



**RÜZGÂR TÜRBİNLERİNDE KULLANILAN ELASTO HİDRODİNAMİK
YAĞLAMALI RULMANLARIN DİNAMİK DAVRANIŞININ
İNCELENMESİ**

Hikmet BAL

**DOKTORA TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

ARALIK 2018

Hikmet BAL tarafından hazırlanan “RÜZGÂR TÜRBİNLERİNDE KULLANILAN ELASTO HİDRODİNAMİK YAĞLAMALI RULMANLARIN DİNAMİK DAVRANIŞININ İNCELENMESİ” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalında DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Nizami AKTÜRK

Makina Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

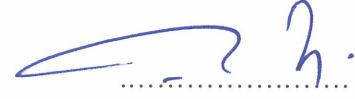
Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum.



Başkan: Prof. Dr. Mehmet Arif ADLI

Makina Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum.



Üye: Prof. Dr. Veli ÇELİK

Makina Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Ankara Yıldırım Beyazıt Üniversitesi

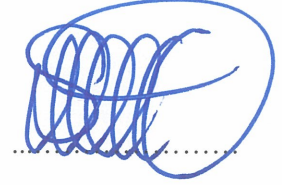
Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum.



Üye: Prof. Dr. Sadettin ORHAN

Makina Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Ankara Yıldırım Beyazıt Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum.



Üye: Doç. Dr. Tuncay KARAÇAY

Makina Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum.



Tez Savunma Tarihi: 17/12/2018

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Doktora Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

.....

Prof. Dr. Sena YAŞYERLİ

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Hikmet BAL

17/12/2018

RÜZGÂR TÜRBİNLERİNDE KULLANILAN ELASTO HİDRODİNAMİK YAĞLAMALI RULMANLARIN DİNAMİK DAVRANIŞININ İNCELENMESİ.

(Doktora Tezi)

Hikmet BAL

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Aralık 2018

ÖZET

Rüzgâr türbinlerindeki arıza sebeplerinin başında yer alan, ömür ve enerji verimliliğini etkileyen elasto hidrodinamik yağlamalı rulmanların dinamik davranışı bu tez çalışmasının konusunu oluşturmaktadır. Rüzgâr türbinlerindeki yüksek hızlı ve düşük hızlı şaftların yataklanmasında kullanılan EHL temaslı rulmanların karakteristiği; birleşik dinamik yükler, dönüş hızı, hidrodinamik etkiler ve yük-ezilme ilişkisi nedeniyle doğrusal olmayan temas karakteristiğine bağlı olarak değişmektedir. Bu durum rulmanın basit tasarımına karşın dinamik davranışının incelenmesini karmaşık hale getirmektedir. Dolayısıyla rulmanın dinamik davranışını inceleyebilmek için rulmandaki bilyeler ile bilezikler arasındaki EHL temas kuvvetlerinin formüle edilmesi ve uygun kabullerle şaft-rulman sisteminin modellenmesi gerekmektedir. Bu kapsamda öncelikle rulmanlardaki temas karakteristiğinin ve temas kuvvetlerinin elde edilmesi amacıyla Hertz temas teorisi ve EHL temas teorisi kullanılmıştır. Bilye - bilezik EHL temasındaki katılık ve sönümleme için eşdeğer yay ve sönümleyici kullanılarak rulman modeli oluşturulmuştur. Temasta basitleştirilmiş yuvarlanma temas teorisi kullanılmış kayma olmadığı kabul edilmiştir. Temas açısı ve bileziklerin bilyeye uyguladığı sıkıştırma analitik olarak elde edilmiştir. EHL temas problemlerinin sayısal çözümündeki kararsızlık ve yavaşlık nedeniyle temas kuvvetleri iteratif olarak quasi-statik yöntem ile hesaplanmıştır. Sonrasında rulman dinamik davranışının incelenmesi amacıyla elasto hidrodinamik yağlamalı açısız temaslı rulmanlarla yataklanmış rijit bir şaft-rulman sistemi 5 serbestlik dereceli olarak modellenmiş ve doğrusal olmayan hareket denklemleri elde edilmiştir. Son olarak şaft-rulman sisteminin dinamik davranışını ifade edebilmek için doğrusal olmayan hareket denklemleri, farklı çalışma koşulları ve yağlayıcılar için sayısal metotla çözülmüştür. Sonuçlar zaman ve frekans tanım bölgesinde gösterilmiştir. Elde edilen sonuçlardan; EHL temasta katılığının, viskozite ve yükteki artış ile arttığı, sönümleyiciliğin hızdaki artışla ve viskozitedeki azalışla azaldığı, sistemin titreşim davranışının kuru temaslı titreşim davranışına göre daha karmaşık olduğu, doğal frekansların artık hıza da bağlı olduğu, son olarak düşük hızlarda ve özellikle büyük yükler için yağ filmi oluşumunun EHL rejimine uymayıp sınır veya karışık yağlama rejiminin ele alınması gerektiği görülmüştür.

Bilim Kodu : 91420
Anahtar Kelimeler : Elasto-hidrodinamik yağlama teorisi, rüzgar türbinlerindeki açısız temaslı bilyeli rulmanlar, titreşim, şaft dinamiği.
Sayfa Adedi : 196
Danışman : Prof. Dr. Nizami AKTÜRK

INVESTIGATION OF DYNAMIC BEHAVIOR OF ELASTO-HYDRODYNAMIC LUBRICATED ROLLING BEARING USING IN WIND TURBINES

(Ph. D. Thesis)

Hikmet BAL

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

December 2018

ABSTRACT

The dynamic behavior of the elasto-hydrodynamic lubricated (EHL) rolling bearings which is one of the main causes of the early failure of wind turbines and affects the life and the energy efficiency, is the subject of this thesis. The characteristics of EHL rolling bearings used in the high speed and low speed shafts in wind turbines vary due to change in combined load, speed, hydro-dynamic effect and load-deformation relationship depending on the non-linear contact characteristics. This behavior complicates the examination of the dynamic of system despite the simple design of the rolling bearing. Hence, in order to analyse the dynamic behavior of the rolling bearing, it is necessary to formulate the EHL contact forces between the ball - raceway contact and to establish a model of the shaft bearing system with appropriate assumption. In this thesis, firstly, Hertz contact theory and EHL theory were used to obtain contact characteristics and EHL contact forces of bearings. The stiffness and damping in the EHL contact are modeled as equivalent spring and damper. Thus overall bearing model established. Simplified rolling contact theory was used for kinematic analyse and pure rolling motion was assumed. The contact angle and the squeeze effect of the rings are obtained analytically. Because of the unstabilities and slowness in the numerical method used in the solution of the EHL contact problem, the contact forces were calculated iteratively by the quasi-static method. Thereafter, a rigid shaft supported by a pair of angular contact ball bearing is modeled in 5 DoF and nonlinear equations of motion are obtained. Finally, the nonlinear equations of motion shaft-bearing system is solved by the numerical method for different operating conditions and lubricants. The results are presented in time and frequency domains. Simulation results indicates that; stiffness in the EHL contact increase with the viscosity increase and the preload increase, damping in the EHL contact decrease with increase of shaft speed and the decrease of viscosity, the vibration behavior of the shaft - EHL contact rolling bearing system is more complex than the vibration behavior of the shaft-dry contact rolling bearing, the natural frequency of the shaft - EHL contact rolling bearing system depends on shaft speed also, finally for low speed especially large load starvation or mixed lubrication regimes should be considered.

Science Code : 91420

Key Words : Elasto-hydrodynamic lubrication theory, Angular contact ball bearing in wind turbine, Vibration, Shaft dynamics.

Page Number : 196

Supervisor : Prof. Dr. Nizami AKTÜRK

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının oluşmasında başlangıcından sonuna kadar bilimsel bilgi birikimi ve tecrübeleriyle beni yönlendiren, aydınlatan, takıldığım ve düğümlendiğim durumlarda yardımlarını esirgemeyen, lisans eğitimimden beri problemlerin matematiğinde kaybolduğumda fiziki anlamını kavramamı sağlayan, öğrencisi olduğum için onur duyduğum değerli ilim insanı, bilim insanı, Danışman Hocam Sayın Prof. Dr. Nizami AKTÜRK'e, tüm tez sürecimde yardım ve katkılarıyla çıkmazlara girdiğimde yol gösteren, çözüm kodlamasındaki ve sayısal sonuçların yorumlanmasındaki derin bilgilerinden feyz aldığım hoşgörülü ve kıymetli hocam Doç.Dr.Tuncay KARACAY'a, doktora eğitimimin başından beri her zaman eşsiz dostluğunu, desteğini ve zeka dolu tavsiyelerini ve yardımlarını esirgemeyen kıymetli arkadaşım Dr. Ali ÖZDEMİR'e, kendisinden çok şey öğrendiğim kıymetli ağabeyim Müh.Murat BAL'a, bu eğitimime birlikte başladığım ve lisans, y.lisans hayatımdan beri tanıdığım kıymetli yol arkadaşım Y.Müh.Hakan BAL'a, tez çalışmamın hem maddi hem manevi mimarı olan doktora eğitimimi tamamlayabilmem için bana her zaman destek olan, yaptığı fedakarlıklar karşısında ezildiğim, iki çocuğumun annesi, ruhumun ışığı çok kıymetli sevgili eşim, Y.Müh.Tuba BAL'a, tez çalışmamın başından beri destek olan ve dualarını benden esirgemeyen, beni bu günlere getiren anneme, babama, kayınpederime, kayıinvalideme, tüm aileme, tüm dostlarıma en derin ve kalbi şükranlarımı sunuyorum.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	x
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	xi
RESİMLERİN LİSTESİ	xviii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xix
1. GİRİŞ.....	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	11
3. RULMAN MODELLEME	29
3.1. Temas Ezilmesi ve Yük Dağılımı.....	29
3.1.1. Rulman geometrisi ve eşdeğer eğrilikler	30
3.1.2. Yük - ezilme ilişkisi	35
3.1.3. Ön yükleme	38
3.2. Rulman Kinematığı.....	40
3.2.1. Basit bilye hareketi	40
3.2.2. Rulman geçiş frekansları.....	42
3.3. EHL Teorisi	43
3.3.1. Yağlayıcılar ve yağlama rejimleri.....	46
3.3.2. Navier-Stokes denlemi.....	49
3.3.3. Reynolds denklemi.....	52
3.3.4. Elastik ezilme.....	56
3.3.5. Film kalınlığı.....	59
3.3.6. Kuvvet denge denklemi	60
4. EHL TEMAS DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMLENMESİ.....	61
4.1. Çözüm Yöntemleri.....	61

	Sayfa
4.2. EHL Temas Denklemlerinin Nümerik Çözümü	62
4.2.1. Çözüm bölgesi	62
4.2.2. Boyutsuzlaştırma ve parametre gruplama.....	63
4.2.3. Ayırıklaştırma	66
4.2.4. Sınır ve başlangıç koşulları	69
4.3. EHL Temas Denlemleri Çözümü	69
4.3.1. Hesaplama metodu.....	72
4.3.2. EHL temas kuvveti	79
4.3.2.1. Elastik Temas Kuvveti.....	79
4.3.2.2. Sönümleyicilik ve Viskoz Sürtünme Kuvveti.....	81
5. EHL ŞAFT- RULMAN SİSTEMİ DİNAMİĞİ	85
5.1. Şaft-Rulman Modeli ve Hareket Denklemleri	85
5.2. Hareket Denklemlerinin Çözümü	92
5.2.1. Hesaplama yöntemi.....	92
5.2.2. Hesaplama algoritması.....	93
5.3. Sarkık (Overhung) Diskli Şaft-Rulman Modeli ve Hareket Denklemleri	95
5.1.1. Çözüm prosedürü ve algoritma.....	95
6. BULGULAR, YORUMLAR VE TARTIŞMA	101
6.1. Modelleme Bulguları, Yorumlar ve Tartışma	101
6.2. Temas Katılığı	108
6.3. Temasda Oluşan Sönümleyicilik	112
6.4. EHL Film Kalınlığı.....	120
6.5. Tayf (Spektral) Analizi	124
6.5.1. 10 N önyükleme, yağlayıcı-1 ve kuru temas için titreşim tayfı	125
6.5.2. 30 N önyükleme ve yağlayıcı-1 için titreşim tayfı.....	134
6.5.3. 100 N önyükleme ve yağlayıcı-1 için titreşim tayfı.....	140
6.5.4. Önyükleme ile titreşim genliklerinin değişimi	146
6.5.5. Yağlayıcı ile titreşim genliklerinin değişimi.....	151
6.5.6. Sarkık disk – kütsüz rijit şaft - rulman sistemi için sonuçlar	155

	Sayfa
7. SONUÇ VE ÖNERİLER	167
7.1. EHL Temas Karakteristiği	167
7.2. EHL Temaslı Rulmanların Dinamik Davranışı	168
7.3. Daha Sonraki Çalışmalar İçin Öneriler.....	169
KAYNAKLAR	171
EKLER.....	180
EK-1. Rüzgar Türbini bileşenleri ve yük hattı.....	181
EK-2. Jeffcot Rotor Modeli Çözümü.....	184
EK-3. Eliptik İntegrallerin Yaklaşık Analitik Çözüm Modeli.....	188
EK-4. Seri Bağlı Voigt Elemanın Eşdeğer Katılık ve sönümleyiciliği.....	190
EK-5. Dowson Hamrock algoritması.....	191
EK-6. Film Kalınlığı denklemleri	192
EK-7. Doğrusal Olmayan Sistem Titreşimleri.....	193
EK-8. Arayüz Mekaniği Kapsamı Şematik gösterimi	195
ÖZGEÇMİŞ	196

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. Yuvarlanma elemanı bilezik temas geometrisi.....	33
Çizelge 3.2. Yağlama rejimleri sınırları ve uygun yağlayıcılar.	48
Çizelge 4.1. EHL temas basıncı ve film kalınlığı hesap örneği için kullanılan parametreler.	70
Çizelge 5.1. Şaft ağırlık merkezinin, sırt sırta konumlandırılmış iki rulman arasında kaldığı model için şaft ağırlık merkezinin 5DoF hareketi sonucu iç bilezik yuvarlanma yolu eğrilik yarıçapı merkezinin bağıl yer değiştirmesi.	88
Çizelge 5.2. (Devam) Şaft ağırlık merkezinin, sırt sırta konumlandırılmış iki rulman arasında kaldığı model için şaft ağırlık merkezinin 5DoF hareketi sonucu iç bilezik yuvarlanma yolu eğrilik yarıçapı merkezinin bağıl yer değiştirmesi.....	89
Çizelge 5.3. Disk ağırlık merkezinin sırt sırta konumlandırılmış iki rulman dışında sarkık kaldığı şaft-rulman sistemi modelinde disk ağırlık merkezinin 5DoF hareketi sonucu iç bilezik yuvarlanma yolu eğrilik yarıçapı merkezinin bağıl yer değiştirmesi.....	96
Çizelge 5.4. (devam) Disk ağırlık merkezinin sırt sırta konumlandırılmış iki rulman dışında sarkık kaldığı şaft-rulman sistemi modelinde disk ağırlık merkezinin 5DoF hareketi sonucu iç bilezik yuvarlanma yolu eğrilik yarıçapı merkezinin bağıl yer değiştirmesi.....	97
Çizelge 6.1. Rulman boyutları ve malzeme özellikleri.....	102
Çizelge 6.2. Şaft ve disk boyutları.....	102
Çizelge 6.3. Yağlayıcı özellikleri.....	102
Çizelge 6.4. Zamana göre bilyelerdeki temas açısı (rad).	109
Çizelge 6.5. Zamana göre bilyelerdeki temas katılığı değerleri (N/m).....	109
Çizelge 6.6. Zamana göre bilyelerdeki temas kuvveti.	112
Çizelge 6.7. Sönümleyicilik değerlerinin bilyelerde zamana göre değişimi (3000 d/d, Pr=100 N, eta0=0.04 Pa.s, m=8).	116
Çizelge 6.8. Her bir temasta oluşan sönümleyiciliğin ön yükleme ile değişimi.....	119
Çizelge 6.9. Ön yükleme 100 N için x, y, z eksenlerindeki titreşim frekanları ve genlikleri.	152

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1. Petrol kaynakları ve üretimi.....	1
Şekil 1.2. Rüzgar Türbini tipleri	2
Şekil 1.3. Rüzgar türbini transmisyon hattı.....	3
Şekil 1.4. FASTv8 programının içerdiği modüller	4
Şekil 1.5. Rüzgar türbinlerinde rulmanların yerleri	4
Şekil 1.6. Bilyeli rulmanın montaj açılım görünümü.....	7
Şekil 3.1. Bilyeli rulman kesit görünüşü.....	30
Şekil 3.2. Bilye bilezikler teması	31
Şekil 3.3. Elastik katıların temas geometrisi	32
Şekil 3.4. Yükleme öncesi yuvarlanma yolu eğrilik yarıçapları	34
Şekil 3.5. Eliptik temas izi	35
Şekil 3.6. Eksenel yükleme altındaki açısal temaslı bilyeli rulman	39
Şekil 3.7. Rulman iç hızları.....	40
Şekil 3.8. EHL temasta basınç dağılımı ve film kalınlığı değişimi.....	45
Şekil 3.9. Sürtünme katsayısının Λ film parametresi ile değişimi.....	46
Şekil 3.10. Kartezyen koordinatlarda hız vektörleri.	51
Şekil 3.11. Akış koordinat sistemi	53
Şekil 3.12. a) Couette akış, b) Poiseuille akış, c) Kaymalı yataklardaki bileşik akış	54
Şekil 3.13. İki elastik katının karşılıklı yaklaşması.....	57
Şekil 3.14. $(\bar{x}_1, \bar{y}_1)$ 'deki uniform basınç bloğunun bir $(\bar{x}, \bar{y})$ noktası için ezilme etkisi	58
Şekil 3.15. EHL temas bölgesindeki film kalınlığının bilşenlerine ilişkin geometri	59
Şekil 4.1. Çözüm domaini ve kullanılan nodal mesh yapısı.	63

Şekil	Sayfa
Şekil 4.2. EHL temas bölgesinde kullanılan nodal yapı.	67
Şekil 4.3. EHL temaslı rulman modeli.	70
Şekil 4.4. Çözümde kullanılan boyutsuz eşdeğer temas yüzeyi.	73
Şekil 4.5. Elastik deformasyon dikkate alınmaksızın boyutsuz temas basıncı.	74
Şekil 4.6. Çözüm bölgesindeki Hertzian Basıncı.	74
Şekil 4.7. Çözüm bölgesi (domain) boyutsuz EHL basıncı.	75
Şekil 4.8. Çözüm bölgesi (domain) EHL basıncı.	76
Şekil 4.9. Çözüm bölgesindeki basıç etki katsayısı.	76
Şekil 4.10. Elastik ezilme profili.	77
Şekil 4.11. Çözüm bölgesindeki EHL Film kalınlığı.	77
Şekil 4.12. Temas domainindeki basıncı profili.	78
Şekil 4.13. Quasi-Newton Raphson algoritması.	80
Şekil 4.14. Logaritmik azalma için genlikler.	82
Şekil 4.15. M ve L 'nin fonksiyonu boyutsuz sönümleyicilik sabiti.	83
Şekil 5.1. Şaft-rulman sisteminde oluşan normal kuvvetler.	87
Şekil 5.2. Şaft merkezinin hareketinden kaynaklanan hızların vektörel gösterimi.	87
Şekil 5.3. Şaftın hareketi sonrası yuvarlanma yolu eğrilerinin konumu.	89
Şekil 5.4. Yuvarlanma açıları ve eksen takımı.	90
Şekil 5.5. Hareket denklemleri çözüm yöntemi akış şeması.	93
Şekil 5.6. Temas kuvvetlerinin hesaplanma yöntemi akış şeması.	94
Şekil 5.7. Sarkık (overhung) disk, rulman-kütlesiz şaft sistemi.	95
Şekil 5.8. Sarkık (overhung) disk, şaft – rulman yuvarlanma açıları ve eksen takımı.	97
Şekil 5.9 (devam) Sarkık (overhung) disk, şaft – rulman yuvarlanma açıları ve eksen takımı.	98
Şekil 5.10. Şaft-rulman sistemindeki yükler.	99

Şekil	Sayfa
Şekil 6.1. Rulman boyutları [12].	101
Şekil 6.2. 5 DoF şaft titreşimleri (3000 d/d, Pr=100 N, eta0=0.04Pa.s, m=8)	103
Şekil 6.3. x – ekseni titreşimleri (3000 d/d, Pr=100 N, eta0=0.04Pa.s, m=8).	104
Şekil 6.4. y – ekseni titreşimleri (3000 d/d, Pr=100 N, eta0=0.04Pa.s, m=8).	105
Şekil 6.5. z - ekseni titreşimleri (3000 d/d, Pr=100 N, eta0=0.04Pa.s, m=8).	105
Şekil 6.6. ϕ - ekseni titreşimleri (3000 d/d, Pr=100 N, eta0=0.04Pa.s, m=8).	106
Şekil 6.7. ψ - ekseni titreşimleri (3000 d/d, Pr=100 N, eta0=0.04Pa.s, m=8).	106
Şekil 6.8. Şaft ağırlık merkezinin orbital hareketi.	107
Şekil 6.9. Temas açısının 1 nolu bilyede zamana göre değişimi.	108
Şekil 6.10. Temas katılığının bilyelerde zamana göre değişimi.	109
Şekil 6.11. Temas katılığının 1 nolu bilyede zamana göre değişimi ($N/m^{3/2}$).	110
Şekil 6.12. Temas katılığının hız ile değişimi.	111
Şekil 6.13. Temas katılığının viskozite ile değişimi.	111
Şekil 6.14. Temas kuvvetinin 1 nolu bilyede zamana göre değişimi.	112
Şekil 6.15. x ekseni yönündeki toplam sönümleyiciliğin şaft hızına göre değişimi.	113
Şekil 6.16. y ekseni yönündeki toplam sönümleyiciliğin şaft hızına göre değişimi.	113
Şekil 6.17. z ekseni yönündeki toplam sönümleyiciliğin şaft hızına göre değişimi.	114
Şekil 6.18. Sönümleyiciliğin bilyelerde zamana göre değişimi.	115
Şekil 6.19. x – eksenindeki toplam sönümleyiciliğin viskozite ile değişimi.	116
Şekil 6.20. x – eksenindeki toplam sönümleyiciliğin ön yükleme ile değişimi.	117
Şekil 6.21. x – eksenindeki titreşim genliğinin sönümleyiciliğe etkisi.	117
Şekil 6.22. Sönümleyiciliğin 1 nolu bilyede ön yükleme ile değişimi.	118
Şekil 6.23. 1 nolu bilyedeki sıkışmanın zamana göre değişimi.	118
Şekil 6.24. Temasta oluşan sönümleyicilik.	119

Şekil	Sayfa
Şekil 6.25. Sönümleyiciliğin ön yükleme ile değişiminin polar koordinatlarda gösterimi.....	119
Şekil 6.26. Bilye – iç ve dış bilezik temasındaki yağ filmi kalınlığı (μm).....	121
Şekil 6.27. Yağ filmi kalınlığının 1 nolu bilyede viskoziteye göre değişimi (μm).....	121
Şekil 6.28. Yağ filmi kalınlığının 1 nolu bilyede ön yüklemeye göre değişimi (μm)..	122
Şekil 6.29. Yağ filmi kalınlığının hıza göre değişimi (μm).	122
Şekil 6.30. Yağ filmi kalınlığının 1 nolu bilyede zamana göre değişimi (μm).....	123
Şekil 6.31. Yağ filmi kalınlığı faz grafiği (Pr=100 N).	123
Şekil 6.32. Yağ filmi kalınlığı faz grafiği (Pr=30 N).	124
Şekil 6.33. x – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N).....	126
Şekil 6.34. x – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri (Pr=10 N)....	127
Şekil 6.35. x – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N, kuru temas).	127
Şekil 6.36. y – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N).....	128
Şekil 6.37. y – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri (Pr=10 N)....	128
Şekil 6.38. y – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N, kuru temas).	129
Şekil 6.39. z – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N).....	129
Şekil 6.40. z – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri (Pr=10 N).....	130
Şekil 6.41. z – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N, kuru temas).	130
Şekil 6.42. ϕ – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N).	131
Şekil 6.43. ϕ – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri (Pr=10 N). ...	131
Şekil 6.44. ϕ – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N, kuru temas).	132
Şekil 6.45. ψ – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N).	132
Şekil 6.46. ψ – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri (Pr=10 N). ...	133
Şekil 6.47. ψ – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N, kuru temas).	133

Şekil	Sayfa
Şekil 6.48. x – ekseni yönündeki titreşim tayfları ($Pr=30$ N).....	135
Şekil 6.49. x – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=30$ N)....	135
Şekil 6.50. y – ekseni yönündeki titreşim tayfları ($Pr=30$ N).....	136
Şekil 6.51. y – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=30$ N)....	136
Şekil 6.52. z – ekseni yönündeki titreşim tayfları ($Pr=30$ N).....	137
Şekil 6.53. z – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=30$ N)....	137
Şekil 6.54. ϕ – ekseni yönündeki titreşim tayfları ($Pr=30$ N).	138
Şekil 6.55. ϕ – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=30$ N). ...	138
Şekil 6.56. ψ – ekseni yönündeki titreşim tayfları ($Pr=30$ N).	139
Şekil 6.57. ψ – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=30$ N). ...	139
Şekil 6.58. x – ekseni yönündeki titreşim tayfları ($Pr=100$ N).....	141
Şekil 6.59. x – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=100$ N)...	141
Şekil 6.60. y – ekseni yönündeki titreşim tayfları ($Pr=100$ N).....	142
Şekil 6.61. y – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=100$ N)...	142
Şekil 6.62. z – ekseni yönündeki titreşim tayfları ($Pr=100$ N).....	143
Şekil 6.63. z – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=100$ N)...	143
Şekil 6.64. ϕ – ekseni yönündeki titreşim tayfları ($Pr=100$ N).	144
Şekil 6.65. ϕ – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=100$ N). .	144
Şekil 6.66. ψ – ekseni yönündeki titreşim tayfları ($Pr=100$ N).	145
Şekil 6.67. ψ – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=100$ N)..	145
Şekil 6.68. x – ekseninde ön yüklemenin tepeden tepeye genliklerine etkisi.	146
Şekil 6.69. y – ekseninde ön yüklemenin tepeden tepeye titreşim genliklerine etkisi. ..	147
Şekil 6.70. z – ekseninde ön yüklemenin tepeden tepeye titreşim genliklerine etkisi. ..	147
Şekil 6.71. z – ekseninde ön yüklemenin tepeden tepeye titreşim genliklerine etkisi. ..	148

Şekil	Sayfa
Şekil 6.72. ϕ – ekseninde ön yüklemenin tepeden tepeye titreşim genliklerine etkisi...	148
Şekil 6.73. x – ekseninde farklı önyüklemeler için titreşim tayfı (5000 d/d).....	149
Şekil 6.74. x – ekseninde farklı önyüklemeler için frekanslar (5000 d/d).	150
Şekil 6.75. y – ekseninde farklı önyüklemeler için titreşim tayfı (5000 d/d).....	150
Şekil 6.76. z – ekseninde farklı önyüklemeler için titreşim tayfı (5000 d/d).	151
Şekil 6.77. x – ekseninde farklı viskoziteler için titreşim tayfı (5000 d/d).	153
Şekil 6.78. y – ekseninde farklı viskoziteler için titreşim tayfı (5000 d/d).	153
Şekil 6.79. z – ekseninde farklı viskoziteler için titreşim tayfı (5000 d/d).	154
Şekil 6.80. x – ekseninde 5000 d/d’da farklı viskoziteler için film kalınlıkları.	154
Şekil 6.81. x – ekseni yönündeki tepeden tepeye genlikler ve titreşim tayfları.	155
Şekil 6.82. y – ekseni yönündeki tepeden tepeye genlikler ve titreşim tayfları.	156
Şekil 6.83. z – ekseni yönündeki tepeden tepeye genlikler ve titreşim.	156
Şekil 6.84. ϕ – ekseni yönündeki tepeden tepeye genlikler ve titreşim tayfları.....	157
Şekil 6.85. ψ – ekseni yönündeki tepeden tepeye genlikler ve titreşim tayfları.	157
Şekil 6.86. x – ekseni yönündeki titreşim tayfları.	158
Şekil 6.87. y – ekseni yönündeki titreşim tayfları.	159
Şekil 6.88. z – ekseni yönündeki titreşim tayfları.	159
Şekil 6.89. ϕ – ekseni yönündeki titreşim tayfları.....	160
Şekil 6.90. ψ – ekseni yönündeki titreşim tayfları.	160
Şekil 6.91. Disk orbital hareketi (Pr=100 N, kuru temas).....	161
Şekil 6.92. x – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=100 N, EHLtemas).....	162
Şekil 6.93. y – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=100 N, EHLtemas).....	162
Şekil 6.94. z – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=100 N, EHLtemas).....	163
Şekil 6.95. ϕ – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=100 N, EHLtemas).	163

Şekil	Sayfa
Şekil 6.96. ψ – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=100 N, EHLtemas).....	164
Şekil 6.97. Disk orbital hareketi (Pr=100 N, EHLtemas).	164
Şekil 6.98. Düşük hızlar için x – ekseni titreşim genlikleri (Pr=100 N, EHLtemas).	165
Şekil 6.99. Düşük hızlar film kalınlıkları (Pr=100 N, EHLtemas).	166
Şekil E1.1. Rüzgar Türbini Bileşenleri.....	181
Şekil E1.2. Ana şaftın dört noktadan mesnetlendiği güç iletim hattı yükleri	182
Şekil E1.3. Rüzgar türbini transmisyon hattı.....	183
Şekil E2.1. Jeffcot rotor modeli	184
Şekil E2.2. Cross coupling içeren anizotropik yay ve sönümleyici ile yataklanmış rijit rotor.....	185
Şekil E4.1. Seri bağlı iki voigt eleman ve eşdeğeri	190
Şekil E5.1. EHL temas problemi ϕ çözüm algoritması	191
Şekil E7.1. Farklı k değerlerine göre doğrusal olmayan sistemin frekans cevabı	193
Şekil E7.2. Farklı c değerlerine göre doğrusal olmayan sistemin frekans cevabı	194
Şekil E7.3. Farklı F değerlerine göre doğrusal olmayan sistemin frekans cevabı.....	194
Şekil E8.1.Arayüz Mekaniğinin disiplinler arası ilişkisi	195

RESİMLERİN LİSTESİ

Resim	Sayfa
Resim 1.1. Rüzgar türbinlerinde bulunan rulman tipleri	5
Resim 1.2. Rüzgar türbinlerindeki dişli kutusu ve rulmanların yerleri.....	5
Resim 1.3. Antik Mısır- Ti'nin heykelinin yağlayıcı dökülerek yuvarlanan elemanlarla taşınması.....	6
Resim 1.4. Leonardo Da Vinci'nin rulman çizimi, <i>Madrid Codices I</i>	6

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklamalar
A	İç bilezik ve dış bilezik yuvarlanma yolu eğriliği merkezleri arasındaki mesafe, m
A, B	Bağıl temel eğrilik, 1/m
a, b_0	Dış kuvvet ile sol rulman arasında, dış kuvvet ile sağ rulman arasındaki mesafe, m
a_0	Rulmanlar arasındaki mesafe, m
a_1, b_1	Sol rulman ve sağ rulman ile ağırlık merkezi arasındaki mesafe, m
b_0	arasındaki mesafe, m
a, b	Eliptik temas izi yarı-büyük ve yarı-küçük eksen, m
a^*, b^*	Boyutsuz eliptik temas izi yarı-büyük ve yarı-küçük eksen
c	Boyutlu viskoz sönümleyici, Ns/m
C	Boyutsuz sönümleyicilik, Ns/m
d	Hertz tipi ezilme, m
d_c	Temas merkezindeki toplam hertz tipi ezilme, m
d_b	Bilye çapı, m
d_i	İç bilezik çapı, m
d_m	Ortalama çap, m
d_o	Dış bilezik çapı, m
D_i	Rulman iç çapı, m
D_o	Rulman dış çapı, m
D	Boyutsuz basınç etki uzaklığı
E	Elastisite modülü, N/m ²
E_a, E_b	Temastaki katıların Young modülü, N/m ²
f	Yüzeylerin uyum oranı

Simgeler**Açıklamalar**

f_i, f_o	İç bilezik, Dış bilezik uyum oranı
f_c	Kafes frekansı, Hz
f_{bpf_i}	İç bilezik bilye geçiş frekansı frekansı, Hz
f_{bpf_o}	Dış bilezik bilye geçiş frekansı frekansı, Hz
f_{re}	Bilye frekansı, Hz
f_{ci}	Kafesin iç bileziğe göre bağlı frekansı, Hz
F	Bilezik ve bilye arasındaki temas kuvveti, N
F_d	Sönümleyici temas kuvveti, N
F_e	Elastik temas kuvveti, N
F_B	Akışkan gövde kuvveti, N
$F(\rho)$	Eğrilik farkı, 1/m
g	Yerçekimi ivmesi, m/sn ² .
G	Boyutsuz malzeme parametresi
h	Yağ filmi kalınlığı, m
h_c	Temas merkezindeki toplam yağ filmi kalınlığı, m
H	Boyutsuz yağ filmi kalınlığı, m
I	Kütle atalet momenti, kg/m ²
k	Temas elastikiyet katsayısı, N/m ^{3/2}
k_b	Bilye-bilezik temas elastikiyet katsayısı, N/m ^{3/2}
k_i	İç bilezik-bilye temas elastikiyet katsayısı, N/m ^{3/2}
k_o	Dış bilezik-bilye temas elastikiyet katsayısı, N/m ^{3/2}
$\bar{l}$	temas domaini genişlik katsayısı
$\bar{m}$	Temas domaini giriş bölgesi katsayısı
m	Bilye sayısı; Bilye kütlesi, kg
M	Şaft kütlesi, kg
M_d	Disk kütlesi, kg
$\bar{n}$	temas domaini çıkış bölgesi katsayısı

Simgeler	Açıklamalar
n_i	İç bilezik hızı, d/d
n_o	Dış bilezik hızı, d/d
n_R	Bilyenin kendi eksenini etrafındaki hızı, d/d
p	Boyutlu temas basıncı, Pa
$p_{\max}$	Boyutlu temas basıncı en büyük skaler değeri, Pa
P	Boyutsuz basınç,
P_d	Rulman çapsal boşluk, m
$P_{\text{öy}}, P_r$	Ön yükleme kuvveti,
r	Yarıçap , m
r_i, r_o	İç ve Dış bilezik eğrilik yarıçapı, m
$r_{ax}, r_{bx}, r_{ay}, r_{by}$	Temas koordinat sistemi temas elipsoidi eksenleri boyunca yarıçaplar, m
R	İki elipsoidin eşdeğer birleşik temas yarıçapları, Bilye merkezinin rulman eksenine mesafesi, m
R_x, R_y	Temas koordinat sistemi eksenleri boyunca eşdeğer birleşik temas yarıçapları
q	Viskozite değişimini içeren indirgenmiş basınç, Pa
Q	Şafta uygulanan dış kuvvet, N
T	Teğetsel kuvveti, N
u	Hız, m/s
u_i	İç bilezik bilye teması hızı, m/s
u_o	Dış bilezik bilye teması hızı, m/s
u_c	Kafes hızı, m/s
U	Boyutsuz hız, m/s
u, v, w	Kartezyen koordinatlardaki akış hızı vektörü, m/s
t	Zaman, s
W	Temas kuvveti veya yük, N
W	Boyutsuz yük, N
z_0	Ön yükleme sonrası eksenel yer değiştirme, m

Simgeler**Açıklamalar**

α	Temas açısı, rad
α	Basınç viskozite katsayısı, Pa^{-1}
α_0	Yüksüz temas açısı, rad
α_i	i nolu bilye anlık temas açısı, rad
α_p	Ön yükleme sonrası temas açısı, rad
δ^*	Boyutsuz temas ezilmesi
δ	Temastaki katıların birbirine karşılıklı yaklaşması toplamı, m
δ_c	Temas merkezinde katıların birbirine karşılıklı toplam yaklaşması, m
$\dot{\delta}$	Temastaki katıların karşılıklı birbirine yaklaşma hızı, m/s
δ_p	Ön yüklemdeki temas ezilmesi, m
Δ_0	Temastaki katıların boyutsuz birbirine karşılıklı toplam yaklaşması,
$\mathcal{E}$	İkinci tip eliptik integral
ϕ	Şaftın y eksenine göre yuvarlanma açısı, rad.
γ	Komşu iki bilye arasındaki merkez açısı, rad.
$\dot{\gamma}$	Gerinme oranı tensörü, s^{-1} .
ψ	Şaftın x eksenine göre yuvarlanma açısı, rad.
κ	Eliptiklik oranı $\frac{a}{b}$
$\mathcal{K}$	Birinci tip eliptik integral
Λ	Boyutsuz film parametresi
μ	sürtünme katsayısı
η	Viskozite, Pa s
η_0	Atmosfer basıncındaki viskozite, Pa s
$\mathfrak{R}_i$	İç bilezik yuvarlanma yolu eğrilik yarıçapı, m.
$\mathfrak{R}_o$	Dış bilezik yuvarlanma yolu eğrilik yarıçapı, m.
ρ	Eğrilik, 1/m.
ρ	Yoğunluk, kg/m^3

Simgeler**Açıklamalar**

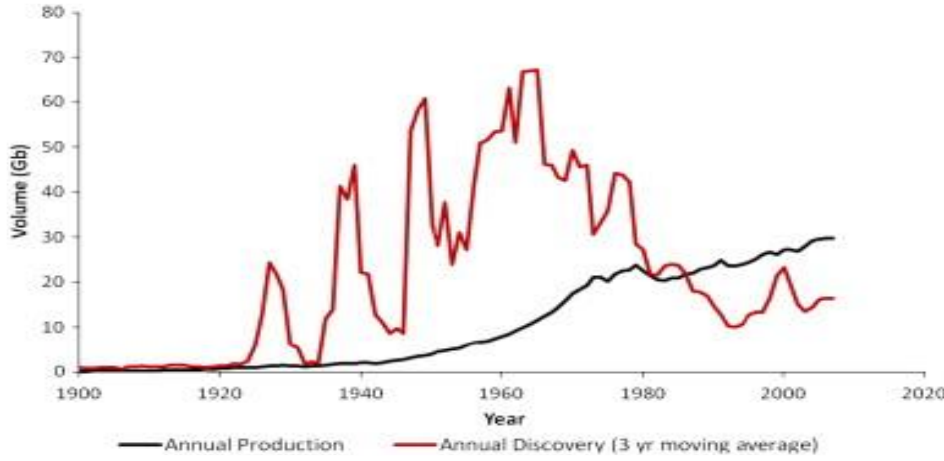
ρ_0	Atmosfer basıncındaki yoğunluk, kg/m^3
$\Sigma \rho$	Eğrilik toplamı, $1/\text{m}$.
θ	Bilyelerin açısal konumu, rad.
τ	Gerilme tensörü, N/m^2
ν	Poisson oranı
ω	Şaft açısal hızı, rad/s
ω_B	İç bilezik bilye teması hızı, rad/s
ω_b	Bilyenin kendi eksenini etrafındaki açısal hızı, rad/s
ω_c	Kafes açısal hızı, rad/s
ω_i	İç bilezik açısal hızı, rad/s
ω_o	D açısal hızı, rad/s
$[\]$	Skaler matris
$\{ \}$	Vektörel matris
$\bar{\square}$	Boyutsuz parametre

Kısaltmalar**Açıklamalar**

EHL	Elasto Hidrodinamik Yağlama
HL	Hidrodinamik Yağlama,
x, y, z	Şaft-rulman sisteminin ataletsel sabit sartezyen koordinat sistemi.
$^r x, ^r y, ^r z$	Ataletsel koordinat sistemine göre rulmanın sabit kartezyen koordinat sistemi.
$^b x, ^b y, ^b z$	Rulman koordinat sistemine göre bilye merkezindeki dönel kartezyen koordinat sistemi.
$^c x, ^c y, ^c z$	Bilye merkezine göre temas merkezi koordinat sistemidir.
$^d \tilde{x}, ^d \tilde{y}, ^d \tilde{z}$	Temas merkezine göre çözüm bölgesi (domain) koordinat sistemidir.
X, Y, Z	Boyutsuz temas domaini koordinat sistemi.

