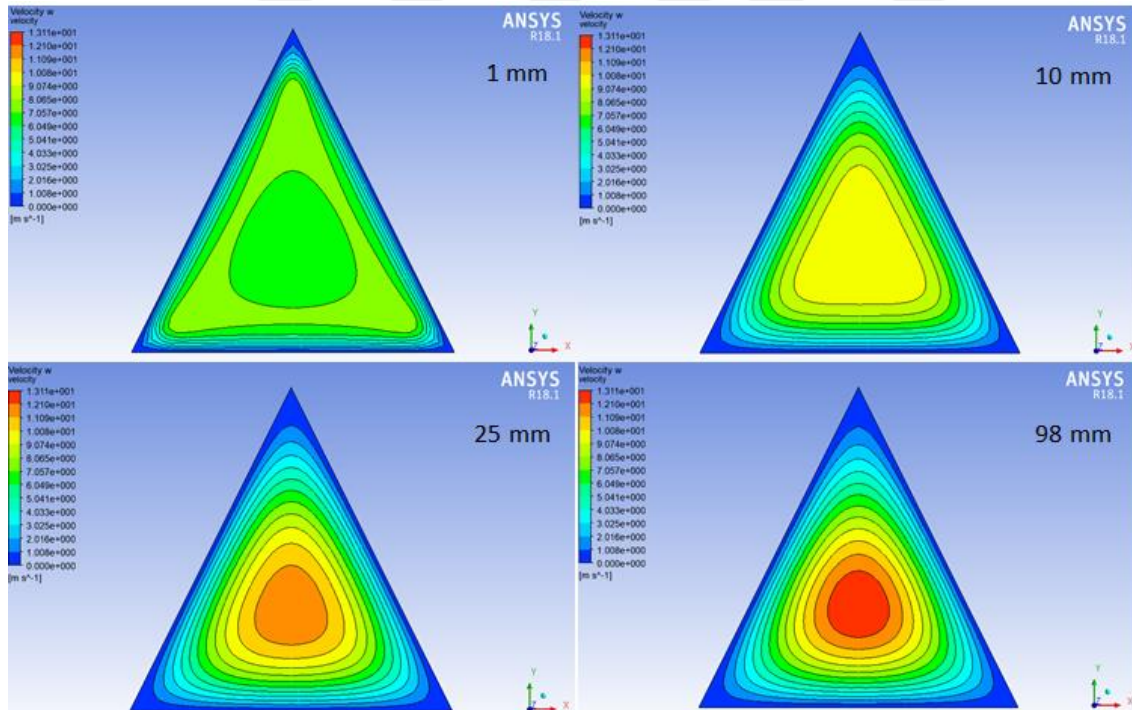
Şekil 5.8, 5.9, 5.10, 5.11 ve 5.12’de sırasıyla Reynolds sayıları 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için boy/en oranı 1 olan ikizkenar bir üçgenin belirli kesitlerindeki hız alanları incelenmiştir. Bölüm 4’te 250, 500, 750, 1000 ve 1200 Reynolds sayıları için sırasıyla tam gelişmiş akışın başladığı uzunluk olarak belirlenmiş olan 19 mm, 25 mm, 33 mm, 36 mm ve 54 mm’lerdeki kesitler ile kanal girişinden itibaren 1 mm, 10 mm ve 98 mm’lerdeki kesitlerin hız konturları çizilmiştir. Reynolds sayıları için kanallardaki hız aralıkları her bir Reynolds sayısı için kanalda meydana gelen maksimum hız ile sınırlandırılmıştır.

Şekil 5.8, 5.9, 5.10, 5.11 ve 5.12 ile kanalın girişinden 1 mm ilerdeki kesitleri için verilen hız gradyanlarının kanal duvarlarında ve kanal köşelerinde yoğun olduğu görülmektedir. Kanalların girişinden 10 mm ilerisindeki kesitler üzerinde ise oluşan bu yoğunluklar azalmaktadır. Akış, kanal içersinde ilerledikçe sınırlara yakın hız konturları kanalın geometrisine benzemektedir. Hız kontur şeklinin büyük ölçüde sabitlendiği kesitin bulunduğu yerin girişten uzaklığı giriş bölgesi uzunluğu olarak tanımlanmaktadır.



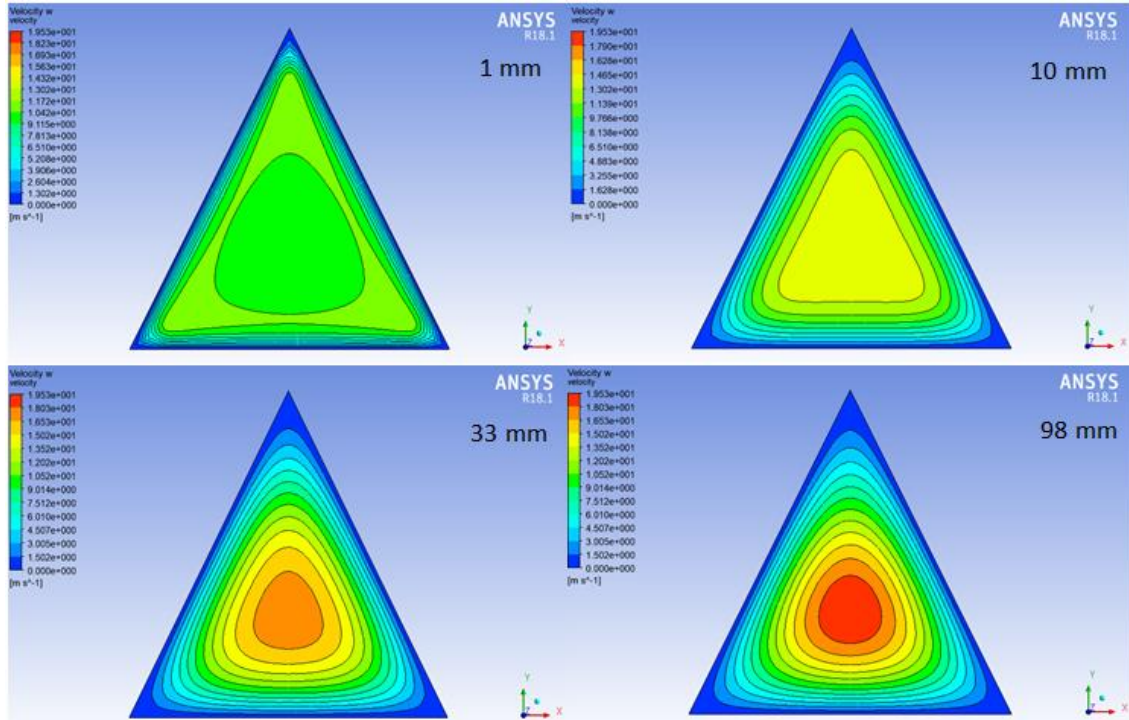


Şekil 5.8. Reynolds sayısı 250 için hız konturları

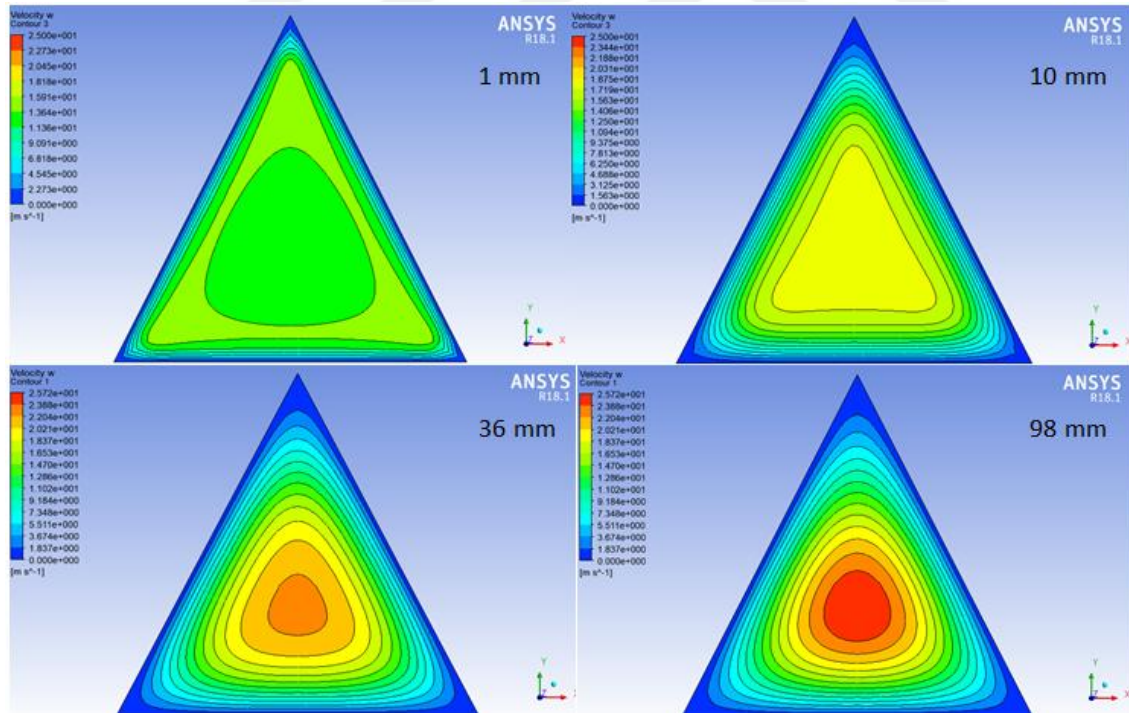


Şekil 5.9. Reynolds sayısı 500 için hız konturları

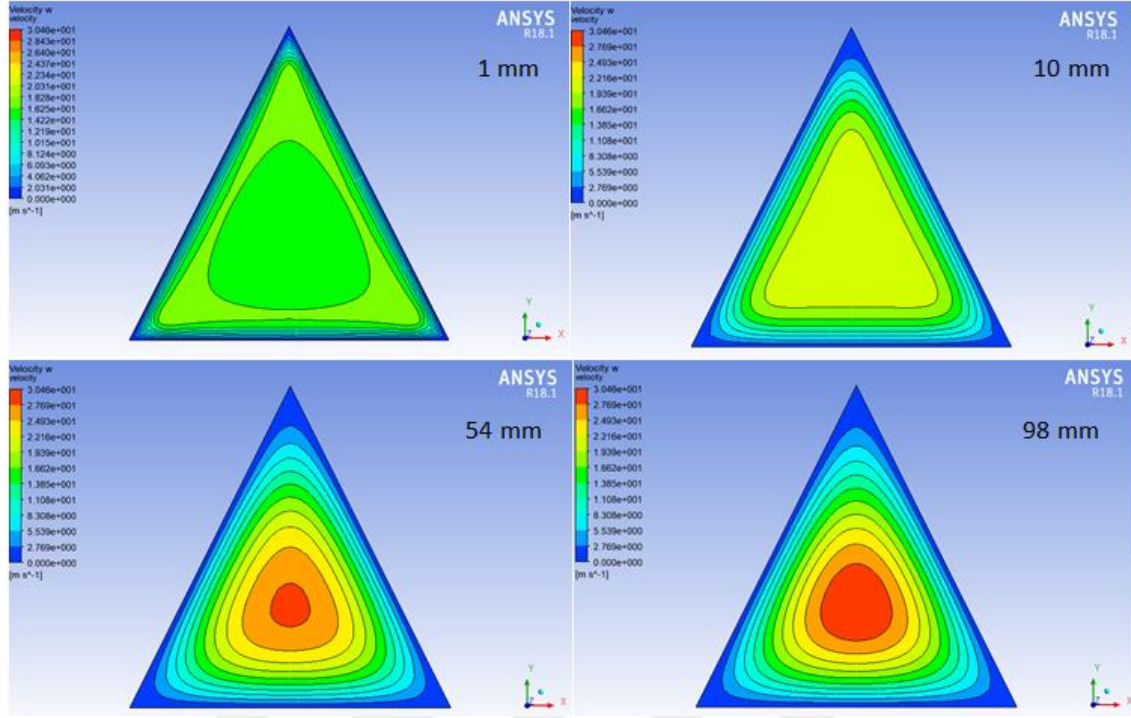




Şekil 5.10 Reynolds sayısı 750 için hız konturları



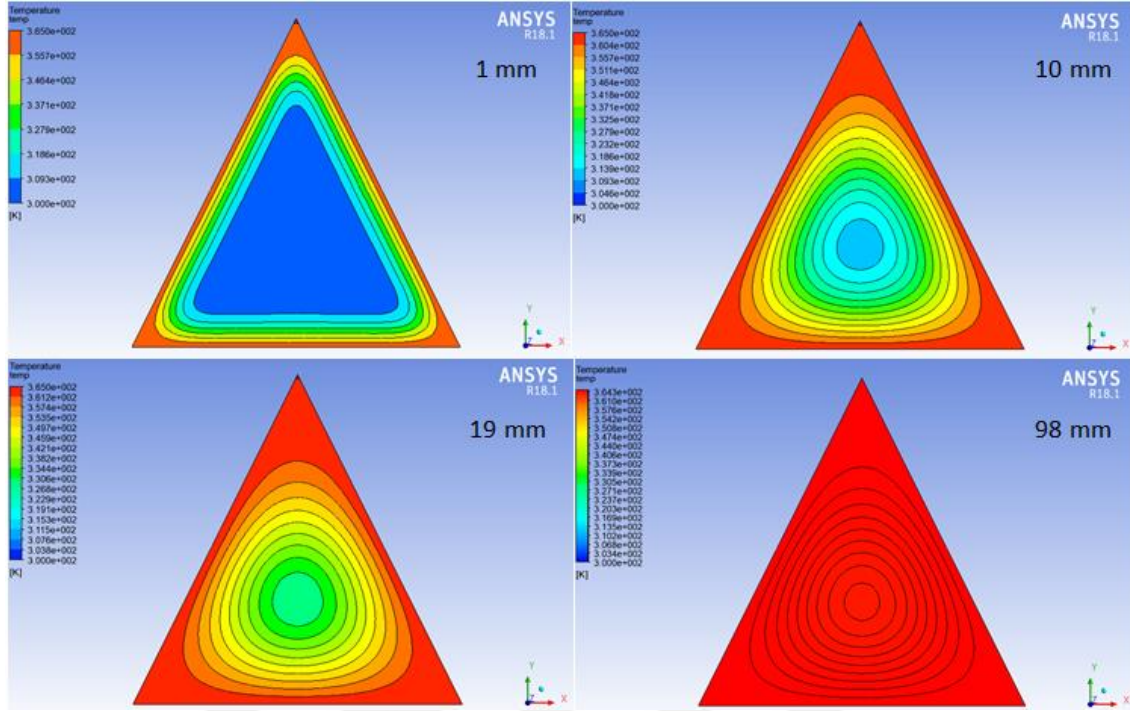
Şekil 5.11 Reynolds sayısı 1000 için hız konturları



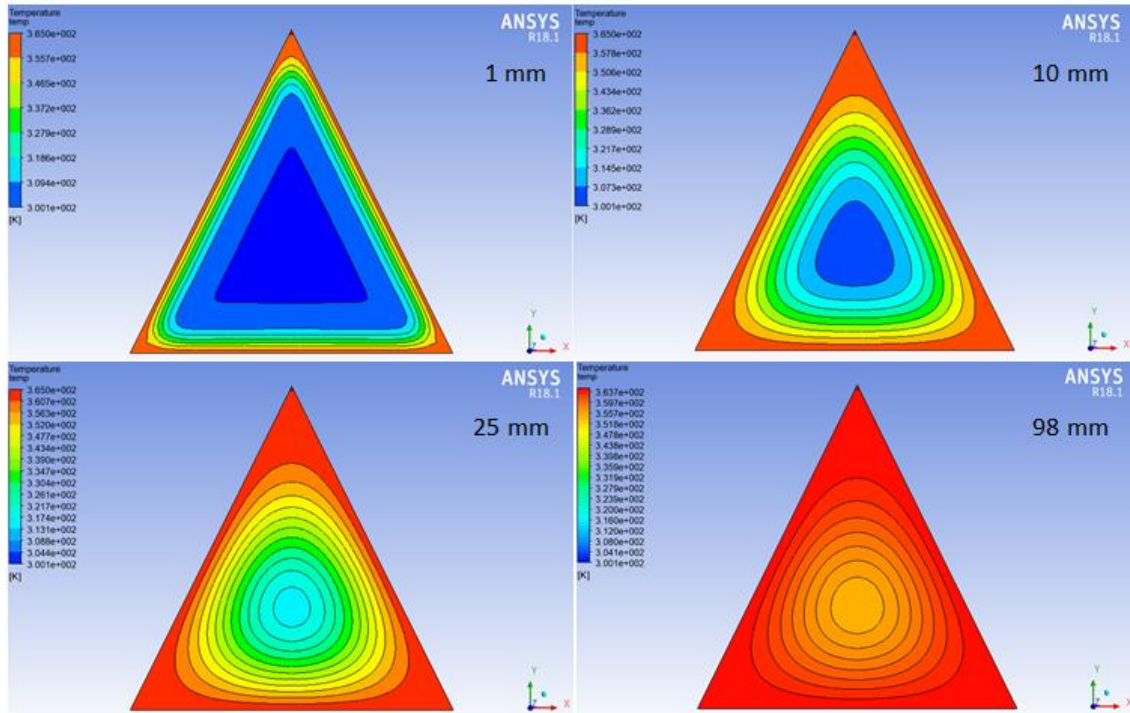
Şekil 5.12 Reynolds sayısı 1200 için hız konturları

### 5.5.2. Sıcaklık konturları

Şekil 5.13, 5.14, 5.15, 5.16 ve 5.17’de sırasıyla Reynolds sayıları 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için boy/en=1 olan ikizkenar bir üçgenin sıcaklık gradyanları görülmektedir. Termal giriş bölgesindeki sıcaklık profillerinin gelişimini görselleştirmek için söz konusu Reynolds sayılarının herbiri için kanal girişinden itibaren 1 mm, 10 mm, 98 mm uzaklıktaki kesitler ile Bölüm 4’te tam gelişmiş akışın başladığı mesafelerdeki kesitler seçilmiştir. HAD analizi ile Reynolds sayısı 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için sırasıyla kanal girişinden itibaren 19; 25; 33; 36 ve 54 mm’deki kesitler üzerinde maksimum sıcaklıklar 327,4; 315,3; 312,2; 308,5 ve 308 K olarak hesaplanmıştır. Tezde kullanılan nümerik yöntem ile aynı kanal kesitleri üzerinde hesaplanan maksimum sıcaklıklar ile HAD analizinden elde edilen sıcaklıklarla karşılaştırıldığında % 8,6; % 3,26; % 3,35; % 3,5 ve % 4,78 kadarlık farklılıklar olduğu hesaplanmıştır. Reynolds sayısı 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için kanalın 98 mm uzaklığındaki sıcaklık dağılımları incelendiğinde kanaldaki havanın hızının soğumaya etkisi de görülmektedir. Havanın hızı arttıkça kanala giren havanın debisi arttığından daha iyi bir soğutmanın meydana geldiği görülmektedir.

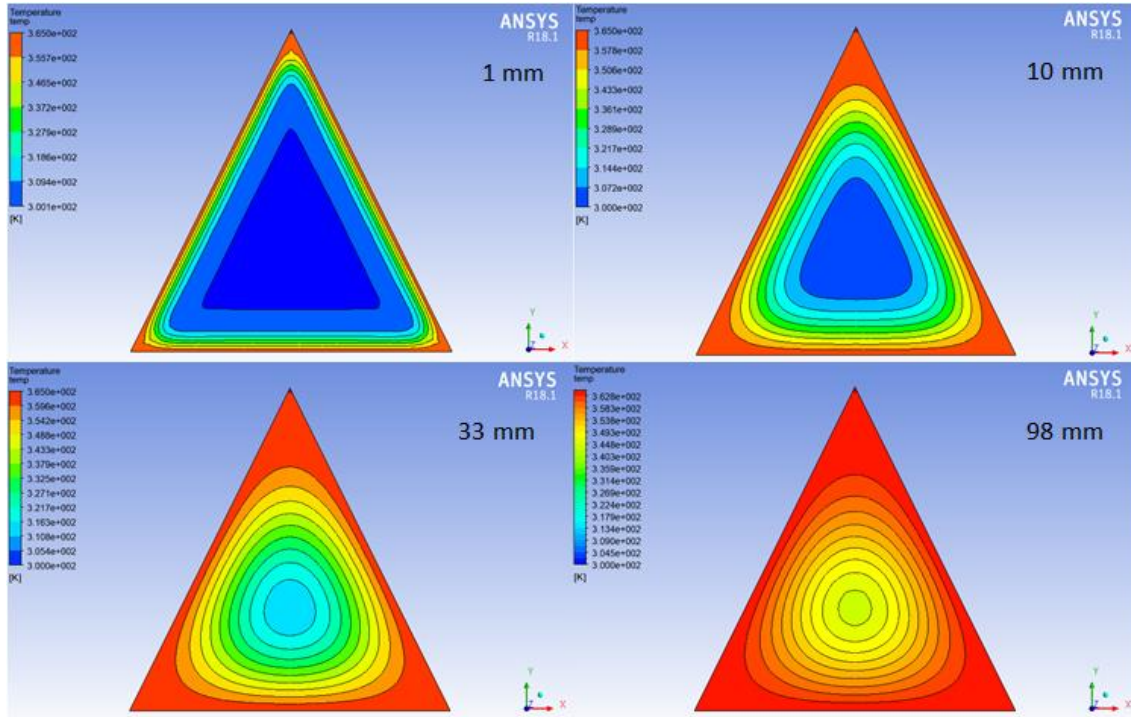


Şekil 5.13 Reynolds sayısı 250 için sıcaklık konturları

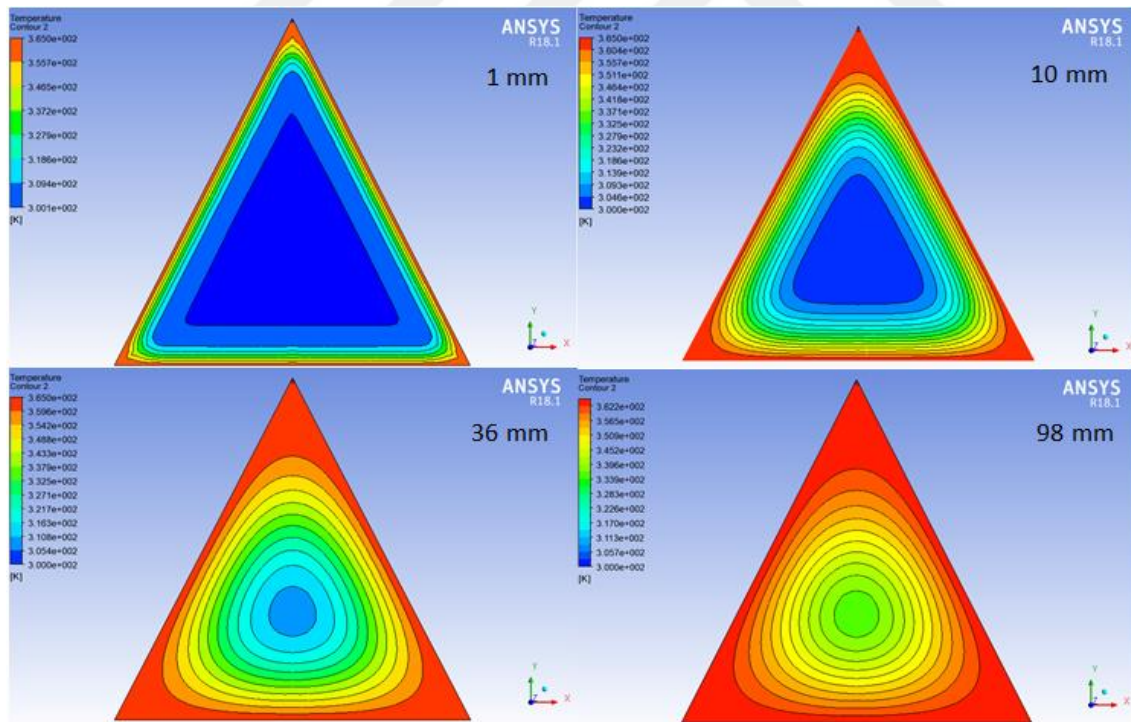


Şekil 5.14 Reynolds sayısı için 500 sıcaklık konturları

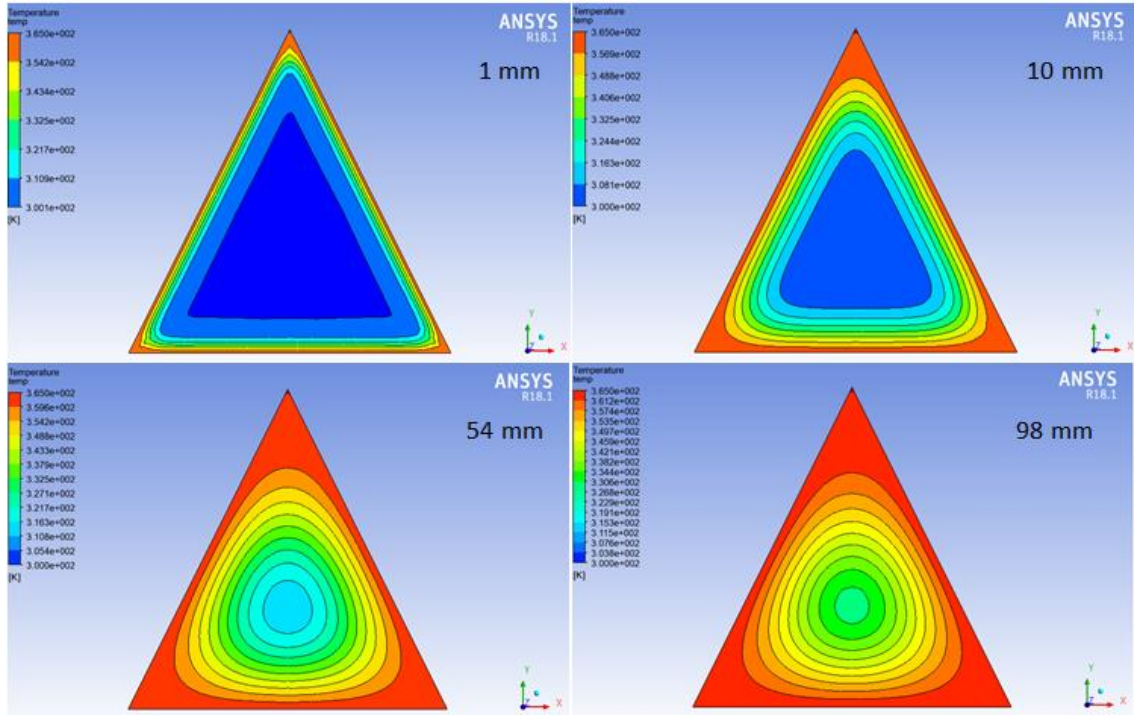




Şekil 5.15 Reynolds sayısı 750 için sıcaklık konturları



Şekil 5.16 Reynolds sayısı 1000 için sıcaklık konturları



Şekil 5.17 Reynolds sayısı 1200 için sıcaklık konturları



## 6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tezde, radyatör hava kanallarındaki akışı ve ısı transferini yöneten denklemler, tam gelişmiş akış ve giriş bölgesi akışı için ayrı ayrı modifiye edilerek sayısal yöntemle çözülmüştür. Her iki durum için akışın sıkışmaz ve laminar olduğu kabul edilmiştir. Akışı ve ısı transferini yöneten denklemlerin sayısal çözümü için hem tam gelişmiş akış hem de giriş bölgesi akışı yeni çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Radyatör hava kanallarında çokça kullanılan ikizkenar üçgen, sinüzoid ve parabolik kanalların kesit alanları üzerinde sayısal bir çözüm yapmak için düzenli bir grid donanımı oluşturmak mümkün olmadığından uygun transformasyonlar yardımı ile kanal kesitleri kare şeklinde çözüm bölgelerine dönüştürülmüştür. Bu transformasyonlar ile düzenlen yönetici denklemler Newton-Raphson yöntemine göre sonlu fark şekillerine ayrıştırılıp, kanalların termal duvar şartlarına uygun kriterler ile çözülmüştür. Enerji denkleminin çözümü için özdeğer yaklaşımı, nokta eşleme yöntemi, en küçük kare eşleme yöntemi gibi metotlara alternatif bir sayısal yöntem geliştirilmiştir.

### Tam gelişmiş akış

İkizkenar üçgen, sinüzoid ve parabolik hava kanallarının tam gelişmiş akış bölgesinde gerçekleşen ısı transferi, hem sabit ısı akışı şartı ve hem de sabit duvar sıcaklığı şartı ile incelenmiştir. İlk aşamada, sayısal çözümün grid sayısına bağımlılığı araştırılmıştır. Sabit ısı akışı şartı için ikizkenar üçgen kanalların sayısal çözümünde  $160 \times 160$  grid donanımının kullanılması kanalın boy/en oranı 2'den küçük olduğu sürece yeterli olmakta iken, boy/en oranı 2'nin üstüne çıktığında yetersiz kalmıştır. Boy/en oranının 2'nin üstündeki değerleri için  $200 \times 200$  grid donanımı kullanılmıştır. Sinüzoid kanallarda  $160 \times 160$  parabolik kanallarda ise  $200 \times 200$  grid donanımı yeterli bulunmuştur. Sabit duvar sıcaklığı şartının kullanıldığı denklem takımlarının çözümü için  $160 \times 160$ 'lık bir grid donanımı hem ikizkenar üçgen hem de parabolik kanallar için yeterli görülmüştür.

Tam gelişmiş akış bölgesinde sabit ısı akışı şartı (H1) için ikizkenar üçgen kanallarda en yüksek Nusselt ve Poiseuille sayıları eşkenar üçgen durumunda görülmekte olup değerleri sırası ile 3,12 ve 53,94 olarak belirlenmiştir. Sinüzoid kanalın en yüksek Nusselt ve Poiseuille sayıları sırası ile 3,32 ve 57,90 olup boy/en oranı 2 olduğunda görülmektedir. Parabolik

kanalın en yüksek Nusselt ve Poiseuille sayıları sırası ile 3,50 ve 61,22 olarak belirlenmiştir. Parabolik kanalın bu değerleri boy/en oranı 2,5 olduğunda ortaya çıkmaktadır.