1. GİRİŞ

Dünyadaki karbon bazlı enerji üretimi Şekil 1.1’de görüldüğü gibi giderek artmakta, petrol kaynakları ise hızlı bir şekilde azalmaktadır. Dünyadaki enerji ihtiyacına alternatif oluşturan yenilenebilir enerji kaynaklarına giderek rağbet yükselmekte, bunlardan rüzgâr türbinleri ile enerji üretimi ise giderek çoğalmaktadır. Rüzgâr türbini (wind turbine) rüzgârın kinetik enerjisini elektrik enerjisine dönüştüren donanımlardır. Ev kullanımından, halen GW’lar seviyesinde elektrik üreten denizüstü rüzgâr tarlalarına kadar pek çok ölçekte ve tipte rüzgâr türbinleri mevcuttur.



Şekil 1.1. Petrol kaynakları ve üretimi [1].

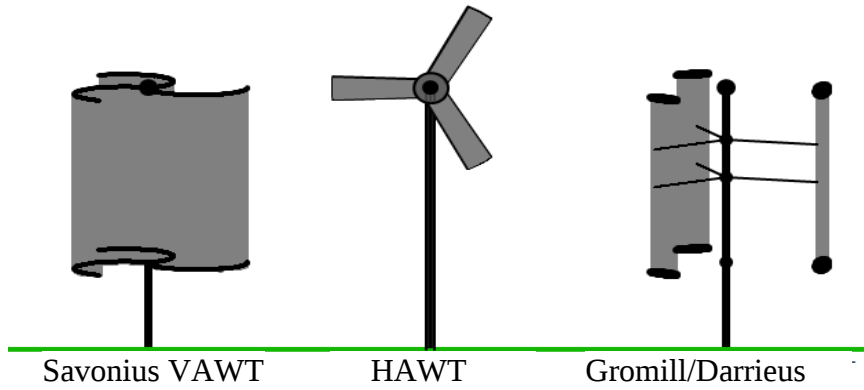
Modern rüzgâr türbini tasarımlarında ana şaftın, yüksek hız şaftına bağlantısı için dişli kutusu kullanılmaktadır. Böylece 10-30 d/d'daki (kanat) hızları, jeneratörlerin elektrik üretimi için gerekli 1000-1800 d/d hızlara çıkarılması sağlanmaktadır.

Ancak rüzgâr türbinleri büyüdükçe, dişli kutusu hata oranları da aynı şekilde artmaktadır. Dişli kutuları, rüzgâr türbinlerinin en pahalı bileşenlerinden biri olduğundan bunlardaki beklenmeyen yüksek hata oranları enerji üretim maliyetlerini artırmaktadır. Tipik bir rüzgâr türbininde gayrifaal kalma zamanının %20'si dişli kutusu hatalarından kaynaklanmaktadır [2]. Bu arızaların %40'ını rulman arızaları oluşturmaktadır. Rulmanlarla yataklanmış şaftlarda rulman kaynaklı erken hata oluşma oranı yüksek olduğundan rulmanlar kritik makine elemanlarından biridir. Bununla birlikte rulmanların geometrik olarak kusursuz olsalar bile titreşim ve gürültü üretmeleri, şaft ve yatak arasındaki titreşim iletim hattı üzerinde bulunmaları, doğrusal olmayan titreşim karakteristikleri rulmanları daha da önemli

hale getirmektedir. Rüzgâr türbinlerinde ömrü ve enerji üretimini etkileyen bu durum rüzgâr türbinlerindeki EHL temaslı rulmanların incelenmesinin ve bu tez çalışmasının yapılmasının ana sebebini teşkil etmiştir.

Rüzgâr türbinlerinin tarihçesi ve bileşenleri

Yaklaşık bin yıllık geçmişe sahip yel değirmenlerinin gelişimi ve günümüz mühendisliği sonucunda yatay ve dikey eksenli tiplerde geniş bir çeşitlilikte rüzgâr türbinleri üretilmektedir. Rüzgâr değirmenleri ilk olarak M.Ö.200 yıllarında İran’da, tahıl öğütmek, su çekmek amacıyla kullanılmıştır. 14’üncü yüzyılda Hollanda’da sahalardan su boşaltmak amacıyla kullanılmış, 1887’de iskoçyalı akademisyen James Blyth tarafından ilk olarak elektrik üretmek amacıyla kullanılmıştır [3]. Rüzgar türbinleri genel olarak Şekil 1.2’de görüldüğü gibi 3 tiptedirler. Bunlar dikey şaftlı rüzgâr türbinleri (VAWT), yatay şaftlı rüzgar türbinleri (HAWT) ve Giromill VAWT’tır. Yatay şaftlı rüzgâr türbinleri eski ve yaygın olan tiptir.



Şekil 1.2. Rüzgâr Türbini tipleri [3].

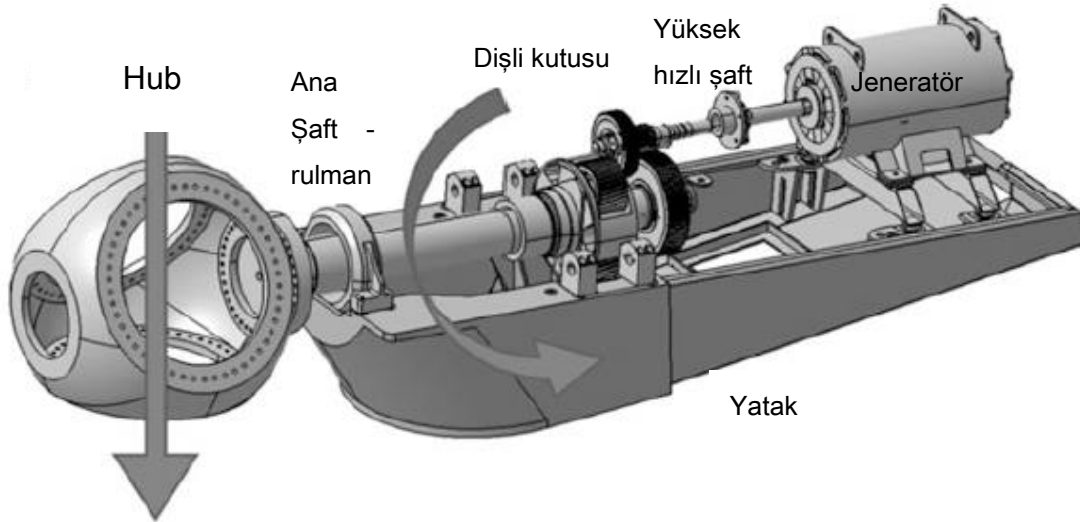
Rüzgâr türbinlerinin tasarımı, kurulacağı yere göre, aerodinamik modelleme ile optimum kule yüksekliği, kontrol sistemi, pervane sayısı, pervane şekli belirlenerek yapılmaktadır. Rüzgâr türbininin bileşenleri EK-1’de görülmektedir. Genel olarak yatay eksenli bir rüzgâr türbini şu bölümlerden oluşur [3].

- Rotor bileşeni: Rüzgâr türbini maliyetinin yaklaşık %20’sini tutar. Pervaneler buna bağlıdır.

- Jeneratör bileşeni: Rüzgâr türbini maliyetinin yaklaşık %34'ünü tutar. Jeneratör, Dişli kutusu, Kontrol elektronik ünitelerini içermektedir.
- Yapısal destek bileşenleri: Rüzgâr türbini maliyetinin yaklaşık %15'ini tutar. Kule, yaw rotor mekanizmasını içermektedir.

Rüzgar türbinlerinin modellenmesi, analizi ve rüzgar türbinlerindeki rulmanlar

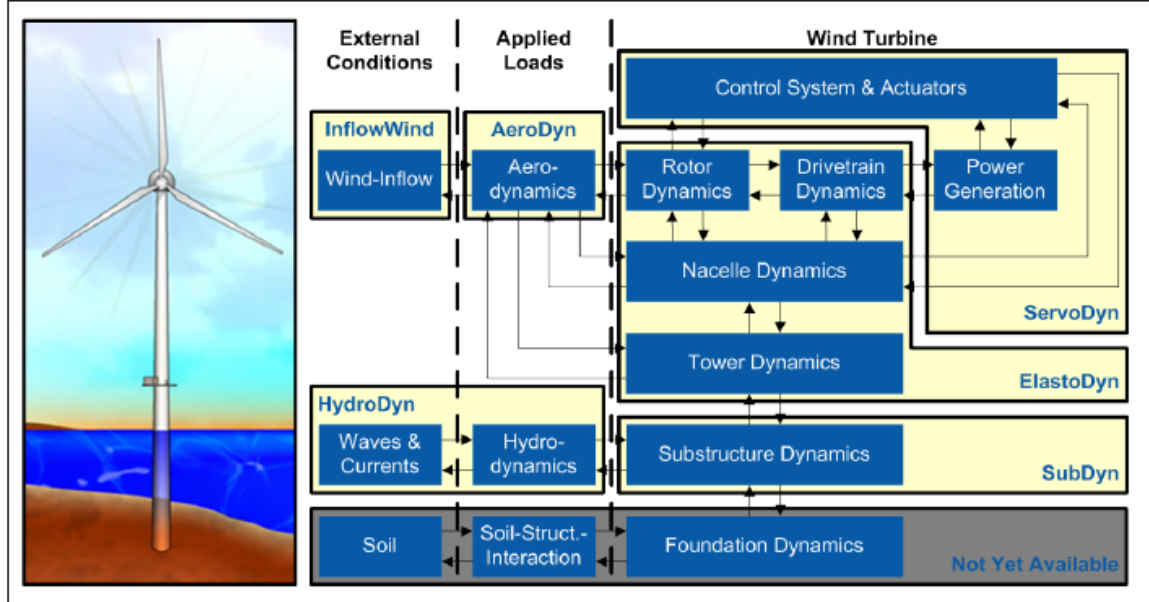
Ana şaft, türbin kanat grubunu dişli kutusuna bağlamaktadır. Dişli kutusu ve jeneratör arasındaki şaft hızına kıyasla ana şaft, düşük hızlı şaft olarak geçmektedir. Ana şaft genelde iki rulman ile yataklanmaktadır. Kanatçıklar, ana şaft, dişli kutusu, yüksek hızlı şaft ve jeneratör bağlantısı ile açısal momentumun iletildiği transmisyon hattı oluşmaktadır. Rüzgar türbinleri; kanatçıklardan dolayı aerodinamik yükler, rotor ve kanatçıklardaki gravitisel yükler, dönme nedeniyle santrifüj ve coriolis kuvvetleri, yalpa (yaw) hareketi nedeniyle jiroskopik yükler, kule ve gövdede aerodinamik sürüklenme gibi pek çok dinamik yüklere maruzdur. Çalışma sırasında, rüzgar türbini transmisyon hattında değişken hız ve yükler bulunduğu için rüzgar türbinlerindeki rulmanlar bileşik yüklemeye maruz kalmaktadırlar. Şekil 1.3'de güç iletim hattı bileşenleri görülmektedir.



Şekil 1.3. Rüzgar türbini transmisyon hattı [4].

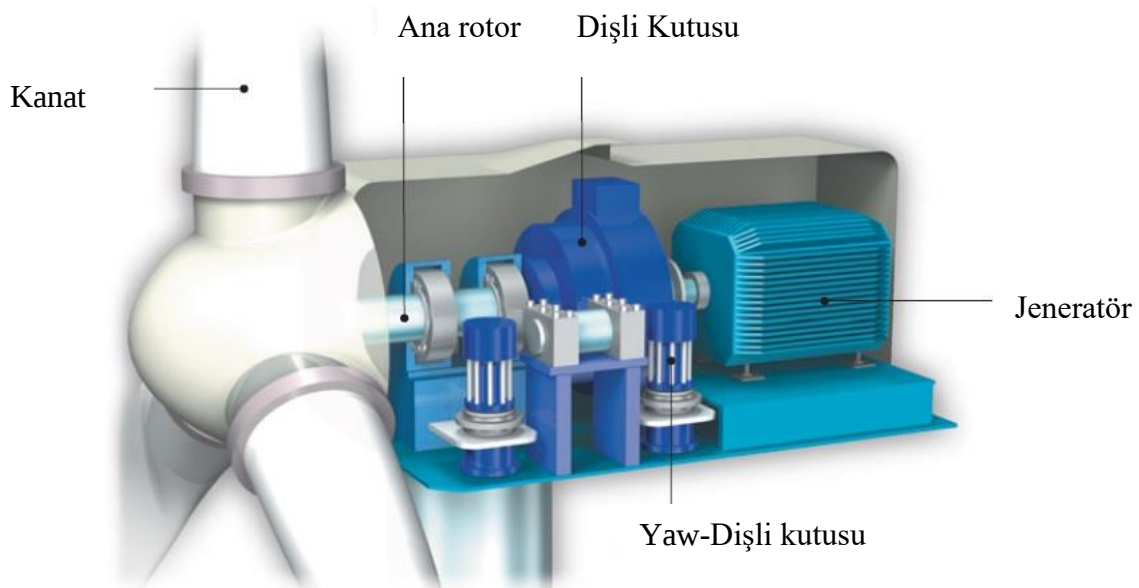
Rüzgar türbinlerinin modellenmesi ve analizi son derece karmaşık ve birbiri ile bağlantılı olan disiplinler arası bir uygulama olup modelleme ve analizler; S4WT, NREL (National Renewable Energy Laboratory's)'in geliştirdiği FASTv8 (Fatigue, Aerodynamics,

Structures, and Turbulence model), ADAMS/WT, MATLAB Simulink [5], gibi yazılımlarla yapılmaktadır. Şekil 1.4’de FASTv8’in içerdiği modüller görülmektedir.



Şekil 1.4. FASTv8 programının içerdiği modüller [6].

Rüzgar türbinlerindeki rulmanlar düşük yük ve büyük hızlarda, bir kısmı da büyük yük düşük hızlarda çalışmaktadırlar. Şaft yataklamasında küresel ve silindirik yuvarlanma elemanlı rulmanlar yaygın olarak kullanılmaktadır. Şekil 1.5’de Rüzgâr türbinlerindeki rulmanların bulunduğu yerler görülmektedir



Şekil 1.5. Rüzgar türbinlerinde rulmanların yerleri [7].

Bu çalışmada açısall temaslı bilyeli rulman üzerine yoğunlaşlmıştır. Bunun nedeni açısall temaslı rulmanın, yuvarlanmalı rulmanların en genel hali olmasından dolayıdır.



Resim 1.1. Rüzgar türbinlerinde bulunan rulman tipleri [8].



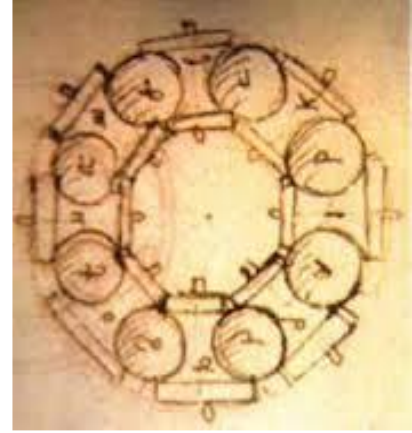
Resim 1.2. Rüzgar türbinlerindeki dişli kutusu ve rulmanların yerleri [8].

Rulmanlar ve tarihçesi

Rulmanlar makinalarda dönel hareketleri sağlamak için kullanılan elemanlardır. Böylece sürtünmeyi düşürmenin yanı sıra dönen cisimleri yataklama ve pozisyonlanmasını sağlamış olurlar. Rulmanlar tasarım şekillerine göre radyal, eksenel ve moment yüklerini de taşıyabilirler. Rulmanların kullanımı ile ilgili kanıtlar Mısır piramit rölyeflerinde (Resim 1.3), eksenel rulman parçası gibi görünen M.S. 50'li yıllara ait bir gemi batığında görölmektedir. Fakat, Leonardo da Vinci'ye (1500) kadar rulmanların tasarımı ve gelişimi ile ilgili yayınlanmış bilimsel bir bulgu yoktur (Resim 1.4). İlk zamanlardaki tasarımlarda yuvarlanma elemanları arasındaki sürtünme temasından dolayı aşırı sürtünme sorunlarıyla karşılaşlmıştır. Galileo (1600) yuvarlanma elemanlarını bir birinden ayırmak için kafes kullanarak bu sorunu çözmüştür. Daha sonra rulmanların kullanımı yuvarlanma elemanlarını kafesler içine monte ederek pratik hale gelmiştir.



Resim 1.3. Antik Mısır- Ti'nin heykelinin yağlayıcı dökülerek yuvarlanan elemanlarla taşınması [9].



Resim 1.4. Leonardo Da Vinci'nin rulman çizimi, *Madrid Codices I* [9].

Philip Vaughan (1794) bu montajlama işlemini yaparak ilk patenti almıştır. Bilyelerin mükemmel yuvarlak olarak üretilmesi ilk zamanlar neredeyse mümkün olmamıştır. Friedrich Fisher (1883) bilyeleri tam olarak yuvarlak yapan bir taşlama tezgâhı tasarlayarak büyük miktarlarda bilyeli rulman üretimine kapı açmış ve bir makine elemanı olarak dönel elemanların yataklanmasında kullanılmasının yaygınlaşmasını sağlamıştır [10].

Rulmanlar genellikle Şekil 1.6'da görüldüğü gibi beş farklı parçadan oluşur. Yuvarlanma elemanları, iç ve dış bilezik ile bir temas oluştururlar. Bu yuvarlanma elemanlarını eşit bir şekilde dağıtmak ve birbirleriyle teması önlemek için kafes kullanılır. Bilyelerin aksel yönde hareketini engellemek için iç ve dış bilezik üzerine açılmış kanal bulunmaktadır. Bu kanallar aynı zamanda burada yağ depolarlar. İçeriye kirin girmesini engellemek için de kapak kullanılmaktadır.

Günümüz teknolojinin göz önünde bulundurduğu konuların başında enerji kayıplarını azaltmak, verimliliği artırmak, titreşim oluşumunu ve iletimini önlemek, gürültü oluşumunu azaltmak, malzeme ömrünü uzatmak olduğundan bunlara yol açan mekanizmaların ve sistemlerin dinamik davranışın belirlenmesine ihtiyaç vardır. Bu bağlamda dönel mekanik sistemlerin en önemli parçası olan rulmanlar, doğrusal olmayan sönümleme ve yay özelliklerine sahip oldukları ve kusursuz olsalar bile titreşim oluşturdıkları için sistemin dinamik karakteristiklerini belirleyici konumdadırlar.



Şekil 1.6. Bilyeli rulmanın montaj açılım görünümü [11]

Ayrıca rulman, şafttan rulman yatağına iletilen titreşimin iletim güzergâhında bağlantı elemanı olduğundan, rulmanın titreşim davranışı doğrudan uygulamanın gürültü üretim seviyesiyle de ilgilidir. Bu tez çalışmasında rüzgâr türbinlerindeki yüksek hızlı şaft ve düşük hızlı şaft yataklanmasında kullanılan EHL temaslı rulmanların dinamik davranışının incelenmesi hedeflenmiş, rulman davranışının incelenmesi ve titreşim tayfinin belirlenmesi için şaft ve rulmanın titreşim karakteristiklerinin ayrı ayrı belirlenerek süperpoze metodu ile birbirleri ile olan etkileşimin birleştirilmesi tekniği yerine şaft ve rulman sisteminin bütün olarak ele alındığı yaklaşım benimsenmiştir [12, 13].

Bununla birlikte titreşim ve gürültüyü azaltmak, enerji kaybını azaltmak ve malzeme ömrünü uzatmak için kullanılan en yaygın metot yağlama olduğundan, hidrodinamik yağlama ve elastik ezilmenin birlikte görüldüğü rüzgâr türbinlerindeki rulmanlarda, EHL temas ve şaft rulman sisteminin titreşimi bu çalışmanın esasını oluşturmaktadır.

Bileşik yükler için şaft-rulman sisteminin beş serbestlik dereceli titreşimi ve analizleri pek çok araştırmacı tarafından incelenmesine karşın modellere hidrodinamik etkiler çoğunlukla dahil edilmemiştir. Bu tezde oluşturulacak modele hidrodinamik etkiler dahil edilerek sonuçları bu tez çalışması kapsamında incelenecektir. Bu işlem için daha genel sonuçlar vermesi ve parametrik analizi kolaylaştırması nedeniyle bilgisayar ortamında bir modelleme yapılmıştır.

Hem rulmanların kullanıldığı dönen sistemin dinamik davranışını inceleyebilmek için hem de rulmanların dinamik davranışının bilinmesi için temas kuvvetlerinin formüle edilmesi ve şaft-rulman sisteminin modellenmesi ve özellikle doğrusal olmayan sönümleme ve katılık karakteristiklerinin belirlenmesi gereklidir. Rulmanlar, yatakladıkları şaftın ağırlık merkezinin hareketinden dolayı dinamik olarak birleşik yüklere maruz kalmakta, yuvarlanma elemanının konumuna göre temas açısı, temas kuvveti ve bilye kinematığı değişmektedir. Bu nedenle EHL temaslı rulmanların incelenmesi için bir rulman modeli oluşturulmuştur.

Bunun için önce, yuvarlanma elemanı ile yuvarlanma yatağı arasındaki yağlama temasını ifade edecek bir matematiksel model quasi-statik teknik kullanılarak oluşturulmuş, oluşturulan bu model aracılığıyla temasın ana dinamik karakteristiği elde edilmiş, bu karakteristik ile şaft rulman sisteminin dinamik davranışının incelenmesi gerçekleştirilmiştir. Elastik ezilme için Hertzian temas teorisi, yağlayıcı için Newtonian akışkan davranışı kabulü, hidrodinamik akış için EHL teorisi kullanılmıştır. Şaftın konumuna bağlı olarak yatakta oluşan yükler, film oluşumu, temas geometrisi ve elastik ezilme miktarı sürekli değiştiğinden doğrusal olmayan hareket denklemlerinin analitik çözümü yalnızca birkaç basitleştirilmiş durum için mümkün olmaktadır. Bu nedenle çözüm için sayısal teknikler kullanılmıştır. Temas için elde edilecek sonuçlar ile değişik parametrelerin film kalınlığı, temas katılığı, viskoz sönümleyicilik, elastik ezilme ve titreşim karakteristiğine etkisinin incelenmesi, yapılacak irdelemenin çerçevesini şekillendirmektedir.

Bilye bilezik temasındaki temas kuvvetlerini içeren, doğrusal olmayan beş serbestlik dereceli hareket denklemleri, şaft noktasal yükünün rulmanların arasında kaldığı şaft rulman sistemi için ve sarkık (overhang) diskli şaft rulman sistemi için elde edilmiştir. Hareket denklemlerini, yuvarlanma elemanı ile bilezikler arasındaki yuvarlanma temas problemini çözmek ve sistemin titreşim tayfını elde etmek için MATLAB ortamında bir program geliştirilmiştir. Şaft-rulman sisteminin dinamik karakteristiklerinin ve titreşim tayfının incelenmesi amacıyla farklı ön yükleme, farklı yağlayıcı ve şaft dönüş hızlarında simülasyon gerçekleştirilmiş sonuçların spektral analizinden titreşim karakteristikleri elde edilmiştir.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde konu ile ilgili daha önce yapılan çalışmalara yer verilmiş olup, üçüncü bölümde Hertzian temas ve EHL temas teorisi incelenerek temel geometrik,

kinematik ve kurucu deklemler türetilmiş. Dördüncü bölümde yuvarlanma elemanı üzerinden temas karakteristiğinin nasıl elde edilebileceği irdelenmiştir. Beşinci bölümde ise; hem simetrik hem sarkık şaft rulman sistemi için hareket denklemleri elde edilmiş. Altıncı bölümde elde edilen modelin simülasyonundan ortaya çıkan sonuçlar sunulmuş, kuru temas durumu ile karşılaştırma yapılmış, bulgular, yorumlar ve tartışmaya yer verilmiştir. Yedinci bölümde ise ulaşılan sonuçlar ve gelecek çalışmalar için öneriler belirtilmiştir.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Rüzgâr türbinlerinin ve rulmanların tarihçesi ve önemi bir önceki bölümde ifade edilmiş, tez çalışmasının kapsamı belirtilmiştir. Daha önceki çalışmalarda bu çerçevede ele alınan konuların, kullanılan metotların ve elde edilen sonuçların belirlenmesi, bu tez çalışmasında yapılacak incelemelere ışık tutacak, karanlıkta kalan kısımların tespit edilmesine olanak sağlayacaktır. Bu maksatla rüzgâr türbinleri, rulmanlar, Hertz temas karakteristiği, EHL teorisi, şaft dinamiği, şaft rulman titreşimleri konularına ilişkin literatürde yer alan önceki çalışmalar bu bölümde sunulmuştur.

Rüzgâr türbinlerindeki rulmanlar ve yağlama

Rüzgâr enerjisi hızla büyüyen bir yenilenebilir enerji sektörüdür. Rüzgâr türbinleri ile üretilen enerjinin verimli ve güvenilebilir bir şekilde elde etmek için değişik tasarımlar yapılmaktadır. Bu tasarımların büyük kısmında rotorun jeneratöre direk bağlı olduğu modelden çok, düşük hızlı rotorla rüzgar gücünün yüksek hızlı şafta dişli kutusu ile iletilerek elektrik üretildiği konsept yaygın olarak kullanılmaktadır [14]. Tüm bu bileşenler üzerinde yataklama için kullanılan makine elemanı rulmanlardır.

Daha önceki bulgular ışığında yapılan çalışmada rüzgâr türbinlerindeki arıza kaynaklarının %20 dişli kutularının oluşturduğu, dişli kutularındaki arızaların 250 saate varan giderilme süreleriyle rüzgâr türbinlerini en uzun gayrifaal bırakan bileşen olduğu görülmektedir [2]. Yapılan incelemede dişli kutularındaki arızaların %30-40'nın rulmanlardan kaynaklandığı belirlenmiştir [2]. Jeneratörlerde ise arızaların %60-70 rulmanlardan kaynaklanmaktadır [1].

Rüzgâr türbinlerinde; dalma açısı (pitch angle) kontrollü kanat bağlantılarında, yalpa kontrol sehpasında (yaw slewing table), düşük hızlı ana rotorun yataklanmasında, jeneratör rotoru yataklanmasında, düşük hızlı ve yüksek hızlı şaft bağlantısını sağlayan hız yükselteci dişli kutusunda (speed-up gearbox), yalpa kontrolü için hız düşürücü (reduction) dişli kutusunda eliptik temas izli (point contact) veya dikdörtgensel temas izli yuvarlanma elemanlı rulmanlar bulunmaktadır [7, 8, 15]. Bununla birlikte rüzgâr türbinlerinde olduğu gibi tüm dönel sistemlerin %94'ünün yataklanmasında yuvarlanma elemanlı rulmanlar kullanılmaktadır [16].

Kusursuz olsalar bile titreşim üreten, şaft ve yatak arasındaki yük iletim hattında bulunan, bulundukları uygulamanın gürültü üretim seviyesini ve sistemin dinamik karakteristiğini belirleyen karmaşık bir doğaya ve binlerce yıllık geçmişe sahip bir makine elemanı olan rulmanlar için titreşim, gürültü, enerji verimliliği, ömür gibi alanlarda pek çok çalışma yapılmış ve bu önemi rulmanlarla ilgili pek çok literatür sunulmasına neden olmuştur. Literatürdeki bu çalışmalar genel olarak quazi-statik veya dinamik rulman modelleme, yük-ezilme ilişkisi, temas karakteristiği, rulman hatalarının modellenmesi, hidrodinamik etkilerin belirlenmesi, rulman dinamiği, bulundukları şaft-rulman sisteminin titreşim karakteristikleri, kayma davranışı ve sürtünme kuvvetlerinin modellenmesi gibi başlıklarda toplanmaktadır.

Fakat rulmanların titreşim davranışlarının son derece karmaşık olması, rulmanların dinamik davranışının incelenebilmesi için tam sağlıklı bir modelin oluşturulmasını son derece zorlaştırmaktadır [12]. Bununla birlikte rulmanların sonlu eleman (FEM) olarak modellenmesi kolay olmayıp, yağlayıcı etkileri göz ardı edilemeyeceğinden FEM modelin hesaplamalı akışkan dinamiği (CFD) model bağı kurularak modellenmesi gerekmektedir. Dahası, çalışma sırasında oluşan sıcaklık artışı ile yağlayıcıdaki viskozite değişiklikleri ve rulman bileşenlerindeki genleşmeler gerçek bir rulman modelinin oluşturulmasının zorluk derecesini üst seviyelere taşımaktadır.

Sürtünmeyi azaltmak için yağlayıcı kullanmak, yine tarih boyunca var olan bir çözümdür. Mısır piramitlerine ilişkin rölyeflerden (M.Ö. 1800) büyük heykellerin taşınmasında, Hititlilerle Mısırlılar arasındaki Kadeş Savaşına (M.Ö. 1400) ilişkin kaynaklardan savaş arabalarının tekerlerinde, yağlayıcı kullanıldığına dair bilgiler bulunmaktadır. Yağlayıcı olarak bitki ve hayvan bazlı yağlayıcılar kullanılırken, petrol endüstrisinin oluşmasıyla mineral ve sentetik yağlayıcı üretimi ve kullanımı artmıştır. Rulmanlarda da yaygın olarak, elamanların birbiri ile kuru sürtünmesini azaltarak/engelleyerek aşınma ve yorulmayı azaltmak, temas bölgesinde oluşan ısıyı ve keri uzaklaştırmak, güç kayıplarını azaltmak ve sönümleme sağlamak amacıyla yağlayıcı kullanılmaktadır.

Şaft ve yataklarda yağlayıcı kullanımına ilişkin ilk çalışmalar, Nikilay Petroff tarafından 1883'de kaymalı yataklardaki yağ filminde oluşan sürtünme kayıplarını veren ve bu konuda büyük bir katkı sağlayacak olan matematiksel ifadenin türetilmesiyle ve bunun hidrodinamik bir olay olarak tanımlanmasıyla başlamıştır. Sonrasında bir tren yolu mühendisi olan

Tower'in deneysel olarak yağ basıncı oluşumunu incelemesiyle ve 1886'da Reynolds'un dar bir aralıkta Newtonian akışı tanımlamasıyla yağlama teorisi ortaya çıkmıştır [17]. Yaklaşık aynı zamanlarda Hertz, aynı formda olmayan iki katının elastik ezilmesini ilk kez tanımlamıştır [18]. Ertel ve Grubin (1945) elastik deformasyonu ve viskozite değişimini içeren hidrodinamik basıncı hesaba katarak yağ filmi oluşumunu ifade etmiş ve her iki etkiyi elasto-hidrodinamik adıyla birleştirmiştir [19]. Böylece rulmanlarda, dişli çarklarda görülen bu tribolojik olayın incelenmesi bilgisayar teknolojilerinin de gelişmesiyle hız kazanmıştır.

Rulman modelleme

Rulman modeli oluşturulması, rulmanların dinamik davranışının incelenmesinin ilk aşamasıdır. Bunun da ön şartı temas karakteristiğinin belirlenmesidir. Palmgren, Jones ve Harris ortaya koydukları rulman modeli çalışmalarıyla bu konuda öncü olmuşlardır. Palmgren'in deneysel çalışmaları rulman yüklerinin ve kayıplarının belirlenmesi konusunda çok önemlidir.

Jones [20], yüksek hızlardaki ve eksenel yüklemeye maruz açısal temaslı bilyeli rulmanlarda bilye hareketi, yuvarlanma elemanları üzerindeki yük dağılımı ve sürtünme kuvvetini bulmak için klasik sanki statik modeli (quasi-statik) ortaya koyarak bu konudaki en önemli katkıyı sağlayanlardandır. Bu modelde bilye bilezik temasındaki kaymadan kaynaklanan sürtünme kuvveti, reaksiyon kuvvetleri ve bilye hareketinin atalet kuvvetleriyle (merkezkaç ve jireskobik) dengede olduğu kabul edilmiştir. Temasta normal basınç dağılımını Hertz teorisi ile ifade eden Jones, aynı zamanda birbirine bağlı doğrusal olmayan denge denklemlerinin çözümlerini kolaylaştırmak için bilye üzerindeki jireskobik momentleri ihmal etmiş ve bilyenin kontrol edilen bilezikte spin hareketi yapmadan sadece yuvarlandığını kabul eden bilezik kontrol (race control) hipotezini kullanmıştır.