Tam gelişmiş akış bölgesinde sabit duvar sıcaklığı (T) şartı için en yüksek Nusselt ve Poiseuille sayıları üçgen kesitli kanallarda, eşkenar üçgende görülmekte olup sırası ile 2,535 ve 53,94 olarak hesaplanmıştır. Literatür verileri ile hesaplanan Nusselt sayısı arasındaki en büyük sapma boy/en=0,75 durumunda görülmekte olup sapma miktarı % 2,8'dir.

Hesaplanan Poiseuille sayıları ile literatür verileri arasındaki en büyük sapma boy/en= $\sqrt{3}/2$  durumunda görülmekte olup sapma miktarı % 1,1'dir. Tam gelişmiş akış bölgesinde sabit duvar sıcaklığı (T) şartı için en yüksek Nusselt sayısı parabolik kesitli bir kanalın boy/en=1,5 olduğunda görülmekte olup 2,693 olarak hesaplanmaktadır. En büyük Poiseuille sayısı ise kanalın boy/en=2,5 iken görülmekte olup 61,3 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuçlar aynı boy/en oranları için sinüzoid kesitli kanalların sonuçları ile karşılaştırıldığında sinüzoid bir kanal yerine parabolik kesitli bir kanal kullanımının az miktarda da olsa ısı transferini olumlu yönde etkileyeceği görülmektedir.

#### Giriş bölgesi akışı

İkizkenar bir üçgen kanalın giriş bölgesinde gerçekleşen akış ve ısı transferi sabit duvar sıcaklığı şartı ile incelenmiştir. Reynolds sayıları 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için boy/en=1 olan ikizkenar bir üçgenin ve 250 Reynolds sayısı için boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgenlerin giriş bölgelerindeki Nusselt sayılarının değişimleri hesaplanarak ısı transferine etkisi araştırılmıştır. Boy/en=1 olan ikizkenar üçgen kanal için akışa dik kesitlerde 100x100 grid sayısının kullanılması sayısal çözümün grid sayısından bağımsız olması için yeterli iken boy/en oranları 2 ve 4 olan ikizkenar üçgen kanallar için sırasıyla 150x150 ve 170x170 grid sayısının yeterli olmaktadır. Akışa dik kesitler arasındaki adım aralıkları  $\Delta z$ 'nin en az 0,001 m olarak belirlenmiştir.  $\Delta z < 0,001 m$  olduğunda çözüm yakınsamamaktadır. Boy/en=1 olan ikizkenar üçgende Reynolds sayıları 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için Nusselt sayıları 2,5 civarında sabitlenmiştir. Literatürde aynı kanal için tam gelişmiş şartlardaki Nusselt sayısı ile bu analizden tam gelişmiş durum için elde edilen Nusselt sayısı karşılaştırıldığında % 1-2'lik bir fark olduğu görülmüştür. Ayrıca kanalın giriş bölgesi uzunluğu, kanalın hidrolik çapının 20 ile 25 katı arasında olduğu belirlenmiştir. Boy/en=1 olan ikizkenar üçgen kanalın 250, 500, 750, 1000 ve 1200 Reynolds sayıları için



kanalın tam gelişmiş özellik gösteren kesitleri üzerinde sırasıyla maksimum hızlar 6,2 ; 11,6; 16,8; 21,86 ve 27,08 m/s, (hava giriş sıcaklığı 300 K ve duvar sıcaklığı 365 K) maksimum sıcaklıklar 330,5; 313,6; 310,4; 306,5 ve 305,2 K olarak hesaplanmıştır. Boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgenler için sırasıyla Nusselt sayıları 2,5; 2,34 ve 2 civarında sabitlenmiş olup elde edilen bu Nusselt sayıları ile literatürde söz konusu kanallar için verilen Nusselt sayıları karşılaştırıldığında % 0,8, % 2,6 ve % 2,5 farklılıklar olduğu görülmüştür. İkizkenar üçgen kanalların boy/en oranı arttıkça grid sayısının yetersiz kaldığı tespit edilmiştir. Boy/en oranları 1, 2 ve 4 olan ikizkenar üçgenlerin Reynolds sayısı 250 için kanalın tam gelişmiş özellik gösteren kesitleri üzerinde sırasıyla maksimum hızlar 6,2; 5,27 ve 4,83 m/s, (hava giriş sıcaklığı 300 K ve duvar sıcaklığı 365 K için) maksimum sıcaklıklar 330,5; 346,6 ve 342,9 K olarak hesaplanmıştır.

#### Hesaplamalı akışkanlar dinamiği ile analiz

İkizkenar üçgen kanalın giriş bölgesi akışını ve ısı transferini analiz etmek için geliştirilen nümerik yöntemi başka bir nümerik yöntem ile karşılaştırmak için ANSYS Fluent programı kullanılmıştır. Fluent programında akış ve ısı transfer analizleri, geliştirilmiş olan nümerik yöntemde analiz için kullanılan çözüm algoritması ve grid yapısı gibi özelliklere benzeyen düzenlemeler ile yapılmıştır. Sonuçların grid sayısından bağımsızlığı yaklaşık 1,5 milyon eleman sayısı kullanılarak sağlamıştır. Boy/en=1 olan bir ikizkenar üçgeninin Reynolds sayıları 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için akış doğrultusundaki Nusselt sayısı değişimleri sabit duvar sıcaklığı şartı (T) kullanılarak hesaplanmıştır. Kanalın girişinden 1 mm sonra hesaplanan Nusselt sayısı, geliştirilen nümerik yöntemden elde edilen Nusselt sayısından % 20 kadar az , 2 mm sonra ise % 30 kadar fazla olarak hesaplanmıştır. Kanalın girişinden 5 mm ve ilerisi için Nusselt sayılarının değişimi, geliştirilen nümerik yöntemle benzer olup, Nusselt sayıları 2,5 civarında sabitlenmiştir. Giriş bölgesi uzunluğunun, kanalın hidrolik çapının yaklaşık 30 katı olduğu görülmüştür. Boy/en=1 olan bir ikizkenar üçgenin Reynolds sayısı 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için kanalın tam gelişmiş özellik gösteren kesitleri üzerinde sırasıyla maksimum hızlar 6,5; 13; 19,5; 25 ve 30,46 m/s olarak hesaplanmıştır. Tezde geliştirilen yöntem ile elde edilen sonuçlar ile maksimum hızlar karşılaştırıldığında sırasıyla % 4,6; % 10,7; % 13,8; % 12,5 ve % 11’lik farklar görülmüştür. Boy/en=1 olan bir ikizkenar üçgenin Reynolds sayısı 250, 500, 750, 1000 ve 1200 için kanalın tam gelişmiş özellik gösteren kesitleri üzerinde sırasıyla maksimum sıcaklıklar 327,4; 315,3; 312,2; 308,5 ve 308 K olarak hesaplanmıştır. Tezde geliştirilen yöntem ile elde edilen maksimum

sıcaklık değerleri ile HAD analizinden elde edilen maksimum sıcaklıklar karşılaştırıldığında sırasıyla % 8,6; % 3,26; % 3,35; % 3,5 ve % 4,78'lik farklılıklar olduğu görülmüştür.

Tezde geliştirilen nümerik yöntemden elde edilen sonuçlar gerek literatür verileri gerek HAD program analiz sonuçları ile doğrulanmış olup akış ve ısı transfer analizlerinde kullanışlı olabileceği kanısına varılmıştır. Geliştirilen nümerik yöntemde kanal kesitleri üzerindeki basınç değerleri deneme yanılma yolu ile programı kullanan kişi tarafından belirlenmektedir. Bu sebepten olayı çözüm işi çok zahmetli olmaktadır. Bu zahmetli iş yükünden kurtulmak için koda otomatik olarak basınç değerini belirleyebilecek bir alt algoritma ekleyerek kod geliştirilebilir. Bu çalışmada elde edilen veriler ile deneysel çalışmalardan elde edilen veriler ile karşılaştırılabilir.

## KAYNAKLAR

1. Harada, M., Yasuda, T., Terachi, S., Pujols, S. and Spenny, J. R. (2016). Water Cooled Charge Air Cooler Development (No. 2016-01-0651). *SAE Technical Paper*.
2. Mollenhauer, K. and Tschöke H. (2010). *Handbook of Diesel Engines*. Berlin: Springer.
3. Zohuri, B. (2017). *Compact Heat Exchangers: Selection, Application, Design and Evaluation*, New Mexico: Springer.
4. Taler, D. and Pawel O. (2014). Thermal contact resistance in plate fin-and-tube heat exchangers, determined by experimental data and CFD simulations. *International Journal of Thermal Sciences*, 84, 309-322.
5. Shah, R. K. and London, A. L. (1971). *Laminar flow forced convection heat transfer and flow friction in straight and curved ducts-A summary of analytical solutions* (No. TR-75). Stanford University, Department of Mechanical Engineering, California, USA.
6. Shah, R. K. (1975). Laminar flow friction and forced convection heat transfer in ducts of arbitrary geometry. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 18(7-8), 849-862.
7. Shah, R. K. and London, A. L. (1978). *Laminar Flow Forced Convection in Ducts: A Source Book for Compact Heat Exchanger Analytical Data*. United States of America: Academic Press.
8. Heisler, H. (1999). *Vehicle and Engine Technology*, (2nd Edition). London: Society of Automotive Engineers.
9. Sahoo, R. R., Ghosh, P. and Sarkar, J. (2017). Energy and exergy comparisons of water based optimum brines as coolants for rectangular fin automotive radiator. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 105, 690-696.
10. Dehghandokht, M., Khan, M. G., Fartaj, A. and Sanaye, S. (2011). Flow and heat transfer characteristics of water and ethylene glycol–water in a multi-port serpentine meso-channel heat exchanger. *International Journal of Thermal Sciences*, 50(8), 1615-1627.
11. Peyghambarzadeh, S. M., Hashemabadi, S. H., Hoseini, S. M. and Jamnani, M. S. (2011). Experimental study of heat transfer enhancement using water/ethylene glycol based nanofluids as a new coolant for car radiators. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 38(9), 1283-1290.
12. Peyghambarzadeh, S. M., Hashemabadi, S. H., Naraki, M. and Vermahmoudi, Y. (2013). Experimental study of overall heat transfer coefficient in the application of dilute nanofluids in the car radiator. *Applied Thermal Engineering*, 52(1), 8-16.
13. Naraki, M., Peyghambarzadeh, S. M., Hashemabadi, S. H. and Vermahmoudi, Y. (2013). Parametric study of overall heat transfer coefficient of CuO/water nanofluids in a car radiator. *International Journal of Thermal Sciences*, 66, 82-90.

14. Foli, K., Okabe, T., Olhofer, M., Jin, Y. and Sendhoff, B. (2006). Optimization of micro heat exchanger: CFD, analytical approach and multi-objective evolutionary algorithms. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(5-6), 1090-1099.
15. Bhutta, M. M. A., Hayat, N., Bashir, M. H., Khan, A. R., Ahmad, K. N. and Khan, S. (2012). CFD applications in various heat exchangers design: A review. *Applied Thermal Engineering*, 32, 1-12.
16. Trivedi, P. K. and Vasava, N. B. (2012). Effect of variation in pitch of tube on heat transfer rate in automobile radiator by CFD analysis. *International Journal of Engineering and Advanced Technology*, 1(6), 180-183.
17. Walter, J. D. (2001). *Automotive cooling system component interactions*, Doctoral dissertation, Texas Tech University, Texas, USA.
18. Simmonds, N., Tsoutsanis, P., Drikakis, D., Gaylard, A. and Jansen, W. (2016). Full Vehicle Aero-Thermal Cooling Drag Sensitivity Analysis for Various Radiator Pressure Drops (No. 2016-01-1578). *SAE Technical Paper*.
19. Versteeg, H.K. and Malalasekera, W. (2007). *An Introduction to Computational fluid Dynamics, The Finite Volume Method*, (2nd Edition). Glasgow: Pearson Education Limited.
20. White, F. M. and Corfield, I. (2006). *Viscous fluid flow Volume 3*. New York: McGraw-Hill.
21. Karabulut H. (2016). *Akışkanlar Mekaniği ders notları*, Gazi Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Otomotiv Mühendisliği Bölümü, Bölüm Başkanlığı Arşivi.
22. Papanastasiou, T., Georgiou, G. and Alexandrou, A. N. (1999). *Viscous fluid flow*. United States of America: CRC Press.
23. Davidson, P. (2015). *Turbulence: an introduction for scientists and engineers*. United Kingdom: Oxford University Press.
24. Foias, C., Manley, O., Rosa, R. and Temam, R. (2004). *Navier-Stoke Equations and Turbulence*. Cambridge: Cambridge University Press.
25. Griebel, M., Dornseifer, T. and Neunhoeffler, T. (1997). *Numerical simulation in fluid dynamics: a practical introduction*, Volume 3. United States of America: Society for Industrial and Applied Mathematics.
26. Chapman, G. T. and Tobak, M. (1985). Observations, Theoretical Ideas, and Modeling of Turbulent Flows—Past, Present, and Future. *In Theoretical Approaches to Turbulence*. New York: Springer.
27. McDonough, J. M. (2007). *Introductory lectures on turbulence: physics, mathematics and modeling*. United States of America: University of Kentucky.

28. Dwyer, D. L., Hussaini, M. Y. and Voigt, R. G. (2012). *Theoretical approaches to turbulence* Volume 58. New York: Springer Science and Business Media.
29. Sodja, J. (2007). Turbulence models in CFD. Seminar, *University of Ljubljana*, Department of physics, 1-18.
30. Hoffmann, K. A. and Chiang, S. T. (2000). *Computational Fluid Dynamics*, Volume 3. Wichita, Kan: Engineering Education System.
31. Garraway, P. (2016). *Advances in Chemical Engineering, Thermochemical Process Engineering*, Vol. 49, Chapter 4. United Kingdom: Gas Turbines and Engine Simulations.
32. Doshi, M. R. and Gill, W. N. (1970). A note on the mixing length theory of turbulent flow. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 16(5), 885-888.
33. Smagorinsky, J. (1963). General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment. *Monthly weather review*, 91(3), 99-164.
34. Cebeci, T. and Smith, A. M. O. (1968). Finite difference solution of the incompressible turbulent boundary layer by eddy-viscosity concept. *Proceedings of the Stanford Conference on Turbulent Boundary Layer Prediction*. 1, 346-355.
35. Baldwin, B., Lomax, H. (1978). *Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows*, 16th Aerospace Sciences Meetings, Huntsville, U.S.A.
36. Su, Y. and Davidson, J. H. (2015). *Modeling approaches to natural convection in porous media*. United States of America: Springer.
37. Çetin, B., Güler, K. G. and Aksel, M. H. (2017). Computational modelling of vehicle radiators using porous medium approach. In *Heat Exchanger Design, Experiment and Simulation*, Chapter 11, INTECH.
38. Nield, D. A. and Bejan, A. (2006). *Convection in porous media* Volume 3. Springer, New York.
39. Collins, R. E. (1961). *Flow of fluids through porous media*. United States of America: PennWellBooks.
40. Baytaş, A. C. (2015). *Taşıma ile Isı Geçişi*. (Birinci basım). Türkiye: Nobel Yayıncılık.
41. Jambhekar, V. A. (2011). *Forchheimer Porous-media Flow Models-Numerical Investigation and Comparison with Experimental Data*. Master's Thesis, Universität Stuttgart, Germany.
42. Whitaker, S. (2013). *The method of volume averaging* Volume 13. California: Springer Science and Business Media.
43. Vafai, K. (2015). *Handbook of porous media*. Florida: CRC Press.

44. Kuznetsov, A. V. and Nield, D. A. (2010). Effect of local thermal non-equilibrium on the onset of convection in a porous medium layer saturated by a nanofluid. *Transport in Porous Media*, 83(2), 425-436.
45. Amhalhel, G. and Furmański, P. (1997). Problems of modeling flow and heat transfer in porous media. *Journal of Power Technologies*, 85, 55-88.
46. Zeng, Z. and Grigg, R. (2006). A criterion for non-Darcy flow in porous media. *Transport in porous media*, 63(1), 57-69.
47. Sobieski, W. and Trykozko, A. (2014). Darcy's and Forchheimer's laws in practice. Part 1. The experiment. *Technical Sciences/University of Warmia and Mazury in Olsztyn*.
48. Forchheimer, P. (1901). *Wasserbewegung durch Boden*. Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieuer.
49. Tamayol, A., Wong, K. W. and Bahrami, M. (2012). Effects of microstructure on flow properties of fibrous porous media at moderate Reynolds number. *Physical Review*, 85(2), 026318.
50. Ergun, S. and Orning, A. A. (1949). Fluid flow through randomly packed columns and fluidized beds. *Industrial & Engineering Chemistry*, 41(6), 1179-1184.
51. Ng, E. (2002). *Vehicle engine cooling systems: assessment and improvement of wind-tunnel based evaluation methods*. Doctoral dissertation, RMIT University, Melbourne, Australia.
52. Shah, R. K. and Sekulic, D. P. (2003). *Fundamentals of heat exchanger design*. New Jersey: John Wiley & Sons.
53. Thulukkanam, K. (2013). *Heat exchanger design handbook*. Florida: CRC press.
54. Kays, W. M. and London, A. L. (1984). *Compact heat exchangers*. (3rd Edition). New York: McGraw- Hill.
55. Çengel, Y. (2004). *Heat Transfer, A Practical Approach*. (2nd Edition). New York: McGraw-Hill.
56. Wang, C. C., Webb, R. L. and Chi, K. Y. (2000). Data reduction for air-side performance of fin-and-tube heat exchangers. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 21(4), 218-226.
57. Navarro, H. A. and Cabezas-Gómez, L. C. (2007). Effectiveness-NTU computation with a mathematical model for cross-flow heat exchangers. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 24(4), 509-521.
58. Kakac, S., Yener, Y. and Pramuanjaroenkij, A. (2013). *Convective heat transfer*. United States: CRC press.

59. Kandlikar, S. G. and Grande, W. J. (2002). *Evolution of microchannel flow passages: thermohydraulic performance and fabrication technology*. In ASME 2002 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, November 17–22, New Orleans, Louisiana, USA.
60. Harris, C., Despa, M. and Kelly, K. (2000). Design and fabrication of a cross flow micro heat exchanger. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 9(4), 502-508.
61. Fan, Y. and Luo, L. (2008). Recent applications of advances in microchannel heat exchangers and multi-scale design optimization. *Heat Transfer Engineering*, 29(5), 461-474.
62. Zhao, T. S. and Cheng, P. (1997). A numerical study of laminar reciprocating flow in a pipe of finite length. *Applied Scientific Research*, 59(1), 11-25.
63. Dharaiya, V. V. and Kandlikar, S. G. (2012). Numerical investigation of heat transfer in rectangular microchannels under H2 boundary condition during developing and fully developed laminar flow. *Journal of heat transfer*, 134(2), 020911.
64. Shahmardan, M. M., Norouzi, M., Kayhani, M. H. and Delouei, A. A. (2012). An exact analytical solution for convective heat transfer in rectangular ducts. *Journal of Zhejiang University Science A*, 13(10), 768-781.
65. Cheng, C. H. and Wu, C. Y. (2000). An approach combining body-fitted grid generation and conjugate gradient methods for shape design in heat conduction problems. *Numerical Heat Transfer: Part B: Fundamentals*, 37(1), 69-83.
66. Niu, J. L. and Zhang, L. Z. (2002). Heat transfer and friction coefficients in corrugated ducts confined by sinusoidal and arc curves. *International journal of heat and mass transfer*, 45(3), 571-578.
67. Zhang, L. Z. and Niu, J. L. (2001). A numerical study of laminar forced convection in sinusoidal ducts with arc lower boundaries under uniform wall temperature. *Numerical Heat Transfer: Part A: Applications*, 40(1), 55-72.
68. Winslow, A. M. (1966). Numerical solution of the quasilinear Poisson equation in a nonuniform triangle mesh. *Journal of computational physics*, 1(2), 149-172.
69. Vithayasai, S., Kiatsiriroat, T. and Nuntaphan, A. (2006). Effect of electric field on heat transfer performance of automobile radiator at low frontal air velocity. *Applied thermal engineering*, 26(17-18), 2073-2078.
70. Teng, J. T., Chu, J. C., Liu, C., Xu, T., Lien, Y. F., Cheng, J. H. and Yu, X. (2012). Fluid dynamics in microchannels. In *Fluid Dynamics, Computational Modeling and Applications*, 403-436.
71. Chen, S., Chan, T. L., Leung, C. W., and Yu, B. (2000). Numerical prediction of laminar forced convection in triangular ducts with unstructured triangular grid method. *Numerical Heat Transfer: Part A: Applications*, 38(2), 209-224.

72. Velusamy, K. and Garg, V. K. (1996). Laminar mixed convection in vertical elliptic ducts. *International journal of heat and mass transfer*, 39(4), 745-752.
73. Sadasivam, R., Manglik, R. M. and Jog, M. A. (1999). Fully developed forced convection through trapezoidal and hexagonal ducts. *International journal of heat and mass transfer*, 42(23), 4321-4331.
74. Campo, A., Morales, J. C. and Larreteguy, A. E. (1997). Pressure drop and heat transfer associated with flows moving laminarly in straight ducts of irregular, singly connected cross. *Heat and mass transfer*, 32(3), 193-197.
75. Karabulut, H., Solmaz, H. and Aksoy, F. (2017). A numerical study for stirling engine heater development. *Heat Transfer Research*, 48(6), 477-498.
76. Rao, M. V., Kumar, P. V. and Rao, P. S. (2006). Laminar flow heat transfer in concentric equilateral triangular annular channels. *Indian Journal of Chemical Technology*, 13, 614-622.
77. Guo, Z. Y. and Li, Z. X. (2003). Size effect on single-phase channel flow and heat transfer at microscale. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24(3), 284-298.
78. Aydın, O. and Avcı, M. (2007). Analysis of laminar heat transfer in micro-Poiseuille flow. *International Journal of Thermal Sciences*, 46(1), 30-37.
79. Incropera, F. P. and Dewitt, D. P. (2007). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. NewYork: John Wiley & Sons. Inc.
80. Patankar, S. V. (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*. United States: Taylor & Francis.
81. Ko, T. H. (2007). A numerical study on developing laminar forced convection and entropy generation in half-and double-sine ducts. *International Journal of Thermal Sciences*, 46(12), 1275-1284.
82. İpci, D., Karabulut, H. ve Cınar, C. (2016). Radyatör hava kanallarında tam gelişmiş akış ve ısı transferinin incelenmesi. *Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi*, 36(2), 119-133.
83. Palm, B. (2001). Heat transfer in microchannels. *Microscale Thermophysical Engineering*, 5(3), 155-175.
84. Morini, G. L. (2000). Analytical determination of the temperature distribution and Nusselt numbers in rectangular ducts with constant axial heat flux. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43(5), 741-755.
85. Ray, S. and Misra, D. (2010). Laminar fully developed flow through square and equilateral triangular ducts with rounded corners subjected to H1 and H2 boundary conditions. *International Journal of Thermal Sciences*, 49(9), 1763-1775.



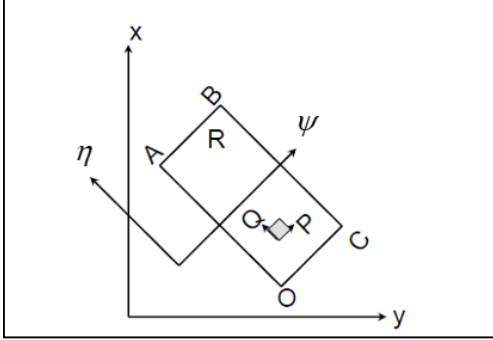
86. Moharana, M. K. and Khandekar, S. (2013). Generalized formulation for estimating pressure drop in fully-developed laminar flow in singly and doubly connected channels of non-circular cross-sections. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 259, 64-76.
87. Shahsavari, S., Tamayol, A., Kjeang, E. and Bahrami, M. (2012). Convective heat transfer in microchannels of noncircular cross sections: An analytical approach. *Journal of Heat Transfer*, 134(9), 1-10.
88. Thompson, J. F., Thames, F. C. and Mastin, C. W. (1972). *Boundary-fitted curvilinear coordinate systems for solution of partial differential equations on fields containing any number of arbitrary two-dimensional bodies*. NASA Contractor Report, NASA CR-2729, Washington, D.C.
89. Thompson, J. F., Warsi, Z. U. and Mastin, C. W. (1982). Boundary-fitted coordinate systems for numerical solution of partial differential equations - a review. *Journal of computational Physics*, 47(1), 1-108.
90. Uzun, I. and Ünsal, M. (1997). A numerical study of laminar heat convection in ducts of irregular cross-sections. *International communications in heat and mass transfer*, 24(6), 835-848.
91. Huang, S. M. and Yang, M. (2013). Longitudinal fluid flow and heat transfer between an elliptical hollow fiber membrane tube-bank used for air humidification. *Applied energy*, 112, 75-82.
92. Chen, Y. S. (1986). A computer code for three-dimensional incompressible flows using nonorthogonal body-fitted coordinate systems. NASA Contractor Report, NASA CR-178818, Marshall Space Flight Center, Alabama.
93. Sankaranarayanan, S. and Spaulding, M. L. (2003). A study of the effects of grid non-orthogonality on the solution of shallow water equations in boundary-fitted coordinate systems. *Journal of Computational Physics*, 184(1), 299-320.
94. De, A. K. and Dalal, A. (2006). A numerical study of natural convection around a square, horizontal, heated cylinder placed in an enclosure. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(23-24), 4608-4623.
95. Maliska, C. R. and Raithby, G. D. (1984). A method for computing three dimensional flows using non-orthogonal boundary-fitted co-ordinates. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 4(6), 519-537.
96. Thompson, J. F., Thames, F. C. and Mastin, C. W. (1974). Automatic numerical generation of body-fitted curvilinear coordinate system for field containing any number of arbitrary two-dimensional bodies. *Journal of computational physics*, 15(3), 299-319.
97. İnternet: Wuxi Xinsheng Heat Exchanger Technology Co.,Ltd. Radiator Fin Structure. URL:<http://www.webcitation.org/query?url=http%3A%2F%2Fwww.cooler-xs.com%2Fen%2Fproduct.asp%3Fpone%3D26&date=2017-07-12> Son erişim: 12/7/2017.

98. Seban, R. A. and Shimazaki, T. (1949). *Heat transfer to a fluid flowing turbulently in a smooth pipe with walls at constant temperature*. California University, Institute of Engineering Research, Berkeley, USA.
99. Fluent, ANSYS. (2013). Release 15.0. *Theory Guide*. Chapter 20: Solver Theory.





## EK-1. Bir diferansiyel alanın koordinat dönüşümü



Yukarıdaki şekilde OABC dörtgeninin alanı

$$A = \iint_R f(x, y) dx dy = \iint_R f(x, y) dA$$

ile hesaplanmaktadır. R bölgesinde bulunan bir diferansiyel alan elemanının  $\psi$  ve  $\eta$  eksenine paralel kenarları sırası ile

$$\vec{P} = \delta x \mathbf{i} + \delta y \mathbf{j}$$

$$\vec{Q} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j}$$

vektörleri ile gösterilsin. Diferansiyel elemanın alanı

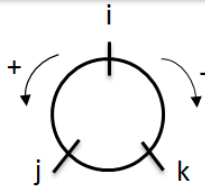
$$dA = |\vec{P} \times \vec{Q}| = |\delta x \Delta y - \delta y \Delta x|$$

olur.

Vektör çarpım kuralları

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = 0, \mathbf{j} \times \mathbf{j} = 0, \mathbf{k} \times \mathbf{k} = 0$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = 1, \mathbf{i} \times \mathbf{k} = 1, \mathbf{j} \times \mathbf{k} = 1$$



$\vec{P}$  vektörünün  $\delta x$  uzunluğu  $(\psi, \eta)$  yeni koordinat sistemindeki tam diferansiyeli

$$\delta x = \frac{\partial x}{\partial \psi} d\psi + \frac{\partial x}{\partial \eta} d\eta$$

şeklinde yazılabilir.  $\vec{P}$  vektörü  $\eta$  eksenine dik olduğundan  $d\eta = 0$  'dır. Son eşitlik

EK-1. (devam) Bir diferansiyel alanın koordinat dönüşümü

$$\delta x = \frac{\partial x}{\partial \psi} d\psi$$

şeklinde kısalır. Benzer şekilde  $\vec{P}$  vektörü üzerinde  $\delta y$  uzunluğu  $(\psi, \eta)$  yeni koordinat sistemindeki tam diferansiyeli

$$\delta y = \frac{\partial y}{\partial \psi} d\psi + \frac{\partial y}{\partial \eta} d\eta$$

$$\delta y = \frac{\partial y}{\partial \psi} d\psi$$

olur.  $\vec{Q}$  vektörünün  $\Delta x$  ve  $\Delta y$  uzunluklarının  $(\psi, \eta)$  yeni koordinat sistemindeki tam diferansiyelleri sırası ile

$$\Delta x = \frac{\partial x}{\partial \psi} d\psi + \frac{\partial x}{\partial \eta} d\eta$$

$$\Delta x = \frac{\partial x}{\partial \eta} d\eta$$

$$\Delta y = \frac{\partial y}{\partial \psi} d\psi + \frac{\partial y}{\partial \eta} d\eta$$

$$\Delta y = \frac{\partial y}{\partial \eta} d\eta$$

şeklinde ifade edilebilir.  $\vec{P}$  ve  $\vec{Q}$  vektörlerinin  $(\psi, \eta)$  yeni koordinat sistemindeki karşılıkları yukarı türetilen diferansiyel alan denkleminde yazılırsa

$$dA = \left| \frac{\partial x}{\partial \psi} d\psi \frac{\partial y}{\partial \eta} d\eta - \frac{\partial y}{\partial \psi} d\psi \frac{\partial x}{\partial \eta} d\eta \right|$$

$$dA = \left| \frac{\partial x}{\partial \psi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \psi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right| d\psi d\eta$$

olarak elde edilir.