Harris [21], eksenel yüklemeye maruz katı yağlamalı açısal temaslı bilyeli rulmanlardaki bilye hareketini incelemek için Jones analizlerinin devamı olarak quasi-statik modeli geliştirmiştir. Harris'in modeli çalışmaları bilezik kontrol (race control) hipotezinin yetersizliğini ortaya koymuştur. Harris, bilye üzerinde jireskobik momente karşı yuvarlanma direncinin iki bilezikte meydana geldiğini varsayarak denge denklemleri çözmüştür. Harris bu modellemesinde yağlayıcının isothermal koşullarda ve newtonian akış özelliklerinde olduğunu kabul etmiştir.

Gupta P. K. [22–24], küresel yuvarlanma elamanının iç bilezik etrafındaki hareketini altı serbestlik dereceli olarak modellemiştir. Modelde yuvarlanma elamanları kütleli olarak kabul edilmiş ve yük-yer değiştirme etkisini Hertz tipi kabul etmiştir. Şaftın kütlelerini değil de yuvarlanma elamanlarının kütlelerini göz önüne aldıklarından bilye ve bilye-kafes etkileşimleri ile oluşan titreşimler üzerinde durmuşlardır. Yuvarlanma elamanları ve kafes arasındaki etkileri de hidrodinamik ve metalik temasları dikkate alarak modellemeye dahil etmiştir. Ancak Gupta bu modelinde temas elipsinin minör eksen boyunca hız değişimi ve çeki değişimini ihmal etmiştir. Gupta bu çalışmalarında yarı-deneysel EHL modeli baz alarak çeki kuvvetleri ve momentleri elde etmiştir. Gupta bu çalışmasıyla kayma hızının, radyal yük-eksenel yük oranıyla arttığını belirtmiş ancak bileşik yüklerde yuvarlanma elemanı hareketi ve kayma mekanizmasının esasları detaylı olarak çalışılmamıştır.

Houpert [25–27], sürtünme momentini analitik olarak hesaplayabilmek için rulman tork modelini tanımlamıştır. Bu modele göre yuvarlanma elemanına etkiyen çeşitli sürekleme kuvvetleri, fren kuvvetleri ve momentlerin bilinmesiyle hesaplanabilir. Bu kuvvetler ve momentler dengede olmalıdır ve yük; viskozite, dönme hızı, kayma hızı, sürtünme katsayısı ve rulman geometrisini bir fonksiyonu olarak ifade edilmiştir.

Jain ve Hunt, çalışmalarında quasi-statik metod kullanarak Hertzian temas kuvvet - moment (yük) dağılımını belirlemiş sonrasında bu yük ve momentleri kullanarak dinamik bir model oluşturmuşlardır. Modelinde açısız temaslı rulmanda kayma karakteristiğini incelemek için kafes yay olarak modellemiş, bilye jiroskobik ve savrulma etkileri modele dahil edilerek dinamik bir rulman modeli oluşturulmuştur. Bu model üzerinden EHL kayma kuvvetleri hesaba katılarak kayma davranışı incelenmiş; kayma olmaması için gereken en küçük yüklemenin belirlenmesine, yükleme bölgesinde kaymanın olduğu kısımların tanımlanmasına ve hız veya frekansın dalgalanması durumunda oluşan kaymaya ilişkin kritik eşik değerini belirlemeye yönelik üç ifade türetilmiştir [28].

Tu vd. [29] ise Hertz temas teorisini kullanmış, kuru temas için düzlemsel yuvarlanma durumu için normal ve teğetsel kuvvetleri kullanarak, sürtünmelerde Coulomb sürtünmesini baz alarak bilye, kafes ve bilezik için hareket denlemlerini türetmişlerdir. Modellerine bilye kafes etkileşimini dahil ederek kayma davranışını incelemişler, EHL temastaki yağlama etkilerini ele almamışlar, spin ve transverse kaymayı ihmal etmişler, kaymanın dinamik etkilerini irdelememişlerdir.

Ricci [30], yüksek hızlarda çalışan açısallı temaslı rulmanın iç bilezik kütle merkezine olan, eksenel-radyal ve moment yükü uygulandığı durumda bilye hareketini, kayma sürtünmesini, iç yük dağılımlarını belirlemek için nümerik bir yöntem geliştirmiştir. Rulman modeli olarak Jones [20] ve Harris'in [21] modelini sentezleyerek yuvarlanma elemanı için radyal, eksenel ve moment yük dengesini kurarak elde ettiği non-lineer denklemleri eş zamanlı bir şekilde Newton-Raphson iterasyon metodunu uygulayarak çözmüş, iç bileziğin eksenel, radyal deplasmanını ve eğilmesini belirlemiştir. Bu değerleri bulmak için bilinmekte olan yükleme değerleri ile yuvarlanma elemanının yükleme durumunda merkezinin yerdeğıştirmesi, iç ve dış yuvarlanma yarıçapları, yuvarlanma elemanı deformasyonları, bilye açısallı hız bileşenleri hesaplanarak elde edilen değerler kullanılmıştır. EHL etkilerini modele dahil etmemiş, Harris'in kinematik analizini kullanmıştır.

Balan ve Houpert [31] yapacağı çalışmaya yönelik modifiye edilmiş 3 bilyeli eksenel rulman kullanarak tam yağlama ve karışık yağlama rejimleri için yuvarlanmanın giderek azalması (spin-down) metodu ile sürtünme torkunu bulmaya yönelik bir teorik model ve deneysel metodoloji sunmuştur. Kapsamlı analitik rulman tork modeli, sürtünme torkunu oluşturan kuvvetler ve momentler kullanılarak ifade edilmiştir. Rulman modeli olarak Houpert tarafından önerilen model baz alınmıştır. Çalışmasında farklı yağlayıcı viskoziteleri için farklı dönüş hızlarında sürtünme torkunu elde etmiştir.

Wang [32]'ın çalışmasında, açısallı temaslı bilyeli rulmanda bileşik yükleme durumu için temas açısı, temas kuvvetleri gibi rulman karakteristik parametrelerini inceleme amacıyla, yüksek hızlardaki jiroskobik moment ve santrifüj kuvvetleri de dikkate alınarak koordinat eşitliği modeli sunulmuştur. Bu modelde yuvarlanma elemanı pitch açısını kontrol etmeye yönelik denklem gereği race-control hipotezi terkedilerek aynı anda her iki bilezikte oluşan spin-to-roll oranlarında incelenmiştir. Bu çalışmada Liao ve Lin [33]'ın sunduğu metod geliştirilerek radyal, eksenel ve açısallı yerdeğıştirmeler çözülmüştür. Hız analizi ve yer değıştirme geometrisi modellemiş, sonrasında kuvvet ve moment dengesini ifade ettiği denklem üzerinden Newton-Raphson metodu ile temas kuvvetlerini, yuvarlanma-kayma oranlarını ve yuvarlanma elemanı temas açılarını yüksek hızlar için elde etmiştir.

Wang'ın [34] bir diğer çalışmasında yüksek hızlara çıkıldığında dış bilezik kuvvetleri ciddi bir artışa sahipken iç bilezik kuvvetlerinin azaldığını, keza iç bilezik temas açısı artarken dış bilezik temas açısının azaldığını, yapılacak çalışmalarda santrifüj kuvvetlerin göz ardı

edilmemesi gerektiğini, hız artışı ile yuvarlanma-kayma oranının ciddi şekilde arttığını, bu oranın %30 lara çıktığını, bu oranın artışının büyük sürtünme güç kayıplarına yol açtığını belirtmiştir.

Cao [35], çift sıralı bilyeli rulmanda her iki sıradaki bilyelerin temas açılarını bileziklerin eksenel hareketinin fonksiyonu olarak modellemiştir. Elde edilen model üzerinden dalgalılık, radyal boşluk, yüzey kusurlar, ön yükleme etkilerini incelemiş, EHL temasını modele dahil etmemiş, Hertz temas teorisini kullanmıştır. Sönümleme için E.Krämer'in [36] verdiği sönümleyici kuvvetleri kullanmıştır.

Changging [37] rulmanı 5 serbestlik derecesi ile modelleyerek yüksek hızlar için dalgalılık ve radyal boşluğun doğrusal olmayan dinamik etkilerini incelemiştir. Özellikle transient durumu gözlemlemek için kafes açısal hızını zamana bağlı olarak ifade etmiştir. Ön yüklemenin bir eşik değerinden az olduğunda titreşim genliklerinin dramatik bir şekilde arttığını, çalışma frekanslarının bilye geçiş frekanslarından uzak seçilmesi gerektiğini, radyal boşluğun sistemi kararsız hale getirdiğini, kritik ön yüklemenin radyal yük ile arttığını ifade etmiştir. Çalışmasında Hertz temas teorisini ve quasi-statik tekniği kullanmıştır.

Chen [38, 39], quasi-statik bir model üzerinden spin ve teğetsel çeki kuvvetleri arasındaki bağı, yuvarlanma temas teorisini ve Hertz temas teorisini kullanarak ifade etmiştir. Bunun için diferansiyel bir kayma modeli oluşturmuş, sürünme ve spin oranlarını kullanmıştır. Bu model üzerinden temas bölgesindeki kayma ve çeki dağılımını sumuştur. Modelinde yağlayıcı etkilerini ve bilyenin titreşim davranışını ihmal etmiştir.

Nakhaeinejad [40], vektör bağı grafikleri kullanarak jiroskopik ve santrifüj kuvvetlerinin de dikkate alındığı 9 bilyeli rulman için 33 sertbestlik dereceli bir model oluşturmuş, rulman kusurlarını modeline dahil etmiştir. Model üzerinden titreşim cevabı elde etmiş bu cevap üzerinden titreşim karakteristiğinin kestirimci bakım için kullanılabileceğini göstermiştir. Modelinde Hertz temas teorisini ve Aktürk [12]'ün eğrilik farkının fonksiyonu olarak elde ettiğ boyutsuz ezilme ifadesini kullanmış, sönümleme için E.Krämer [36]'in sönümleme ifadesi $c = k(0.25 - 2.5) \times 10^{-2}$ (N s/mm) ifadesini kullanılmış, normal temas kuvvetini $F = k\delta^{3/2} + c\dot{\delta}$ ile elde etmiştir.

Özdemir [10] , açısal temaslı bilyeli rulmanların bilye-bilezik temasındaki sürtünme karakteristiğini doğrusal olmayan altı serbestlik dereceli şaft rulman sistemi için incelenmiştir. Çalışmasında normal temas kuvvetleri için Hertz temas teorisini ve eliptik Hertz temas probleminin çözümünde Antonie'nin yaklaşık analitik çözüm yöntemini kullanmış, kaymayı elde etmek için bilyenin rulman eksenine göre yaptığı yükselme açısı ve bilyenin kendi eksenine etrafındaki açısal hızı hesaplamıştır. Teğetsel temas, basitleştirilmiş yuvarlanma temas teorisi algoritması kullanılarak numerik yöntemle çözülmüş ve sürtünme kuvvetleri elde edilmiştir. Rulmanlardaki sürtünme momentinin ön yükleme, yuvarlanma elamanı sayısı ve rulman geometrisine bağlı olduğunu belirlemiş, sürtünmeye giden enerjinin büyük oranda rulmanın hızına bakılmaksızın bilye kinematiğine bağlı olduğunu ifade etmiştir.

Peterson [41], çift sıralı bilyeli rulmanı iç (3 DoF) ve dış (3 DoF) bilezik hareketini dikkate alarak 6 serbestlik derecesi ile quasi-statik yük dağılımını kullanarak kuru temas için modellemiş, rulman kusurlarını modeline dahil etmiştir. Modelinde rulman kusurlarının parametrik zorlamaya yol açtığını temas kuvvetlerinin quasi-statik temas kuvvetleri etrafında dalgalandığını quasi-statik model ile titreşimin zaman-frekans karakteristiğine ilişkin güçlü bir öngörü sağladığını ifade etmiştir. Büyük dalgaboylu dalgalılık ve döküntülü yerlerin düşük frekanslı zorlama etkisi yaptığını da ifade etmiştir.

EHL temas problemi ve çözümü

Eliptik temasların izotermal elasto-hidrokinamik yağlaması ile ilgili sayısal çözümler ancak 1970'lerde ortaya çıkmıştır. Analiz elastik ezilme ve Reynolds denklemlerinin eşzamanlı çözümünü gerektirmektedir.

Hamrock ve Dowson izotermal elasto hidrokinamik yağlamanın sayısal çözümünü ilk sunanlardır [42–44]. Elasto-hidrokinamik yağlamanın eliptik temas teorisi ile en önemli yönü, film kalınlığının belirlenmesidir. Hamrock ve Dowson, minimum film kalınlığına eliptiklik parametresi, hız, yük ve malzeme parametrelerinin etkilerini incelemiş, tam yağlama rejimi için film kalınlığı ifadesini türeterek tribolojik bir olay olan EHL alanında çok önemli çalışma ve sonuçlara imza atmışlardır.

Hamrock [45] ve Dowson [46] EHL temas yağ yetersizliğinin basıncı üzerinde etkileri konusunda çalışmalar yapmışlar, çalışmalarında sınır yağlama için çözüm bölgesinin (domain) oluşturulmasında kullanılan temas giriş bölgesi uzunluğunun etkisini açıklamışlar, temas kuvvetlerini quasi-statik olarak temas basıncının integrasyonu ile elde etmişlerdir.

Son yıllarda, EHL teması tanımlayan denklem setlerinin çözümü için yeni teknikler önerilmiştir. Örneğin, direkt metod bunlardan biridir. Bu metotta basınç dağılımı, verilen film kalınlığı için belirlenmektedir. Sonraki adım olarak, Gauss-Seidel iterasyonu veya Newton-Raphson algoritması aracılığıyla Reynolds ve elastiklik ezilmeyi içeren film kalınlığı denklemlerinin eşzamanlı çözülmesini sağlayacak iterasyonun uygulanmaktadır. Chittenden [47, 48], Hamrock ve Dowson'la aynı çözüm yaklaşımı kullanarak elde ettiği sonuçlardan eğri uydurma ile film kalınlığı ifadesi türemiştir. Çalışmasında temas bölgesine yağ giriş açısının değişimini de dikkate almıştır. Böylece dişli çarklardaki EHL film oluşumu etkisini de incelemiştir.

Multigrid (çoklu grid metodu) metod, EHL denklemlerine Lubrecht [49] tarafından uygulanmıştır. Bu metodlar karşılaştırıldıklarında doğru sonuca en çok yaklaşan multigrid metodu olmasına rağmen elastik deformasyon integralinin değerlendirmesi, büyük yüklerde kararsız hale gelmektedir. Ancak Lubrecht bu metod ile hesalama süresini önemli ölçüde kısalttığını belirtmiştir.

Mostafi, çalışmasında EHL eliptik temasta yağ filmi kalınlığını ve basınç dağılımını incelemiştir [50]. EHL temas probleminin çözümü ılımlı yükler için elde edilmiştir. Temas kuvvetlerinin elde edilmesi için ve EHL katılığı için sonuçların regresyonu ile türettiği bir ifade elde etmiştir. Elde ettiği ifade ile malzeme, geometri, yük ve sıkışma hızının nasıl etkilendiğini farklı akışkan giriş açıları için yağ film kalınlığının nasıl etkilendiğini tanımlamıştır. Ayrıca saf spin hareketinin EHL davranışına etkisi incelemiştir. Gohat ile birlikte EHL film kalınlığı için elde ettiği sonuçların regresyon ile film kalınlığı ifadesi türetmiştir.

Wijnant [18], tez çalışmasında EHL temas dinamiğini incelemiştir. Bunun için bilye temasını 1 DoF bilye kütesini esas alarak yay ve sönümleyici şeklinde modellemiş, durağan durum ve zaman bağımlı geçici durum için EHL temas problemlerinin çözümünü sinüsoidal yükler ve serbest titreşim için elde etmiştir. Çözüm için Lunrecht'in [49] geliştirdiği çok

katmanlı integrasyon tekniğinde ardışık rahatlama (successive relaxation) uygulayarak büyük yükler içinde kararlı hale getiren Venner'in modelini esas almıştır. Çalışmasında EHL temasta elastik temas izi ve dairesel temas izi için sınır yağlama ve tam film yağlama durumlarına göre EHL temasın dinamik yük ve titreşim altında nasıl davrandığı incelemiş noktasal ve eliptik EHL temasın ana dinamik karakteristiği elde edilmiştir. EHL temasın katılığını durağan durum EHL probleminin çözümlenmesinden elde etmiş, temastaki sönümleyicilik karakteristiğini transient EHL probleminin çözümünü 1 serbetlik dereceli temas modelinin çözümü ile kıyaslayarak belirlemiştir. Değişen yükler ve yağlama için EHL sönümleyiciliği eğri uydurma ile boyutsuz olarak sunulmuştur. Yağlayıcı film kalınlığının ve basınç dağılımının zaman içinde nasıl değişti ve sonucun kuru temastaki çözüm ile nasıl ilişkisi olduğu gösterilmiştir. Türettiği boyutsuz sönümleyicilik ifadesini Moes'in EHL parametre gruplaması ile sunduğu bu çalışma, temas karakteristiğinin ifade edilmesine ilişkin önemli bir çalışmadır.

Wensing [51], tez çalışmasında rulmanın uygulamanın dinamik davranışı üzerindeki etkilerini inceleme olanağı sunan bir model ile uygulamanın belirli oktav bantlarındaki gürütlü üretimini ve titreşimi incelenmiş, bunun için rulmanlarla yataklamış elastik bir şaftı ve FEM model ile rulman yatağını modellenmiştir. Uygulamanın hareket denklemi enerji metodu ile elde etmiş; FEM'i bileşen mode sentezi (CMS) ile indirgeyerek zaman integrasyonu ile çözülmüştür. Rulmandaki EHL temas katılığı ve sönümleyicilik için Wijnant tarafından verilen boyutsuz katılık ve sönümleyicilik ifadesini kullanmıştır [52]. Titreşimin önemli bir kısmının, yüzey topografik parametreleri olarak ifade edilen temas yüzeyinden sapmalar nedeniyle kaynaklandığını ifade etmiştir (rulman kusurları, dalgalılık vb.). Rulmanın rezonans frekansı 10 Khz'e kadar gözlemlenmiştir. Çalışmasında farklı yağlayıcılar için rulman sönümleyiciliğinin rezonansları incelenmiştir. Viskoitenin değişimi ile yağlayıcı etkilerinin değişiminin aynı trendde olduğunu belirtmiştir.

Hagiu ve Gafitanu [53] yüksek hızlar için Hertz tipi temas ezilmelerini ve yağ filmi sıkışmasını dinamik modele katarak açısallı temaslı rulmanların titreşimini incelemiştir. DeneySEL sonuçlarla ve teorik sonuçlarda uyum elde etmiştir. Temas karakteristiğini ve kuvvetlerini elde etmek için Stone'un çalışmalarını esas almıştır. Hertz temas bölgesinde yağ katılığının cisim katılığından daha fazla olduğunu belirtmiştir.

Chapman, hava araçları gaz türbin motorlarındaki açısal temaslı rulmanların dinamik davranışını deneysel ve teorik olarak incelemiş, kayma karakteristiğini değişik yağlayıcılarla test etmiştir [54]. Özellikle yüksek hızlarda yağlayıcıdaki traksiyondan rholojinin hesaplamalarda dikkate alınması gerektiğini ifade etmiştir. Temas bölgesindeki yağlayıcının viskoz davranıştan çok elastik katı gibi davrandığını ifade etmiştir.

Dietl [55], EHL temas problemlerinden temas karakteristiğini ilk inceleyenlerdendir. Dietl, rulmanlardaki sönümleyicilik için matematisel bir ifade türetmiş bu ifade Doğuer [56, 57] tarafından oluşturulan dinamik rulman modelinde de kullanılmıştır. Dietl, rulmanlardaki sönümleyiciliğin temas bölgesindeki viskoz sürtünme mekanizmasından kaynaklandığını belirtmiştir. Sonrasında sönümleyicilik için deneysel bir model de oluşturmuştur. Dietl teorik modelinde bilyelerde yük dağılımını eşitlemek için kullandığı ön yüklemeyi artırmıştır. Elde ettiği sonuçlardan temastaki sönümleyicilik değerini veren bir ifade türetmiştir.

Feyzullahoğlu [58, 59], EHL temas elipsindeki yağ filmi ve basıncını FDM metot ile Nijenbanging [60] çözümüne ile benzer bir teknik kullanarak farklı hızlar için incelemiştir. Çözümünde, temas domaininin belirlenmesi ve boyutsuzlaştırma için kullanılan Hertz temas parametrelerini, bir yazılım ile elde etmiştir. Basınç ve film kalınlığını sadece temas elipsi için elde etmiş, izotermal EHL probleminin çözüm sonuçlardan film kalınlığının ve elastik deformasyonun hız ile arttığını göstermiş, temas çıkış bölgesindeki minimum film kalınlığını göstermiştir.

Cann [61], EHL rejimleri arasındaki geçişi deneysel olarak incelemiştir. Yağlayıcı miktarı, yağlayıcı viskozitesi, temas bölgesi boyutları ve hız parametresi için tam yağlama ile sınır yağlama arasındaki geçişi belirten bir boyutsuz ifade türetmiştir.

Hirani [62], tribolojik uygulamalara ilişkin teorik çalışmaları ve uygulama örneklerini yuvarlanmalı ve kaymalı yataklar ile dişli çarklar için vermiştir. Hamrock [45] ise kitabında film yağlama ile ilgili türetim ve teorileri sunmuştur.

Goodyer [63], Lu [64], Younan [65], Yu [66] EHL temas problemine çözümüne ilişkin analizlerini tez çalışmalarında sunmuşlardır. Yu [66] Reynolds denkleminde ceza parametresi ekleyerek varyansyonel eşitsizlik ifadesi oluşturmuş çözümde Newton Raphson metodu kullanmıştır. Elde ettiği çözüm tekniğinin diğer çözüm tekniklerinden daha gürbüz olduğunu

belirtmiştir. Goodyer EHL temas problemini multigrid teknikle değişken zaman adımları için çözmüştür [63]. Lu [64] ise EHL temas probleminin çözümünde Süreksiz Galarkin (DG) metodunu kullanmış geçici ayırıklaştırma için Crank-Nicolson metodunu birleştirmiş uyarlamalı mesh yapısı kullanarak temas basıncı ve film kalınlığını elde etmiştir. Younan [65] dinamik ve statik EHL temas problemini noktasal ve çizgisel temas için incelemiştir.

Vahid [67, 68] transient EHL problemini noktasal temas için Newton-Raphson şeması ve düşük iterasyon relaskiyonu kullanarak incelemiş düz cam disk üzerindeki bilye salınımı için Ren [69]'in deneysel bulguları ile kendi sonuçlarını karşılaştırmıştır. Deneysel bulgularla sonuçların uyumlu olduğunu ifade etmiştir.

Tillema [70], rulman yatağında viskoelastik bir katman tasarımı için 3 boyutlu doğrusal olmayan, zaman bağımlı bilgisayar modeli oluşturmuştur. Esnek bileşenler FEM ile modellenmiş, temas modeli yay ve sönümleyici olarak ifade edilmiştir. Viskoelastiklik için Maxwell eleman kullanılmıştır. Rulmandaki temas kuvvetleri $F = k(\delta + h)^{3/2} + c(\delta)\dot{\delta}$ ile ifade edilmiş, model üzerinden viskoelastik katman için tasarım ve malzeme seçiminin tireşim azaltmadaki önemi tipik bir şaft rulman sistemi için gösterilmiştir.

Mohammadpour [71], hypoid dişlilerdeki EHL teması incelemiş, Chittenden [48] tarafından verilen çözümü gerçekçi motor tork ve hızları için geliştirerek film kalınlığı ve temas basıncını elde etmiştir. Sonuçlardan, literatürdeki film kalınlıklarının fazla kalınlık elde ettiğini, ısı artışı ve rejim değişimlerinin dikkate alınması gerektiğini, EHL temas modelinde enerji denklemlerinde dahil edilmesi gerektiğini ifade etmiştir.

Sarangi, EHL temas karakteristiği konusunda detaylı bir inceleme yapmış sınır yağlama için temas karakteristiğini ifade eden bir türetim sunmuş, elde edilen bu türetim ile rulman dinamik davranışını zaman tanım bölgesinde göstermiştir [72–75]. Sarangi çalışmasında izotermal EHL teması karışık yağlama rejimi için ele almış, problemin çözümü için Dowson'unun algoritmasını esas almış, çözümü FDM metodu kullanarak SOR ile Gauss-Seidel iterasyonel tekniğini kullanarak elde etmiştir. Ayrıca Cheng ve Patir [76]'in temas pürüzlülüğü için türettiği modifiye Reynolds denklemini kullanmıştır. EHL temas katılığını durağan EHL probleminin çözümünden, EHL sönümleyiciliği ise durağan EHL probleminde basınç ve film kalınlığını pertürbe ederek dinamik basınç ve film kalınlığında

elde etmiştir. Sarangi elde ettiği sonuçların parametrik analizinden en küçük kareler metodu ile eğri uydurma işlemi yaparak EHL katılık ve sönümleyicilik için bir ifade türetmiştir. Temas katılığı ve sönümleyiciliği kullanarak şaft rulman sistemini tanımlamış rulman dinamik davranışını incelemiştir. Rulman şaft hareket denklemini $[M_R + M_T]\ddot{x} + [C - \Omega G]\dot{x} + [K_B - K_A]x = F$ olarak ifade etmiş, yuvarlama elemanı için hareket denklemini $c\dot{x}_b + kx_b = F_b$ şeklinde vermiştir. Sistemin hareket denklemlerini türetmek için enerji metodunu kullanmış Datta ve Farhag [77, 78]'ın çalışmasını esas almıştır.

Zhang, geçici EHL temas probleminde Wijnant [18] tarafından verilen boyutsuz yük ve boyutsuz yağlayıcı parametresinin aralığını daha da genişleterek temas katılığı ve sönümleyiciliği daha geniş çalışma koşulları için elde etmiştir [79, 80]. Temas karakteristiğini hız yük ve çalışma koşullarının nasıl değiştirdiğini incelemiştir. EHL temas probleminin dinamik karakteristiğinin tanımlanmasında Sarangi ve Hagiü'nün yaptığı gibi film kalınlığının incelenmesinin yeterli olmayacağını bunun yerine karşılıklı yaklaşımadaki değişimin izlenmesinin daha doğru olacağını belirtmiştir. Ayrıca çözüm domainin için seçilen giriş bölgesi uzunluğu miktarının sönümleyicilik değerini ciddi seviyelerde olduğunu belirtmiştir. Elde ettiği temas katılığı sonucunu kullanarak şaft rulman sisteminin dinamik davranışını incelemiş sonuçların Tiwari [81]'nin sonuçları ile uyumlu olduğunu göstermiştir.

Zhang çizgisel EHL temas problemi için yağ filmi katılığı ve sönümleyiciliğini incelemiştir [82]. Zhu [83–87] izotermal EHL temas konusunda birçok çalışma sunmuştur. Çalışmalarında Zhu mevcut film kalınlığı denklemini daha geniş hız ölçeği için incelemiş düşük yükler için uygun olduğunu ifade etmiştir. Büyük yükler için mevcut teorini film kalınlığını fazla elde ettiğini belirtmiştir. Belirli bir hız ve eliptiklik seviyesinde film kalınlığını sıfıra düşüren bir yük seviyesi olduğu sonucuna varmıştır. Genel olarak elde ettiği sonuçların Hamrock Dowson'ın sonuçlarıyla uyumlu olduğunu ifade etsede basınç-viskozite katsayısının ve elastik modül katsayısının üstsel ifadesinin daha farklı olduğunu belirtmiştir. Zhu [88] literatürdeki temel EHL problemi, termal EHL problemi, EHL'deki sürtünme ve çeki kuvvetleri, Rhelojik olarlar, yüzey püzlülüğü, nümerik çözüm metotları, deformasyon hesaplama gibi konulardaki incelemeleri arayüz mekaniği (interface mechanics) için değerlendirmiştir.

Günümüzde bu algoritmalar ve hızlı bilgisayar donanımları ile tribolojistlerce, dalgalılık, yüzey topografisi geçiş etkisi dikkate alınarak oluşturulan karmaşık rheolojik modeller vasıtasıyla, ısı etkilerinin, sınır ve karışık yağlamanın dahil edildiği EHL temas problemini tanımlayan Navier-Stokes denklemi CFD yazılımları da kullanılarak analiz edilmektedir.

Şaft rulman sistemi ve titreşim davranışı

Datta ve Farhang [77, 78] ise modelde yuvarlanma elemanı bilezik temasını eşit kütle yay sistemi ile göstermişler, temas deformasyonu ve bunun sonucunda oluşan kuvvetleri simüle etmek için sadece baskı yayı olarak ele almışlardır. Rulman makarası, iç ve dış bileziğin gerçek büyüklüklerine bağlı etkiler, iç ve dış bileziğin montajdan kaynaklanan eylemsizlikleri, bu bileziklere temas eden diğer dış sistem elemanlarının eylemsizliği gibi dış etkileri göz önüne alarak, rulmanın yapısal titreşimlerini incelemek üzere dinamik bir shaft-rulman modeli geliştirmişlerdir. Elde edilen sonuçlara göre rulman üzerinde radyal yönde bir yükleme yapıldığında titreşim frekanslarının düştüğü ve titreşim genliklerinin büyüdüğü gözlenmiştir. Aynı zamanda dönüş sırasında değişik yuvarlanma elemanları üzerinde yükleme oluştuğundan katılığın değiştiğini tespit edip bilye geçiş frekansını gözlemlemişlerdir.

Harsha [89]'nın yaptığı çalışma dönüş hızının rulmanların periyodik, periyodiksi (quasi-periyodik) ve kaotik davranışlarına ve atlama (jumping) olayına olan etkileri üzerinedir. Bu makalede doğrusal olmayan cevabın kaotik davranışını göstermek için radyal boşluğu ve yüzey dalgalılığı olan rulmana değişik kombinasyonlarda shaft dengesizliği ve eksen kaçıklığı ilave edilmiş, dönüş hızı ile birlikte titreşim karakteristiklerinin nasıl etkilendiği ortaya konmuştur. Belirli hızlarda oluşan kaotik davranışlar zaman tanım bölgesi, frekans tanım bölgesi ve Poincare haritaları ile gösterilmiştir. Harsha radyal boşluk ve hız parametrelerini dikkate alarak periyodik, sub harmonik ve kaotik sistem cevabını incelemiştir.

Rulmanlı sistemlerin yapısal hatalarıyla birlikte modellenmesi ve çalışma parametrelerinin titreşime etkilerinin yanı sıra rulmanlarda oluşan bölgesel ve dağınık hataların karakteristik titreşimleri konusunda da literatürde çok sayıda çalışma bulunmaktadır. Tandon ve Choudhury rulmanlardaki bölgesel hataların oluşturduğu karakteristik titreşimleri incelemek için hata sonucu rulmandaki yük dağılımının değişimi veren analitik bir model oluşturmuştur [90]. Çalışmada iç bilezik, yuvarlanma elemanı ve dış bilezik üzerinde oluşan

bölgesel hataların oluşturduğu titreşim incelenmiş ve deneysel çalışma ile teorik çalışmanın başarılı uyumu gösterilmiştir.

Sopanen ve Mikkola sabit bilyeli rulmanları Hertz tipi temas kuvvetleri ve EHL ile modellemişlerdir [91, 92]. Bu modele ayrıca dağınık ve bölgesel kusurları da ilave ederek çeşitli durumlar için karşılaştırmışlardır. Model ticari olarak kullanılan bir elastik sistem çözümleme programına (MSC.ADAMS) şaft ile yatak arasındaki ilişkiyi hesaplamak üzere entegre edilmiş ve değişik hata durumları için sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçlar da literatürdeki diğer sonuçlarla uyum içerisindedir.

Aktürk açısız temaslı iki rulman ile desteklenmiş şaft-rulman sistemini beş serbestlik derecesi ile modellemiş ve sistemin karakteristik davranışını incelemiştir [12]. Sistemde sağlam ve bölgesel kusurlu rulmanlardan kaynaklanan eksenel ve radyal yöndeki titreşimleri incelemek için matematiksel bir model oluşturmuş modellemede bilyeleri kütesiz olarak kabul etmiştir. Ayrıca bilye boyutundaki değişimin milin eksenel ve radyal titreşimlerine olan etkisini bu model yardımıyla incelemiştir. Dış elastomerik sönümleme elemanlarını da sisteme dâhil ederek sistemin dinamiğinin nasıl etkilendiği araştırılmıştır. Bunun için elastik malzemelerin malzeme özelliklerini kullanarak sönüm özelliklerini elde etmek için bir model geliştirmiş ve halka şeklindeki elastomerik dış sönümleyicilerin aynı sistemin titreşimlerini nasıl sönümlendiğini göstermiştir.

Arslan ve Aktürk [93] sağlam ve kusurlu durumdaki bilyeli rulmanlardaki bilyelerin titreşimini incelemek üzere bir şaft rulman modeli geliştirilmiştir. Modelde şaft-rulman ikilisi kütle-yay sistemi olarak, bilyeler ise kütleli olarak kabul edilmiştir. Şaft ve bilyeler için radyal yöndeki hareket denklemleri elde edilmiş ve non-lineer bu denklemler farklı ön yükler için eş zamanlı olarak çözülmüştür. Sonuçlar zaman ve frekans tanım bölgesinde incelenmiştir. Çalışmada ön yük arttıkça bilyeler daha uzun süre yüklü bölgede kalarak daha fazla deformasyona uğramakta ve titreşim genlikleri artmakta olduğu, frekans tayflarında frekans zirveleri, kafes frekansı ve katları, şaftın radyal yöndeki doğal frekansı ve bilyenin radyal yöndeki titreşim frekansında ortaya çıktığı gösterilmiştir [94].

Karaçay [13] doktora tez çalışmasında açısız temaslı rulmanlarla yataklanmış rijit bir şaft-rulman sistemi 5 serbestlik dereceli olarak modellenmiş ve doğrusal olmayan hareket denklemleri elde edilmiştir. Bu denklemler kullanılarak önce kusursuz rulmanlarla

yataklanmış şaftın titreşim davranışları incelenmiştir. Daha sonra model, rulman kusurlarını ve şaft dengesizliğini ifade edecek şekilde geliştirilmiştir. Modelleme sonuçları rulman hatalarının titreşimleri incelenerek tespit edilebileceğini göstermiştir. Sonrasında deneysel çalışma yapılarak deneysel titreşim ölçümleri, istatistiksel hesaplamalar ile frekans ve zaman/frekans tanım bölgesi sinyal analiz teknikleri de kullanılarak incelenmiştir. Titreşimler kullanılarak rulman elemanlarındaki kusurların tespitinde en etkin tekniğin dalgacık dönüşümleri (wavelet) olduğu belirtmiştir. Rulman modellemesinde EHL etkiler ihmal edilmiş ve yuvarlanma elemanı kütsüz olarak ele alınmış, deformasyonların yerel olduğu ve sistem bileşenlerinin rijit olduğu kabul edilmiştir.

Karaçay ve Aktürk [95] kesici şaft için elde ettikleri modeli kullanarak kestirimci bakıma yönelik rulmanlara oluşan hataların dış bilezik, iç bilezik ve yuvarlanma elamanında ayrı ayrı hata oluşması durumu modellenmiş ve temas noktasındaki yük-ezilme ilişkileri incelenmiştir. Sonuçlarda kusursuz rulmalarda bile bilye geçiş frekansı ve harmonikleri gösterilmiştir. Bu frekansların sistem doğal frekanslarıyla çakıştığında rezonans olduğu ifade edilmiştir.

Rahnejat ve Gohar [96] yuvarlanma elemanları ve bilezikler arasındaki elastohidrodinamik yağ filmini incelemişlerdir. EHL temas kuvvetlerinin hesaplanmasında Mostofi'nin türettiği boyutsuz temas kuvveti ifadesini kullanmış çözüm için Cameron'un quasi-dinamik metodunu uygulamıştır. Aini'de benzer tekniği kullanarak rulmanlarla yataklanmış hassas bir şaftın titreşimini beş serbestlik dereceli olarak incelemişlerdir. Bu model aynı zamanda değişik yükleme kombinasyonlarının da incelenmesine olanak tanımaktadır.

Aini [97]. açısall temaslı rulmanlarla desteklenmiş bir şaft için daha önce oluşturdukları modeli elastohidrodinamik yağlama (EHL) etkisini de modelleyerek geliştirmişlerdir. Yazarlar EHL film sıkışmasının sönümünün fazla etkili olmadığını göstermişlerdir. Çalışmada bilye geçiş frekansı da gözlemlenmeye çalışılmış fakat hafif bir şaft ve büyük bir ön yükleme yapıldığından dolayı bu etki görülememiştir.

Tiwari'nin [81, 98] incelemeleri rulmanlarla desteklenmiş dengesizliği olan bir şaftın doğrusal olmayan dinamik analizi üzerinedir. Ayrıca radyal boşluğun titreşim davranışına etkisini de ele almıştır. bu çalışma ile rulmandaki radyal boşluk ile kararsızlık ve kaos durumları arasında bir ilişki kurmaya çalışmışlardır. Ayrıca deneysel bir çalışma ile bilye

geçiş frekansının etkisi ve radyal boşluktaki artışla doğrusal olmayan özelliklerin artışı göstermişlerdir. Tiwari [16, 99] şaft dinamiğine, rotorların aksel, radyal titreşimi için modellenmesine, çözümlenmesine rotarlardaki kararsızlıklara, yatak karakteristiğinin elde edilmesine, titreşim ölçüm ve izlenmesine ilişkin teorileri ve çalışmaları sunmuştur.

Javanovic [100], rotor rulman sisteminin dinamik davranışının incelenmesine yönelik doğrusal olmayan matematiksel model oluşturmuştur. Modelin hareket denklemi radyal boşluk, dengesizlik yükleri, dikkate alınarak enerji metodu ile Lagrange denklemlerinden elde edilmiştir. Doğrusal olmayan temas kuvvetleri için Hertz temas teorisi kullanılmıştır. Sonuçlar Poincare map ve sistem stabilitesi için Lyapunov tekniği kullanılmıştır. Rotor-rulman sisteminin belirli radyal boşluk ve dönme hızı için karalı olabileceği gösterilmiştir.

Babu [101] açısallı temaslı rulmanlarla yataklanmış rijit bir rotoru, bilye ve bileziklerdeki dalgalılığı da dikkate alarak modellemiş sistemin dinamik davranışını incelemiştir. Model sonuçları diğer deneysel çalışmalarla kıyaslanmıştır. Yük bağımlı sürtünme momenti (LDFM) için Harris'in verdiği ifade kullanılmıştır. Sönümleyici ve katılığı için sabitdeğerler kullanılmıştır. Toplam deformasyon için iç ve dış bileziteki toplam sıkışma ve toplam film kalınlığının toplamını $\delta_{total,j} = \delta_{ij} + \delta_{oj} + h_{ij} + h_{oj}$ almıştır. Sonuçlardan yük bağımlı sürtünme momentinin yük bağımsız sürtünme momentinden daha büyük genlikte titreşimlere neden olduğu, iç bilezik dalgalılığının dış bilezik dalgalılığına göre daha fazla titreşimlerde etkili olduğu dalgalılık artışının titreşim genliklerini artırdığını ifade etmiştir.

Çakmak [102, 103], asıllı disk ve yivli bilyeli rulman için şaft rulman sisteminin dinamik modelini MSC.ADAMS yazılımında oluşturmuştur. Rulmandaki elastik temas için Hertz temas teorisini kullanmıştır. Esnek şaft için şaftın sonlu eleman modeline (FEM) çoklu cisim sistemi (Multi-Body System – MBS) modeli dahil edilmiştir. Şaft – rulman modeli hem rijit hem de elastik şaft için elde edilmiştir. Rulmandaki radyal boşluk ve yerel kusurlar analiz için kullanılmıştır. Sonuçların karşılaştırılması için deneysel bir model de oluşturulmuştur. Sonuçlardan modal analiz ve Campbell diagramı elde temel modlar ve frekanslar edilmiştir. Sistem özelliklerinin önemli özelliklerini belirleyebilmek için şaft elastikiyetinin modele dahil edilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bhoomi [104] benzer bir silindirik yuvarlanma elemanlı şaft rulman modelini sonlu elemanlar analizi (FAE) ile oluşturmuş, Euler-Bernoulli şaft modelini kullanmış, çözümü MATLAB ortamında gerçekleştirmiştir. Kusurlu rulmanlar

için sonuçlar hem zaman hem frekans domaininde sunulmuş, sistemin kararlılığı için Poincare haritası elde edilmiştir.

Zhang [105] önyüklemeye ve temas açısı değişiminin incelenmesi için rotor rulman sisteminin doğrusal olmayan dinamik model oluşturmuştur. Sistemin 5 serbestlik dereceli hareket denklemlerini rotor unbalansı ve ön yüklemeyi dikkate alarak oluşturmuştur. Model üzerinde temas açısının değişimini incelemiştir. Çalışmasının sonuçlarından temas açısı değişiminin rulmandaki yükleri önemli ölçüde değiştirdiği, bu değişim dikkate alınmadığında titreşim davranışının hafife alınmış olacağını, temas açısı değişiminin bilye geçiş frekanslarını daha belirgin hale getirdiğini, rezonans frekanslarının daha düşük frekanslara kaydığını belirtmiştir.

Literatürde pek çok rulman modeli, değişik rulman parametreleri ile ve belirli etkileri göz önüne alarak oluşturulmuştur. Bu parametre (bilye sayısı, radyal boşluk, yük, hız vb.) ve etkilerdeki (kusurlar vb.) ufak değişimler veya başlangıç şartlarındaki değişim bile sistemin dinamik karakteristiğini değiştirmektedir. Yağlayıcının varlığı rulman karakteristiğini ciddi şekilde etkilemektedir. Sistemlerin daha gerçekçi modellenmesi için bu etkinin de dikkate alınması deneysel sonuçlarla yapılan karşılaştırmalarda daha fazla uyuma neden olacaktır.

Bu tez çalışması ile EHL temaslı rulmanların uygulamalardaki rolünün ve dinamik davranışının anlaşılabilir hale getirilmesini amaçlanmaktadır.

Bu çalışmanın hedefi ise yağlamanın uygulamaların dinamik davranışına etkilerinin efektif olarak öngörülmesini mümkün kılacak bir araç sağlamaktır. Bu aracın yardımıyla kullanıcılar pek çok tasarım ve üretim kaynaklı pek çok problemin cevabını bulabilecektir.

3. RULMAN MODELLEME

Rotoların dinamik davranışının incelenmesinde, şaft eksenine etrafında oluşan eğrim (whirling), şaft birinci ve ikinci kritik hızlar, yağ dalgalanması, karasızlık, süperharmonikler, sallantı (wobbling) gibi pek çok konu araştırmacılar tarafından ele alınmaktadır. Dönel sistemlerde rotorlar genellikle yuvarlanmalı veya kaymalı yataklarla yataklanmaktadır. Endüstriyel kullanımda bu yatakların %94'ü yuvarlanmalı yataklar olup geri kalanları hidrodinamik, statik yağlamalı ve havalı yataklardır [16].

Bu sistemlerin dinamik davranışının kestirilebilmesinin ön şartı hayati bir bileşen olan rulmanların dinamik davranışının anlaşılmasıdır. Ayrıca rulmanlar, şaft ve yatak arasında titreşim iletim yolu üzerinde olduğundan sistemlerin bütünleştirici parçası olup titreşimin iletimi büyük oranda rulmanın yay ve sönümleyicilik karakteristiğine bağlıdır.

Ancak bu karakteristiğin belirlenebilmesi tek başına titreşim teroisi ile mümkün değildir. Bu nedenle temas mekaniği, kinematik, akışkanlar mekaniği, dinamik, nümerik analiz teorileri de tez çalışmasının kapsamı içerisine dahil olmaktadır.

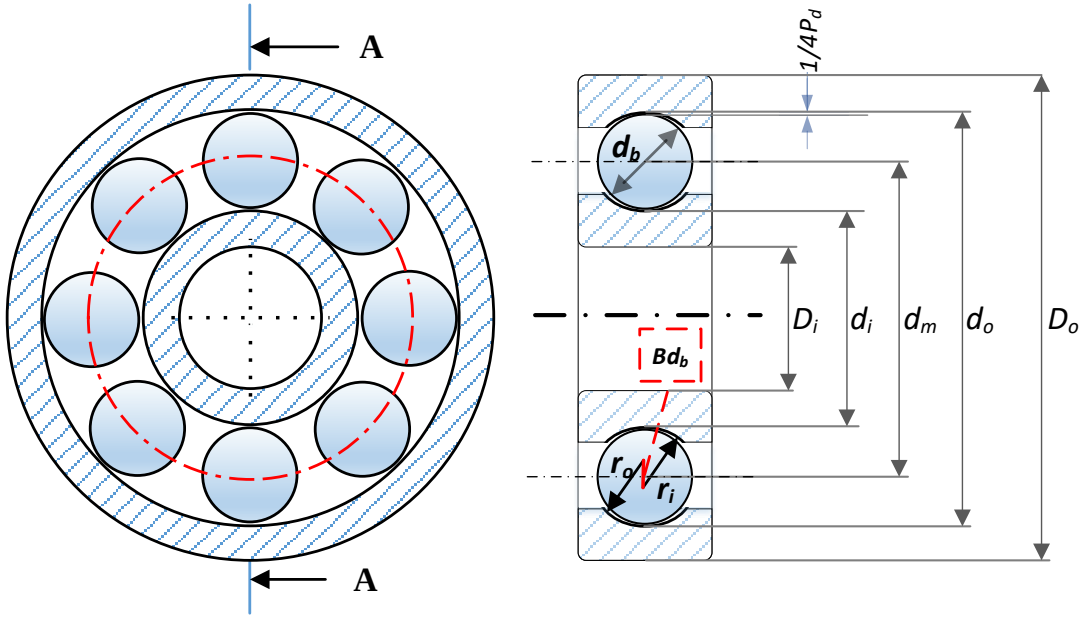
Bu bölümde rulman karakteristiğinin elde edilmesi için öncelikli olarak yük - yerdeğiştirme ilişkisinin belirlenebilmesine yönelik rulman geometrisi incelenmiş sonrasında EHL temaslı rulmanlar için asimptotik durum olan kuru temas katılığının elde edilmesinde kullanılan Hertz teorisi sunulmuş, buna yönelik olarak Hertz eliptik temas probleminin yaklaşık analitik çözümü ile temas katılığının hesaplanması incelenmiştir. Yük - ezilme ilişkisinin belirlenmesinden sonra EHL teori verilmiş, temel denklemler elde edilmiştir.

3.1. Temas Ezilmesi ve Yük Dağılımı

Dinamik yüklere maruz, rulmanlarla yataklanmış bir şaftın statik denge pozisyonundan yer değiştirmesi, rulmandaki bilezik ve bilyelerin elastik deformasyonuna bağlıdır. Bu bileşenlerin elastik ezilmesi ise temas açısı, temas geometrisi, ön yükleme ve radyal boşluğun bir fonksiyonudur [16, 106].

3.1.1. Rulman geometrisi ve eşdeğer eğrilikler

Şekil 3.1'deki rulman kesitinde radyal boşluk ve rulmandaki çaplar görülmektedir. Eğer rulmanda boşluk büyük olursa bu durum titreşim genliklerini artırmaktadır. Bu boşluk ön yükleme ile giderilmekte, böylece daha çok bilye yüklü bölgede kalmaktadır. Ancak aşırı ön yükleme gerilmeleri artırmakta ve rulman ömrünü azaltmaktadır [16, 106].



Şekil 3.1. Bilyeli rulman kesit görünüşü.

Eş.3.1-3.4'de ortalama çap, radyal boşluk ve bilye ile bileziklerin uyumluğunu veren ifadeler verilmiştir. Bilye ile bilezik arasındaki uyum oranını belirten f bilye bilezik uyum oranı (conformity) arttıkça temas yükleri azalmakta ancak sürtünme artmaktadır. Bu oran bilyeli rulmanlarda genelde 0.52 dir [46]. İç bilezik ve dış bilezikteki temas gerilmelerini eşitlemek için dış bilezikteki uyum oranı nispeten daha büyük alınmaktadır.

$$d_m = \frac{1}{2}(d_i + d_o) \quad (3.1)$$

$$P_d = d_o - d_i - 2d_b \quad (3.2)$$

$$f_i = r_i / d_b \quad (3.3)$$

$$f_o = r_o / d_b \quad (3.4)$$

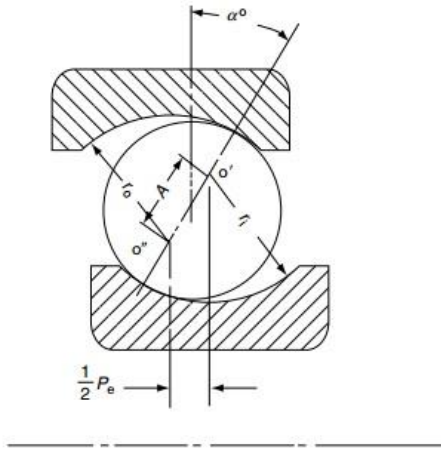
Açısal temaslı rulmanlar özellikle aksel yük altında çalışmak üzere tasarlanmıştır. Yüksüz rulmandaki boşluk ve yuvarlanma yolu eğriliği, rulmanın serbest temas açısını belirler. Şekil 3.2’de görüldüğü gibi eğrilik merkezleri arasındaki mesafe Eş.3.5’de verilmiştir.

$$A = r_i + r_o - d_b \quad (3.5)$$

Burada $r = fd_b$ olduğu dikkate alınarak

$$A = (f_i + f_o - 1)d_b = Bd_b \quad (3.6)$$

elde edilir. Burada $B = (f_i + f_o - 1)$ toplam rulman eğriliği olarak adlandırılır [10, 12, 13, 106]. Aynı zamanda Şekil 3.2’den görüldüğü gibi serbest temas açısı yuvarlanma elemanın bilezikler ile temas ettiği noktalardan geçen doğru ile rulman dönme eksenine dik düzlem arasındaki açıdır.



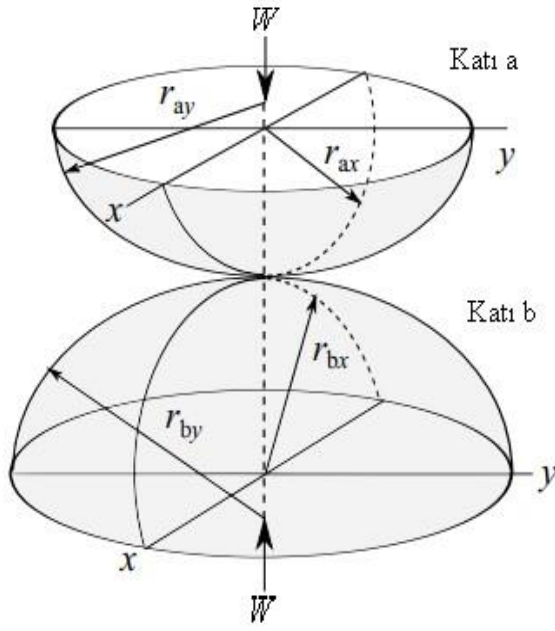
Şekil 3.2. Bilye bilezikler teması [106].

Serbest temas açısının büyüklüğü Eş.3.7 veya Eş.3.8 ile hesaplanabilir.

$$\cos \alpha_0 = \frac{\frac{1}{2}A - \frac{1}{4}P_d}{\frac{1}{2}A} \quad (3.7)$$

veya

$$\alpha_0 = \cos^{-1} \left(1 - \frac{P_d}{2A} \right) \quad (3.8)$$



Şekil 3.3. Elastik katıların temas geometrisi [10].

Eğrilik, yarıçapı r ile ifade edilen bir katı cisim için:

$$\rho = \frac{1}{r} \quad (3.9)$$

olarak tanımlanır. Eğrilik konkav yüzeyler için negatif, konveks yüzeyler için pozitif olarak tanımlanır. Temas ezilmesini tanımlamak için kullanılan eğrilik toplamı $\sum \rho$ ve eğrilik farkı $F(\rho)$, bağıl eğrilikler A, B Eş.3.10-Eş.3.11’de verilmiştir.

$$A = \frac{1}{r_{ax}} + \frac{1}{r_{bx}} = \frac{\sum \rho}{2} (1 - F(\rho)) = \frac{1}{R_x} \quad (3.10)$$

$$B = \frac{1}{r_{ay}} + \frac{1}{r_{by}} = \frac{\sum \rho}{2} (1 + F(\rho)) = \frac{1}{R_y} \quad (3.11)$$

$$\sum \rho = \frac{1}{R} = \frac{1}{r_{ax}} + \frac{1}{r_{ay}} + \frac{1}{r_{bx}} + \frac{1}{r_{by}} \quad (3.12)$$

$$\sum \rho = \rho_{ax} + \rho_{ay} + \rho_{bx} + \rho_{by} \quad (3.13)$$

$$F(\rho) = \frac{(\rho_{ax} - \rho_{ay}) + (\rho_{bx} - \rho_{by})}{\sum \rho} \quad (3.14)$$

Yükleme altında belli bir temas açısındaki bilyeli rulman için yuvarlanma elemanın iç ve dış bilezikle olan teması için eğrilik toplamı ve eğrilik farkı Şekil 3.3 ve Çizelge 3.1 kullanılarak Eş.3.17 ve Eş.3.18 ile elde edilir.

Çizelge 3.1. Yuvarlanma elemanı bilezik temas geometrisi

	Eğrilik Yarıçapı Düzlem X-Z	Eğrilik Yarıçapı Düzlem Y-Z
Yuvarlanma Elemanı	$r_{ax} = r_{bx} = \frac{d_b}{2}$	$r_{ay} = r_{by} = \frac{d_b}{2}$
İç Bilezik	$r_{ax} = -f_i d_b$	$r_{ay} = \frac{d_m - d_b \cos \alpha}{2 \cos \alpha}$
Dış Bilezik	$r_{ax} = -f_o d_b$	$r_{ay} = -\frac{d_m + d_b \cos \alpha}{2 \cos \alpha}$

$$\Sigma \rho_o = \frac{4}{d_b} - \frac{1}{f_o d_b} - \frac{2}{d_b} \left(\frac{\gamma}{1+\gamma} \right) = \frac{1}{d_b} \left(4 - \frac{1}{f_o} - \frac{2\gamma}{1+\gamma} \right) \quad (3.15)$$

$$F(\rho)_o = \frac{-\frac{2}{d_b} \left(\frac{\gamma}{1+\gamma} \right) - \left(-\frac{1}{f_o d_b} \right)}{\Sigma \rho} = \frac{\frac{1}{f_o} - \frac{2\gamma}{1+\gamma}}{4 - \frac{1}{f_o} - \frac{2\gamma}{1+\gamma}} \quad (3.16)$$

$$\Sigma \rho_i = \frac{4}{d_b} - \frac{1}{f_i d_b} + \frac{2}{d_b} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) = \frac{1}{d_b} \left(4 - \frac{1}{f_i} + \frac{2\gamma}{1-\gamma} \right) \quad (3.17)$$

$$F(\rho)_i = \frac{\frac{2}{d_b} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right) - \left(-\frac{1}{f_i d_b} \right)}{\Sigma \rho} = \frac{\frac{1}{f_i} + \frac{2\gamma}{1-\gamma}}{4 - \frac{1}{f_i} + \frac{2\gamma}{1-\gamma}} \quad (3.18)$$

Burada $\gamma = \frac{d_b \cos \alpha}{d_m}$ 'dir ve eğrilik farklı $0 < F(\rho) \leq 1$ aralığında değer almaktadır. Şaft-

rulman sisteminde şaft merkezinin hareketinden dolayı rulman tarafından taşınan toplam yük, her bir bilye tarafından taşınan yükün toplamına eşittir. Bu nedenle her bir bilyedeki ezilme ilk olarak elde edilmeli ve sonra bileşke kuvvet bulunmalıdır.

Yuvarlanma elemanı iç ve dış bilezikler arasında dönmekte iken sürekli olarak farklı noktalardan bilezikler ile temas halindedir. Rulman üzerinde herhangi bir yük yok iken

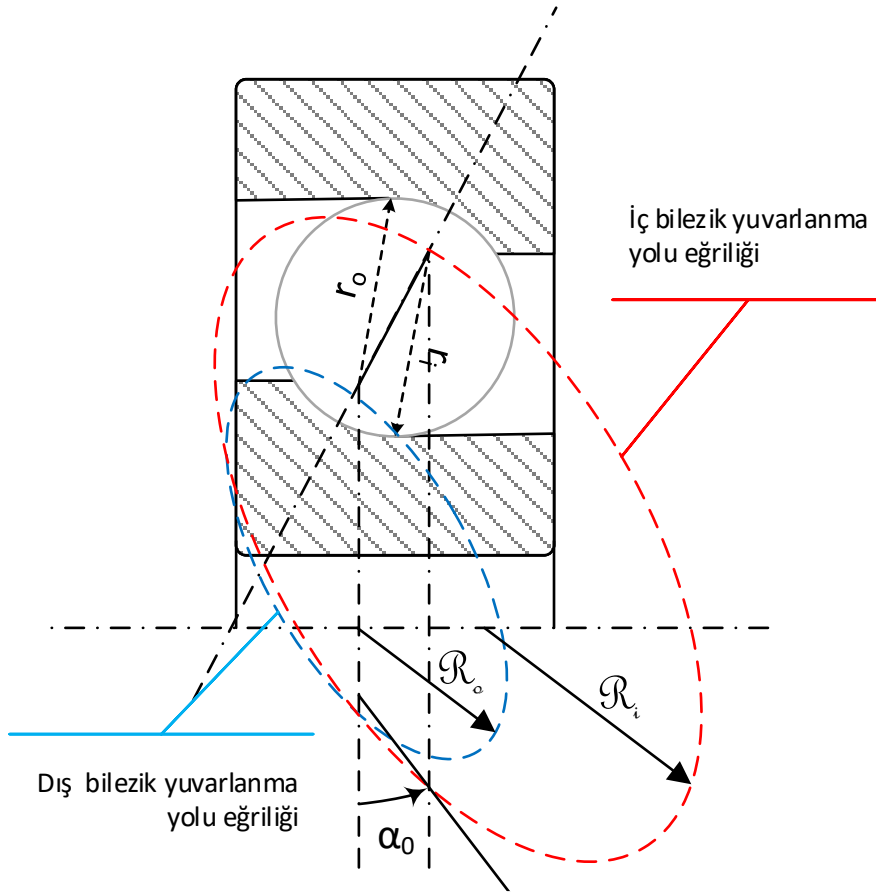
yuvarlanma yolu eğrilik merkezleri Şekil 3.4’de görüldüğü gibidir. İç ve dış bilezik yuvarlanma merkezi yarıçapları Eş.3.19 ve Eş.3.20 ile elde edilebilir.

$$\mathcal{R}_i = \frac{1}{2}d_m + \left(r_i - \frac{d_b}{2}\right)\cos\alpha_0 \quad (3.19)$$

$$\mathcal{R}_o = \mathcal{R}_i - Bd_b \cos\alpha_0 \quad (3.20)$$

veya

$$\mathcal{R}_o = \frac{1}{2}d_m + \left(-r_i + \frac{d_b}{2}\right)\cos\alpha_0 \quad (3.21)$$



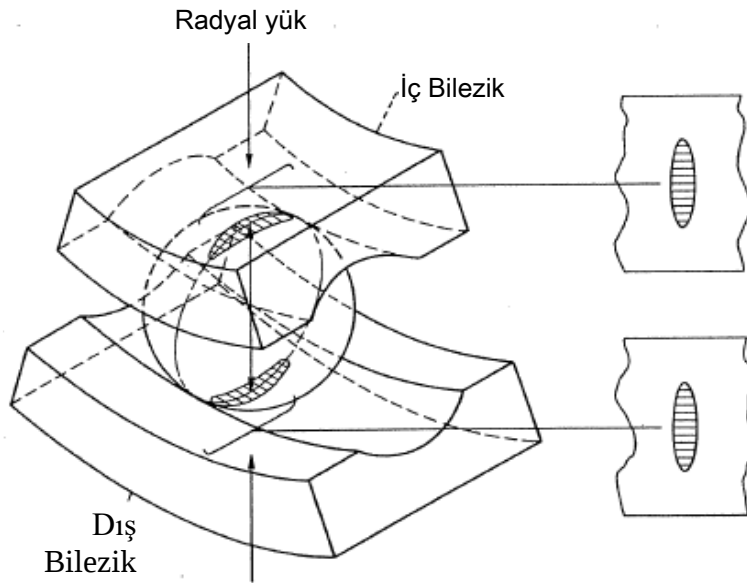
Şekil 3.4. Yükleme öncesi yuvarlanma yolu eğrilik yarıçapları [12].

Bileziklerin yuvarlanma yolu eğrilik merkezleri ilgili bileziklere sabittir. Bundan dolayı yuvarlanma elemanı yük ile sıkıştırılırsa yuvarlanma yolu merkezleri arasındaki mesafe yüke bağlı olarak artar. Eğer rulman dış bileziği sabit kabul edilip yükleme yapılırsa iç bilezik hareket edecektir.

3.1.2. Yük - ezilme ilişkisi

Dinamik yükler altında bilyelerin iç ve dış bilezik arasındaki elastik ezilmesi sonucu Şekil-3.4.b'deki gibi eliptik bir temas izi oluşmaktadır. Bu temas izinin büyüklüğünden bilye üzerindeki yük belirlenebilir [99, 106]. Bu şekilde temas izi oluşturan (noktasal temas) iki elastik katıdaki yerel gerilme ve ezilmenin çözümü Hertz (1896) tarafından verilmiştir. Hertz temas teorisi aşağıdaki kabullere dayanır.

- Temas halindeki katıların malzemesi mükemmel şekilde homojen, izotropik ve elastiktir, Kayma gerilmeleri aşılmamaktadır.
- Temas halindeki katılar dengede ve durağan durumdadır (steady state).
- Temas alanı ölçüleri yük altındaki katıların yarıçaplarına göre oldukça küçüktür.
- Yük temas yüzeye diktir ve kayma gerilmesi ihmal edilir.



Şekil 3.5. Eliptik temas izi [46].

Bu kabuller ile Hertz temas basıncı Eş.3.22 ile hesaplanabilir. Şayet temas basıncı temas yüzeyi boyunca integre edilirse Eş.3.23 elde edilecektir.

$$p = p_{\max} \left[1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 - \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.22)$$

$$\iint_s p_{\max} \left[1 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 - \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right]^{1/2} dx dy = F = \frac{2\pi ab}{3} p_{\max} \quad (3.23)$$

Bu durumda Hertz temas izinin majör ve minör eksenlerinin yarı uzunlukları ile ezilme miktarı sırasıyla Eş.3.24-Eş.3.26'da, verilmiştir. Eşdeğer elastik modül Eş.3.27 ile elde edilebilir.

$$a = \left(\frac{6\kappa^2 \mathfrak{E} W R}{\pi E'} \right)^{1/3} \quad (3.24)$$

$$b = \left(\frac{6\mathfrak{E} W R}{\pi \kappa E'} \right)^{1/3} \quad (3.25)$$

$$\delta_h = \mathfrak{K} \left(\frac{9}{2\mathfrak{E} R} \left(\frac{W}{\pi \kappa E'} \right)^2 \right)^{1/3} \quad (3.26)$$

$$\frac{2}{E'} = \frac{1 - \nu_a^2}{E_a} + \frac{1 - \nu_b^2}{E_b} \quad (3.27)$$

Harris $\kappa = \frac{a}{b}$ şeklinde ifade edilen eliptiklik parametresi ile eğrilik farkı, birinci eliptik integral ve ikinci eliptik integral arasında sırasıyla Eş.3.28'deki ilişkinin olduğunu göstermiştir [13, 46, 106].

$$F(\rho) = \frac{(\rho_{ax} - \rho_{ay}) + (\rho_{bx} - \rho_{by})}{\Sigma \rho} = \frac{B/A - 1}{B/A + 1} = \frac{(\kappa^2 + 1)\mathfrak{E} - 2\mathfrak{K}}{(\kappa^2 - 1)\mathfrak{E}} \quad (3.28)$$

$$\mathfrak{K} = \int_0^{\pi/2} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{\kappa^2} \right) \sin^2 \varphi \right]^{-1/2} d\varphi \quad (3.29)$$

$$\mathfrak{E} = \int_0^{\pi/2} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{\kappa^2} \right) \sin^2 \varphi \right]^{1/2} d\varphi \quad (3.30)$$

Klasik Hertz çözümü, geçişli (transcendental) denklemler olan eliptiklik parametresi ile birinci ve ikinci komple eliptik integrallerin istenen geometri için hesaplanmasını

gerektirmektedir. Buna yönelik olarak değişik basitleştirilmiş formül ve tablolar, hızlı bir hesaplama yapmak için ortaya konulmuştur [12].

Temas probleminin yaklaşık analitik çözüm modeli Antoine vd. [10, 107] tarafından sunulmuştur. Bu çözüm ilk olarak eliptik integrallerin açık çözümünü ve tablolar yerine eliptik parametresi κ 'nın bağıl temel eğriliklerle ilişkisini veren ifadeden oluşmaktadır. Bu tez çalışmasında bu yöntem kullanılmıştır.

Birinci ve ikinci tam eliptik integraller sırasıyla Eş.3.31-3.32 ile hesaplanabilir [107]. $m_1 = 1/\kappa^2$ 'dir. Katsayılar EK-3'de verilmiştir. Bu yaklaşık ifade $0 \leq m_1 \leq 1$ ($\kappa \geq 1$) için geçerlidir. Eliptik integrallerin yanı sıra $\kappa = (B/A)^{1/2}$ arasındaki ilişkiyi kullanarak κ çözümlenmelidir. Antoine vd. [10, 107] tarafından bu ilişki aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$\mathfrak{H}(\kappa) = (c_0 + c_1 m_1 + c_2 m_1^2) - (c_3 + c_4 m_1 + c_5 m_1^2) \ln m_1 \quad (3.31)$$

$$\mathfrak{G}(\kappa) = (d_0 + d_1 m_1 + d_2 m_1^2) - (d_3 m_1 + d_4 m_1^2) \ln m_1 \quad (3.32)$$

$$X = \log_{10}(B/A) \quad (3.33)$$

$$\lambda = 2/3 \left(\frac{1 + \mu_1 X^2 + \mu_2 X^4 + \mu_3 X^6 + \mu_4 X^8}{1 + \mu_5 X^2 + \mu_6 X^4 + \mu_7 X^6 + \mu_8 X^8} \right) \quad (3.34)$$

burada μ_1 'den μ_6 optimasyon katsayılarıdır. κ ve eliptik integraller Eş. 3.35-3.37'de yerine koyarak Hertz temasta meydana gelen eliptik alanın boyutlarını ve meydana gelen ezilme miktarını yaklaşık analitik olarak hesaplanabilir. Buradan noktasal kuvvet ile temas alanı ölçülerini ve ezilmeyi veren bir ilişki Eş.3.35-Eş.3.37 ile elde edilebilir [106].

$$a = a^* \left(\frac{3W}{2 \sum \rho E'} \right)^{1/3} = a^* \left(\frac{3W}{2(A+B)E'} \right)^{1/3} \quad (3.35)$$

$$b = b^* \left(\frac{3W}{2 \sum \rho E'} \right)^{1/3} = b^* \left(\frac{3W}{2(A+B)E'} \right)^{1/3} \quad (3.36)$$

$$\delta_h = \delta^* \left(\frac{3W}{2E'} \right)^{2/3} \frac{\sum \rho^{1/3}}{2} = \delta^* \left(\frac{3W}{2E'} \right)^{2/3} \frac{(A+B)^{1/3}}{2} \quad (3.37)$$

a^* , b^* , ve δ^* , κ 'nın fonksiyonudur ve sırasıyla Eş.3.38 – Eş.3.40'da ile elde edilebilir [106]. Bu durumda Hertz temas teorisine göre yük ile ezilmenin arasındaki doğrusal olmayan ilişki Eş.3.41 ile elde edilebilir [12, 45, 46, 106]. Burada k Hertzian katılık olarak ifade edilip Eş.-3.42 ile elde edilmektedir.

$$a^* = \left(\frac{2\kappa^2 \mathfrak{G}(\kappa)}{\pi} \right)^{1/3} \quad (3.38)$$

$$b^* = \left(\frac{2\mathfrak{G}(\kappa)}{\pi\kappa} \right)^{1/3} \quad (3.39)$$

$$\delta^* = \frac{2\mathfrak{H}(\kappa)}{\pi} \left(\frac{\pi}{2\kappa^2 \mathfrak{G}(\kappa)} \right)^{1/3} \quad (3.40)$$

$$W = k\delta^{3/2} \quad (3.41)$$

$$k = \frac{4\sqrt{2}E'}{3(\delta^*)^{3/2} R} \quad (3.42)$$

Her bir iç ve dış bilezik temasındaki elastik ezilme Hertz elastik ezilmesiyle modellenenebilir. Bu durumda bir bilye için toplam ezilme iç ve dış bilezikte meydana gelen ezilmelerin toplamı olmaktadır. Bir bilyedeki iç ve dış temasta oluşan temas açısı doğrultusundaki kuvvet quasi-statik olarak dengelenirse, bir bilyenin katılığı, Eş.3.41'in Eş.3.43'de yerine konulmasıyla Eş.3.44 ile elde edilebilir.

$$\delta_t = \delta_i + \delta_o \quad (3.43)$$

$$k_{eş} = \left[\frac{1}{(1/k_i)^{2/3} + (1/k_o)^{2/3}} \right]^{3/2} \quad (3.44)$$

3.1.3. Ön yükleme

Açısal temaslı bilyeli rulmanlar aksenal bir yüklemeye maruz kaldığında her bir yuvarlanma elemanında eşit yük dağılımı ve temas açısı oluşur. Ön yüklemeli durumdaki temas açısı

başlangıç temas açısından büyüktür. Eş.3.45’de δ_0 ön yükleme sonucu oluşan ezilmedir.

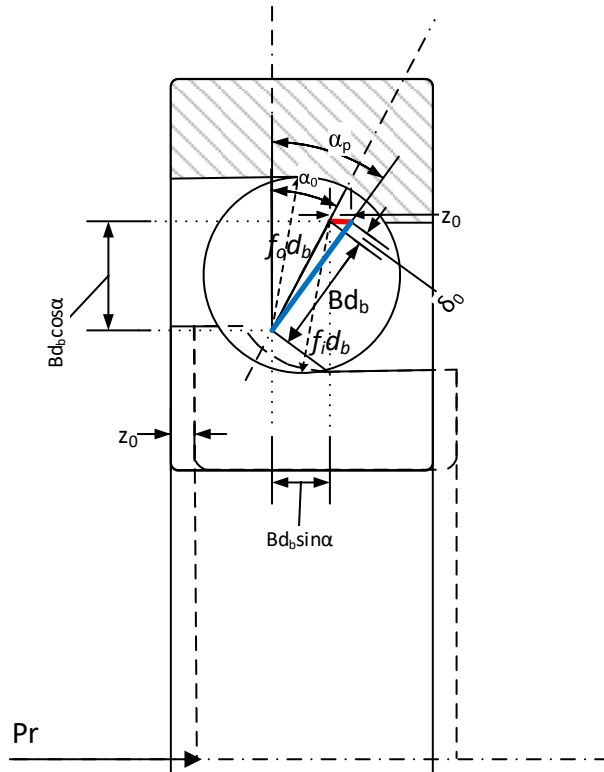
Şekil 3.6 kullanılarak δ_0 ve z_0 elde edilebilir.

$$W = \frac{P_r}{m \sin \alpha_p} = k_b (\delta_0)^{\frac{3}{2}} \quad (3.45)$$

$$\delta_0 = Bd_b \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_p} - 1 \right) \quad (3.46)$$

Eş. 3.46 Eş. 3.45’de yerine yazılacak olursa

$$\frac{P_r}{m \sin \alpha_p} = k_b \left(Bd_b \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_p} - 1 \right) \right)^{\frac{3}{2}} \quad (3.47)$$



Şekil 3.6. Eksenel yükleme altındaki açısallı temaslı bilyeli rulman [106].