## EK-2. Boyutsuz sıcaklığın bulk ortalamasının analizi

Boyutsuz sıcaklığın bulk ortalamasını hesaplamak için  $T = \theta(T_b - T_w) + T_w$  eşitliğindeki bütün terimler  $\frac{W}{AW}$  ile çarpılarak kanal kesiti üzerinde integrallenir. Bu işlem sonucunda eşitlik

$$\int_A \frac{W}{AW} T dA = \int_A \frac{W}{AW} \theta (T_b - T_w) dA + \int_A \frac{W}{AW} T_w dA$$

şeklinde olur. Akışkan sıkışmaz ve kanal kesiti tekdüze olduğundan ortalama boyutsuz hız  $\bar{W}$  sabittir. Buna göre son denklem

$$\frac{1}{AW} \int_A T W dA = (T_b - T_w) \frac{1}{AW} \int_A W \theta dA + T_w \frac{1}{W} \frac{1}{A} \int_A W dA$$

şeklinde düzenlenebilir. Son eşitlikte bulunan  $\frac{1}{AW} \int_A T W dA$ ,  $\frac{1}{AW} \int_A W \theta dA$  ve  $\frac{1}{A} \int_A W dA$  terimleri sırasıyla kanal kesitin; bulk sıcaklığını ( $T_b$ ), ortalama boyutsuz sıcaklığını ( $\bar{\theta}$ ) ve ortalama boyutsuz hızını ( $\bar{W}$ ) tanımlamaktadır. Son denklem bu eşitliklere göre tekrar düzenlenirse

$$T_b = (T_b - T_w) \bar{\theta} + T_w \frac{1}{\bar{W}}$$

olur. Eşitlik tekrar düzenlenirse

$$T_b - T_w = (T_b - T_w) \bar{\theta}$$

olur. Son eşitlikte gerekli sadeleştirmeler yapılarak boyutsuz bulk sıcaklık

$$\bar{\theta} = 1.0 \quad \text{veya} \quad \frac{1}{AW} \int_A W \theta dA = 1.0$$

olarak elde edilir.

EK-3. Tam gelişmiş akışta sabit ısı akısı şartı (H1) için ikizkenar üçgen kanalın Fortran kodu

```

PROGRAM ISOFLUX
DIMENSION W(101,101),F(101,101),G1(101,101),G2(101,101)
DIMENSION G3(101,101),G4(101,101),G(101,101),G5(101,101)
DIMENSION G6(101,101)
REAL M,N,NUS
OPEN(UNIT=14,FILE='UCGEN.DAT')

DE=0.01
DP=0.01
M=2.0
N=0.001
NUS=3.12
DH=2.0*N*M/(1.0+(1.0+M**2.0)**0.5)

DO I=1,101
DO J=1,101
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
W(I,J)=0.0
F(I,J)=0.0

G1(I,J)=E**2.0*M**2.0*P**2.0
G2(I,J)=2.0*E**3.0*M**2.0*P
G3(I,J)=M**2.0*E**4.0+E**2.0
G4(I,J)=2.0*E**3.0*M**2.0
G5(I,J)=P**2.0*N**2.0*M**2.0*E**2.0/DH**2.0
END DO
END DO

C-----
DO K=1,30000
DO I=2,100
DO J=2,100
E=(J-1)*DE

W(I,J)=(G1(I,J)*(W(I+1,J)+W(I-1,J))/DP**2.0-G2(I,J)*(W(I+1,J+1)-
*W(I,J+1)-W(I+1,J))/(DE*DP)+G3(I,J)*(W(I,J+1)+W(I,J-1))/DE**2.0+
*G4(I,J)*W(I,J+1)/DE-G5(I,J))/(2.0*G1(I,J)/DP**2.0+G2(I,J)/(DE*DP)+
*G4(I,J)/DE+2.0*G3(I,J)/DE**2.0)

W(101,J)=W(100,J)+(W(101,J+1)-W(101,J-1))*DP*E/(2.0*DE)
END DO
END DO
PRINT*,W(51,51),K
END DO
AL=0.0

C-----
DO I=1,100
DO J=1,100
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
A1=N**2.0*M/2.0
DA=N*M*N*P*DE*DP
WO=WO+0.25*(W(I,J)+W(I+1,J)+W(I,J+1)+W(I+1,J+1))*DA/A1
AL=AL+DA
END DO
END DO

C-----
DO I=1,101
DO J=1,101
G6(I,J)=G5(I,J)*(-W(I,J)*4.0*NUS/WO)
END DO
END DO

```

EK-3. (devam) Tam gelişmiş akışta sabit ısı akısı şartı (H1) için ikizkenar üçgen kanalın Fortran kodu

```

C-----
DO K=1,30000
DO I=2,100
DO J=2,100
E=(J-1)*DE

F(I,J)=(G1(I,J)*(F(I+1,J)+F(I-1,J))/DP**2.0-G2(I,J)*(F(I+1,J+1)-
*F(I,J+1)-F(I+1,J))/DE*DP)+G3(I,J)*(F(I,J+1)+F(I,J-1))/DE**2.0+
*G4(I,J)*F(I,J+1)/DE-G6(I,J))/(2.0*G1(I,J)/DP**2.0+G2(I,J)/(DE*DP)+
*G4(I,J)/DE+2.0*G3(I,J)/DE**2.0)

F(101,J)=F(100,J)+(F(101,J+1)-F(101,J-1))*DP*E/(2.0*DE)

END DO
END DO
PRINT*,F(51,51),K,K
END DO

C-----
DO I=1,100
DO J=1,100
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
A1=N**2.0*M/2.0
DA=N*M*N*P*DE*DP
FO=FO+0.0625*(F(I,J)+F(I+1,J)+F(I,J+1)+F(I+1,J+1))*
*(W(I,J)+W(I+1,J)+W(I,J+1)+W(I+1,J+1))*DA/(A1*WO)
END DO
END DO
FRE=2.0/WO

C-----
DO I=1,101
DO J=1,101
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
X=P*N
Y=E*M*X
WRITE(14,33)X/N,Y/(M*N),W(I,J)/WO,F(I,J)/FO
END DO
END DO
PRINT*,FO,FRE,WO,A1,A1
33 FORMAT(F14.8,2X,F14.8,2X,F14.8,2X,F14.8)
STOP
END

```



EK-4. Tam gelişmiş akışta sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için ikizkenar üçgen kanalın Fortran kodu

```

PROGRAM ISOUNITEMP
DIMENSION W(401,401),F(401,401),G1(401,401),G2(401,401)
DIMENSION G3(401,401),G4(401,401),G(401,401),G5(401,401)
DIMENSION G6(401,401)
REAL M,N,NUS
OPEN(UNIT=14,FILE='UCGEN1.DAT')
OPEN(UNIT=15,FILE='UCGEN2.DAT')

DE=1.0/160.0
DP=1.0/160.0
M=1.0
N=0.001
NUS=2.357
FRR=53.045
DH=2.0*N*M/(1.0+(1.0+M**2.0)**0.5)
PR=0.72
RE=500.0

DO I=1,161
DO J=1,161
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
W(I,J)=0.0
F(I,J)=0.0

G1(I,J)=E**2.0*M**2.0*P**2.0
G2(I,J)=2.0*E**3.0*M**2.0*P
G3(I,J)=M**2.0*E**4.0+E**2.0
G4(I,J)=2.0*E**3.0*M**2.0
G5(I,J)=P**2.0*N**2.0*M**2.0*E**2.0/DH**2.0
END DO
END DO

C-----
DO K=1,35000
DO I=2,160
DO J=2,160
RES=(W(I+1,J)-2.0*W(I,J)+W(I-1,J))*G1(I,J)/DP**2.0-
*(W(I+1,J+1)-W(I,J+1)-W(I+1,J)+W(I,J))*G2(I,J)/(DE*DP)+
*(W(I,J+1)-2.0*W(I,J)+W(I,J-1))*G3(I,J)/DE**2.0+
*(W(I,J+1)-W(I,J))*G4(I,J)/DE-G5(I,J)

RW=-2.0*G1(I,J)/DP**2-G2(I,J)/(DE*DP)-2.0*G3(I,J)/DE**2-G4(I,J)/DE

W(I,J)=W(I,J)-RES/RW

W(161,J)=W(160,J)+(W(161,J+1)-W(161,J-1))*DP*E/(2.0*DE)
END DO
END DO
PRINT*,K,W(10,81)
END DO

C-----
DO I=1,160
DO J=1,160
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
A1=N**2.0*M/2.0
DA=N*M*N*P*DE*DP
WO=WO+0.25*(W(I,J)+W(I+1,J)+W(I,J+1)+W(I+1,J+1))*DA/A1
END DO
END DO

PRINT*,2.0/WO
PAUSE

C-----
DO I=1,161
DO J=1,161
G6(I,J)=G5(I,J)*(16.0*NUS**2.0/(RE**2.0*PR**2.0)+
*4.0*W(I,J)*NUS/WO)
END DO
END DO

```

EK-4. (devam) Tam gelişmiş akışta sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için ikizkenar üçgen kanalın Fortran kodu

```

C-----
DO K=1,400000
DO I=2,160
DO J=2,160
E=(J-1)*DE

ART=(F(I+1,J)-2.0*F(I,J)+F(I-1,J))*G1(I,J)/DP**2.0-
*(F(I+1,J+1)-F(I,J+1)-F(I+1,J)+F(I,J))*G2(I,J)/(DE*DP)+
*(F(I,J+1)-2.0*F(I,J)+F(I,J-1))*G3(I,J)/DE**2.0+
*(F(I,J+1)-F(I,J))*G4(I,J)/DE+G6(I,J)*F(I,J)

AW=-2.0*G1(I,J)/DP**2-G2(I,J)/(DE*DP)-2.0*G3(I,J)/DE**2-
*G4(I,J)/DE+G6(I,J)

IF(I.EQ.80.AND.J.EQ.80)THEN
F(I,J)=1.7
ELSE
F(I,J)=F(I,J)-ART/AW
END IF
F(161,J)=F(160,J)+(F(161,J+1)-F(161,J-1))*DP*E/(2.0*DE)

END DO
END DO
PRINT*,F(101,101),K,K
END DO

C-----
DO I=1,160
DO J=1,160
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
A1=N**2.0*M/2.0
DA=N*M*N*P*DE*DP
FO=FO+0.0625*(F(I,J)+F(I+1,J)+F(I,J+1)+F(I+1,J+1))*
*(W(I,J)+W(I+1,J)+W(I,J+1)+W(I+1,J+1))*DA/(A1*WO)
END DO
END DO
FRE=2.0/WO

C-----
DO I=1,161
DO J=1,161
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
X=P*N
Y=E*M*X
WRITE(14,33)X/N,Y/(M*N),F(I,J)/FO
END DO
END DO

DO I=1,161
P=(I-1)*DP
X=P*N
WRITE(15,33)X,F(I,80)
END DO

PRINT*,FO,FRE,WO
33 FORMAT(F14.8,2X,F14.8,2X,F14.8,2X,F14.8)
STOP
END

```

EK-5. Tam gelişmiş akışta sabit ısı akısı şartı (H1) için sinüzoid kanalın Fortran kodu

```

PROGRAM ISOFLUX
DIMENSION W(501,501),G1(501,501),G2(501,501)
DIMENSION G3(501,501),G4(501,501),G5(501,501),R(501)
DIMENSION WG(501,501),PG(501,501),T(501,501),G7(501,501)
REAL NUS
OPEN(UNIT=14,FILE='DATASIN.DAT')
PI=3.1415926
DE=1.0/160.0
DP=1.0/160.0
A=0.002
B=0.001
AL=2.0*A*B
FREE=44.72

C-----
S=2.0*A
DO I=1,160
P=(I-1)*DP
S=S+2.0*SQRT(A**2.0+(B*PI*SIN(PI*P))**2.0)*DP
END DO

DH=4.0*AL/S
NUS=2.64

DO I=1,161
DO J=1,161
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
PG(I,J)=P
W(I,J)=0.0
G1(I,J)=B**2.0*(1.0+COS(PI*P))**2.0
G2(I,J)=2.0*B**2.0*PI*E*SIN(PI*P)*(1.0+COS(PI*P))
G3(I,J)=(B*PI*E*SIN(PI*P))**2.0+A**2.0
G4(I,J)=E*B**2.0*PI**2.0*(1.0+COS(PI*P))+
*B*B**2.0*PI**2.0*(SIN(PI*P))**2.0
G5(I,J)=(A*B)**2.0*(1.0+COS(PI*P))**2.0/DH**2.0
END DO
END DO

C-----
DO K=1,35000
DO I=2,160
DO J=2,160
REZ=(W(I+1,J)-2.0*W(I,J)+W(I-1,J))*G1(I,J)/DE**2.0+
*(W(I+1,J)-W(I,J)-W(I+1,J-1)+W(I,J-1))*G2(I,J)/(DE*DP)+
*(W(I,J+1)-2.0*W(I,J)+W(I,J-1))*G3(I,J)/DE**2.0+
*(W(I,J)-W(I,J-1))*G4(I,J)/DE-G5(I,J)

RW=-2.0*G1(I,J)/DP**2.0-G2(I,J)/(DE*DP)-2.0*G3(I,J)/DE**2.0+
*G4(I,J)/DE

W(I,J)=W(I,J)-REZ/RW
W(1,J)=W(2,J)
END DO
END DO
PRINT*,K,W(51,51)
END DO

C-----
WO=0.0
DO I=1,160
DO J=1,160
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
DA=B*A*(1.0+COS(PI*P))*DE*DP
WO=WO+0.25*(W(I,J)+W(I+1,J)+W(I,J+1)+W(I+1,J+1))*DA/(AL/2.0)
ARE=ARE+DA
END DO
END DO
FRE=2.0/WO
PRINT*,FRE,WO,DA,ARE,AL
PAUSE

```

EK-5. (devam) Tam gelişmiş akışta akışta sabit ısı akısı şartı (H1) için sinüzoidal kanalın Fortran kodu

```

C-----
DO I=1,161
DO J=1,161
T(I,J)=0.0
END DO
END DO

C-----
DO K=1,35000
PRINT*,K,K,T(51,51)
DO I=2,160
DO J=2,160

RZ=(T(I+1,J)-2.0*T(I,J)+T(I-1,J))*G1(I,J)/DE**2.0+
*(T(I+1,J)-T(I,J)-T(I+1,J-1)+T(I,J-1))*G2(I,J)/(DE*DP)+
*(T(I,J+1)-2.0*T(I,J)+T(I,J-1))*G3(I,J)/DE**2.0+
*(T(I,J)-T(I,J-1))*G4(I,J)/DE+W(I,J)*4.0*NUS*G5(I,J)/WO

REW=-2.0*G1(I,J)/DP**2.0-G2(I,J)/(DE*DP)-2.0*G3(I,J)/DE**2.0+
*G4(I,J)/DE

T(I,J)=T(I,J)-RZ/REW
T(1,J)=T(2,J)
END DO
END DO
END DO

C-----
DO I=1,160
DO J=1,160
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
DA=B*A*(1.0+COS(PI*P))*DE*DP

TO=TO+0.0625*(T(I,J)+T(I+1,J)+T(I,J+1)+T(I+1,J+1))*
*(W(I,J)+W(I+1,J)+W(I,J+1)+W(I+1,J+1))*DA/(AL*WO/2.0)
END DO
END DO

DO I=1,161
DO J=1,161
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
X=P*A
Y=E*B*(1.0+COS(PI*X/A))
WRITE(14,33)X/A,Y/(2.0*B),W(I,J)/WO,T(I,J)/TO
END DO
END DO
PRINT*,TO,WO,NUS,FRE
33 FORMAT(F12.8,2X,F12.8,2X,F12.8,2X,F12.8)
STOP
END