Eş. 3.47’de ön yüklemenin hem sinüsü hem de kosinüsü bulunduğundan dolayı geçişli olan bu denklem, deneme ve yanılma yöntemiyle çözülebilir. Ön yükleme sonrasında meydana

gelen eksenel yer değiştirme şekil 3.6'dan elde edilebilir. Eş. 3.48'de δ_{oy} yerine konulursa ön ykleme sonrasında yer değiştirme Eş.3.49 ile elde edilebilir.

$$z_0 = (Bd_b + \delta_0) \sin \alpha_p - Bd_b \sin \alpha_0 \quad (3.48)$$

$$z_0 = Bd_b \left(\frac{\sin(\alpha_p - \alpha_0)}{\cos \alpha_p} \right) \quad (3.49)$$

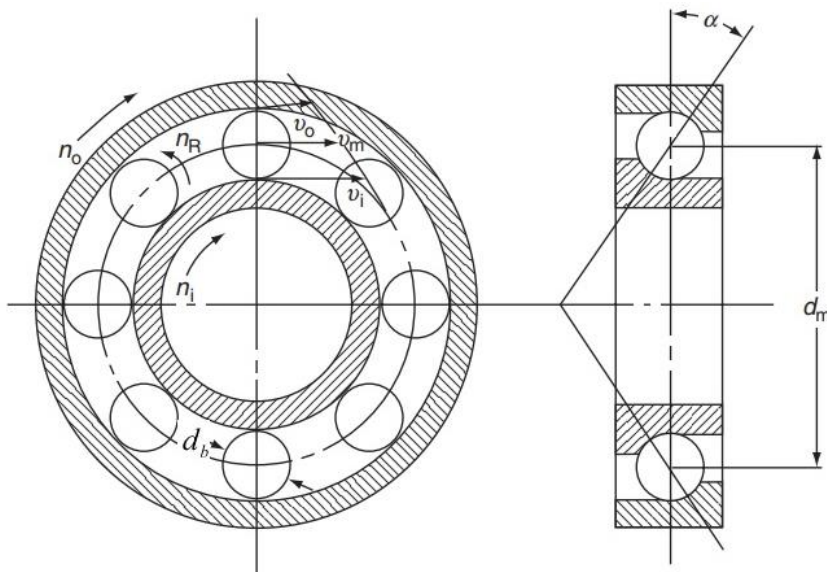
3.2. Rulman Kinematiki

Rulmanların düşük hızlarda çalışması durumlarında, dinamik etkiler ihmal edilebilir. Rulman elemanlarının bağıl hareketleri aşağıdaki kabuller yapılarak basit kinematik ilişkiler ile ve şekil 3.7 kullanılarak bulunabilir [46].

3.2.1. Basit bilye hareketi

Basit bilye hareketi için şekil 3.7 kullanılarak yapılan kabuller şu şekildedir:

- Temastaki yüzeyler arasında kayma yoktur.
- Yüksek hızların ve santrafüj etkilerin neden olduğu elastik çarpıklık/bozulma yoktur
- Yüksek hızların ve santrafüj etkilerin neden olduğu temas açısı ıraksaması yoktur, iç ve dış bilezikte temas açısı aynıdır.



şekil 3.7. Rulman iç hızları [10].

Bu kabuller için iç bilezik, dış bilezik ve kafes hızları sırasıyla Eş.3.50-3.52 ile elde edilir.

$$u_i = \frac{d_m - d_b \cos \alpha}{2} \omega_i \quad (3.50)$$

$$u_o = \frac{d_m + d_b \cos \alpha}{2} \omega_o \quad (3.51)$$

$$u_c = \frac{d_m}{2} \omega_c \quad (3.52)$$

Yuvarlanma elemanının temas noktalarındaki hızları:

iç bilezik:

$$u_B = \frac{d_b \cos \alpha}{2} \omega_B = \frac{d_m - d_b \cos \alpha}{2} \omega_i - \frac{d_m}{2} \omega_c \quad (3.53)$$

dış bilezik:

$$u_B = \frac{d_b \cos \alpha}{2} \omega_B = \frac{d_m}{2} \omega_c - \frac{d_m + d_b \cos \beta}{2} \omega_o \quad (3.54)$$

Eş. 3.53-3.54'den kafes ve yuvarlanma elemanı hızları Eş.3.56 ve Eş.3.55 ile elde edilebilir.

$$\omega_B = \frac{1}{d_b \cos \beta} \left(\frac{d_m - d_b \cos \alpha}{2} \omega_i - \frac{d_m + d_b \cos \alpha}{2} \omega_o \right) \quad (3.55)$$

$$\omega_c = \frac{1}{d_m} \left(\frac{d_m - d_b \cos \alpha}{2} \omega_i + \frac{d_m + d_b \cos \alpha}{2} \omega_o \right) \quad (3.56)$$

Bilye bilezik temasına giren yüzeylerin hızları rulman merkezi etrafında ω_c açısal hızıyla dönen koordinat eksenlerine göre tanımlanabilir. Bu durumda içbilezik dış bilezik ve yuvarlanma elemanı merkezinin hızları, Eş. 3.55-3.56'daki kafes ve yuvarlanma elemanı hızları kullanılarak Eş. 3.57-3.59'daki gibi elde edilebilir. Burada r indisi rulman merkezi etrafında dönen hareketli koordinat eksenini referans olarak ifade etmektedir.

$$\omega_{ir} = \omega_i - \omega_c = \frac{d_m + d_b \cos \alpha}{2d_m} (\omega_i - \omega_o) \quad (3.57)$$

$$\omega_{or} = \omega_o - \omega_c = \frac{d_m - d_b \cos \alpha}{2d_m} (\omega_o - \omega_i) \quad (3.58)$$

$$\omega_{Br} = \omega_B + \omega_c = \frac{d_m^2 - d_b^2 \cos^2 \alpha}{2d_b d_m \cos \alpha} (\omega_i - \omega_o) \quad (3.59)$$

Bu durumda iç temastaki bilezik ve bilyenin yüzey hızları (a indisi bilezik, b indisi bilye yüzeyini ifade etmektedir) Eş.3.60 ve 3.61’de vermiştir.

$$u_{ai} = \frac{d_m - d_b \cos \alpha}{2} \omega_{ir} = \frac{d_m^2 - d_b^2 \cos^2 \alpha}{4d_m} (\omega_i - \omega_o) \quad (3.60)$$

$$u_{bi} = \frac{d_b \cos \alpha}{2} \omega_{Br} = \frac{d_m^2 - d_b^2 \cos^2 \alpha}{4d_m} (\omega_i - \omega_o) \quad (3.61)$$

Eş. 3.60 ve 3.61 eşit olduğu durum saf dönme (pure rolling) koşulu sağlanmaktadır. Benzer şekilde dış bilezik temasındaki çizgisel hız ise:

$$u_{ao} = u_{bo} = \frac{d_m^2 - d_b^2 \cos^2 \alpha}{4d_m} (\omega_o - \omega_i) \quad (3.62)$$

3.2.2. Rulman geçiş frekansları

Mekanik sistemlerinin hareket denklemlerinin çözümünden sistemin değişik frekans ve genliklerde salınımlar yaptığı görülür. Şaft rulman sistemlerinde bu titreşimlerin iki ana gruba ayrılır [12]. Bunlardan ilki hıza bağımlı frekanslar diğeri ise hıza bağımlı olmayan sistemin doğal frekanslarıdır. Bu frekanslar çoğunlukla rulman karakteristiğine bağlı olup rulmanlarda bu frekansları etkileyen faktörlerden bazıları şaft kütlesi, bilye bilezik temas katılığı dolayısıyla rulman katılığı, bilye sayısı, radyal boşluk, ön yüklemidir. Bu frekanslar Eş.3.63-3.67 ile elde edilebilir.

Rulmanlar kusursuz olsalar bile titreşim kaynağıdır. Bunun sebebi bilyelerin dönüş nedeniyle yer değiştirmesi sonucu doğrusal olmayan rulman karakteristiğinin değişmesidir. Bu frekans dönüş hızına bağlıdır. Bu frekanslar değişken uyum titreşimleri (variable

compliance vibration) olarak adlandırılırlar [95, 97]. Bilye geçiş frekansı bu gruba bir örnektir.

Bu tez çalışmasında geometrik olarak kusursuz rulmanlar ele alınmıştır. Kusurlu rulmanlarda ise bu frekansların kaynağı geometrik kusurlardır. Hata frekansları Eş.3.64-3.66 ile elde edilebilir. Bilye veya bileziklerdeki dalgalılık veya yüzeylerindeki girinti veya çıkıntı, eksen kaçıklığı, ekzantriklik bu frekansların tayfda belirginleşmesine neden olmaktadır.

Sistem modellenirken şaft rijit ve yuvarlanma elemanları kütsüz olarak kabul edildiği için doğal frekanslar şaft elastikliğinden bağımsızdır. Yüklenmiş rulmanlarda doğrusal olmayan temas ilişkisinden dolayı yük doğrultusundaki elastikiyet ile bu doğrultuya dik koordinatlardaki elastikiyetler eşit değildir. Dolayısıyla her serbestlik derecesi için ayrı bir elastikiyet değeri ve kritik hızlar vardır. Sisteminin bütün kritik hızlarının ve temel frekanslarının bilinmesi çalışma parametrelerinin belirlenmesi için gereklidir [13]. Rulman kafes frekansı, bilye dış bilezik geçiş frekansı, bilye iç bilezik geçiş frekansı, bilye spin frekansı, kafes iç bilezik bağıl hız sırasıyla Eş.3.63-3.67’de ile elde edilebilir [90, 106].

$$f_c = \frac{n_i}{120} \left(1 - \frac{d_b}{d_m} \cos \alpha \right) \quad (3.63)$$

$$f_{bpf_o} = m f_c \quad (3.64)$$

$$f_{bpf_i} = m (f_i - f_c) \quad (3.65)$$

$$f_{re} = \frac{d_m n_i}{120 d_b} \left[1 - \left(\frac{d_b}{d_m} \cos \alpha \right)^2 \right] \quad (3.66)$$

$$f_{ci} = \frac{n_i}{120} \left(1 + \frac{d_b}{d_m} \cos \alpha \right) \quad (3.67)$$

3.3. EHL Teorisi

Hidrodinamik basıncın temastaki katılarda elastik ezilme oluşturacak kadar büyük olduğu hidrodinamik akış rejimi, EHL teorisi ile incelenmektedir. Yağlamalı yataklarda ve rulmanlarda yağlama mekanizması dört değişik sınıfa ayrılmaktadır. Bunlar hidrodinamik

(hydrodynamic) yağlama, elasto-hidrodinamik (elasto-hydrodynamic) yağlama, karışık (mixed) yağlama ve sınır (boundry) yağlamadır [62].

Temastaki yağlayıcı davranışı, katı elemanların elastik ezilmesi ve basınç değişimine bağlı viskozite değişiminden etkilenmektedir. Bu iki faktör esas alındığında yağlama rejimleri için dört grup aşağıda tanımlanmaktadır [45, 46, 59, 62].

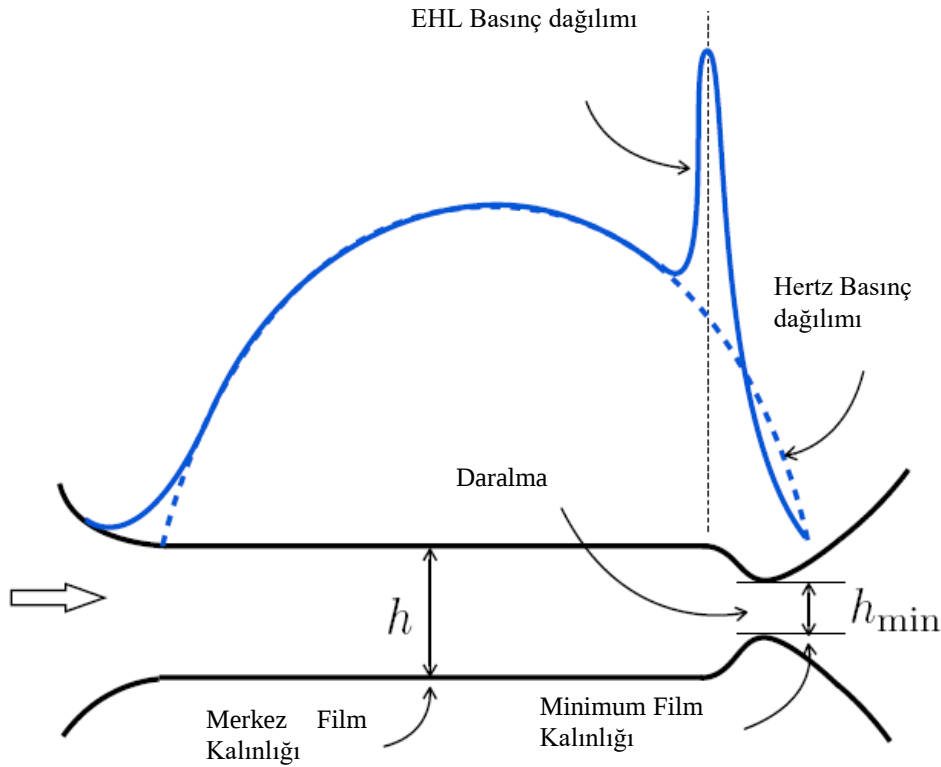
- İzoviskoz rijit: Elastik ezilmenin ve viskozite değişiminin olmadığı yağlama rejimidir.
- Piezoviskoz rijit: Elastik ezilmenin olmadığı ancak temas basıncı viskoziteyi değiştirdiği yağlama rejimidir.
- İzoviskoz elastik: Elastik ezilmenin olduğu ancak temas basıncının viskozite değişimine yol açmadığı yağlama rejimidir.
- Piezoviskoz elastik: Temas halindeki katılarda elastik ezilmenin olduğu ve yağlayıcıda viskozite artışının olduğu, film oluşumu ve elastik ezilmenin birlikte görüldüğü rejim. Bu tip yağlama mekanizması, Elastohidrodinamik yağlamayı ifade etmektedir. Rulmanlarda, dişli mekanizmalarda bu rejim görülmektedir.

Birbiriyle uyumlu olmayan yüzeylerin (non-conformal) temasındaki temas basıncı Hertz teorisi ile tanımlanarak elde edilmektedir. Fakat EHL temasın varlığında bağlı hareket yapan yüzeylerdeki basınç dağılımı Hertz basıncından bir miktar farklılık göstermektedir. Yağlama mekanizmasını tanımlamak için hidrodinamik teorisi kullanılmaktadır.

EHL temas basıncı Hertz basıncından özellikle temasın çıkış noktasında farklılık göstermektedir. Bu fark hidrodinamik yağlayıcı basıncından kaynaklanmaktadır. Hareket halindeki bir akışkanın mekaniği hidrodinamik teorisi kullanılarak incelenmektedir. Pek çok rulman modelinde yağlayıcı etkisi göz ardı edilmiştir. Ancak özellikle yüksek hızlarda yağlama etkisi daha da önemli olmakta, sistemin karakteristiğinin doğru bir şekilde belirlenebilmesi için hesaba katılması gerekmektedir.

Şekil 3.8’de EHL temastaki basınç dağılımı ve film kalınlığı değişimi görülmektedir. Temas bölgesinde oluşan yağlayıcı film kalınlığı temasın önemli bir bölümü boyunca sabit bir seviyededir. [17, 45, 46]. Çıkış bölgesindeki basınç artışı, viskozitenin basınçla exponansiyel olarak artmasından kaynaklanmaktadır [26, 45, 49].

Aslında, yağlamalı rulmanlarda bilyenin yuvarlanma yolu üzerinde dönüşüyle temasta, yukarıda verilen tüm bu rejimler, ardışık olarak veya aynı anda (bilye kafes arasında veya bilyenin yüksüz bölgeden yüklü bölgeye geçişinde) gerçekleşmektedir [96]. Ancak özellikle rulmanlarda sistemin dinamik karakteristiğine elasto-hidrodinamik yağlamanın katkısının büyük olduğu kabulü ile bu tez çalışmasında tam (fully loaded) yağlamalı elasto-hidrodinamik rejiminin etkisi incelenmiştir.



Şekil 3.8. EHL temasta basınç dağılımı ve film kalınlığı değişimi [14].

Zamana bağlı, izotermal EHL temas problemi, üç belirleyici denklem ile ifade edilmektedir. Bunlar:

- EHL temastaki hidrodinamik akış için Reynold denklemi,
- Temastaki yüzeylerin ezilmesini tanımlayan film kalınlığı denklemi,
- Yuvarlanma elemanı dinamik yük dengesi denklemleridir.

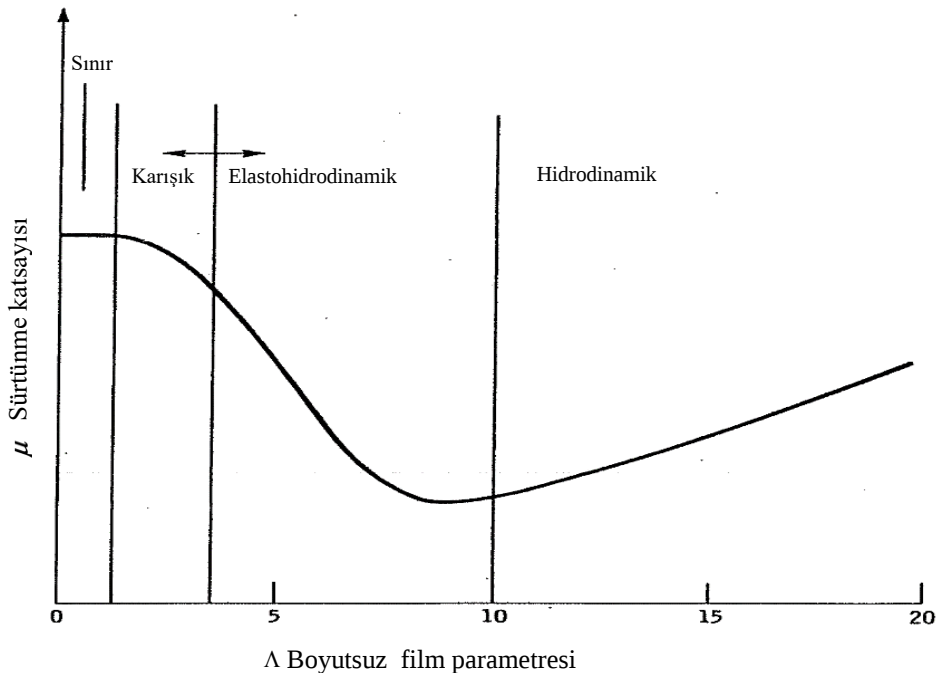
EHL temas problemine yönelik öncelikle yağlayıcılar tanıtılmış, yağ filmi oluşumunu hesaplamak için elastohidrodinamik yağlamanın temel denklemleri elde edilmiştir.

3.3.1. Yağlayıcılar ve yağlama rejimleri

Yağlayıcılar yüzyıllardır birbirine göre bağıl hareket yapan cisimlerde sürtünmeyi azaltmak için kullanılmaktadır. Yuvarlanmalı veya kaymalı yataklarda yağlama;

- Sürtünme güç kayıplarını azaltmak,
- Temas noktasından ısıyı taşımak ve termal genleşmeyi azaltmak,
- Yüzeyleri korozyondan korumak,
- Temas yolu üzerindeki kir ve atıkları temizlemek,
- Rulmanlarda bileşenler arasında sönümleyicilik sağlamak,
- Rulman içerisine dışarıdan giren toz ve yabancı madde miktarını azaltmak maksadıyla kullanılmaktadır.

Tüm rulman çalışma koşulları için genel bir yağ veya yağlayıcı sınıfı bulunmamaktadır. Mineral ve sentetik yağlar ile gres rulmanlarda sıklıkla kullanılan yağlayıcılardır [17]. Yağlayıcının fiziksel özellikleri, özelliklede viskozitesi EHL temas özelliklerinin belirlenmesinde en önemli parametrelerdendir. Bu tez çalışmasında EHL temasta farklı viskoziteli yağlayıcıların sistem dinamiğine katkısı incelenmiştir.



Şekil 3.9. Sürtünme katsayısının Λ film parametresi ile değişimi [17].

Rulmanda yeterli yağlama ile yuvarlanan yüzeyler birbirinden ayrılacaktır. Eğer yeterli yağ film kalınlığı oluşmaz ise bu durumda temas bölgesindeki yüzeylerin pürüzleri birbirlerine dokunacaktır. Bu durumda yağlama rejimi değişmektedir. Yağlama rejimleri arasındaki geçiş Şekil 3.9'daki Stribeck eğrisi ile tanımlanmıştır. Hangi yağlama rejiminin varolduğunu belirlemek için Eş.3.68' kullanılmaktadır [17, 45, 46, 62].

$$\Lambda = \frac{h}{(f_r^2 + f_b^2)^{1/2}} \quad (3.68)$$

Eş.3.68'de f_r : bilezik rms yüzey pürüzlülüğü; f_b : yuvarlanma elemanı rms yüzey pürüzlülüğüdür. Şekil 3.9'deki Stribeck grafiğinde EHL rejimde film kalınlığındaki artışla sürtünme katsayısı azalırken, hidrodinamik rejimde sürtünme katsayısı artmaktadır [46]. Bu durum Eş.3.69'daki T teğetsel kuvvet ve F normal kuvvet arasındaki ilişkiden görülmektedir.

$$T = \mu F \quad (3.69)$$

Birbirine uyan yüzeylerin temasındaki HD yağlamada normal kuvvet, film kalınlığının karesi ile ters ($F \propto \frac{1}{h^2}$) orantılı, EHL'de ise normal kuvvet film kalınlığını çok az etkilediğinden sabit bir değer ile orantılıdır [46]. HD ve EHL yağlamada teğetsel kuvvet ise film kalınlığı ile ters ($T \propto \frac{1}{h}$) orantılıdır. Bu durumda Eş.3.69'dan Elasto-hidrodinamik ve hidrodinamik rejimlerdeki sürtünme katsayısı Eş.3.70 Eş.3.71'deki gibi ifade edilebilir [46].

$$(\mu)_{HL} \propto \left[\left(\frac{1}{h} \right) / \left(\frac{1}{h} \right)^2 \right] \propto h \quad (3.70)$$

$$(\mu)_{EHL} \propto \left[\left(\frac{1}{h} \right) / \text{sabit} \right] \propto \frac{1}{h} \quad (3.71)$$

Bu nedenle hidrodinamik rejimde sürtünme katsayısı film kalınlığı ile doğru orantılı iken elasto-hidrodinamik rejimde sürtünme katsayısı film kalınlığı ile ters orantılı olmaktadır. μ sürtünme katsayısının hidrodinamik yağlamada 0,001'ler seviyesinde, EHL-mixed

yağlamada 0,03-0,1 seviyesinde (sınır yağlamaya kadar), kuru temasta ise 0,2-0,4 seviyesindedir. EHL temas bölgesinde film kalınlığı $10^{-7} \leq h \leq 10^{-6}$ aralığındadır [17, 46].

Bu tez çalışmasında elastik katıların yağ filmi ile tamamen birbirinden ayrıldığı yağlama rejimi olan EHL rejiminin varlığı kabul edilmiştir. Stribeck grafiğinde boyutsuz film parametresi ile rejimler arasındaki sınırlar [46] ve bu rejimlere uygun yağlayıcılar Çizelge 3.2'deki gibi tanımlanmıştır [62].

Çizelge 3.2. Yağlama rejimleri sınırları ve uygun yağlayıcılar.

	Sınır Yağlama	Karışık Yağlama	Elastohidrodinamik Yağlama	Hidrodinamik Yağlama
Boyutsuz Film Parametresi Λ	$0 < \Lambda < 1$	$1 < \Lambda < 3$	$3 < \Lambda < 10$	$10 < \Lambda$
Uygun Yağlayıcı	Katı yağlayıcılar ve gres	Gres ve büyük viskoziteli yağlayıcılar (Özellikle büyük yüklerde)	Gres (incelticiler ile) ve düşük-orta viskoziteli yağlayıcılar	Düşük viskoziteli yağlayıcılar veya gaz yağlayıcılar (Özellikle yüksek hızlar için)

Genel olarak yüksek hızlar için düşük viskoziteli yağlayıcılar, büyük yükler için düşük viskoziteli veya katı yağlayıcılar, büyük çalışma sıcaklıkları için sentetik yağlar daha uygun olmaktadır. Bu konuda daha fazla bilgi için [17, 45, 62]'a başvurulabilir.

Yağlama için; Yağ banyosu, Yağ sıçrama/damlama, Devirdaim/döngüsel, Disk ile ve Gres yağlama teknikleri vardır. Dolayısıyla sadece yağlayıcı seçimi değil yağlamanın şeklide uygulamanın tipine bağlıdır [46].

3.3.1.1. Viskozite basınç ilişkisi

Temas bölgesinde oluşan yüksek basınçlarda viskozite değişimi ifade edebilmek ve yağlama rejimleri arasındaki geçişi belirleyebilmek için basınç-viskozite ilişkisinin tanımlanmasına ihtiyaç vardır. Bu konuda pek çok ampirik ve analitik model mevcuttur. İzotermal EHL için Eş.3.72'deki Barus denklemi yaygın olarak kullanılmaktadır.

$$\eta(p) = \eta_0 \exp(\alpha p) \quad (3.72)$$

$$\eta(p) = \eta_0 \exp\left((\ln \eta_0 + 9.67) \left\{ \left(1 + 5.1 \times 10^{-9} p\right)^Z - 1 \right\}\right) \quad (3.73)$$

$$\alpha = Z \left[5.1 \times 10^{-9} (\ln \eta_0 + 9.67) \right] \quad (3.74)$$

Burada α basınç-viskozite katsayısıdır. Ancak Barus denklemi viskozite değişimini olduğundan fazla verdiği için 200MPa'ya kadar kullanılabilir [62]. İzotermal EHL'de Roeland basınç viskozite ilişkisi Eş.3.73 ile daha hassas elde edilebilir [17, 18, 46, 51, 59]. EHL temastaki basınç viskozite katsayısı Eş.3.74'den türetilebilir [17]. Roeland denklemi boyutsuz olarak Eş.3.75 ile hesaplanabilir [46]. Bu tez çalışmasında bölüm 4'de her iki basınç viskozite ilişkisi de ele alınmıştır. Burada $\eta_\infty = 6,31 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$ dir.

$$\bar{\eta} = \left(\frac{\eta_\infty}{\eta_0} \right)^{\left[-1(1+5.1 \times 10^{-9} p)^Z \right]}. \quad (3.75)$$

3.3.1.2. Yoğunluk basınç ilişkisi

EHL temasta basınçla yoğunluk değişimi (sıkıştırılabilirlik) viskozite değişimi ile kıyaslandığında ihmal edilebilir düzeydedir. EHL temasta basınçla yoğunluk artışı %25-33 civarındadır [46]. Ancak yağlayıcı olarak gaz kullanıldığında yoğunluk değişimi önemli olmaktadır. Basınçla yoğunluk değişimi Eş.3.76 ile elde verilmiştir [18, 46, 51, 62]. Bu tez çalışmasında kullanılan film kalınlığı denkleminde bu ifade esas alınmıştır.

$$\rho(p) = \rho_0 \frac{0,59 \cdot 10^9 + 1,34p}{0,59 \cdot 10^9 + p} \quad (3.76)$$

3.3.2. Navier-Stokes denlemi

EHL teması incelemek için viskoz akışın incelenmesi gerekir. Viskoz akış için kullanılan üç temel kanun:

- Kütlenin korunumu

- Momentumun korunumu
- Enerjinin korunumu kanunlarıdır.

Bir kontrol hacmi için kütlenin korunumu Eş.3.77 ile elde edilmektedir. Burada V kartezyen

koordinatlarda hız vektörü, $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$ divergence operatörüdür.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (3.77)$$

Viskoz akışta momentumun korunumu Eş.3.78'deki Navier-Stokes denklemi ile ifade edilmektedir. Burada V hız vektörünü, τ gerilme tensörünü, p basıncı belirtmektedir.

$$\underbrace{\rho \frac{DV}{Dt}}_{\text{atalet kuvvetleri}} = \underbrace{F_B}_{\text{Gövde kuvvetleri}} - \underbrace{\nabla p}_{\text{basıncıkuvvetleri}} + \underbrace{\nabla \cdot \tau_{ij}}_{\text{viskoz kuvvetler}} \quad (3.78)$$

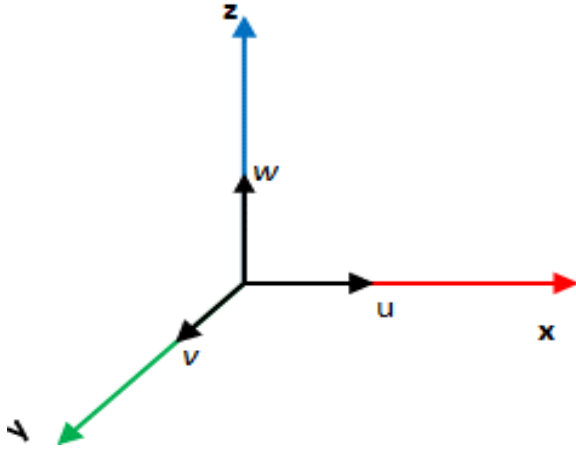
Burada D/Dt 'nin açılımı Eş.3.79'da verilmiştir.

$$\frac{D}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}}_{\text{zamana göre değişim}} + \underbrace{u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}}_{\text{kartezyen koordinatlarda iletim değişimleri}} \quad (3.79)$$

Enerjinin korunumu ise Eş.3.80 ile ifade edilebilir. Burada $e = \text{entalpi} = i + p / \rho$, T sıcaklık, Φ viskoz harcanımı ifade etmektedir.

$$\underbrace{\rho \frac{De}{Dt}}_{\text{taşınım terimleri}} = \underbrace{\nabla \cdot (k \nabla T)}_{\text{iletim terimleri}} + \underbrace{\frac{Dp}{Dt}}_{\text{basıncı tarafından yapılan iş}} + \underbrace{\Phi}_{\text{viskoz harcanım}} \quad (3.80)$$

Bu tez çalışmasında izotermal ve kaymanın olmadığı durum incelendiğinden Eş.3.80 kullanılmamıştır. Ancak özellikle kayma durumunun olduğu ve ısı artışının yüksek olduğu durumda EHL temas incelenirken enerji denkleminde hesaba katılması gereklidir.



Şekil 3.10. Kartezyen koordinatlarda hız vektörleri.

Navier – Stokes denkleminde Şekil 3.10'daki kartezyen koordinatlar için Eş.3.78'de divergence operatörü uygulsanır, Kartezyen koordinatlarda momentumun korunumu Eş.3.81-3.83 ile elde edilir.

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \left(\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yx} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zx} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + F_{Bx} \quad (3.81)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \left(\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yy} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zy} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} + F_{By} \quad (3.82)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \left(\frac{\partial}{\partial x} \tau_{xz} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yz} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zz} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} + F_{Bz} \quad (3.83)$$

Pek çok akış lineer viskoz veya Newtonian olarak sınıflandırılmaktadır. Newtonian akışkan için kayma gerilmesi ve kayma arasındaki ilişki Eş.3.84 ile elde edilebilir.

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \quad (3.84)$$

Burada τ gerilme tensörü η viskozite $\dot{\gamma}$ kayma tensörü olup $\dot{\gamma} = \left[\nabla U + (\nabla U)^T \right]$ dur. ∇U şekil değiştirme tensörü Eş.3.85'de verilmiştir. Eş. 85'deki şekil değiştirme tensörü Eş.3.84'de yerine konulursa gerilmeler Eş.3.86'daki gibi elde edilir.

$$\nabla U = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

$$\tau = \begin{bmatrix} 2\eta \frac{\partial u}{\partial x} & \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \eta \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 2\eta \frac{\partial v}{\partial y} & \eta \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \eta \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \eta \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & 2\eta \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

Eş.3.86' Eş.3.81-3.83'de yerine konulursa bu durumda sıkıştırılamaz akışkan için Navier-Stokes'un momentumun korunumu ifadesi kartezyen koordinatlarda Eş.3.87-3.89'daki gibi elde edilir.

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + F_{Bx} \quad (3.87)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} + F_{By} \quad (3.88)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \eta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} + F_{Bz} \quad (3.89)$$

3.3.3. Reynolds denklemi

Reynolds denklemi Eş.3.77 ve Eş. 3.87-3.89'deki momentumun korunumu kanunu ve kütle'nin korunumundan elde edilebilir. Reynolds denkleminin türetimi için kullanılan; ataletsiz laminar akış, newtonian akışkan, ve ince film kabulleri olarak bilinen kabuller şunlardır [17]:

- Akışkan Newtonian kabul edilir. Kayma gerilmesi ve kayma hızı doğru orantılıdır,

- Atalet kuvvetleri ve gövde kuvvetler viskoz terimlere nazaran ihmal edilebilir.

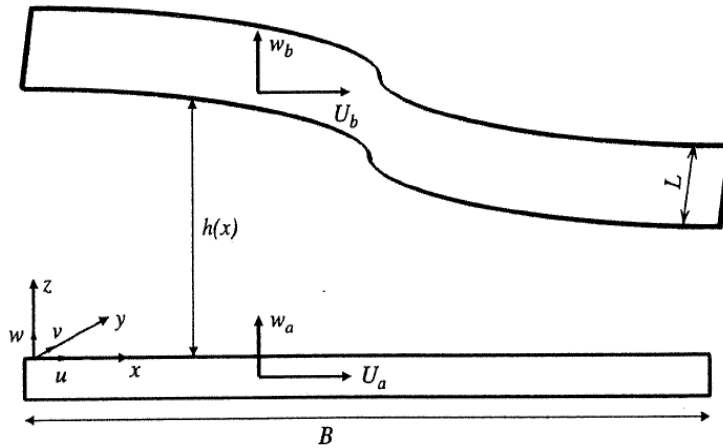
$$\rho \frac{DV}{Dt} = 0 \quad \text{ve} \quad F_B = 0 \quad \text{'dır.}$$

- Basıncın film boyunca değişimi ihmal edilebilir derecede küçüktür. $(\partial p / \partial z) = 0$ 'dır.

Böylece $p = p(x, y)$ olmaktadır.

- Akış laminerdir. Türbilans mevcut ise modifiye Reynold denklemi kullanılmalıdır.
- Eğilme etkisi ihmal edilebilir. Diğer bir deyişle yağ filmi yatağa göre çok küçüktür. Dolayısıyla akışın fiziksel domaini açılabilir. Bu da kartezyen koordinat sisteminin kullanılmasına olanak sağlar.

Bu kabuller doğrultusunda, iki boyutlu basıncın oluştuğu $((\partial p / \partial z) = 0)$ durum için Eş.3.87-Eş.3.89'daki Navier-Stokes denklemi, Şekil3.11'deki gibi $h(x, y)$ aralığına sahip iki katı yüzeyin x 'yönünde ilerlerken gövde ve atalet terimleri sıfır alındığında Eş.3.90-3.91 elde edilir.



Şekil 3.11. Akış koordinat sistemi [17].

$$0 = \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.90)$$

(ihmal baskın terim)

$$0 = \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3.91)$$

(ihmal baskın terim)

Baskın viskoz terim film aralığı boyunca gradyan olan terim olduğundan Eş.3.89-90' düzenlediğinde Eş.3.92-3.93 elde edilir.

$$x \text{ yönünde : } \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (3.92)$$

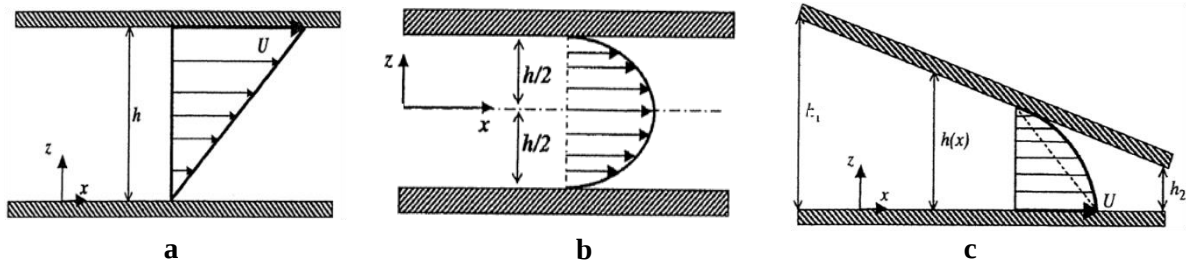
$$y \text{ yönünde : } \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (3.93)$$

$$\eta = \eta(z) \text{ kabulü ve } z = 0, \quad \begin{cases} u = u_a \\ v = 0 \\ w = w_a \end{cases} \quad z = h, \quad \begin{cases} u = u_b \\ v = 0 \\ w = w_b \end{cases} \quad (3.94)$$

$$u = \underbrace{\frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} (z^2 - zh)}_{\text{Poiseuille akışterimi (basınç gradyenti)}} + \underbrace{\left(1 - \frac{z}{h} \right) u_a + \frac{z}{h} u_b}_{\text{Couette akış (sabit basınç)}} \quad (3.95)$$

$$v = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial y} (z^2 - zh) \quad (3.96)$$

Sınır şartları için Eş.3.92-3.93 integre edilir ve Eş.3.94'deki sınır şartları uygulanırsa yuvarlanma yönü ve sızıntı yönündeki akış hızları Eş.3.95-3.96 ile elde edilir. Burada v yanlara olan sızıntı akış hızıdır. Sızıntı yönündeki hız dönme yönündeki hıza göre ihmal edilebilir düzeyde olduğu durumda sadece sızıntı yönünde Poiseuille tipi akış oluşacağından, kayma terimi Eş.3.96'da yoktur. Şekil 3.12'de bu terimlerin fiziksel anlamı görülmektedir.



Şekil 3.12. a) Couette akış, b) Poiseuille akış, c) Kaymalı yataklardaki bileşik akış [17].

Kütlenin korunumu

Eş.3.95-3.96’i elde edilen bu hızlar Eş.3.77’de yerine yazılıp integrali alınırsa Eş.3.98 Elde edilir.;

$$\int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial t} dz + \int_0^h \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dz + \int_0^h \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dz + \int_0^h \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dz = 0 \quad (3.97)$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{h \frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{ilk terimden}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} [\rho(u_a + u_b)h]}_{\text{ikinci terimden}} - u_b \rho \frac{\partial h}{\partial x} \\ & + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right)}_{\text{üçüncü terimden}} + \underbrace{\rho(w_b - w_a)}_{\text{dördüncü terimden}} = 0 \end{aligned} \quad (3.98)$$

Taraflar bir araya toplandığında Eş.3.99 elde edilir.

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right)}_{\text{Poiseuille terimi basınç gradiyenti nedeniyle netakış}} = \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} [\rho(u_a + u_b)h]}_{\text{Couette Terimi Kayma nedeniyle netakış}} - \underbrace{\rho u_b \frac{\partial h}{\partial x}}_{\text{geometrik sıkıştırma}} + \underbrace{\rho(w_b - w_a)}_{\text{normal sıkıştırma}} + \underbrace{h \frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{genleşme}} \quad (3.99)$$

Eş.3.99’da Couette terimi, akışın fiziğindeki etkilerini daha iyi belirlemek için açılırsa;

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} [\rho(u_a + u_b)h] \\ & = \underbrace{\frac{1}{2} \rho h \frac{\partial}{\partial x} (u_a + u_b)}_{\text{fiziksel gergi}} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho (u_a + u_b) \frac{\partial h}{\partial x}}_{\text{fiziksel sıkışma}} + \underbrace{\frac{1}{2} (u_a + u_b) h \frac{\partial \rho}{\partial x}}_{\text{yoğunluk sıkışması}} \end{aligned} \quad (3.100)$$

Eş.3.100 elde edilir. Gergi terimleri (kayma yok), yoğunluk sıkışması (sıkıştırılmaz akış) ve genleşmeyi ihmal edersek Eş. 3.101’deki genel Reynold denklemi elde edilir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \rho (u_a + u_b) \frac{\partial h}{\partial x} + \rho (w_b - w_a) \quad (3.101)$$

Akışın oluştuğu eşdeğer yüzeylerin bağıl hızı kullanıldığında $w = 0$ @ $z = 0$, olacağından

Eş.3.101'in sağ tarafı $\frac{1}{2}u \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + \rho w_b$ olur. Burada $w_b = \frac{\partial h}{\partial t}$ (squeeze velocity)

olduğundan denklemin sağ tarafı $\frac{1}{2}u \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + \rho \frac{\partial h}{\partial t}$ halini alır. Bu durumda standart Reynold Denklemi Eş.3.102'de verilmiştir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{1}{2}u \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + \rho \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.102)$$

Eş.3.102'deki Reynold denklemi sıkıştırılamaz akış için Eş.3.103'de, durağan durum Reynolds denklemi ise Eş.3.104'de verilmiştir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{1}{2}u \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.103)$$

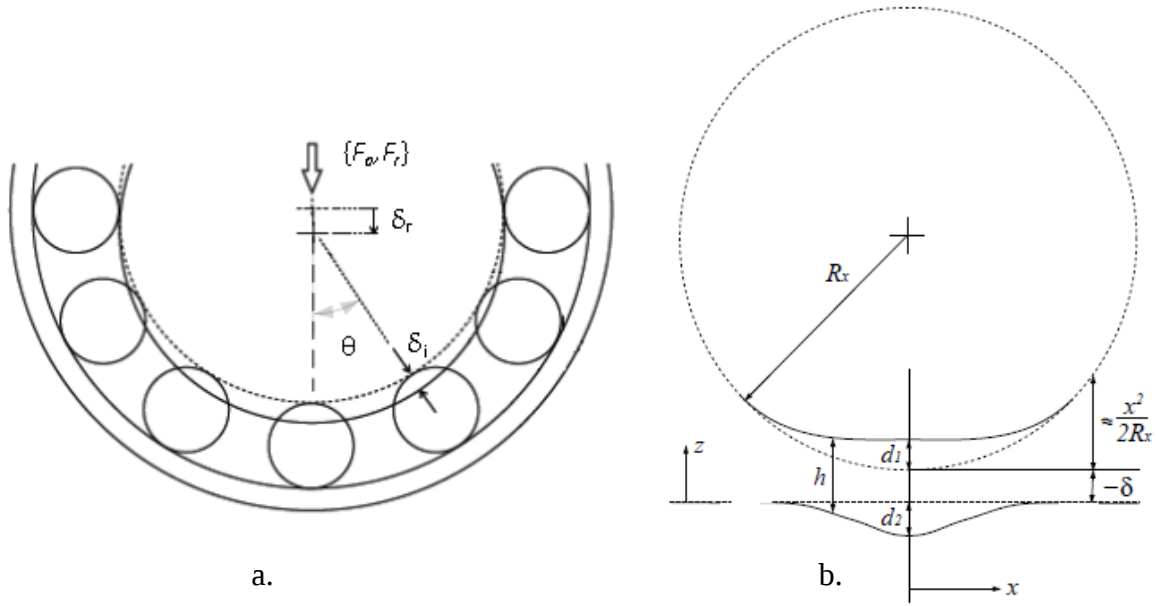
Bu denklemin çözümü hidrodinamik basınç dağılımını verir. Eş.3.103 hem fiziksel sıkışma (wedge effect) hem de yüzeylerin karşılıklı yaklaşması (squeeze effect) nedeniyle basınç oluşturma kapasitesini hesaba katmaktadır.

Reynold denkleminin çözümünden yağlayıcı film profili ile basınç dağılımı elde edilmektedir. Basınç dağılımı elde edilince yük taşıma kapasitesi, normal kuvvet, sürtünme kuvveti, akış debisi gibi önemli yatak parametreleri belirlenebilmektedir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 12u \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} \quad (3.104)$$

3.3.4. Elastik ezilme

Şaft hareketi nedeniyle rulman iç ve dış bileziğinin Şekil 3.13-a'daki gibi karşılıklı yaklaşması, bilye bilezik temasında eliptik bir temas izi oluşturmakta, Şekil 3.13-b'deki gibi yerel ezilmelere yol açmaktadır. Temas normali doğrultusundaki noktasal yükün oluşturduğu bu temas izinin büyüklüğü üçüncü bölümde verilmiştir.



Şekil 3.13. İki elastik katının karşılıklı yaklaşması [51].

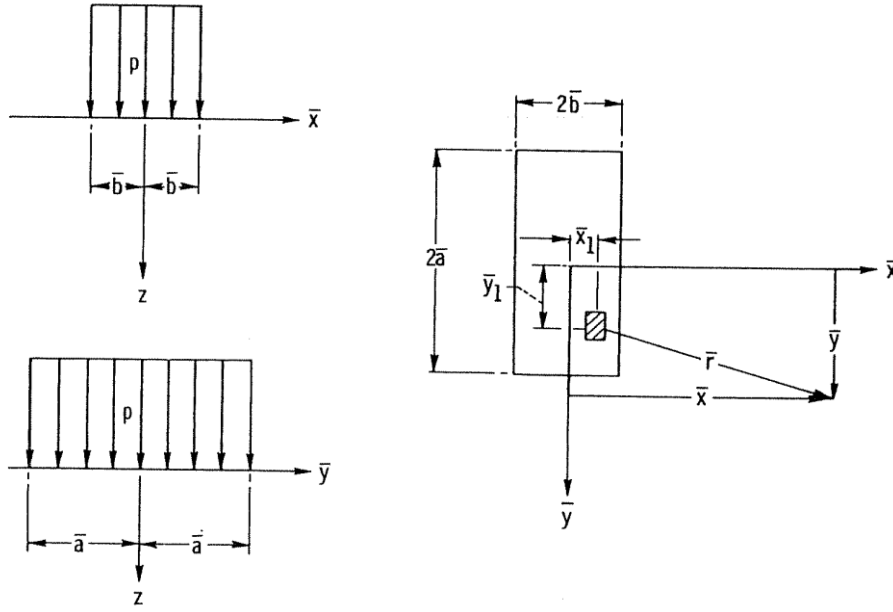
Düzlem gerilme şartları için (x, y) koorninatlarındaki uniform bir basıncın bir $(\bar{x}, \bar{y})$ noktasında oluşturduğu elastik ezilme Timoshenko ve Goodier (1970) tarafından Eş.3.105'deki gibi ifade edilmiştir [108].

$$d(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{2}{\pi E'} \iint_s \frac{p(x, y) d\bar{x} d\bar{y}}{\sqrt{(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2}} \quad (3.105)$$

Farklı eğriliklere sahip temasdaki iki elastik cismin, ezilmeye uğramamış eşdeğer yüzeyleri paraboloid olarak modellenenebilir [51, 59]. Bu aşamada yuvarlanma elemanı ve bilezikteki toplam ezilmenin belirlenmesi için uygun bir yaklaşım temastaki basınç dağılımını dikdörtgensel uniform basınç bloklarına bölmektir. Bu durumda bir noktada oluşan toplam ezilme her bir uniform basınç bloğunun o noktada oluşturacağı ezilmenin toplamına eşit olacaktır.

Eş.3.105'deki integral uniform basınç noktaları için alınırsa ezilme Eş.3.106'ile elde edilebilir [72, 79, 108]. Burada basınç etki katsayısı olan D Eş.3.10'de verilmiştir.

$$d(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{2p}{\pi E'} D \quad (3.106)$$



Şekil 3.14. $(\bar{x}_1, \bar{y}_1)$ 'deki uniform basınç bloğunun bir $(\bar{x}, \bar{y})$ noktası için ezilme etkisi [46].

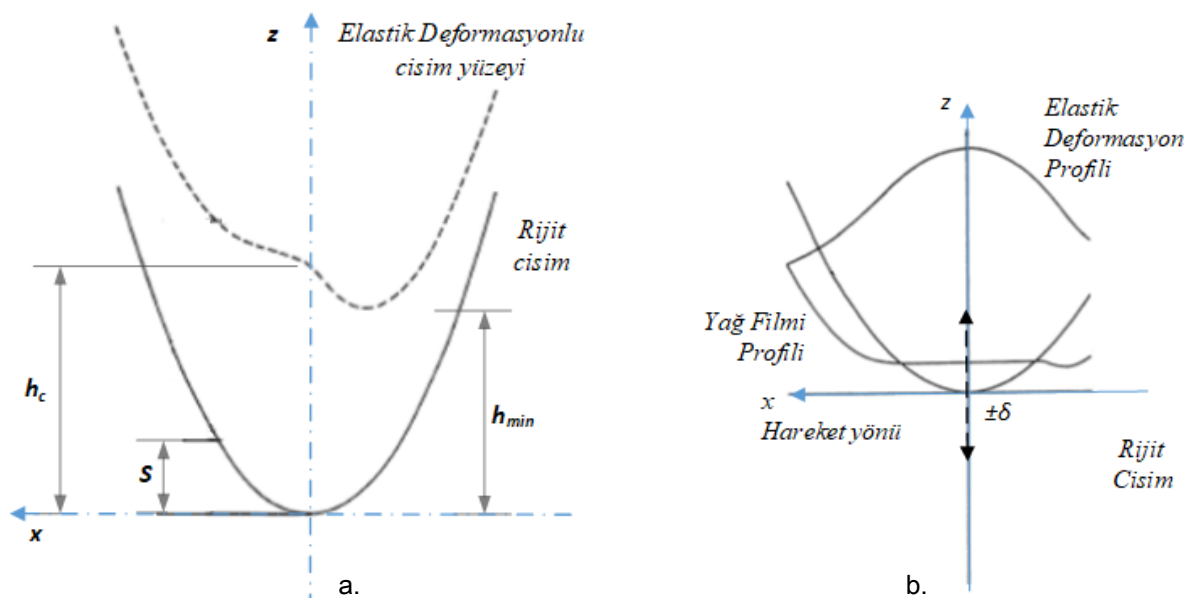
$$\begin{aligned}
 D = & (\bar{x} + \bar{b}) \ln \left[\frac{(\bar{y} + \bar{a}) + \left[(\bar{y} + \bar{a})^2 + (\bar{x} + \bar{b})^2 \right]^{1/2}}{(\bar{y} - \bar{a}) + \left[(\bar{y} - \bar{a})^2 + (\bar{x} + \bar{b})^2 \right]^{1/2}} \right] \\
 & + (\bar{y} + \bar{a}) \ln \left[\frac{(\bar{x} + \bar{b}) + \left[(\bar{y} + \bar{a})^2 + (\bar{x} + \bar{b})^2 \right]^{1/2}}{(\bar{x} - \bar{b}) + \left[(\bar{y} + \bar{a})^2 + (\bar{x} - \bar{b})^2 \right]^{1/2}} \right] \\
 & + (\bar{x} + \bar{b}) \ln \left[\frac{(\bar{y} - \bar{a}) + \left[(\bar{y} - \bar{a})^2 + (\bar{x} - \bar{b})^2 \right]^{1/2}}{(\bar{y} + \bar{a}) + \left[(\bar{y} + \bar{a})^2 + (\bar{x} - \bar{b})^2 \right]^{1/2}} \right] \\
 & + (\bar{y} - \bar{a}) \ln \left[\frac{(\bar{x} - \bar{b}) + \left[(\bar{y} - \bar{a})^2 + (\bar{x} - \bar{b})^2 \right]^{1/2}}{(\bar{x} + \bar{b}) + \left[(\bar{y} - \bar{a})^2 + (\bar{x} + \bar{b})^2 \right]^{1/2}} \right]
 \end{aligned} \tag{3.107}$$

Temastaki bölge için $[(m+n), l]$ boyutlarında bir mesh yapı oluşturulur ve temas basıncı bu mesh yapı için uniform bloklara bölünürse her bloktaki basıncın temasta oluşturduğu elastik ezilme Eş.3.108 ile sayısal olarak elde edilebilir. Burada $[(m+n), l]$ elastik ezilmenin elde edileceği domainin sırasıyla eliptik iz semimajör ve semiminor eksenlerin kaç katı büyüklüğünde olduğunu ifade etmektedir. Dördüncü bölümde bu doğrultuda ele alınan örnek çalışma sunulmuştur.

$$d_{i',j'}(X,Y) = \frac{2}{\pi E'} \sum_{j=1,2,\dots}^n \sum_{i=1,2,\dots}^m p_{i,j} D_{i^*,j^*} \quad (3.108)$$

3.3.5. Film kalınlığı

EHL temasta temas basıncını ve temas kuvvetlerini elde edebilmek için Reynold denkleminin çözümüne ihtiyaç vardır. Reynolds denkleminin çözümü için en basit yaklaşım ise önce bir film profili kabul etmek, sonrasında Reynold denklemini bu profile göre çözüp yüzeydeki elastik ezilmeyi değerlendirip yeniden film kalınlığını güncelleyerek iterasyonu basınç ve film kalınlığı yakınsayana kadar devam ettirmektir.



Şekil 3.15. EHL temas bölgesindeki film kalınlığının bilşenlerine ilişkin geometri [42].

EHL temasta film kalınlığı ve elastik deformasyon birbiri ile bağılı (coupled) durumdadır. Çünkü deformasyon miktarı film kalınlığını değiştirmekte, film kalınlığı basıncın hesaplanmasını sağlamakta, basınç ise oluşacak ezilmeyi belirlemektedir. Bölüm 3.1’de yük elastik ezilme ilişkisi verilmiştir. Eğerki rulman merkezi δ kadar yer değiştirirse ve bilezikler arasında bilyeye δ kadar sıkıştırma yaparsa bu durumda film kalınlığı denklemi şekil 3.15 doğrultusunda Eş.3.109 ile elde edilebilir.

$$h(x, y, t) = -\delta(t) + \frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y} + d(x, y, t) \quad (3.109)$$

Şekil 3.15'deki bilye pozisyonu için dış bilezik sabitken iç bilezik merkezi δ kadar yer değiştirirse ve temas merkezinde (x_0, y_0) düzlem yüzeyi ile elastik cisim yüzeyi arasındaki geometrik uzaklaşma sıfır olduğundan iç bilezik ve dış bilezik temasındaki toplam ezilme ile toplam film kalınlığı Eş.3.108,'den Eş.3.109 ile elde edilebilir.

3.3.6. Kuvvet denge denklemi

EHL temastaki elamanlar üzerinde bulunan temas yükü, yağlayıcı filmi tarafından taşınmaktadır. Bunun sonucunda quasi-statik yaklaşımla, çözüm bölgesindeki (domain) basıncın integrali, elamanlar üzerine uygulanan yüke eşit olmalıdır. Bu şart, genellikle kuvvet denge denklemi olarak bilinir. Elde edilen temas basıncının iteratif olarak doğrulanabilmesi için basıncın integrasyonu ile elde edilen temas kuvvetinin hesaplanması gereklidir. EHL temasta geçiş (transient) durumu için yuvarlanma elemanı için hareket denklemi Eş.3.110'ile elde edilebilir [52].

$$m \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \iint_s p(x, y, t) dx dy = F(t) \quad (3.110)$$

Quasi-statik durum için hareket denklemi Eş.3.111'deki kuvvet denge denklemine dönüşmektedir.

$$\iint_s p(x, y, t) dx dy = F(t) \quad (3.111)$$

4. EHL TEMAS DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMLENMESİ

Şaft - EHL temaslı rulman sisteminin dinamik davranışının incelenebilmesi için yuvarlanma elemanı ile bilezikler arasındaki normal temas kuvvetinin hesaplanması gereklidir. Temas kuvvetleri için ise oluşturulan temas modeline (seri bağlı iki Voight model) göre, hem iç bilezikte hem dış bilezikte film kalınlığı, temas katılığı, bileziklerin oluştuğu baskı ve baskı hızının hesaplanmasına ihtiyaç vardır. Bu maksatla üçüncü bölümde temas geometrisi, yük-ezilme ilişkisi, hidrodinamik akışı tanımlayan Reynolds denklemi, film kalınlığı denlemi verilmiştir. Bu denklemler birbirine bağlı olduğu için Reynold denklemi, elastik ezilme denklemi, film kalınlığı denklemi eşzamanlı olarak iretative yöntemle çözülmesi gerekmektedir. Çünkü diferansiyel denklemlerin katsayıları olan film kalınlığı ve temas kuvvetleri, çözümün sonucunda elde edilecek yer değiştirme ve hızlara bağlıdır. Bu bölümde EHL temas karakteritiğinin belirlenmesine yönelik çözümler verilmiştir.

4.1. Çözüm Yöntemleri

Yağ filmi durağan duruma ulaştığında Eş.3.102'deki Reynold denkleminde $\rho(\partial h / \partial t)$ sıfır olacaktır. Durağan durum veya denge problemleri eliptik diferansiyel denklemler olarak adlandırılır [109]. Bu tür ikinci mertebeden kısmı diferansiyel denklemler Eş.4.1'deki gibi ifade edilmektedir.

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D \frac{\partial u}{\partial x} + E \frac{\partial u}{\partial y} + Fu = G(x, y) \quad (4.1)$$

Burada bağımlı değişken u bağımsız değişkenler x ve y iken katsayılar bir sabit veya fonksiyon olabilmektedir. Eş.4.1 tipindeki denklemlerin katsayılarına bağlılığı üçe ayrılmaktadır [109]. $B^2 - 4AC > 0$ ise hiperbolik, $B^2 - 4AC = 0$ ise parabolik, $B^2 - 4AC < 0$ ise eliptik PDE olarak adlandırılmaktadır. Eliptik PDE'lerin çözümü için iteratif tekniklerin kullanılması gereklidir. Reynolds denklemi bu tip bir denklemdir.

EHL temas denklemleri olarak bilinen Eş.3.104'deki Reynolds denklemi, Eş.3.109'daki Film kalınlığı denklemi ve Eş.3.111'deki Kuvvet Denge denkleminin çözümünde kullanılan yöntemler doğrudan (direct) ve ters (invers) yöntemler olarak iki gruba ayrılabilir [49].

Doğrudan yöntemlerde belirli bir film kalınlığı için basınç hesaplanırken, endirek yöntemde bir basınç profili için film kalınlığının çözümü yapılmaktadır. Doğrudan çözüm yöntemleri olarak; Gauss-Seidel iteratif metot, SOR (succesive over relaxation) metot, Newton-Raphson metot, Çoklu ağ (Multigrid Multi Layer) metodu sayılabilir. Bu bölümde sunulan çalışmada Gauss-Seidel metodu kullanılmıştır.

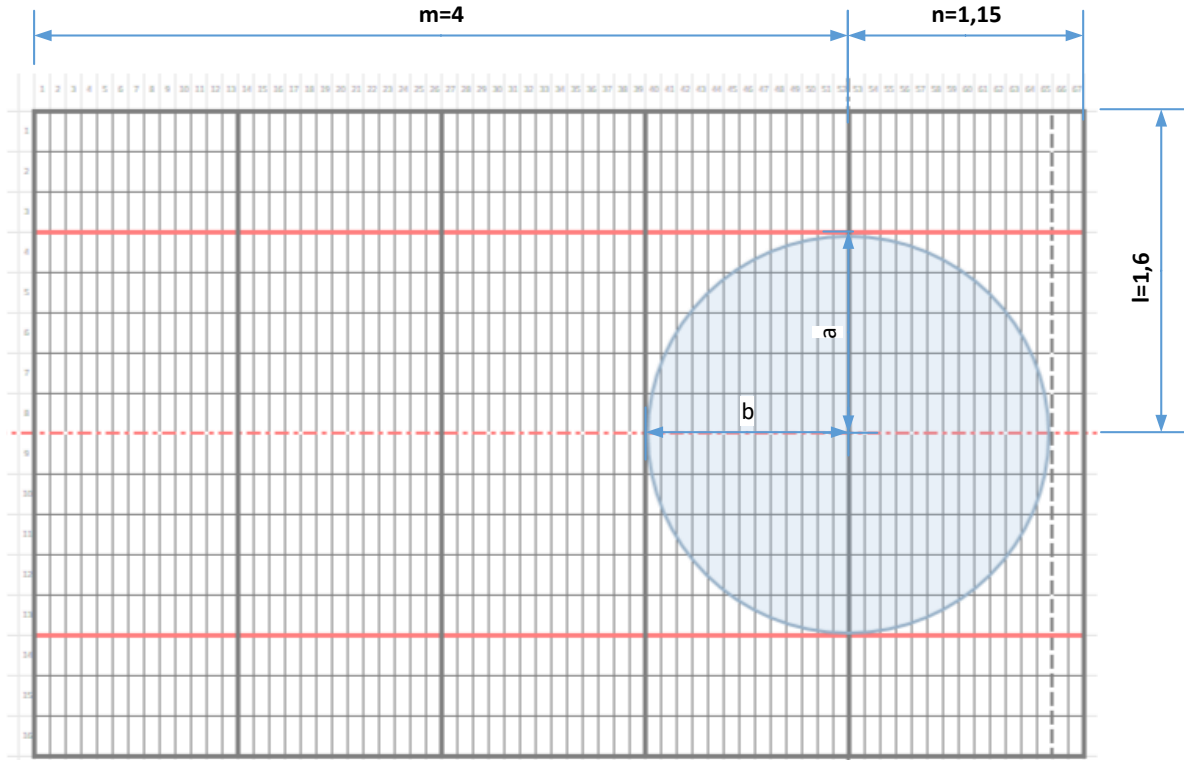
4.2. EHL Temas Denklemlerinin Nümerik Çözümü

Rulmalardaki yük-ezilme ilişkisini ifade eden denklemler ve viskoz akışı tanımlayan Reynolds denklemi (özellikle viskozitenin eksponansiyel değişimini içerdiğinden) doğrusal olmadığından hem şaft rulman sisteminin hareket denklemlerinin çözümünde hem de EHL temas denklemlerinin çözümünde sayısal yöntem benimsenmiştir.

4.2.1. Çözüm bölgesi

Temas basıncının ve elastik ezilmenin nümerik çözümü için çözüm alanının tanımlanmasına ihtiyaç vardır. Bunun için yağlayıcı akışkanın temas bölgesine akışı yönünde ve akışa dik yönde dikdörtgensel bir hesaplama alanı tanımlanmıştır. EHL temasta Hertzian temas bölgesinde yağlayıcı akışı kayma gerilmesi sonucu oluşmakta basınç gradyenti neredeyse sıfır olmakta, temastaki elemanlar üzerinde oluşacak yük artışı, yağ filminin kalınlığını değiştirmeyip elastik ezilme artışı ile karşılanmaktadır [18]. Bu durumda yağlayıcı akışkanın temas bölgesine girdiği bölgede ve Hertz temas izinin etrafındaki bölgede temas normaline doğrultusunda sıkışma oluşmaktadır. Yağlayıcıdaki sıkışma sebebiyle oluşan viskoz sürtünme, EHL temastaki sönümleyiciliğin ana nedenidir. Dolayısıyla EHL temas denklemleri seçilirken temasta oluşturulacak hesap alanı büyüklüğü temas karakteristiğinin doğru belirlenmesinin ön koşuludur.

Oluşturulacak nodal yapı, temas izinin büyüklüğü ile orantılı olarak tanımlanır. Tanımlanan nodal yapı, tam EHL koşulunu sağlanabilmesi için minimum $(-3 < X < 1,2)$ ve $(-2 < Y < 2)$ olarak alınmalıdır [66]. $(-5 < X < 1,5)$ ve $(-2,6 < Y < 2,6)$ olarak alındığında ezilme en fazla %5 hata ile bulunabilir [46]. Bu yapının büyüklüğü EHL temasta katılığı çok %6 değiştirirken sönümleyiciliği %25'de kadar değiştirebilmektedir [82].



Şekil 4.1. Çözüm domaini ve kullanılan nodal mesh yapısı.

Elastik ezilme ve basınç dağılımının eşzamanlı nümerik çözümü için kullanılan nodal yapı Şekil 4.1’de görüldüğü gibidir. Burada $\bar{m}$ ve $\bar{n}$ sırasıyla giriş ve çıkış bölgesinin temas elipsi tali eksen yarı uzunluğunun kaç katı olacağını belirlemek için kullanılan sabitlerdir. $\bar{l}$ ise yanal (transverse) doğrultudaki uzunluğun temas elipsi ana eksen yarı uzunluğunun kaç katı olacağını belirlemek için kullanılan sabittir.

Belirlenen bu alan için oluşturulacak nodal yapısının büyüklüğü sonucun içereceği hata miktarı açısından da önemlidir. Eğer kafes yapısı yeterli düzeyde olmazsa basınç hatalı olacaktır. Bununla birlikte kafes yapısını sıklaştırmak kesme hatası (truncation error) seviyesini yükseltecektir. Belirlenen temas alanı ve nodal yapının büyüklüğü bölüm 4.3’de verilmiştir.

4.2.2. Boyutsuzlaştırma ve parametre gruplama

Boyutsuzlaştırma işlemi; problemdeki parametre sayısını azaltmak, problemi ölçeklemek, hangi parametrenin önemli hangisinin önemsiz olduğunu belirlenmesini sağlamak, problemi birimsiz olarak incelemek, hatanın yuvarlanması önlemek amacıyla

kullanılmaktadır. Bu nedenle çözümü uygulama için ilk aşama boyutsuzlaştırmanın uygulanmasıdır. Durağan durum Reynolds denklemi:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 12u \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} \quad (4.2)$$

Eş.4.2'deki durağan durum Reynolds denleminde boyutsuzlaştırmak için Eş.4.3'de verilen parametreler kullanıldığında Eş.4.5'deki boyutsuzlaştırılmış Reynolds denklemi elde edilir.

$$X = \frac{\tilde{x}}{b}, \quad Y = \frac{\tilde{y}}{a}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0}, \quad H = \frac{h}{R_x}, \quad P = \frac{p}{E'}, \quad \Delta = \frac{\delta}{d_c} \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial Xb} \left(\frac{\bar{\rho} \rho_0 H^3 R_x^3}{\bar{\eta} \eta_0} \frac{\partial PE'}{\partial Xb} \right) + \frac{\partial}{\partial Ya} \left(\frac{\bar{\rho} \rho_0 H^3 R_x^3}{\bar{\eta} \eta_0} \frac{\partial PE'}{\partial Ya} \right) = 12u \frac{\partial(\bar{\rho} \rho_0 H R_x)}{\partial Xb} \quad (4.4)$$

Boyutsuz hız $U = \frac{u\eta_0}{E'R_x}$ kabulü ile, boyutsuz Reynolds denklemi Eş.4.5'de verilmiştir.

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\bar{\rho} H^3}{\bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{1}{\kappa^2} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\bar{\rho} H^3}{\bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = 12U \left(\frac{b}{R_x} \right) \frac{\partial(\bar{\rho} H)}{\partial X} \quad (4.5)$$

Bu denklem homojen olmayan, ikinci mertebeden, doğrusal olmayan, kısmi diferansiyel denklemdir. Bu ikinci mertebeden kısmi diferansiyel denklemin kapalı tip analitik çözümü yoktur [58]. Dolayısıyla yağlayıcı filminin basınç alanını elde etmek için nümerik sonlu farklar şeması genelde kullanılmaktadır. Çözüm $\bar{\rho}$, $\bar{\eta}$, E' , R_x , R_y , F , u , h , κ ve sınır şartlarına bağlıdır. Genellikle Eş.4.5'deki kısmi diferansiyel terimler sonlu fark operatörleri ile değiştirilmekte ve yağ filminin açılmış halini ifade eden dikdörtgensel grid yapı içerisinde ayrık noktalar için basınç alanı örneklenerek çözüm uygulanmaktadır. Eş.4.3 kullanılarak boyutsuzlaştırılmış film kalınlığı denlemi Eş.4.6'da verilmiştir. Boyutsuz kuvvet denge denklemi Eş.4.7 ile elde edilebilir.

$$H(X, Y) = -\Delta_0 + \frac{(Xb)^2}{2R_x^2} + \frac{(Ya)^2}{2R_x R_y} + \frac{2}{\pi R_x} \iint_s \frac{P(\tilde{X}, \tilde{Y}) d\tilde{X} d\tilde{Y}}{\sqrt{(X - \tilde{X})^2 + (Y - \tilde{Y})^2}} \quad (4.6)$$

$$F = E'ab \iint_s PdXdY \quad (4.7)$$

Boyutsuz viskozite denklemi için Eş.3.73'deki Roleand basınç viskozite ilişkisinin ters logaritmasını aldıktan sonra parametreler gruplanarak Eş.4.8'de, boyutsuz yoğunluk ise Dowson-Higginson ifadesinin boyutsuzlaştırma yukarıda verilen boyutsuzlaştırma parametreleri ile Eş.4.9'da verilmiştir.

$$\bar{\eta} = \left(\frac{\eta_{\infty}}{\eta_0} \right)^{\left[-1(1+5.1 \times 10^{-9} p)^z \right]} \quad (4.8)$$

$$\bar{\rho} = 1 + \frac{0.58PE'}{1 + 1.68PE'} \quad (4.9)$$

Boyutsuzlaştırma işlemi sonrasında parametre sayısı boyutsuz gruplama ile daha da azaltılabilir. Gruplama işlemi en çok benzelik analizi (maksimum similarity analysis) ile yapılmaktadır. Dowson EHL temas denklemleri için 4 parametre ile Moes ise 2 parametre ile gruplama sunmuştur. Bu tez çalışmasında parametre analizi yapılmamış olup Dowson-Hamrock parametre gruplaması benimsenmiştir. Sırasıyla, “*Boyutsuz Hız Parametresi*”, “*Boyutsuz Yük Parametresi*” ve “*Boyutsuz Malzeme Parametresi*” Dowson-Hamrock parametre gruplaması ile Eş.4.10-4.12'de, “*Boyutsuz Yük Parametresi*” ve “*Boyutsuz Malzeme Parametresi*” Moes'in parametre gruplaması ile Eş.4.13-4.14'de verilmiştir.

$$U = \frac{u\eta_0}{E'R_x} \quad (4.10)$$

$$W = \frac{F}{E'R_x^2} \quad (4.11)$$

$$G = E'\alpha \quad (4.12)$$

Moes [110, 111]'in parametre gruplaması ile Dowson'ın parametre gruplaması arasındaki ilişki Eş.4.15-4.16'da verilmiştir. Bu tez çalışmasında beşinci bölümde Hamrock-Dowson film kalınlığı denklemi kullanıldığından film kalınlığı denkleminde Dowson [46]'ın parametre gruplanması, sönümleyicilik için ise Wijnant [18]'in sönümleyicilik denklemi kullanıldığından sönümleyicilikte Moes parametre gruplaması da kullanılmıştır.

Moes'in parametre gruplaması:

$$M = \frac{F}{E'R_x^2} \left(\frac{2E'R_x}{\eta_0 u} \right)^{3/4} \quad (4.13)$$

$$L = \alpha E' \left(\frac{\eta_0 u}{2E'R_x} \right)^{1/4} \quad (4.14)$$

$$M = W(2U)^{-3/4} \quad (4.15)$$

$$L = G(2U)^{1/4} \quad (4.16)$$

4.2.3. Ayırıklaştırma

EHL teması tanımlayan ve Eş.4.5'de verilen boyutsuz Reynold denklemi, film kalınlığı denklemi ve kuvvet denge denkleminin eş zamanlı çözümü için nümerik yöntemler kullanılmaktadır. Nümerik çözüm için öncelikle ayırıklaştırma (discretization) işlemi gereklidir. Herhangi bir fonksiyonun kısmi diferansiyel terimler için Eş.4.17'deki Taylor serisi açılımı kullanılabilir [62]. Merkezi farklar kullanılarak herhangi bir fonksiyonun birinci türevi Eş.4.18'de ikinci türevi ise Eş.4.19'de verilmiştir. Geri farklar ile birinci türev ise Eş.4.20'de verilmiştir.

$$\left. \begin{aligned} f(x + \Delta x) &= f(x) + \Delta x \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{2}(\Delta x)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dots \\ f(x - \Delta x) &= f(x) - \Delta x \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{2}(\Delta x)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dots \\ f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x) &= 2\Delta x \frac{\partial f}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

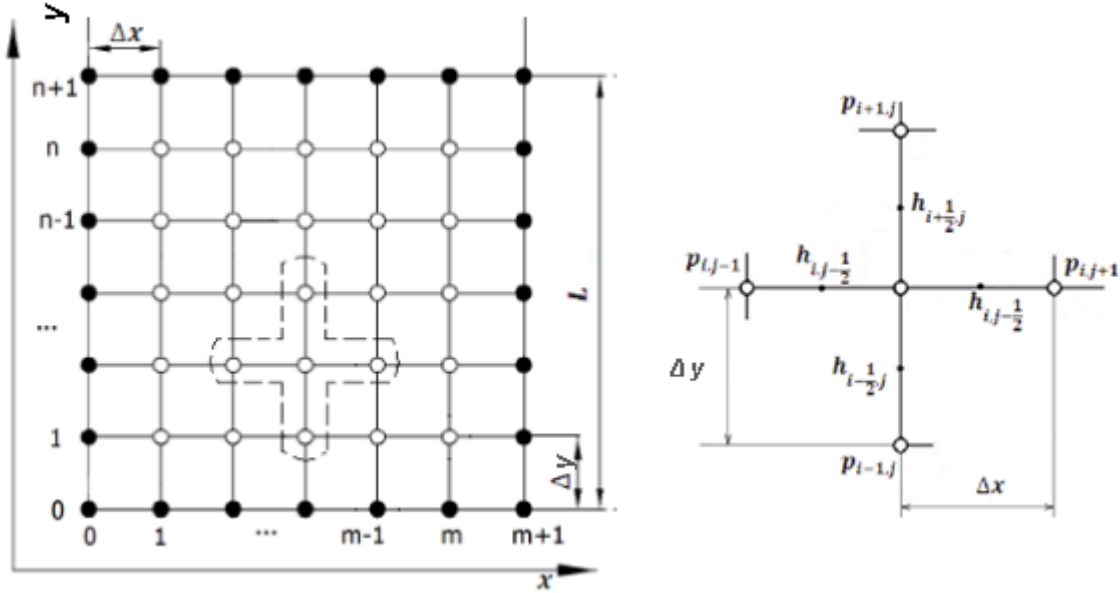
$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2\Delta x} \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i) + f(x_{i-1}))}{\Delta x^2} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x} = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1}))}{\Delta x} \quad (4.20)$$

EHL temas basıncını nümerik olarak hesaplamak için Şekil 4.2'deki gibi kafes yapısı kullanılırsa sıkıştırılamaz akış için Reynold denklemi Eş.4.22'deki gibi ayrıklaştırılabilir.