```

## EK-6. Tam gelişmiş akışta sabit ısı akısı şartı (H1) için parabolik kanalın Fortran kodu

```

PROGRAM ISOFLUX
DIMENSION G1(1001,1001),G2(1001,1001),G3(1001,1001)
DIMENSION G4(1001,1001),G5(1001,1001),W(1001,1001)
DIMENSION G6(1001,1001),T(1001,1001),WEP(1001,1001)
DIMENSION TEP(1001,1001)
REAL NUS,NUA
OPEN(UNIT=14,FILE='PARABOL.DAT')
YP=0.004
PP=0.004
DP=0.01
DE=0.01
NUS=3.26

C-----
S=PP
DO I=1,100
P=DP*(I-1)
DS=DP*SQRT(PP**2.0+YP**2.0*(64.0*P**3.0-96.0*P**2.0+32.0*P)**2)
S=S+DS
END DO
A1=8.0*PP*YP/15.0
DH=4.0*A1/S
TOT=0.0
SUM=0.0

C-----
DO I=1,101
DO J=1,101
W(I,J)=0.0
END DO
END DO
DO I=1,101
DO J=1,101
P=DP*(I-1)
ET=DE*(J-1)

G1(I,J)=(16.0*P**4-32.0*P**3.0+16.0*P**2.0)**2.0

G2(I,J)=2.0*ET*(64.0*P**3.0-96.0*P**2.0+32.0*P)*(16.0*P**4.0
*-32.0*P**3.0+16.0*P**2.0)

G3(I,J)=ET**2.0*(64.0*P**3.0-96.0*P**2.0+32.0*P)**2.0+
*PP**2.0/YP**2.0

G4(I,J)=2.0*ET*(64.0*P**3.0-96.0*P**2.0+32.0*P)**2.0-
*ET*(192.0*P**2.0-192.0*P+32.0)*(16.0*P**4.0-32.0*P**3.0+16.0*P**2)

G5(I,J)=PP**2.0*(16.0*P**4.0-32.0*P**3.0+16.0*P**2.0)**2.0/DH**2
END DO
END DO

C-----
DO K=1,15000
PRINT*,K,W(51,51)
DO I=2,100
DO J=2,100

S=(G1(I,J)*(W(I+1,J)-2.0*W(I,J)+W(I-1,J))/DP**2-
*G2(I,J)*(W(I+1,J+1)-W(I,J+1)-W(I+1,J)+W(I,J))/
*(DE*DP)+G3(I,J)*(W(I,J+1)-2.0*W(I,J)+W(I,J-1))/DE**2.0+
*G4(I,J)*(W(I,J+1)-W(I,J))/DE-G5(I,J))

SW=(-2.0*G1(I,J)/DP**2.0-G2(I,J)/(DE*DP)-2.0*G3(I,J)/DE**2.0-
*G4(I,J)/DE)

W(I,J)=W(I,J)-S/SW
END DO
END DO
END DO

```

EK-6. (devam) Tam gelişmiş akışta sabit ısı akısı şartı (H1) için parabolik kanalın Fortran kodu

```

C-----
DO I=1,100
DO J=1,100
P=(I-1)*DP
A1=8.0*PP*YP/15.0
DA=ABS((PP*(16.0*P**4.0-32.0*P**3.0+16.0*P**2.0)*YP))*DP*DE
WO=WO+0.25*(W(I,J)+W(I+1,J)+W(I,J+1)+W(I+1,J+1))*DA/A1
AL=AL+DA
END DO
END DO

C-----
DO I=1,101
DO J=1,101
T(I,J)=0.0
END DO
END DO
FRE=2.0/WO
PRINT*,FRE,WO,AL,A1
PAUSE

C-----
DO K=1,15000
PRINT*,K,K,T(51,51)
DO I=2,100
DO J=2,100

R=G1(I,J)*(T(I+1,J)-2.0*T(I,J)+T(I-1,J))/DP**2-
*G2(I,J)*(T(I+1,J+1)-T(I,J+1)-T(I+1,J)+T(I,J))/
*(DE*DP)+G3(I,J)*(T(I,J+1)-2.0*T(I,J)+T(I,J-1))/DE**2.0+
*G4(I,J)*(T(I,J+1)-T(I,J))/DE-G5(I,J)*4.0*NUS*W(I,J)/WO

RT=(-2.0*G1(I,J)/DP**2.0-G2(I,J)/(DE*DP)-2.0*G3(I,J)/DE**2.0-
*G4(I,J)/DE)

T(I,J)=T(I,J)-R/RT
END DO
END DO
END DO

C-----
NUA=NUS*S/(4.0*A1**0.5)
DO I=1,100
DO J=1,100
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
A1=8.0*PP*YP/15.0
DA=ABS((PP*(16.0*P**4.0-32.0*P**3.0+16.0*P**2.0)*YP))*DP*DE

FO=FO+0.25*(T(I,J)*W(I,J)+T(I+1,J)*W(I+1,J)+T(I,J+1)*W(I,J+1)+
*T(I+1,J+1)*W(I+1,J+1))*DA/(A1*WO)
END DO
END DO
FFR=2.0/WO
PRINT*,FO,NUS,NUA,FFR,S

C-----
DO I=1,101
DO J=1,101
ET=DE*(J-1)
P=DP*(I-1)
X=P*PP/PP
Y=ET*(16.0*P**4.0-32.0*P**3.0+16.0*P**2.0)*YP/YP
WRITE(14,33)X,Y,W(I,J)/WO,T(I,J)/FO
END DO
END DO
33 FORMAT(F16.9,2X,F16.9,2X,F16.9,2X,F16.9)
STOP
END

```

EK-7. Tam gelişmiş akışta sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için parabolik kanalın Fortran kodu

```

PROGRAM ISOUNITEMP
DIMENSION W(401,401),F(401,401),G1(401,401),G2(401,401)
DIMENSION G3(401,401),G4(401,401),G5(401,401)
DIMENSION G6(401,401)
REAL NUS
OPEN(UNIT=14,FILE='PARABOL1.DAT')
OPEN(UNIT=15,FILE='PARABOL2.DAT')
PP=0.004
YP=PP*0.25
DE=1.0/100.0
DP=1.0/100.0
NUS=1.9
RE=500.0
PR=0.72

C-----
S=PP
DO I=1,100
P=DP*(I-1)
DS=DP*SQRT(PP**2.0+YP**2.0*(64.0*P**3.0-96.0*P**2.0+32.0*P)**2)
S=S+DS
END DO
A1=8.0*PP*YP/15.0
DH=4.0*A1/S
TOT=0.0
SUM=0.0

C-----
DO I=1,101
DO J=1,101
W(I,J)=0.0
END DO
END DO
DO I=1,101
DO J=1,101
P=DP*(I-1)
ET=DE*(J-1)
G1(I,J)=(16.0*P**4-32.0*P**3.0+16.0*P**2.0)**2.0
G2(I,J)=2.0*ET*(64.0*P**3.0-96.0*P**2.0+32.0*P)*(16.0*P**4.0
*-32.0*P**3.0+16.0*P**2.0)
G3(I,J)=ET**2.0*(64.0*P**3.0-96.0*P**2.0+32.0*P)**2.0+
*PP**2.0/YP**2.0
G4(I,J)=2.0*ET*(64.0*P**3.0-96.0*P**2.0+32.0*P)**2.0-
*ET*(192.0*P**2.0-192.0*P+32.0)*(16.0*P**4.0-32.0*P**3.0+16.0*P**2.0)
G5(I,J)=PP**2.0*(16.0*P**4.0-32.0*P**3.0+16.0*P**2.0)**2.0/DH**2
END DO
END DO

C-----
DO K=1,15000
PRINT*,K,W(51,51)
DO I=2,100
DO J=2,100
S=(G1(I,J)*(W(I+1,J)-2.0*W(I,J)+W(I-1,J))/DP**2-
*G2(I,J)*(W(I+1,J+1)-W(I,J+1)-W(I+1,J)+W(I,J))/
*(DE*DP)+G3(I,J)*(W(I,J+1)-2.0*W(I,J)+W(I,J-1))/DE**2.0+
*G4(I,J)*(W(I,J+1)-W(I,J))/DE-G5(I,J))
SW=(-2.0*G1(I,J)/DP**2.0-G2(I,J)/(DE*DP)-2.0*G3(I,J)/DE**2.0-
*G4(I,J)/DE)
W(I,J)=W(I,J)-S/SW
END DO
END DO
END DO

C-----
DO I=1,100
DO J=1,100
P=(I-1)*DP
A1=8.0*PP*YP/15.0
DA=ABS((PP*(16.0*P**4.0-32.0*P**3.0+16.0*P**2.0)*YP))*DP*DE
WO=WO+0.25*(W(I,J)+W(I+1,J)+W(I,J+1)+W(I+1,J+1))*DA/A1
AL=AL+DA
END DO
END DO
END DO

```

EK-7. (devam) Tam gelişmiş akışta sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için parabolik kanalın Fortran kodu

```

C-----
DO I=1,101
DO J=1,101
F(I,J)=0.0
END DO
END DO
FRE=2.0/WO

C-----
DO I=1,101
DO J=1,101
G6(I,J)=G5(I,J)*(16.0*NUS**2.0/(RE**2.0*PR**2.0)+
*4.0*W(I,J)*NUS/WO)
END DO
END DO

C-----
DO K=1,300000
DO I=2,100
DO J=2,100
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
ART=(F(I+1,J)-2.0*F(I,J)+F(I-1,J))*G1(I,J)/DP**2.0-
*(F(I,J+1)-F(I,J)-F(I-1,J+1)+F(I-1,J))*G2(I,J)/(DE*DP)
*+(F(I,J+1)-2.0*F(I,J)+F(I,J-1))*G3(I,J)/DE**2.0+
*(F(I,J+1)-F(I,J))*G4(I,J)/DE+G6(I,J)*F(I,J)
AW=-2.0*G1(I,J)/DP**2-G2(I,J)/(DE*DP)-2.0*G3(I,J)/DE**2-
*G4(I,J)/DE+G6(I,J)

IF(I.EQ.35.AND.J.EQ.35)THEN
F(I,J)=0.75
ELSE
F(I,J)=F(I,J)-ART/AW
END IF
END DO
END DO
HAT=(F(46,45)-2.0*F(45,45)+F(44,45))*G1(45,45)/DP**2.0-
*(F(45,46)-F(45,45)-F(44,46)+F(44,45))*G2(45,45)/(DE*DP)
*+(F(45,46)-2.0*F(45,45)+F(45,44))*G3(45,45)/DE**2.0+
*(F(45,46)-F(45,45))*G4(45,45)/DE+G6(45,45)*F(45,45)
PRINT*,F(45,45),HAT,K,K
END DO

C-----
FO=0.0
DO I=1,100
DO J=1,100
E=(J-1)*DE
P=(I-1)*DP
A1=8.0*PP*YP/15.0
DA=ABS((PP*(16.0*P**4.0-32.0*P**3.0+16.0*P**2.0)*YP))*DP*DE

FO=FO+0.0625*(F(I,J)+F(I+1,J)+F(I,J+1)+F(I+1,J+1))*
*(W(I,J)+W(I+1,J)+W(I,J+1)+W(I+1,J+1))*DA/(A1*WO)
END DO
END DO
FRE=2.0/WO
PRINT*,FO,FRE,WO

C-----
DO I=1,101,2
DO J=1,101,2
ET=-DE*(J-1)
P=DP*(I-1)
X=P*PP
Y=-ET*(16.0*P**4.0-32.0*P**3.0+16.0*P**2.0)*YP
WRITE(14,33)P,Y/YP,W(I,J)/WO,F(I,J)/FO
END DO
END DO
DO I=1,101
P=(I-1)*DP
X=P*PP
WRITE(15,33)X,F(I,35)
END DO
PAUSE
33 FORMAT(F14.8,2X,F14.8,2X,F14.8,2X,F14.8)
STOP
END

```



EK-8. Giriş bölgesi akışının modellenmesinde kullanılan basınç eşitliğinin türetilmesi

Basınç eşitliğini türetmek için x, y ve z momentum denklemlerinden basıncın bulunduğu terim çekilir ve denklemler ikinci merteben türevler haline getirilir. Bu durumda x, y ve z doğrultularında basınç değişimleri sırasıyla

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \nu \left[ \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 u}{\partial y^2 \partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial z^2 \partial x} \right] - \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + w \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} \right)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \nu \left[ \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 v}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 v}{\partial z^2 \partial y} \right] - \left( \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + u \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + w \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial y} \right)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \nu \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial z} + \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial z} + \frac{\partial^3 w}{\partial z^3} \right] - \left( \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} + u \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial z} + w \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

şeklinde olur. Son üç eşitlik taraf tarafa toplanır ve elde edilen eşitlik  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

süreklilik denkleminde yararlanarak yeniden düzenlediğinde, basınç denklemi

$$\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = - \left[ \begin{aligned} & 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + 2 \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} + 2 \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} \\ & + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \right]$$

olur.