Eş.4.21 açılıp düzenlenirse ayrıklaştırılmış Reynolds denklemi Eş.4.22'deki gibi elde edilir.



Şekil 4.2. EHL temas bölgesinde kullanılan nodal yapı.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) &= 3H_{i,j}^2 \frac{H_{i+1,j} - H_{i-1,j}}{2\Delta X} \frac{P_{i+1,j} - P_{i-1,j}}{2\Delta X} + H_{i,j}^3 \frac{P_{i+1,j} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j}}{(\Delta X)^2} \\ \frac{\partial}{\partial Y} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) &= 3H_{i,j}^2 \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j-1}}{2\Delta Y} \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j-1}}{2\Delta Y} + \bar{h}_{i,j}^3 \frac{P_{i,j+1} - 2P_{i,j} + P_{i,j-1}}{(\Delta Y)^2} \\ \frac{\partial H}{\partial X} &= \frac{H_{i+1,j} - H_{i-1,j}}{2\Delta H} \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} &P_{i+1,j} \left[\underbrace{\left(3H_{i,j}^2 \frac{H_{i+1,j} - H_{i-1,j}}{4\Delta X^2} \right) + \frac{H_{i,j}^3}{\Delta X^2}}_A \right] - P_{i-1,j} \left[\underbrace{\left(3H_{i,j}^2 \frac{H_{i+1,j} - H_{i-1,j}}{4\Delta X^2} \right) - \frac{H_{i,j}^3}{\Delta X^2}}_B \right] \\ &+ P_{i,j+1} \left\{ \underbrace{\frac{1}{\kappa^2} \left[\left(3H_{i,j}^2 \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j-1}}{4\Delta Y^2} \right) + \frac{H_{i,j}^3}{\Delta Y^2} \right]}_C \right\} - P_{i,j-1} \left\{ \underbrace{\frac{1}{\kappa^2} \left[\left(3H_{i,j}^2 \frac{H_{i,j+1} - H_{i,j-1}}{4\Delta Y^2} \right) + \frac{H_{i,j}^3}{\Delta Y^2} \right]}_D \right\} \\ &- P_{i,j} \left[\underbrace{\frac{2H_{i,j}^3}{\Delta X^2} + \frac{1}{\kappa^2} \frac{2H_{i,j}^3}{\Delta Y^2}}_F \right] = \underbrace{\frac{12Ub}{R_x} \frac{H_{i+1,j} - H_{i-1,j}}{2\Delta X}}_E \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$P_{i,j} = (AP_{i+1,j} - BP_{i-1,j} + CP_{i,j+1} - DP_{i,j-1} - E) / F \quad (4.23)$$

Eş.3.109'deki film kalınlığı denkleminde elastik ezilmeyi veren çift katlı integralin hesaplanması zaman alan bir işlemdir. Bu denklemle ilgili diğer bir dezavantaj ise elastik deofrmayon ifadesinin basınç değişimine duyarsız olmasıdır. Bunun nedeni her bir düğüm noktasındaki ezilme miktarının, temas domainindeki her bir uniform basınç bloğunun oluşturduğu sehimin toplamından oluşmasıdır. Eş.4.24'de ile nümerik olarak film kalınlığı hesaplanabilir [46].

$$H(X,Y) = H_0 + \frac{(Xb)^2}{2R_x^2} + \frac{(Ya)^2}{2R_x R_y} + \frac{2}{\pi} \sum_{j=1,2,\dots}^{2m} \sum_{i=1,2,\dots}^n P_{i,j} \bar{D}_{i^*,j^*} \quad (4.24)$$

Burada basınç etki katsayısı $\bar{D}$ Eş.4.25 ile elde edilebilir [108]. Buradaki $\bar{c}$ ve $\bar{d}$ temas domaininin mesh yapısı için belirlenen sırasıyla temas elipsinin büyük ve küçük eksenlerindeki bölüm sayısını ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} \bar{D} = & b \left(X + \frac{1}{2\bar{d}} \right) \ln \left[\frac{\kappa \left(Y + \frac{1}{2\bar{c}} \right) + \left[\kappa^2 \left(Y + \frac{1}{2\bar{c}} \right)^2 + \left(X + \frac{1}{2\bar{d}} \right)^2 \right]^{1/2}}{\kappa \left(Y - \frac{1}{2\bar{c}} \right) + \left[\kappa^2 \left(Y - \frac{1}{2\bar{c}} \right)^2 + \left(Y + \frac{1}{2\bar{d}} \right)^2 \right]^{1/2}} \right] \\ & + a \left(Y + \frac{1}{2\bar{c}} \right) \ln \left[\frac{\left(X + \frac{1}{2\bar{d}} \right) + \left[\kappa^2 \left(Y + \frac{1}{2\bar{c}} \right)^2 + \left(X + \frac{1}{2\bar{d}} \right)^2 \right]^{1/2}}{\left(X - \frac{1}{2\bar{d}} \right) + \left[\kappa^2 \left(Y + \frac{1}{2\bar{c}} \right)^2 + \left(X - \frac{1}{2\bar{d}} \right)^2 \right]^{1/2}} \right] \\ & + b \left(X - \frac{1}{2\bar{d}} \right) \ln \left[\frac{\kappa \left(Y - \frac{1}{2\bar{c}} \right) + \left[\kappa^2 \left(Y - \frac{1}{2\bar{c}} \right)^2 + \left(X - \frac{1}{2\bar{d}} \right)^2 \right]^{1/2}}{\kappa \left(Y + \frac{1}{2\bar{c}} \right) + \left[\kappa^2 \left(Y + \frac{1}{2\bar{c}} \right)^2 + \left(Y - \frac{1}{2\bar{d}} \right)^2 \right]^{1/2}} \right] \\ & + a \left(Y - \frac{1}{2\bar{c}} \right) \ln \left[\frac{\left(X - \frac{1}{2\bar{d}} \right) + \left[\kappa^2 \left(Y - \frac{1}{2\bar{c}} \right)^2 + \left(X - \frac{1}{2\bar{d}} \right)^2 \right]^{1/2}}{\left(X + \frac{1}{2\bar{d}} \right) + \left[\kappa^2 \left(Y - \frac{1}{2\bar{c}} \right)^2 + \left(X + \frac{1}{2\bar{d}} \right)^2 \right]^{1/2}} \right] \end{aligned} \quad (4.25)$$

EHL temas domaini için normal yük, Eş.3.111'deki ifade de verildiği gibi basıncın temas alını boyunca integrasyonu ile elde edilebilir. Eş.3.11'deki çift katlı integral, Simpson kuralı ile nümerik olarak Eş.4.26 ile hesaplanabilir [42, 43].

$$F = \frac{4E'ab}{9\bar{c}\bar{d}} \sum_{i=1}^{m+n} 2^{q1} \left(\sum_{j=1}^l 2^{q2} P_{i,j} \right) \quad (4.26)$$

4.2.4. Sınır ve başlangıç koşulları

Eş.4.22'deki Reynolds denlemi, film kalınlığı denklemleri ve kuvvet denkleminin çözüm bölgesi için sınır şartlarının tanımlanmasına ihtiyaç vardır. Sınır şartı yağ filminin nerede koptuğunu belirlemek için ve temas basıncının nerede sıfır olduğunu hesaplamak için gereklidir. Filmin koptuğu nokta ise başlangıçta bilinmemektedir. Bu nedenle üç farklı sınır şartı hesaplamalarda kullanılmaktadır. Bunlar Reynolds sınır şartı, tam Sommerfeld sınır şartı ve yarım Sommerfeld sınır şartıdır.

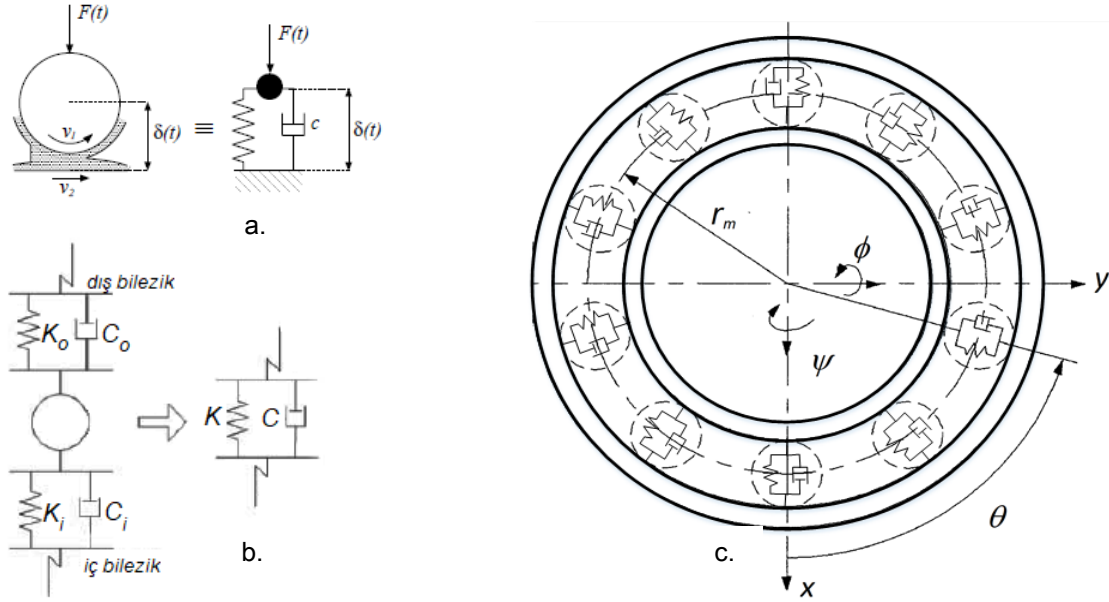
Tam Sommerfeld sınır şartında Reynolds denklemleri, negatif basınç hesaplanmasına yol açmaktadır. Yarım Sommerfeld sınır şartında ise akışın süreklilik şartı ihlal edilmektedir. Reynolds sınır şartı ise basıncın yumuşak bir şekilde sıfıra yaklaşması gerektiğini kabulüne dayanır. Bu nedenle yapılan uygulama örneğinde kullanılan sınır şartları şunlardır:

- $P=0$ @ $i=1, i=m+n, j=-1, j=l$ (Nümerik hesaplama için nodal yapı etrafında basıncın çevre basıncına eşit kabul edilmiştir).
- Kaviteasyon sınırında $\frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial P}{\partial Y} = 0$ kabul edilmiştir. Kaviteasyon koşulu Reynolds denkleminin negatif basınç vermesi durumunda basıncın sıfıra eşitlenmesi ile uygulanmaktadır.
- Başlangıçta Hertzian temas alanı dışında başlangıç basıncı sıfır olarak alınır ve Hertzian temas alanı içinde ise başlangıç basıncının Hertzian basınç olduğu kabul edilmiştir.

4.3. EHL Temas Denlemleri Çözümü

EHL temalı şaft rulman sisteminin dinamik davranışının dinamik davranışının incelenmesi için EHL temasın modellenmesi ve çözülmesi gereklidir. Bu tez

çalışmasında EHL teması Şekil 4.3-a'daki gibi, bilye bilezikler teması eşleniği Voigt model ile Şekil 4.3-b'deki gibi ve rulman ise Şekil 4.3-c'deki gibi modellenmiştir. İki seri bağlı voigt model elemanın eşdeğeri EK-4'de sunulmuştur.



Şekil 4.3. EHL temaslı rulman modeli.

Çözüm örneği için şaft - kuru temaslı rulman sisteminden herhangi bir bilyenin dış bilezik teması için temas açısı, temas açısı doğrultusundaki iç bilezik ve dış bilezik arasında sıkışma miktarı ve temas yükü üçüncü bölümde verilen Hertz temas teorisi kullanılarak hesaplanmış ve böylece temas elipsinin ana ve asal eksen ölçüsü belirlenmiştir. Böylece EHL temas domaini oluşturulmuştur. Bu parametreler ve değerleri Çizelge 4.1'de sunulmuştur.

Çizelge 4.1. EHL temas basıncı ve film kalınlığı hesap örneği için kullanılan parametreler.

Parametre	Sembol	Değer	Birim
Bilye çapı	d_b	0,0079375	m
İç Bilezik Yuvarlanma Çapı	d_i	0,061933	m
İç Bilezik Yuvarlanma Çapı	d_o	0,046038	m
Bilye-Bilezik uyum Oranı	f_o	0,5242204	-
Temas açısı	α	0,2811	rad
Şaft devir hızı	ω_i	5000	d/d

Çizelge 4.1. (devam) EHL temas basıncı ve film kalınlığı hesap örneği için kullanılan parametreler

Poison oranı	ν	0,3	
Elastik modülü	E	200e9	N/m ²
Yağlayıcı Viskozitesi	η_0	0.04	Pa.s
Basınç viskozite katsayısı	α	2,3e-8	Pa ⁻¹
Bilye üzerindeki dinamik yük	F	69,36536	N
EliptikTema izi ana eksen(yarısı)	a	4,9358574e-4	m
EliptikTema izi asal eksen(yarısı)	b	7,3608182e-5	m
Eliptiklik oranı	κ	6,70558	-
Yağlayıcı giriş bölgesi uzunluğu	$\bar{m}$	4	-
Yağlayıcı çıkış bölgesi uzunluğu	$\bar{n}$	1,15	-
Akışa dik yön (sızıntı yönü) uzunluğu	$\bar{l}$	1,6	-

Çözüm örneği için Gauss-Seidel iteratif yöntem kullanılmış temas alanı için 69×33 büyüklüğünde bir nodal yapı oluşturulmuştur. Bununla birlikte Eş.3.102'deki durağan durum Reynolds denkleminde yer alan viskozite terimi, denkleme non-lineerlik kattığından çözümü zorlaştırmaktadır. İzoviskoz Basınç - viskozite değişimi için Eş.4.27'deki Barus denklemini kullanıldığında ve basınç için Eş.4.28'deki dönüşüm yapılarak sıkıştırılamaz akış için Reynolds denklemini lineerleştirilebilir [62, 66].

$$\eta = \eta_0 e^{\alpha P} \quad (4.27)$$

$$q = \frac{1 - e^{\alpha P}}{\alpha} \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial q}{\partial x} = e^{-\alpha P} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\eta_0 e^{\alpha P}} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\eta_0 e^{\alpha P}} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 12u \frac{\partial(h)}{\partial x} \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\eta_0} \frac{\partial q}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{\eta_0} \frac{\partial q}{\partial y} \right) = 12u \frac{\partial(h)}{\partial x} \quad (4.31)$$

Eş.4.27-4.29 Eş.30'da yerine konulursa Eş.4.31 elde edilir. Bu denklem ifadesel olarak basınç – viskozite ilişkisi birlikte verilmiş, Eş.3.104'deki Reynolds denkleminin aynısıdır dolayısıyla boyutsuzlaştırılması ve ayrıklaştırılması için aynı kabuller yapılabilir. Bu bölümdeki örnek çalışmada Eş.4.28'de verilen viskozite değişimine göre güncellenmiş basınç kullanılarak hesaplama yapılmıştır.

4.3.1. Hesaplama metodu

Uygulanan çözüm örneğinde Gauss-Seidel iteratif yöntemi sonlu farklar şeması kullanılmıştır. Büyük yük ve hızlardaki hesaplamalarda karasızlıktan kurtulmak için ardışık rahatlatma (Successive Over Relaxation – SOR) metodu veya çoklu ağ-çoklu katman (MultiGrid-MultiLevel - MGML) metodunu kullanılabilir [49, 51, 72]. Eş.4.23'deki ayrıklaştırılmış Reynolds denkleminde relaksasyon katsayısı kullanıldığında, SOR metodu Eş.4.32 ile uygulanabilir. Relaksasyon çarpanı $1 \leq \omega < 2$ arasında uygulanmakta olup ω relaksasyon katsayısı 1 alınırsa iterasyon şeması Gauss-Seidel ile aynı olmaktadır [17].

$$P_{i,j} = P_{i,j} + \omega \left[\left(AP_{i+1,j} - BP_{i-1,j} + CP_{i,j+1} - DP_{i,j-1} - E - FP_{i,j} \right) / F \right] \quad (4.32)$$

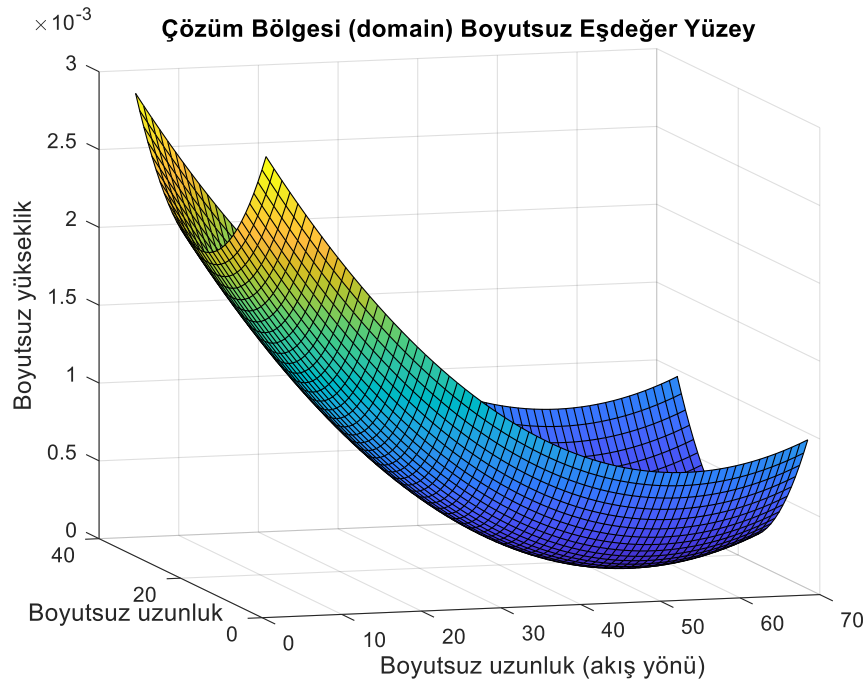
EHL temas denklemlerinin çözümü Dowson-Hamrock'un EK-5'deki phi çözüm algoritması esas alınarak aşağıdaki yöntem takip edilmiştir.

1. Geometri, malzeme ve Hertz temas parametrelerine göre çözüm bölgesi oluşturulur.
2. Başlangıç film kalınlığı, elastik deformasyon ve basıncı çözüm bölgesi için hesaplanır.
3. Gauss – Seidel metodu kullanılarak her bir düğüm noktasında viskoziteye göre güncellenmiş basınç hesaplanır.
4. Bir önceki iterasyondaki basınca göre basınç değişimi yüzde 0.1'den küçük ise belirlenen basınca göre elastik ezilme hesaplanır.
5. Hesaplanan basınç için çözüm bölgesinde basıncın nümerik integrali alınarak elde edilen temas kuvvetinin bilye üzerindeki yüke göre değişimi yüzde 0.005'den büyükse işlem 3-5 'e devam edilir değilse bir sonraki adıma devam edilir.
6. Hesaplanan elastik ezilme ve temas kuvvetindeki artış veya azalışa göre film kalınlığı güncellenir.
7. İşlem 3 - 6 basınç ve film kalınlığı yakınsayana kadar devam edilir.

Elde edilen sonuçlar

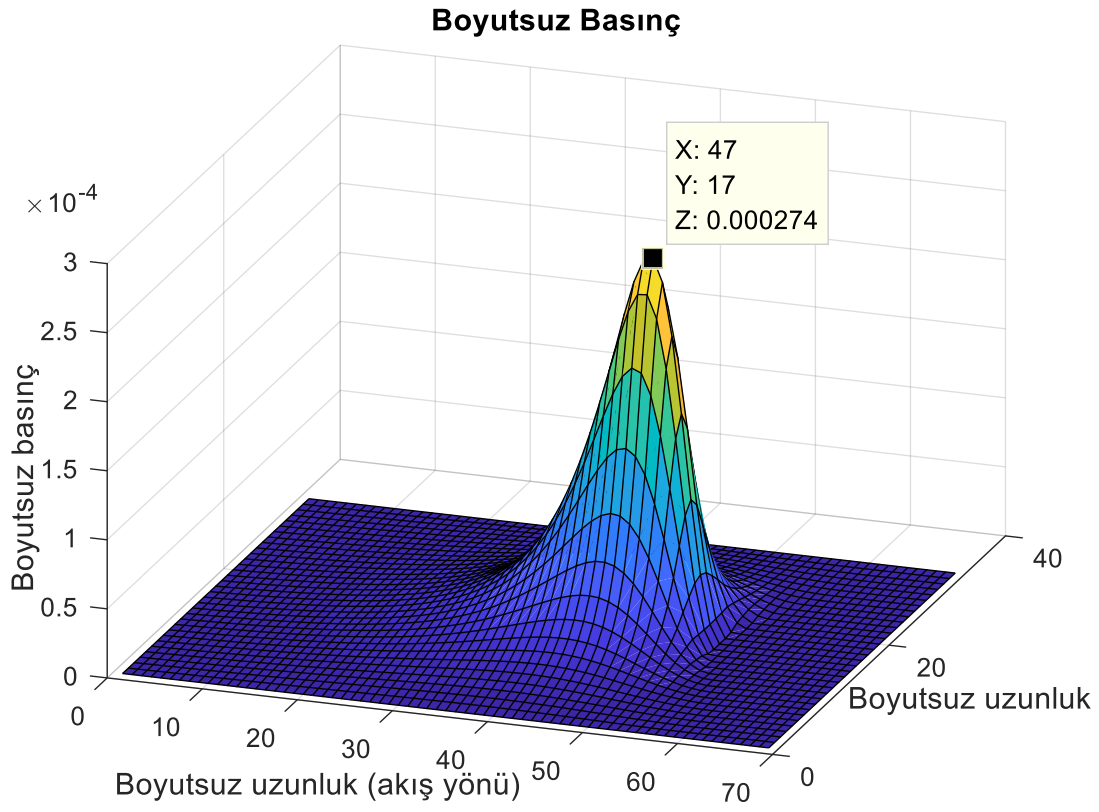
Şekil 4.4’de çözüm bölgesi için elde edilen boyutsuzlaştırılmış temas yüzeyi sunulmuştur. Temas yüzeyinin hesaplanması için Eş.4.24’deki $(Xb)^2 / 2R_x^2 + (Ya)^2 / 2R_xR_y$ ifadesi kullanılmıştır. Şekil 4.1’deki temas domainin koordinat sistemi $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ ile temas merkezi koordinat sistemi $(^c x, ^c y, ^c z)$ arasında ilişki Eş.4.33’de verilmiştir. Burada x temas yüzeyi yuvarlanma yönü, y yuvarlanmaya dik yön, z temas yüzeyi normalidir.

$$\left. \begin{aligned} {}^d \tilde{x} &= \bar{m}b + {}^c x \\ {}^d \tilde{y} &= \bar{a} + {}^c y \\ {}^d \tilde{z} &= {}^c z \end{aligned} \right\} \quad (4.33)$$

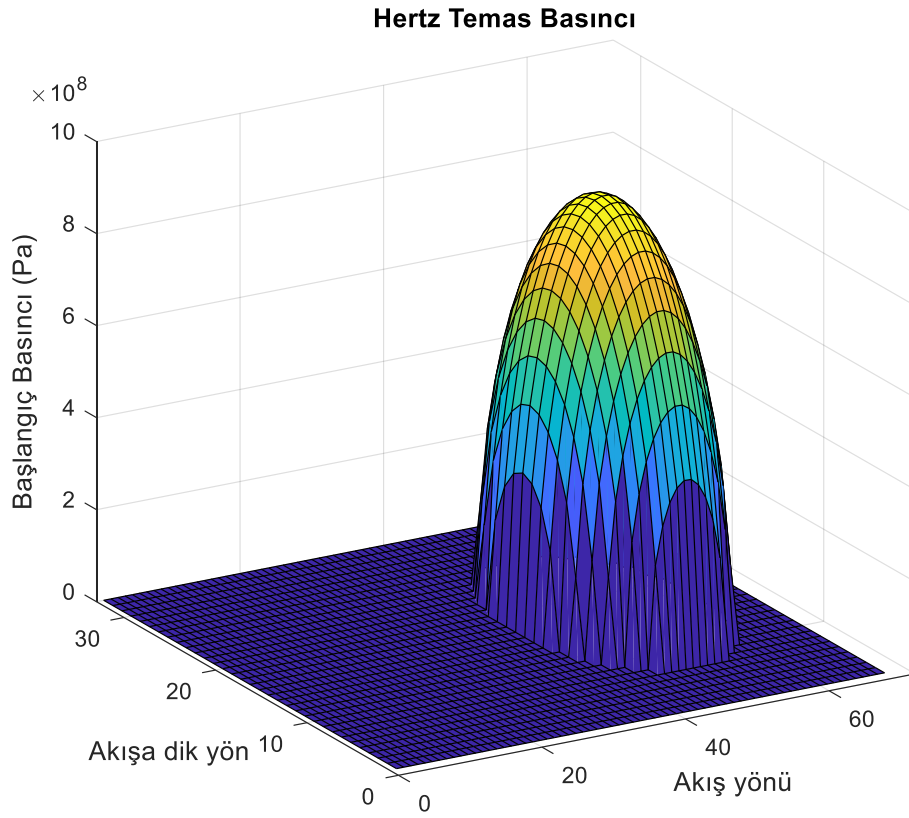


Şekil 4.4. Çözümde kullanılan boyutsuz eşdeğer temas yüzeyi.

Şekil 4.5’deki temas yüzeyi için elastik ezilme dikkate alınmadan elde edilen basınç profili görülmektedir. Gauss-Seidel iterasyonu ile 463 iterasyonda yakınsayan basınç profilidir. Burada özellikle kavitasyon sınırı bariz bir şekilde görülmektedir. Şekil 4.6’da ise örnek hesapala için kullanılan başlangıç basınç dağılımı görülmektedir. Burada başlangıç basıncı Hertz temas basıncına eşittir. Boyutsuz EHL temas basıncı Şekil 4.7’deki gibi boyutlu temas basıncı ise Şekil4.8’deki gibi elde edilmiştir.



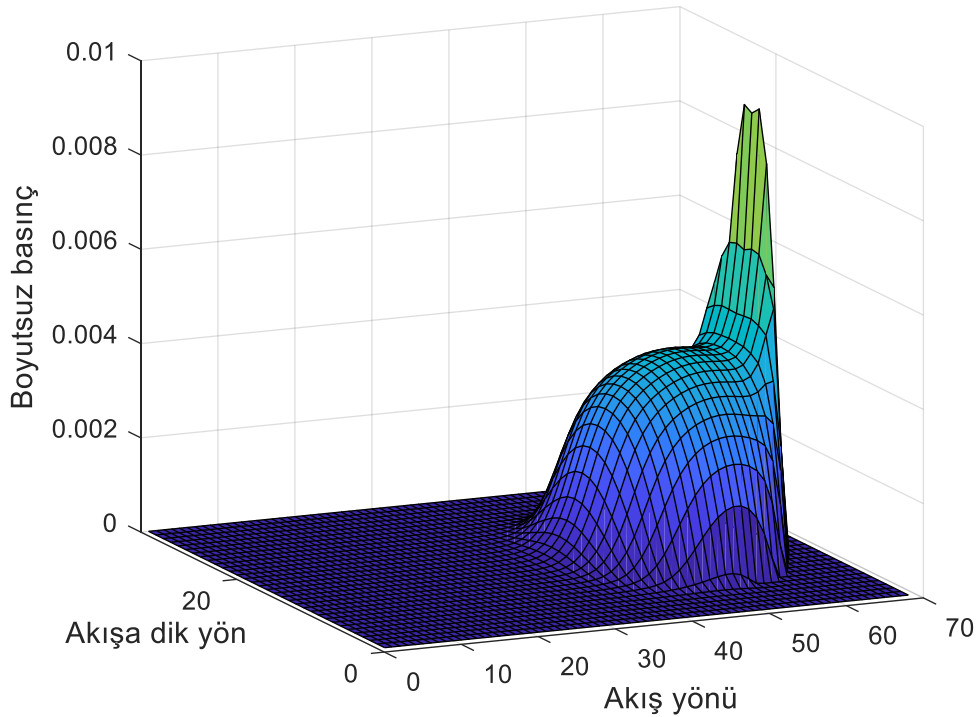
Şekil 4.5. Elastik deformasyon dikkate alınmaksızın boyutsuz temas basıncı.



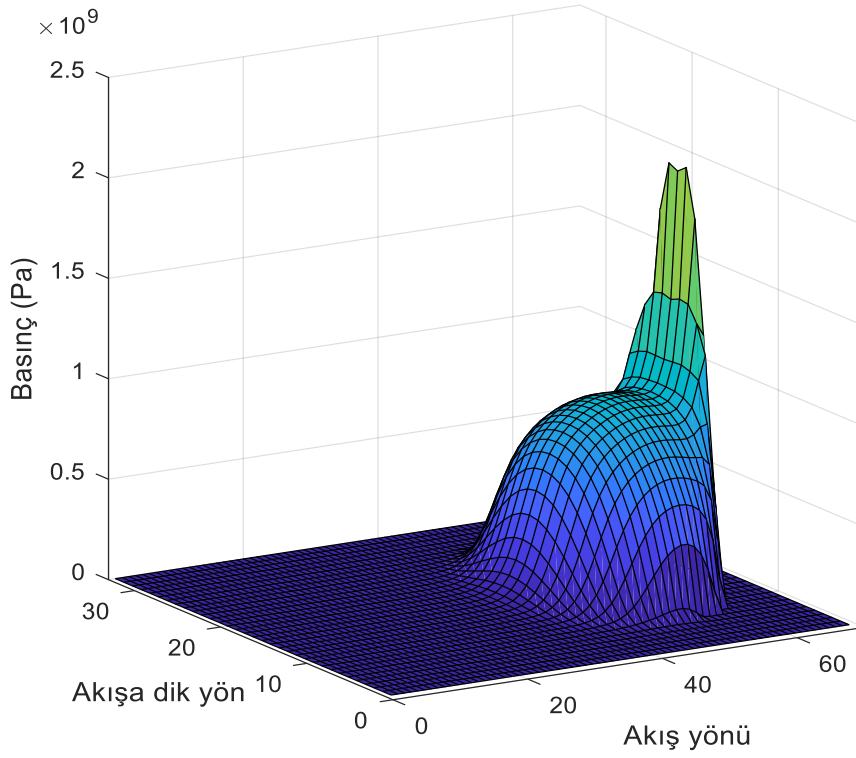
Şekil 4.6. Çözüm bölgesindeki Hertzian Basınç.

Şekil 4.10'daki elastik ezilmeyi belirlemek için Eş.4.25'den hesaplanan basınç etki katsayısı Şekil 4.9'da görülmektedir. EHLtemasta en fazla hesaplama gerektiren kısım elastik ezilme kısmıdır. Elastik ezilmeyi 69×33 'lük bir nodal yapı için tek bir iterasyonda tüm düğüm noktaları için 5 184 729 hesaplama yapmak gerekmektedir. Her bir zaman adımında iterasyon sayısı, bilye bilezik temas sayısı, her bir düğüm noktası için yapılan işlem sayısı dikkate alındığında basınç ve film kalınlığını hesaplama, güçlü bilgisayarlar için bile oldukça zaman alıcı bir işlem olmaktadır. Kafes yapısı sıklaştırılırsa ve zaman adımı küçültülürse bu işlem sayısı çok daha büyümekte işlem süresi uzamakta, hesap algoritması takılabilmektedir. Bu nedenle şaft rulman sistemlerinde EHL temaslı rulmanlarda dinamik davranış incelemesi için problem ikiye bölünmekte öncelikle bir temas için temas karakteristiği elde edilmekte sonrasında elde edilen temas karakteristiğine göre dinamik davranış incelenmektedir [51, 52, 72, 79].

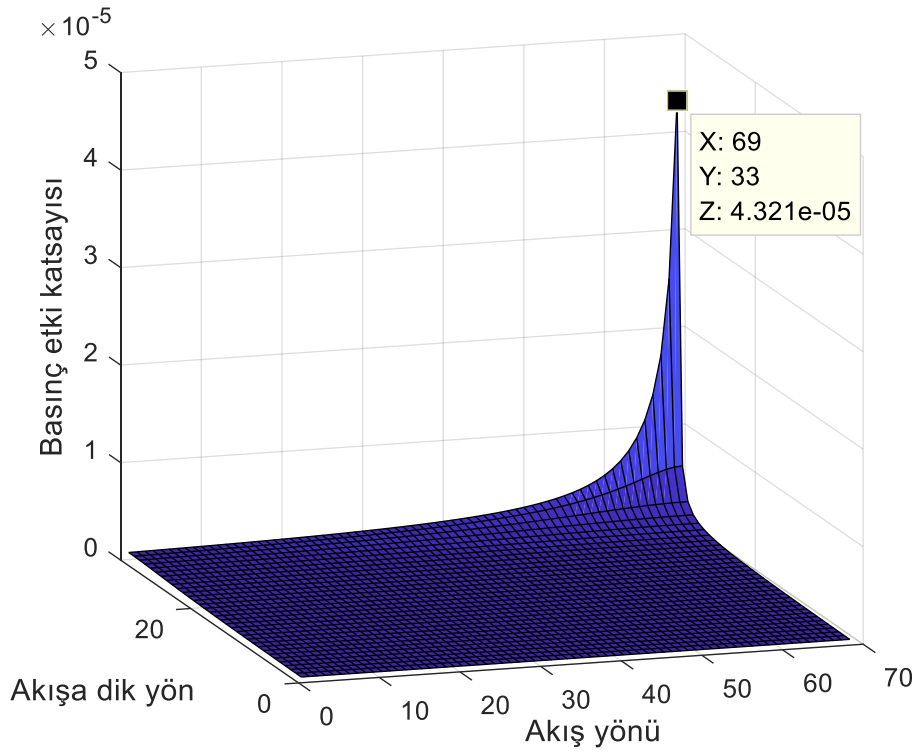
Diğer bir yaklaşım ise öncelikle elastik ve viskos temas kuvveti için ampirik bir ifade türetilmekte, elde edilen EHL temas kuvveti ifadesi ile yerdeğiştirme ilişkisi ve film kalınlığı ilişkisi iteratif olarak çözülerek temas kuvveti, film kalınlığı ve yer değitirme birlikte hesaplanmaktadır [96, 97].



Şekil 4.7. Çözüm bölgesi (domain) boyutsuz EHL basınç.