EK-9. Giriş bölgesinde sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için ikizkenar üçgen kanalın Fortran kodu

```

PROGRAM ISOTEMP3D
DIMENSION V(161,161,61),W(161,161,61),B(161,161,61),U(161,161,61)
DIMENSION F(161,161),T(161,161,61)
DOUBLE PRECISION BA
REAL M
OPEN(UNIT=11,FILE='UCGEN3D.DAT')
IM=141
JM=141
NMX=5000
M=2.0*2.0
S=0.001
DH=2.0*M*S/(1+(1+M**2.0)**0.5)
DP=1.0/(IM-1)
DE=1.0/(JM-1)
DZ=1.0
RE=1200.0
PR=0.71
C-----DİĞER BASLANGIC SARTLARI-----
DO I=1,IM
DO J=1,JM
U(I,J,1)=0.0
V(I,J,1)=0.0
W(I,J,1)=1.0
B(I,J,1)=100.0
T(I,J,1)=1.0

U(I,J,2)=0.0
V(I,J,2)=0.0
W(I,J,2)=1.0
B(I,J,2)=100.0
T(I,J,2)=1.0
END DO
END DO
PRINT*, 'DONGU KULLANILSIN MI?'
READ(*,*)EV
IF(EV.EQ.1)THEN
PRINT*, 'ADIM SAYISI GIRINIZ'
READ(*,*)EE
AD=EE
C-----BASINCIN BASLANGIC SARTLARI-----
DO I=1,IM
DO J=1,JM
B(I,J,1)=100.0
B(I,J,2)=100.0
B(I,J,3)=99.6506
B(I,J,4)=99.53801
B(I,J,5)=99.416984
B(I,J,6)=99.341405
B(I,J,7)=99.2712
B(I,J,8)=99.20518
B(I,J,9)=99.14243
B(I,J,10)=99.08234
B(I,J,11)=99.024444
B(I,J,12)=98.96838
B(I,J,13)=98.9139
B(I,J,14)=98.86079
B(I,J,15)=98.80886
B(I,J,16)=98.758
B(I,J,17)=98.708075
B(I,J,18)=98.65899
B(I,J,19)=98.61066
B(I,J,20)=98.56301

END DO
END DO
GOTO 3
ELSE
GOTO 2
END IF

```

EK-9. (devam) Giriş bölgesinde sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için ikizkenar üçgen kanalın Fortran kodu

```

C-----
3 DO K=3,70
  IF(K.GT.AD)THEN
    GOTO 2
  ELSE
    END IF
C SINIR ŞARTLARI
  DO I=1,IM
    DO J=1,JM
      W(I,J,K)=0.0
      U(I,J,K)=0.0
      V(I,J,K)=0.0
      T(I,J,K)=0.0
    END DO
  END DO
C HIZLAR VE F(I,J,K)İÇİN ATMA DEĞERLER
  DO I=2,IM-1
    DO J=2,JM-1
      W(I,J,K)=W(I,J,K-1)
      U(I,J,K)=0.0
      V(I,J,K)=0.0
      T(I,J,K)=T(I,J,K-1)
      F(I,J)=0.0
    END DO
  END DO
  LIM=10
  IF(K.GE.4)LIM=8
  IF(K.GE.5)LIM=5
  IF(K.GE.6)LIM=2
  DO L=1,LIM
    PRINT*,K,L,WOR,SNU
    CALL PRES(DP,DE,DZ,B,F,M,IM,JM,K,NMX)
    CALL UVWT(T,F,RE,U,V,W,B,DP,DE,DZ,M,IM,JM,K,WOR,PR,SNU,NMX)
  END DO
  K DONGU SONU
END DO
C-----
2 PRINT*, 'KP GIRINIZ?'
  READ(*,*)E
  IF(E.GT.2.0.AND.E.LT.70)THEN
    KP=E
  ELSE
    GOTO 2
  END IF
1 PRINT*, 'BASINC GIRINIZ B(I,J,KP)?'
  READ(*,*)BA
  IF(BA.LT.100.0)THEN
    DO I=1,IM
      DO J=1,JM
        B(I,J,KP)=BA
      END DO
    END DO
  ELSE
    GOTO 1
  END IF
  PRINT*,B(50,50,KP),KP
  K=KP
C SINIR ŞARTLARI
  DO I=1,IM
    DO J=1,JM
      W(I,J,K)=0.0
      U(I,J,K)=0.0
      V(I,J,K)=0.0
      T(I,J,K)=0.0
    END DO
  END DO

```

EK-9. (devam) Giriş bölgesinde sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için ikizkenar üçgen kanalın Fortran kodu

C HIZLAR VE F(I,J,K) İÇİN ATMA DEĞERLER

```
DO I=2, IM-1
DO J=2, JM-1
W(I,J,K)=W(I,J,K-1)
U(I,J,K)=0.0
V(I,J,K)=0.0
T(I,J,K)=T(I,J,K-1)
F(I,J)=0.0
END DO
END DO
LIM=10
IF(K.GE.4)LIM=8
IF(K.GE.5)LIM=5
IF(K.GE.6)LIM=2
DO L=1,LIM
PRINT*,K,L,WOR,SNU
CALL PRES(DP,DE,DZ,B,F,M,IM,JM,K,NMX)
CALL UVWT(T,F,RE,U,V,W,B,DP,DE,DZ,M,IM,JM,K,WOR,PR,SNU,NMX)
END DO
```

C-----VAZDIRMA DONGUSU-----

```
PRINT*, 'TEKRAR EDİLSİN Mİ? TEKRAR İCİN 1 GIRINIZ'
READ(*,*)KN
IF(KN.EQ.1.0) THEN
GOTO 1
ELSE
GOTO 2
END IF
DO I=1, IM
DO J=1, JM
DO K=1, K
WRITE(11,33)U(I,J,K),V(I,J,K),W(I,J,K),B(I,J,K),T(I,J,K)
END DO
END DO
END DO
33 FORMAT(F20.15,2X,F20.15,2X,F20.15,2X,F20.15,2X,F20.15)
STOP
END
```

C-----

```
SUBROUTINE PRES(DP,DE,DZ,B,F,M,IM,JM,K,NMX)
DIMENSION G1(161,161),G2(161,161),G3(161,161),G4(161,161)
DIMENSION F(161,161),B(161,161,61)
REAL M
DO I=1, IM
DO J=1, JM
P=(I-1)*DP
E=(J-1)*DE
G1(I,J)=(M*P)**2.0
G2(I,J)=2.0*M**2.0*P
G3(I,J)=2.0*M**2.0
G4(I,J)=E**2.0*M**2.0+1.0
END DO
END DO
DO N=1, NMX
DO I=2, IM-1
DO J=2, JM-1
P=(I-1)*DP
E=(J-1)*DE
RB=(B(I+1,J,K)-2.0*B(I,J,K)+B(I-1,J,K))*G1(I,J)/DP**2.0-
*(B(I,J,K)-B(I-1,J,K)-B(I,J-1,K)+B(I-1,J-1,K))*G2(I,J)/(DP*DE)+
*(B(I,J+1,K)-B(I,J,K))*G3(I,J)/DE+
*(B(I,J+1,K)-2.0*B(I,J,K)+B(I,J-1,K))*G4(I,J)/DE**2.0+
*(B(I,J,K)-2.0*B(I,J,K-1)+B(I,J,K-2))*G1(I,J)/DZ**2.0-F(I,J)
RBT=-2.0*G1(I,J)/DP**2.0-G2(I,J)/(DE*DP)-G3(I,J)/DE-
2.0*G4(I,J)/DE**2+G1(I,J)/DZ**2
B(I,J,K)=B(I,J,K)-RB/RBT
B(IM,J,K)=B(IM-1,J,K)+(B(IM,J+1,K)-B(IM,J-1,K))*DP*E/(2.0*DE)
END DO
END DO
END DO
RETURN
END
```

EK-9. (devam) Giriş bölgesinde sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için ikizkenar üçgen kanalın Fortran kodu

```

C-----
SUBROUTINE UVWT(T,F,RE,U,V,W,B,DP,DE,DZ,M,IM,JM,K,WOR,PR,SNU,NMX)
DIMENSION U(161,161,61),V(161,161,61),W(161,161,61),B(161,161,61)
DIMENSION G1(161,161),G2(161,161),G3(161,161),G4(161,161)
DIMENSION G6(161,161),G7(161,161),G8(161,161)
DIMENSION G9(161,161),G10(161,161),G11(161,161),G12(161,161)
DIMENSION F(161,161),T(161,161,61),G0(161,161)
REAL M
DO I=1,IM
DO J=1,JM
P=(I-1)*DP
E=(J-1)*DE
G1(I,J)=(M*P)**2.0
G2(I,J)=2.0*M**2.0*P
G3(I,J)=2.0*M**2.0
G4(I,J)=E**2.0*M**2.0+1.0
G6(I,J)=2.0/(RE*(1.0+SQRT(1.0+M**2.0)))
G0(I,J)=2.0/(RE*PR*(1.0+SQRT(1.0+M**2.0)))
G11(I,J)=M*P**2.0/2.0
G12(I,J)=M*P*E/2.0
END DO
END DO
DO N=1,NMX
DO I=2,IM-1
DO J=2,JM-1
P=(I-1)*DP
E=(J-1)*DE
G7(I,J)=U(I,J,K)*M*P**2.0
G8(I,J)=U(I,J,K)*E*M*P
G9(I,J)=V(I,J,K)*P
G10(I,J)=W(I,J,K)*M*P**2.0

RW=(W(I,J,K)-W(I-1,J,K))*G7(I,J)/DP-
*(W(I,J+1,K)-W(I,J,K))*G8(I,J)/DE+
*(W(I,J+1,K)-W(I,J,K))*G9(I,J)/DE+
*(W(I,J,K)-W(I,J,K-1))*G10(I,J)/DZ+
*(B(I,J,K)-B(I,J,K-1))*G11(I,J)/DZ-
*(W(I-1,J,K)-2.0*W(I,J,K)+W(I+1,J,K))*G1(I,J)*G6(I,J)/DP**2.0+
*(W(I,J,K)-W(I-1,J,K)-W(I,J-1,K)+
W(I-1,J-1,K))*G2(I,J)*G6(I,J)/(DE*DP)-
*(W(I,J+1,K)-W(I,J,K))*G3(I,J)*G6(I,J)/DE-
*(W(I,J-1,K)-2.0*W(I,J,K)+W(I,J+1,K))*G4(I,J)*G6(I,J)/DE**2-
*(W(I,J,K)-2.0*W(I,J,K-1)+W(I,J,K-2))*G1(I,J)*G6(I,J)/DZ**2.0

TRW=G7(I,J)/DP+G8(I,J)/DE-G9(I,J)/DE+G10(I,J)/DZ+
*2.0*G1(I,J)*G6(I,J)/DP**2.0+G2(I,J)*G6(I,J)/(DE*DP)+
*G3(I,J)*G6(I,J)/DE+2.0*G4(I,J)*G6(I,J)/DE**2.0-
*G1(I,J)*G6(I,J)/DZ**2.0

W(IM,J,K)=W(IM-1,J,K)+(W(IM,J+1,K)-W(IM,J-1,K))*DP*E/(2.0*DE)

W(I,J,K)=W(I,J,K)-RW/TRW
C-----
RV=(V(I,J,K)-V(I-1,J,K))*G7(I,J)/DP-
*(V(I,J+1,K)-V(I,J,K))*G8(I,J)/DE+
*(V(I,J+1,K)-V(I,J,K))*G9(I,J)/DE+
*(V(I,J,K)-V(I,J,K-1))*G10(I,J)/DZ+
*(B(I,J,K)-B(I,J-1,K))*P/(2.0*DE)-
*(V(I-1,J,K)-2.0*V(I,J,K)+V(I+1,J,K))*G1(I,J)*G6(I,J)/DP**2.0+
*(V(I,J,K)-V(I-1,J,K)-V(I,J-1,K)+
V(I-1,J-1,K))*G2(I,J)*G6(I,J)/(DE*DP)-
*(V(I,J+1,K)-V(I,J,K))*G3(I,J)*G6(I,J)/DE-
*(V(I,J-1,K)-2.0*V(I,J,K)+V(I,J+1,K))*G4(I,J)*G6(I,J)/DE**2-
*(V(I,J,K)-2.0*V(I,J,K-1)+V(I,J,K-2))*G1(I,J)*G6(I,J)/DZ**2.0

TRV=G7(I,J)/DP+G8(I,J)/DE-G9(I,J)/DE+G10(I,J)/DZ+
*2.0*G1(I,J)*G6(I,J)/DP**2.0+G2(I,J)*G6(I,J)/(DE*DP)+
*G3(I,J)*G6(I,J)/DE+2.0*G4(I,J)*G6(I,J)/DE**2.0-
*G1(I,J)*G6(I,J)/DZ**2.0

V(IM,J,K)=V(IM-1,J,K)+(V(IM,J+1,K)-V(IM,J-1,K))*DP*E/(2.0*DE)

V(I,J,K)=V(I,J,K)-RV/TRV

```

EK-9. (devam) Giriş bölgesinde sabit duvar sıcaklığı şartı (T) için ikizkenar üçgen kanalın Fortran kodu

```

C-----
      RU=(U(I,J,K)-U(I-1,J,K))*G7(I,J)/DP-
      *(U(I,J+1,K)-U(I,J,K))*G8(I,J)/DE+
      *(U(I,J+1,K)-U(I,J,K))*G9(I,J)/DE+
      *(U(I,J,K)-U(I,J,K-1))*G10(I,J)/DZ+
      *(B(I,J,K)-B(I-1,J,K))*G11(I,J)/DP-
      *(B(I,J,K)-B(I,J-1,K))*G12(I,J)/DE-
      *(U(I-1,J,K)-2.0*U(I,J,K)+U(I+1,J,K))*G1(I,J)*G6(I,J)/DP**2.0+
      *(U(I,J,K)-U(I-1,J,K)-U(I,J-1,K)+
      *U(I-1,J-1,K))*G2(I,J)*G6(I,J)/(DE*DP)-
      *(U(I,J+1,K)-U(I,J,K))*G3(I,J)*G6(I,J)/DE-
      *(U(I,J-1,K)-2.0*U(I,J,K)+U(I,J+1,K))*G4(I,J)*G6(I,J)/DE**2.0-
      *(U(I,J,K)-2.0*U(I,J,K-1)+U(I,J,K-2))*G1(I,J)*G6(I,J)/DZ**2.0

      TRU=G7(I,J)/DP+G8(I,J)/DE-G9(I,J)/DE+G10(I,J)/DZ+
      *2.0*G1(I,J)*G6(I,J)/DP**2.0+G2(I,J)*G6(I,J)/(DE*DP)+
      *G3(I,J)*G6(I,J)/DE+2.0*G4(I,J)*G6(I,J)/DE**2.0-
      *G1(I,J)*G6(I,J)/DZ**2.0

      U(IM,J,K)=U(IM-1,J,K)+(U(IM,J+1,K)-U(IM,J-1,K))*DP*E/(2.0*DE)

      U(I,J,K)=U(I,J,K)-RU/TRU
C-----
      TEMPERATURE
      RT=(T(I,J,K)-T(I-1,J,K))*G7(I,J)/DP-
      *(T(I,J+1,K)-T(I,J,K))*G8(I,J)/DE+
      *(T(I,J+1,K)-T(I,J,K))*G9(I,J)/DE+
      *(T(I,J,K)-T(I,J,K-1))*G10(I,J)/DZ-
      *(T(I-1,J,K)-2.0*T(I,J,K)+T(I+1,J,K))*G1(I,J)*G0(I,J)/DP**2.0+
      *(T(I,J,K)-T(I-1,J,K)-T(I,J-1,K)+
      *T(I-1,J-1,K))*G2(I,J)*G0(I,J)/(DE*DP)-
      *(T(I,J+1,K)-T(I,J,K))*G3(I,J)*G0(I,J)/DE-
      *(T(I,J-1,K)-2.0*T(I,J,K)+T(I,J+1,K))*G4(I,J)*G0(I,J)/DE**2.0-
      *(T(I,J,K)-2.0*T(I,J,K-1)+T(I,J,K-2))*G1(I,J)*G0(I,J)/DZ**2.0
      TRT=G7(I,J)/DP+G8(I,J)/DE-G9(I,J)/DE+G10(I,J)/DZ+
      *2.0*G1(I,J)*G0(I,J)/DP**2.0+G2(I,J)*G0(I,J)/(DE*DP)+
      *G3(I,J)*G0(I,J)/DE+2.0*G4(I,J)*G0(I,J)/DE**2.0-
      *G1(I,J)*G0(I,J)/DZ**2.0
      T(IM,J,K)=T(IM-1,J,K)+(T(IM,J+1,K)-T(IM,J-1,K))*DP*E/(2.0*DE)
      T(I,J,K)=T(I,J,K)-RT/TRT
      END DO
      END DO
      END DO
      WOR=0.0
      TOR=0.0
      SN1=0.0
      SN2=0.0
      DO I=1,IM-1
      DO J=1,JM-1
      P=(I-1)*DP
      E=(J-1)*DE
      WOR=WOR+0.5*(W(I,J,K)+W(I+1,J,K)+W(I,J+1,K)+W(I+1,J+1,K))*P*DE*DP
      TOR=TOR+0.5*(T(I,J,K)+T(I+1,J,K)+T(I,J+1,K)+T(I+1,J+1,K))*P*DE*DP
      SN2=SN2+0.25*(W(I,J,K)+W(I+1,J,K)+W(I,J+1,K)+W(I+1,J+1,K))*
      *0.25*(T(I,J,K)+T(I+1,J,K)+T(I,J+1,K)+T(I+1,J+1,K))*P*DE*DP
      SN1=SN1+0.25*(W(I,J,K-1)+W(I+1,J,K-1)+W(I,J+1,K-1)+
      *W(I+1,J+1,K-1))*0.25*(T(I,J,K-1)+T(I+1,J,K-1)+T(I,J+1,K-1)+
      *T(I+1,J+1,K-1))*P*DE*DP
      F(I,J)=-4.0*((U(I,J,K)-U(I,J,K-1))/DZ)*((W(I+1,J,K)-W(I-1,J,K))/
      *(2.0*DP))*M**P**2.0+
      *4.0*((U(I,J,K)-U(I,J,K-1))/DZ)*((W(I,J+1,K)-W(I,J-1,K))/
      *(2.0*DE))*E*M**2.0*P-
      *4.0*((V(I,J,K)-V(I,J,K-1))/DZ)*((W(I,J+1,K)-W(I,J-1,K))/
      *(2.0*DE))*M*P-
      *4.0*((U(I,J+1,K)-U(I,J-1,K))/(2.0*DE))*((V(I+1,J,K)-V(I-1,J,K))/
      *(2.0*DP))*M*P+4.0*((U(I,J+1,K)-U(I,J-1,K))/
      *(2.0*DE))*((V(I,J+1,K)-V(I,J-1,K))/(2.0*DE))*M*E
      *-2.0*M**2.0*P**2.0*((W(I,J,K)-W(I,J,K-1))/DZ)**2.0-
      *2.0*((V(I,J+1,K)-V(I,J-1,K))/(2.0*DE))***2.0-
      *2.0*((U(I+1,J,K)-U(I-1,J,K))/(2.0*DP))***2.0*G1(I,J)+
      *((U(I+1,J,K)-U(I-1,J,K))/(2.0*DP))*((U(I,J+1,K)-U(I,J-1,K))/
      *(2.0*DE))*4.0*E*M**2.0*P-
      *2.0*((U(I,J+1,K)-U(I,J-1,K))/(2.0*DE))***2.0*E**2.0*M**2.0
      END DO
      END DO
      SNU=(SN2-SN1)*PR*RE*M/(DZ*(SN1+SN2)*(1.0+SQRT(1.0+M**2.0)))
      RETURN
      END

```

EK-10. İkizkenar üçgen kanalların giriş bölgesi akışı için Nusselt sayısının hesabı

Bir kanal için bulk sıcaklık

$$T_b = \frac{\int_A C_p T_w \rho dA}{\int_A C_p w \rho dA}$$

eşitliği ile tanımlanmaktadır. Son eşitlikte gerekli sadeleştirmeler yapıldığında

$$T_b = \frac{\int_A T_w dA}{\int_A w dA}$$

olur. Son eşitlikte  $w = W W_\infty$  ( $W_\infty$  = kanalın giriş kesiti üzerindeki gerçek ortalama hız)

eşitliği ile yeniden düzenlenerek sadeleştirme yapıldığında

$$T_b = \frac{\int_A T W dA}{\int_A W dA}$$

olur. Son eşitliğin paydası  $\frac{A}{A}$  çarpılır ve  $\bar{W} = \frac{1}{A} \int_A W dA$  eşitliği yardımı ile yeniden

düzenlenirse

$$T_b = \frac{\int_A T W dA}{\frac{A}{A} \int_A W dA} = \frac{\int_A [\theta(T_i - T_w) + T_w] W dA}{A \bar{W}}$$

olur. Eşitliğin pay kısmındaki integral dağıtılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$T_b = \frac{(T_i - T_w) \int_A \theta W dA + T_w \frac{A}{A} \int_A W dA}{A \bar{W}} = \frac{(T_i - T_w) \int_A \theta W dA + T_w A \bar{W}}{A \bar{W}} = T_w + \frac{(T_i - T_w)}{A \bar{W}} \int_A \theta W dA$$

olur. Isı dengesi

$$\dot{m} C_p \frac{dT_b}{dz} = h P_c (T_b - T_w)$$

EK-10. (devam) İkizkenar üçgen kanalların giriş bölgesi akışı için Nusselt sayısının hesabı

şeklinde ifade edilebilir.  $\dot{m} = W_\infty A \rho$  eşitliği ile bulk sıcaklık için yukarıda verilen eşitlik son denklemde yerine yazılırsa

$$W_\infty A \rho C_p \frac{d \left[ T_w + \frac{(T_i - T_w)}{A \bar{W}} \int_A \theta W dA \right]}{dz} = h P_c \frac{(T_i - T_w)}{A \bar{W}} \int_A \theta W dA$$

elde edilir. Akış sıkışmaz ve kanal kesiti akış yönü boyunca sabit olduğundan  $W_\infty = \bar{W}$  'tir.

Son denklem yeniden düzenlendiğinde

$$\bar{W} A \rho C_p \left[ \frac{d}{dz} T_w + \frac{(T_i - T_w)}{A \bar{W}} \frac{d}{dz} \int_A \theta W dA \right] = h P_c \frac{(T_i - T_w)}{A \bar{W}} \int_A \theta W dA$$

olur. Sabit duvar sıcaklığı şartı için  $\frac{dT_w}{dz} = 0$  olduğu göz önüne alınır ve gerekli sadeleştirmeler sonucunda, son eşitlik

$$\bar{W} A \rho C_p \frac{d}{dz} \int_A \theta W dA = h P_c \int_A \theta W dA$$

olur.  $D_h = \frac{4A}{P_c}$  ve  $\alpha_y = \frac{k}{\rho C_p}$  eşitlikleri dikkate alınarak, son eşitliğin sağ tarafı 4 sayısı ile

çarpılıp, bölünür ve her iki tarafı iletim katsayısı  $k$  ile çarpılırsa

$$D_h \bar{W} \frac{1}{4} \frac{1}{\alpha_y} \frac{d}{dz} \int_A \theta W dA = \frac{h}{k} \int_A \theta W dA$$

şeklinde elde edilir.  $Pr = \frac{\nu}{\alpha_y}$  ve  $Re = \frac{D_h \bar{W}}{\nu}$  eşitlikleri dikkate alınarak son denklemin her

iki tarafı kinematik viskozite  $\nu$  ile çarpılır ve yeniden düzenlenirse,

$$Re \frac{1}{4} Pr \frac{d}{dz} \int_A \theta W dA = \frac{h}{k} \int_A \theta W dA$$



EK-10. (devam) İkizkenar üçgen kanalların giriş bölgesi akışı için Nusselt sayısının hesabı

olur.  $D_h = \frac{2mP}{1 + \sqrt{1 + m^2}}$  ve  $Z = z/P$  eşitlikleri dikkate alınarak son denklem aşağıdaki işlem

basamakları ile yeniden düzenlenirse

$$\text{Re Pr} \frac{1}{4P} \frac{d}{dZ} \int_A \theta W dA = \frac{h}{k} \int_A \theta W dA$$

$$\text{Re Pr} \frac{d}{dZ} \int_A \theta W dA = 4 \frac{1 + \sqrt{1 + m^2}}{2m} \frac{D_h h}{k} \int_A \theta W dA$$

olur. Son denklemden Nusselt sayısı

$$Nu = \frac{\text{Re Pr} m}{1 + \sqrt{1 + m^2}} \frac{\frac{d}{dZ} \int_A \theta W dA}{\int_A \theta W dA}$$

elde edilir. Eş.(4.68) ile verilen  $dA$  diferansiyel alanı son eşitlikte yerine yazılırsa

$$Nu = \frac{\text{Re Pr} m}{1 + \sqrt{1 + m^2}} \frac{\frac{d}{dZ} \int_A \theta W \psi d\psi d\eta}{\int_A \theta W \psi d\psi d\eta}$$

olur.

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : İPCİ, Duygu  
 Uyuğu : T.C.  
 Doğum tarihi ve yeri : 19.09.1986, Bilecik  
 Medeni hali : Bekar  
 Telefon : 0 (312) 202 86 61  
 Faks : 0 (312) 202 89 47  
 e-mail : duyguipci@gazi.edu.tr



### Eğitim

| Derece        | Eğitim Birimi                                | Mezuniyet Tarihi |
|---------------|----------------------------------------------|------------------|
| Doktora       | Gazi Üniversitesi / Otomotiv Mühendisliği    | Devam ediyor     |
| Yüksek lisans | Hacettepe Üniversitesi / Makina Mühendisliği | 2014             |
| Lisans        | Hitit Üniversitesi / Makina Mühendisliği     | 2010             |

### İş Deneyimi

| Yıl        | Yer                                | Görev               |
|------------|------------------------------------|---------------------|
| 2013-Halen | Gazi Üniversitesi                  | Araştırma Görevlisi |
| 2011-2013  | Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi | Araştırma Görevlisi |

### Yabancı Dil

İngilizce

### Yayınlar

- Karabulut, H., İpci, D. (2018). Torsional vibration moment analysis of a three-cylinder internal combustion engine. *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, 14(2), 147-170.
- İpci, D., Karabulut, H. (2018). Thermodynamic and dynamic analysis of an alpha type Stirling engine and numerical treatment. *Energy Conversion and Management*, 169, 34-44.

- Altin, M., Okur, M., Ipci, D., Halis, S., Karabulut, H. (2018). Thermodynamic and dynamic analysis of an alpha type Stirling engine with Scotch Yoke mechanism. *Energy*, 148, 855-865.
- Karabulut, H., Solmaz, H., Ipci, D. (2017). A coupled thermodynamic and dynamic model of a three-cylinder diesel engine: A novel approach for gas exchange process. *Applied Thermal Engineering*, 121, 750-760.
- Ipci, D., Karabulut, H., Çınar, C. (2016). The Investigation of Fully Developed Flow and Heat Transfer in Radiator Air Channels, *Journal of Thermal Science and Technology*, 36(2), 119-133.
- Karabulut, H., Ipci, D., Çınar, C. (2016). Numerical solution of fully developed heat transfer problem with constant wall temperature and application to isosceles triangle and parabolic ducts. *Applied Thermal Engineering*, 102, 115-124.
- Ipci, D., Karabulut, H. (2016). Thermodynamic and dynamic modeling of a single cylinder four-stroke diesel engine. *Applied Mathematical Modelling*, 40(5-6), 3925-3937.
- Ipci, D., Karabulut, H. (2016). Dynamic and Thermodynamic Examination of a Two-Stroke Internal Combustion Engine, *Journal of Polytechnic*, 19(2), 141-154.
- Ipci, D., Yilmaz, E., Aksoy, F., Uyumaz, A., Polat, S., Solmaz, H. (2015). The Effects of iso-propanol and n-heptane Fuel Blends on HCCI Combustion Characteristics and Engine Performance. *Electronic Journal of Machine Technologies*, 12(1), 49-56.
- Ipci, D., Yilmaz, E., Aysal F. E., Solmaz, H. (2015). Numerical Investigation on the Flow Pattern around a Land Vehicle. *Electronic Journal of Machine Technologies*, 12(2), 51-64.
- Polat, S., Uyumaz, A., Ipci, D., Yücesu, H. S., Solmaz, H., Yilmaz, E (2015). A Numerical Investigation of the Effects of Hydrogen Addition on Combustion Characteristics in a HCCI Engine Fueled With Natural Gas, *Electronic Journal of Machine Technologies*, 12(2), 15-26.
- Solmaz, H., Yilmaz, E., Polat, S., Ipci, D., Veznedar, F., Oğuz, H., Toprak, K., Aksoy, F. (2018). *Design and Analysis of a single cylinder four-stroke internal combustion engine with Rhombic Mechanism*. 9th Automotive Technologies Congress (OTEKON 2018) Bursa/Turkey, 7-8 May.
- Ipci, D., Karabulut, H. (2018). *Heat transfer in radiator air channels with triangular cross section*. 9th Automotive Technologies Congress (OTEKON 2018) Bursa/Turkey, 7-8 May.
- Nacak, Ç., Yücesu, H.S., Ipci, D., Calam, A., Halis, S., Solmaz, H. (2018). *Fuzel Yağının Buji ile Ateşlemeli Bir Motorda Yanma Karakteristiklerinin ve Emisyonlarının İncelenmesi*, 14th International Conference of Combustion Karabük/Türkiye

- Uyumaz, A., Boz, F., Sahin, F., Ipci, D., Yilmaz, E., & Solmaz, H. (2017). *An experimental study on the effects of excess air coefficient and injection timing in RCCI Engine*, UMYOS VI. International Vocational Schools Symposium, Bosnia Herzegovina, 18-20 May.
- Ipci, D., Karabulut, H. (2017). *Nodal thermodynamic and dynamic analysis of an Alpha Type Stirling Engine*. International Engineering Research Symposium Düzce/Turkey, 11-13 September.
- Ipci, D., Karabulut, H. (2017). *Thermodynamic and dynamic model of a three cylinder diesel engine*. International Engineering Research Symposium Düzce/Turkey, 11-13 September.
- Halis, S., Ipci, D., Altin, M., Okur, M., & Karabulut, H. (2017). *Optimization of an Alpha Type Stirling Engine with Scotch Yoke Mechanism by using isothermal nodal approach*. International Conference on Environmental Science and Technology (ICOEST) Budapest/Hungary, 19-23 October.
- Ipci, D. (2016). *Determination of the combustion start of an HCCI Engine using reduced chemical kinetic mechanism model*. International Mediterranean Science and Engineering Congress (IMSEC 2016) Adana/Turkey, 26-28 October.
- Ipci, D., Karabulut, H. (2016). *The investigation of the convection heat transfer in fully developed flow in parabolic radiator air channels*. 1st International Conference on Engineering and Technology and Applied Science, Afyon/Turkey 21-22 April.
- Yilmaz, E., Solmaz, H., Polat, S., Uyumaz, A., Ipci, D. (2016). *An investigation of engine performance and exhaust emissions of diesel emulsion fuels containing water at different ratios*. 1st International Conference on Engineering and Technology and Applied Science, Afyon/Turkey 21-22 April.
- Ipci, D., Karabulut, H. (2015). *Heat release modelling of a single cylinder diesel engine that avoids knocking and formation of harmful emissions*. 13th International Combustion Symposium, Bursa/Turkey 9-11 September.

## Hobiler

Seyahat, yüzme, meditasyon



*GAZİ GELECEKTİR..*