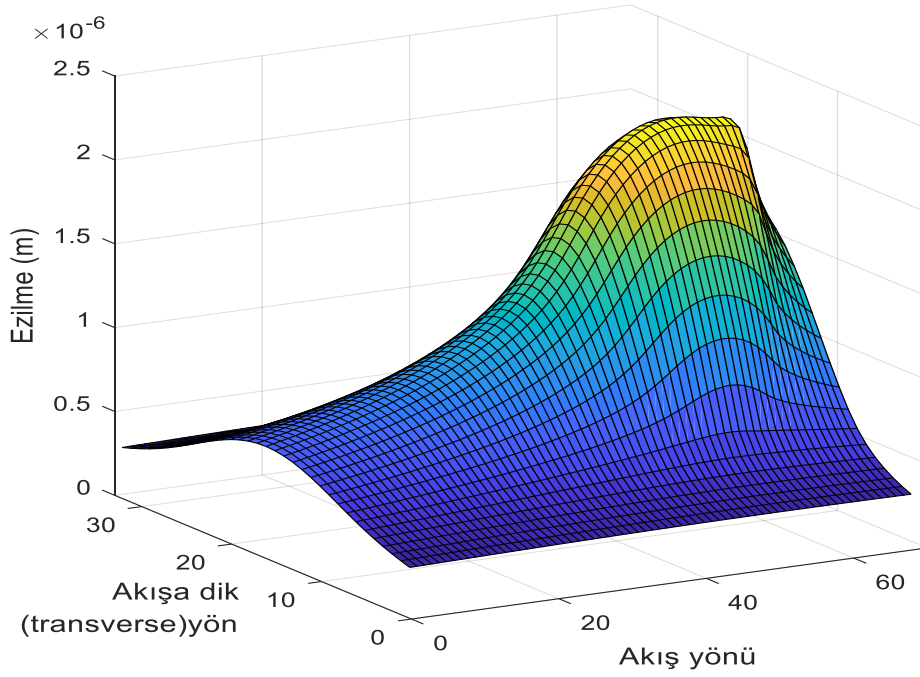


Şekil 4.8. Çözüm bölgesi (domain) EHL basınç.



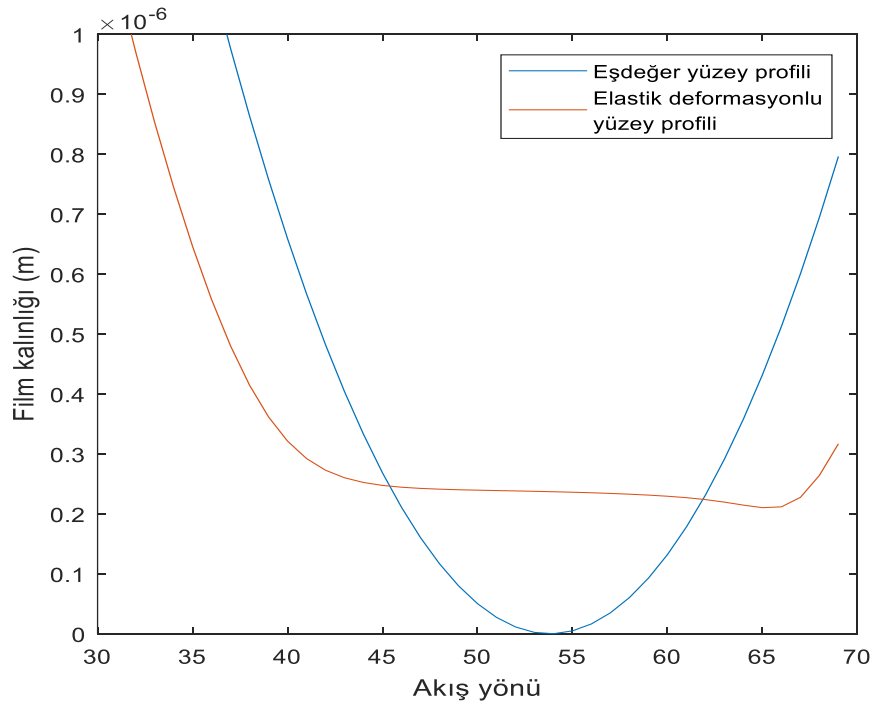
Şekil 4.9. Çözüm bölgesindeki basınç etki katsayısı.

Bu basınç dağılımı için ezilme etki katsayısı Şekil 4.9'deki gibi, boyutlu elastik ezilme Şekil 4.10'daki gibi elde edilmiştir.

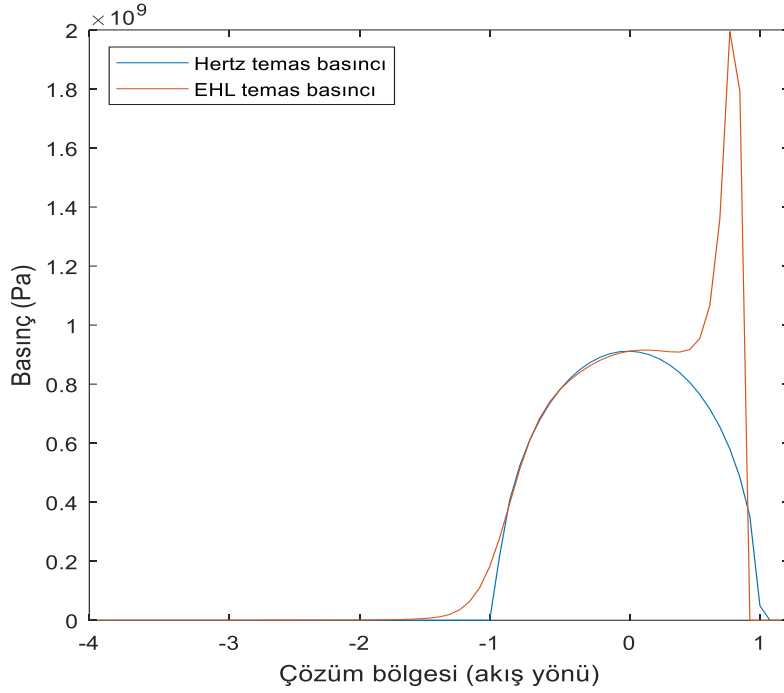


Şekil 4.10. Elastik ezilme profili.

Şekil 4.11’de elde edilen yağ filmi profili görülmektedir. Burada en küçük yağ filmi kalınlığının merkezdeki yağ filmi kalınlığından %11,5 daha küçük olduğu görülmektedir. Ayrıca film kalınlığının, Hertz temas bölgesinin büyük bir kısmında aynı olduğu görülmektedir.



Şekil 4.11. Çözüm bölgesindeki EHL Film kalınlığı.



Şekil 4.12. Temas domainindeki basınç profili.

Şekil 4.12’de ise elastik temas basıncı ile Hertz temas basıncı birlikte görülmektedir. EHL temasta temas basıncının giriş ve çıkış bölgesi hariç Hertz temas basıncını takip ettiği, özellikle çıkış bölgesinde viskozite basınçla eksponansiyel olarak arttığından basıncın zirve yaptığı görülmektedir. Şayet ağ – örgü (grid - mesh) yapısı sıklaştırılırsa bu basınç zirvesinin değeri daha doğru hesaplanabilir. Ayrıca olarak çoklu ağ (multigrid) veya uyumlu (adaptive mesh) örgü tekniği, uygulanan çözümde karşılaşılabilecek yakınsama problemine alternatif oluşturacaktır.

Reynolds denkleminin durağan durum çözümünden temas basıncı, temas basıncının integrasyonundan da temas kuvveti elde edilir. Basıncın integrasyonu ile elde edilen temas kuvveti ile temastaki katı elemanların birbirine yaklaşması arasında bir ilişki, çözüm sonuçları kullanılarak eğri uydurma ile yapılabilir. Bu tez çalışmasında EHL temas denklemlerinin çözümünü çok fazla zaman alması ve büyük bilgisayar gücü istemesi, EHL temas denklemlerinin büyük yük ve hızlarda takılmalar yaşanması, tezin kapsamının tribolojik bir olayı incelemekten çok titreşim davranışını ele alması, rüzgar türbinlerindeki ilgilenilen yüklerin büyük ve hızların ise düşük olması nedeniyle, EHL denklemlerinin çözüm çalışması için bu kadarıyla yetinilmiş, her bir zaman adımında her bir bilye bilezik temasındaki film kalınlığını hesaplamak için Downson Hamrock tarafından verilen ve

durağan durum Reynolds denleminin parametrik analizinden eğri uydurma ile elde edilen film kalınlığı denklemi kullanılmış film kalınlığı ile sıkışma arasında matematiksel ifade beşinci bölümde türetilerek iteratif bir yöntem geliştirilmiştir.

4.3.2. EHL temas kuvveti

EHL temasta temas kuvveti, temastaki elastik katıların birbirine yaklaşması ve bu yaklaşmanın hızının bir fonsiyonudur [18, 51, 56]. Karşılıklı yaklaşma ile yük arasındaki ilişki bölüm 3'te gösterildiği gibi geometriye, sıkışma hızına, temastaki elastik katıların ve yağlayıcının malzeme özelliklerine bağlıdır. Bu durumda EHL temas Kelvin-Voigt eleman olarak modellenip, temas kuvveti Eş.4.34 ile elde edilebilir [40, 70].

$$F = \underbrace{k_{es} (\delta + h)^{3/2}}_{\text{Elastik temas kuvveti}} + \underbrace{c(\delta) \dot{\delta}}_{\text{Sönümleyici kuvvet}} \quad (4.34)$$

Bu tez çalışmasında elastik katılık k_{es} , bölüm 3'de verilen yük ezilme ilişkisi kullanılarak temas geometrisi ve elastik katıların malzeme özelliklerinden, δ beşinci bölümde verilen shaft merkezinin 5 serbestlik dereceli hareketi sonucu oluşan iç ve dış bileziğin karşılıklı yaklaşmasından (bilye ve yağ filminde oluşturduğu sıkışmadan), h iç ve dış bilezikteki toplam temas merkezi film kalınlığı Eş.4.35'in iç ve dış bilezikte iteratif çözümünden, viskoz sönümleyici $c(\delta)$ ise yağlayıcının özellikleri ve sıkışma miktarından elde edilmiştir.

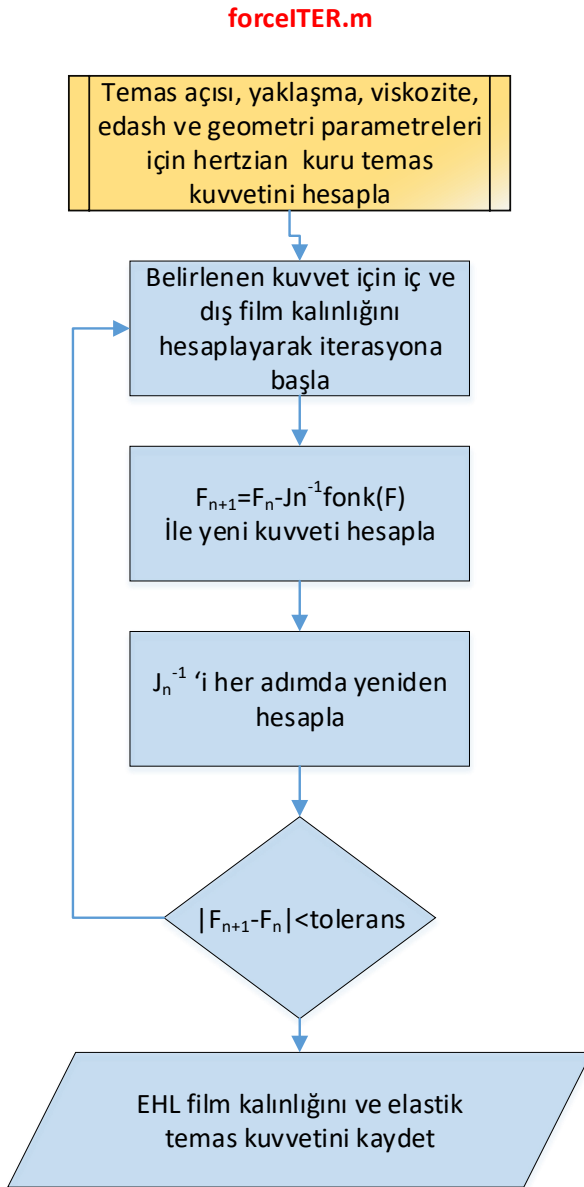
4.3.2.1. Elastik Temas Kuvveti

EHL temas problemlerinin çözümündeki Gauss-Seidel metodu kullanılarak oluşturulan algoritmadaki kararsızlık sorunları ve daha hızlı çözüm elde edilebildiğinden temas kuvvetleri iteratif olarak quasi-statik yöntem ile hesaplanmıştır. Eş.3.109'daki film kalınlığı denklemi temas merkezi için yazılır ve düzenlenirse, elastik ezilme, temastaki elastik katıların birbirine yaklaşması ve film kalınlığı ifadesi Eş.4.35 ile elde edilebilir.

$$\delta_c = d_c - h_c \quad (4.35)$$

Burada δ temas normali doğrultusu boyunca karşılıklı yaklaşma, h_c temas merkezindeki film kalınlığı, d_c temas merkezindeki Hertz elastik ezilmedir. Eş.4.10-Eş.4.12'deki Downson parametre gruplaması ile, durağan durum Reynolds denkleminin parametrik analizinden boyutsuz film kalınlığı $H = H(W, U, G, k)$, boyutsuz yük, boyutsuz hız, boyutsuz malzeme özelliği ve eliptiklik oranının bir fonksiyonu olarak ifade edilmiştir. Temas merkezinde boyutsuz film kalınlığı Eş.4.36'da verilmiştir [45, 46].

$$H_c = 2.69U^{0.67}G^{0.53}W^{-0.067}(1 - 0.61e^{-0.73\kappa}) \quad (4.36)$$



Şekil 4.13. Quasi-Newton Raphson algoritması.

Elastik deformasyonun Hertzian olacağı kabulü yapıp film kalınlığı için Eş.4.10-Eş.4.12 kullanıldığında, Eş.4.37 ile elastik temas kuvveti hesaplanabilir.

$$\delta_c = \frac{F_e^{2/3}}{k_{es}} - \left\{ F_e^{-0.067} R_x \left[2.69 U^{0.67} G^{0.53} \left(\frac{1}{E' R_x^2} \right)^{-0.067} (1 - 0.61 e^{-0.73 K'}) \right] \right\} \quad (4.37)$$

Doğrusal olmayan bu denklemde bilinmeyen tek değişken kuvvet olup quasi-statik olarak bilye üzerindeki yük ve elastik temas kuvveti birbiri ile dengede olduğu kabulü ile elastik temas kuvveti Newton-Raphson metodu ile Şekil 4.13'deki algoritma kullanılarak elde edilebilmektedir.

4.3.2.2. Sönümleyicilik ve Viskoz Sürtünme Kuvveti

EHL temasta sıkışma hareketinin neden olduğu yağlayıcıdaki viskoz sürtünme, sönümleyici etki oluşturmaktadır. Oluşan sönümleyiciliğin hesaplanabilmesi için, zaman bağımlı Reynolds denkleminin, film kalınlığı denkleminin ve ataletsel terimi içeren yuvarlanma elamanı hareket denkleminin zaman bağımlı çözümünün elde edilmesi gerekmektedir. Diğer bir yöntem ise durağan durum Reynolds denklemi ve film kalınlığı denkleminin Eş.4.38-39'daki gibi pertürbasyonu ile dinamik basınç ve film kalınlığının elde edilmesiyle sonucun parametrik analizinden sönümleyiciliğin belirlenmesidir [72].

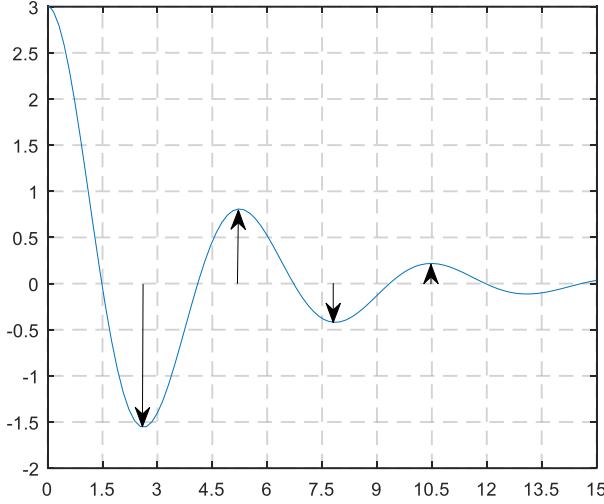
$$h = h_0 + \Delta h \quad (4.38)$$

$$p = p_0 + \frac{\partial p}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial p}{\partial \dot{h}} \Delta \dot{h} \quad (4.39)$$

Basınç bölgesinde viskozite üstel olarak yükseldiğinden yağlayıcı neredeyse katı hale geçmekte, sönümleyicilik, Hertz temas dairesinin kenarlarındaki bölgede özellikle temas bölgesinin girişinde oluşan viskoz kayıplardan oluşmaktadır [18, 55, 72, 79].

Oluşan sönümleyiciliğin belirlenebilmesi için zamana bağlı EHL problemi çözümünün, bir serbestlik dereceli temas modelinin çözümüyle kıyaslanmasına veya Şekil 4.14'de görüldüğü gibi yuvarlanma elemanın hareket denkleminde elde edilecek titreşim genliğindeki logaritmik azalmanın belirlenmesine ihtiyaç vardır. Elde edilecek sonuçların

eğri uydurması ile temasta oluşan sönümleyicilik değeri amprik olarak ifade edilebilmektedir.



Şekil 4.14. Logaritmik azalma için genlikler.

$$\lambda = \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \zeta \omega_n \tau_d = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\zeta^2} \omega_n} = \frac{2\pi}{\omega_d} \frac{c}{2m} \quad (4.40)$$

Eş.4.13-4.14'deki Moes parametre gruplaması ile, geçici (transient) EHL probleminin analizinden eğri uydurma (curve-fit) ile elde edilmiş boyutsuz sönümleyicilik $C = C(M, L)$ boyutsuz yük ve boyutsuz yağlayıcı parametresinin bir fonksiyonu olarak ifade edilmiş ve dairesel temas için boyutsuz sönümleyicilik Eş.4.41-4.42'de verilmiştir [18].

$$\begin{aligned} C(M, L) &= f(L)M^{g(L)} \\ f(L) &= 1.14 - 0.0234L \\ g(L) &= -0.769 - 0.0024L \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$C = c \frac{au_s}{4F_e R} \frac{\mathcal{K}}{\mathcal{E}} \quad (4.42)$$

Ancak zamana bağlı EHL probleminin M, L 'nin dışında boyutsuz frekansa da bağlıdır [18, 79]. Yuvarlanama elamanının hareket denkleminin boyutsuzlaştırılması ile elde edilen

boyutsuz frekans Eş.4.43’de verilmiştir. Bununla birlikte sönümleme katsayısı boyutsuz frekanstan bağımsızdır [18].

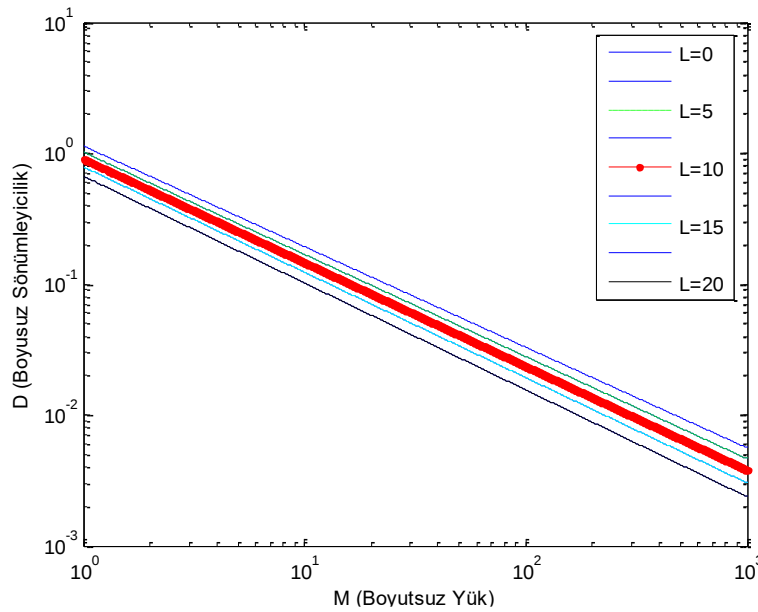
$$\Omega_n^2 = \frac{8F_e R}{mu_s^2} \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{H}} \quad (4.43)$$

Bu tez çalışmasında sönümleyicilik değerinin hesaplanaması için Eş.4.41-4.42 kullanılmış eliptikliğin işleme dahil edilmesi için boyutsuz yük Eş.4.44 ile elde edilmiştir. Herbir yuvarlanma elemanında oluşan sıkışma hızı ise geri farklar metodu ile karşılıklı yaklaşma ifadesinin zamana bağlı türevinden Eş.4.45 ile elde edilmiştir. Burada $t = 1e - 5s$ sabit zaman adımı kullanılmıştır. Bu durumda sönümleyici temas kuvveti Eş.4.46 ile elde edilebilir.

$$N = \sqrt{\frac{R_x}{R_y}} M \quad (4.44)$$

$$\dot{\delta}_i = \frac{\partial \delta}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\delta_i - \delta_{i-1}}{t_{step}} \quad (4.45)$$

$$F_d = c(\delta) \dot{\delta} \quad (4.46)$$



Şekil 4.15. M ve L ’nin fonksiyonu boyutsuz sönümleyicilik sabiti [18].

5. EHL ŞAFT- RULMAN SİSTEMİ DİNAMİĞİ

Elastohidrodinamik yağlamalı şaft-rulman sisteminin dinamik davranışının incelenebilmesi için bilyeler ve bilezikler arasındaki hidrodinamik akış ile oluşan film kalınlığının ve Hertz tipi elastik ezilmenin belirlenmesine ihtiyaç vardır. Film kalınlığı ve ezilme ile çalışma parametreleri arasında doğrusal olmayan bir ilişki vardır. Doğrusal olmayan sistemlerin davranışları için süperpozisyon tekniği geçerli değildir. Bu sebeple şaft-rulman sisteminin dinamik davranışını belirlemek için değişik çalışma parametrelerindeki (yük, hız, malzeme, geometri) sistemin zaman çözümünün elde edilmesi gerekir [46, 106]

Rulmanlarda bilye ile bilezik arasındaki normal yöndeki EHL temas kuvveti ve film kalınlığı elde edildikten sonra rulmanlarla yataklanmış sistemin hareket denklemi elde edilebilir. Şaftın dönmesiyle oluşan dinamik yükler ve şaftın x yönündeki ağırlığı biya-bilezik temasındaki EHL film ile taşınmakta, şaftın dönüşü ile birlikte her bir bilyedeki temas geometrisi, EHL film kalınlığı, temas katılığı ve sönümleyicilik katsayısı hareket denklemlerinin çözümüne bağlı olarak değişmektedir.

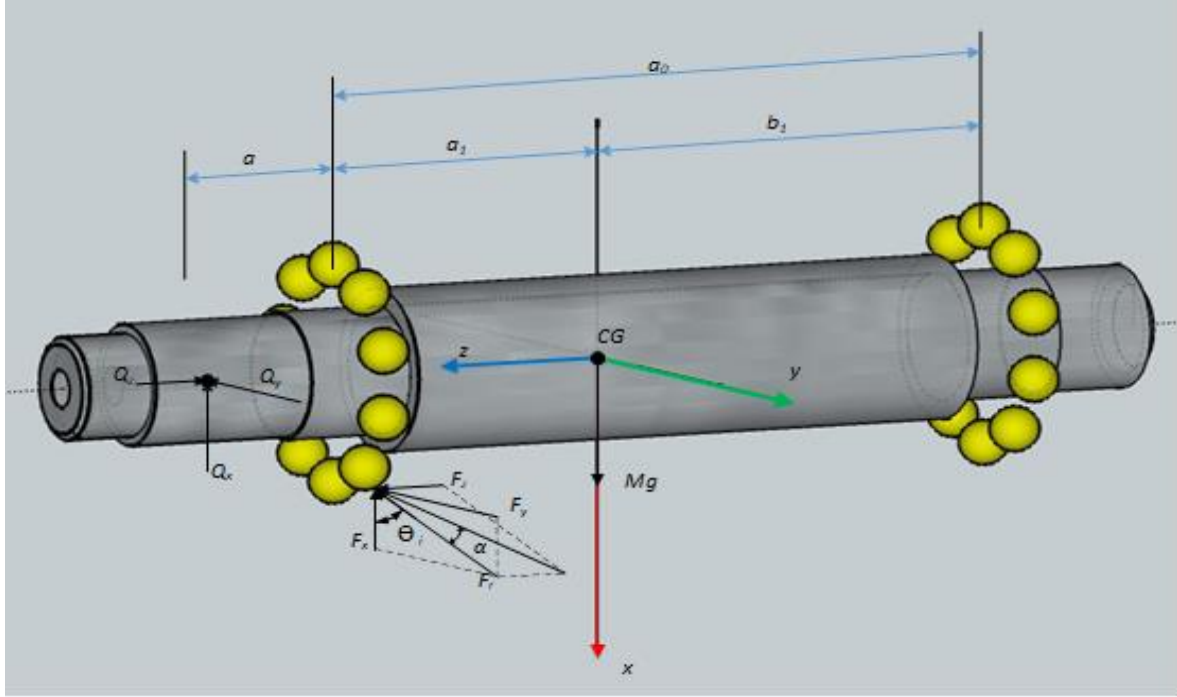
Elastohidrodinamik yağlamalı şaft rulman sisteminin dinamik davranışının incelenebilmesi için analiz iki merhalede gerçekleştirilmiştir. İlk merhalede quasi-statik model kullanılarak her bir temastaki film kalınlığı, ezilme ve temas kuvveti belirlenmiş, ikinci merhalede bu temas kuvvetleri kullanılarak dinamik modelin zamana bağlı cevabı Runge-Kutta yöntemi ile elde edilmiştir.

Şaft rulman sistemi olarak konsantre yükün iki rulman arasında taşındığı (elektrik motorları, piston-krank sistemi, türbin motorlar, dişliler vb.) model esas alınmış, açısız temaslı rulmanların sırt sırta (back to back) konumlandırıldığı kabul edilmiştir. Ayrıca açısız temaslı rulmanların konsantre yükün, iki rulmanın dışında sarkık (overhung) kaldığı (rüzgar türbinleri, su türbinleri, helikopter pervaneleri vb.) modele de değinilmiştir.

5.1. Şaft-Rulman Modeli ve Hareket Denklemleri

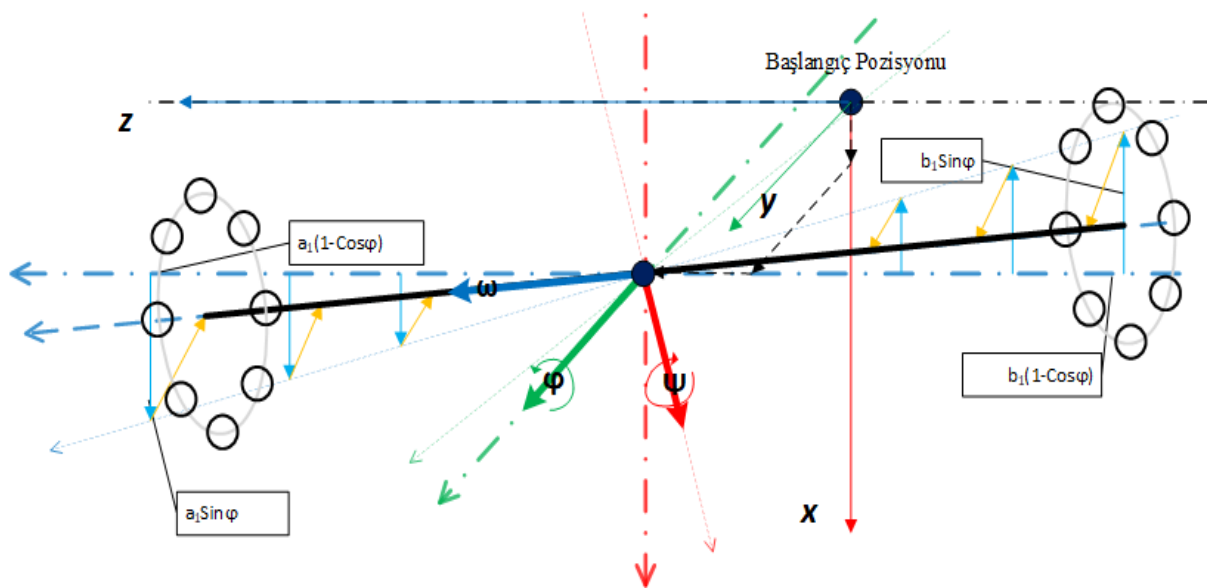
Gerçek bir şaft-rulman sistemi oldukça karmaşıktır ve modellemesi zordur. Dolayısıyla sayısal modelin oluşturulabilmesi için aşağıdaki kabuller yapılmıştır:

1. Sistem, x , y , z eksenlerinde öteleme, x ve y (ψ , Φ) eksenlerinde dönme olma üzere 5 serbetslik dereceli kabul edilmiş, dönme torku titreşimleri (z etrafındaki dönme) ihmal edilmiştir.
2. Tam yağlama koşullarının var olduğu kabul edilmiş, yağlayıcıda oluşan dalgalanma ihmal edilmiştir.
3. Yağlayıcının Newtonian akışkan davranışı gösterdiği kabul edilmiştir.
4. Rulmanın izotermal koşullarda çalıştırıldığı kabul edilmiştir, yağlayıcı özelliklerinin sıcaklık ile değişimi ihmal edilmiştir.
5. Temas saf yuvarlanma tipindedir, bilye bilezik temasında kayma yoktur.
6. Yuvarlanma elemanları kütsüz kabul edilmiştir.
7. Bilezikler rijittir ve sadece bilyede yerel ezilmeler oluşmaktadır.
8. Ezilmeler Hertz elastik teorisine göre oluşmakta, akma gerilmeleri aşılmamaktadır.
9. Sağ ve sol taraftaki rulmanlar iç bilezik etrafında her zaman eşit aralıklarda konumlanmış olup bilye kafes teması ihmal edilmiştir.
10. Şaft rijit kabul edilmiştir.
11. Sönümlemenin yağlayıcı etkisinden oluştuğu kabul edilmiştir.
12. Her iki rulman da aynı fazda hareket etmektedir (yuvarlanma elemanları karşılıklı olarak eş konumdadır).
13. Dış bilezik rulman, yatağına iç bilezik de şafta sıkı geçme ile bağlıdır ve bağlantılar arasında kayma yoktur.
14. Yuvarlanma elemanı ve bilezikler aynı malzemeden yapılmıştır.
15. Temas bölgesindeki alanın temasda bulunan elemanların boyutları ile kıyaslandığında çok küçük olduğu kabul edilmiştir.



Şekil 5.1. Şaft-rulman sisteminde oluşan normal kuvvetler.

Şaft rulman sisteminde şaftta uç noktadan etki eden dış kuvvetler Şekil 5.1’de gösterilmiştir. Şaft ağırlık merkezinin 5 serbestlik dereceli hareketi nedeniyle hızların vektörel gösterimi Şekil 5.2’de görülmektedir. Bu durumda bir bileziklerin birbirine olan yaklaşması Çizelge 5.1’de verilmiştir.



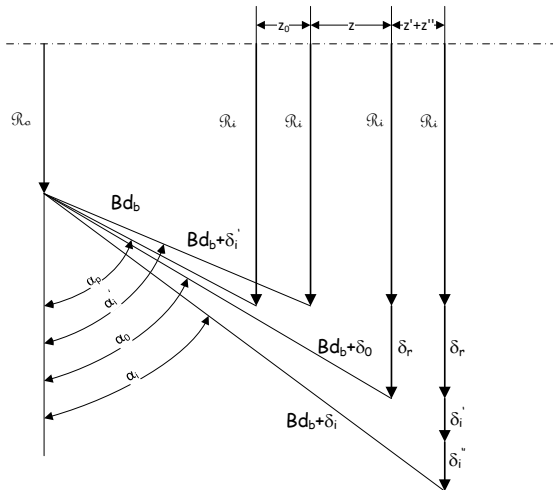
Şekil 5.2. Şaft merkezinin hareketinden kaynaklanan hızların vektörel gösterimi

Çizelge 5.1. Şaft ağırlık merkezinin, sırt sırta konumlandırılmış iki rulman arasında kaldığı model için şaft ağırlık merkezinin 5DoF hareketi sonucu iç bilezik yuvarlanma yolu eğrilik yarıçapı merkezinin bağlı yer değiştirmesi.

SOL RULMAN	Etki		Eksenel yerdeğiştirme	Radyal yerdeğiştirme
	Eksenel Ön yükleme		z_0	-
	Eksenel hareket		$-z$	-
	x veya y yönünde radyal hareket		-	$x \cos \theta_i + y \sin \theta_i$
	y ekseninde dönme Φ		$a_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta_i$ $x-z$ düzlemi içinde	$a_1 \sin \phi \cos \theta_i$
	x ekseninde dönme ψ		$a_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta_i$ $y-z$ düzlemi içinde	$a_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta_i$
	Bilye merkezinin R kadar uzakta olmasının etkisi	Φ	$R \sin \phi \cos \theta$ $x-z$ düzlemi içinde	$-R (1 - \cos \phi) \cos \theta$ $x-z$ düzlemi içinde
		ψ	$-R \sin \psi \sin \theta$ $y-z$ düzlemi içinde	$-R (1 - \cos \psi) \sin \theta$ $y-z$ düzlemi içinde
İç ve dış Bilezik eğrilik merkezleri arasındaki mesafe toplamı		$Bd_b \sin \alpha_0 + z_0 - z$ $+a_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta$ $+a_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta$ $+R \sin \phi \cos \theta - R \sin \psi \sin \theta$	$Bd_b \cos \alpha_0 + x \cos \theta + y \sin \theta$ $+a_1 \sin \phi \cos \theta + a_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta$ $-R (1 - \cos \phi) \cos \theta$ $-R (1 - \cos \psi) \sin \theta$	
SAĞ RULMAN	Eksenel Ön yükleme		z_0	-
	Eksenel hareket		z	-
	x veya y yönünde radyal hareket		-	$x \cos \theta_i + y \sin \theta_i$
	y ekseninde dönme Φ		$b_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta_i$ $x-z$ düzlemi içinde	$-b_1 \sin \phi \cos \theta_i$
	x ekseninde dönme ψ		$b_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta_i$ $y-z$ düzlemi içinde	$-b_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta_i$
	Bilye merkezinin R kadar uzakta olmasının etkisi	Φ	$-R \sin \phi \cos \theta$ $x-z$ düzlemi içinde	$R (1 - \cos \phi) \cos \theta$ $x-z$ düzlemi içinde
		ψ	$+R \sin \psi \sin \theta$ $y-z$ düzlemi içinde	$R (1 - \cos \psi) \sin \theta$ $y-z$ düzlemi içinde
	İç ve dış Bilezik eğrilik merkezleri arasındaki mesafe toplamı		$Bd_b \sin \alpha_0 + z_0 + z$ $+b_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta$ $+b_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta$ $-R \sin \phi \cos \theta + R \sin \psi \sin \theta$	$Bd_b \cos \alpha_0 + x \cos \theta + y \sin \theta$ $-b_1 \sin \phi \cos \theta - b_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta$ $+R (1 - \cos \phi) \cos \theta$ $+R (1 - \cos \psi) \sin \theta$

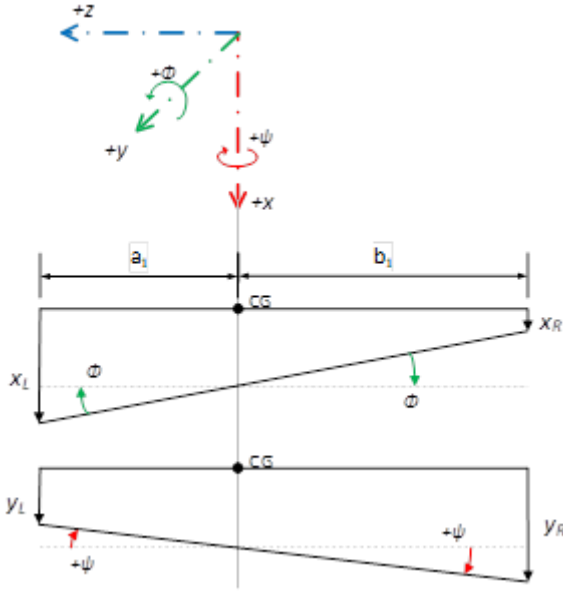
Çizelge 5.2. (devam) Şaft ağırlık merkezinin, sırt sırta konumlandırılmış iki rulman arasında kaldığı model için şaft ağırlık merkezinin 5DoF hareketi sonucu iç bilezik yuvarlanma yolu eğrilik yarıçapı merkezinin bağıl yer değiştirmesi.

SOL RULMAN	Eğrilik merkezleri arasındaki mesafe değişimi (bilyede oluşan ezilme)	$\left(\begin{pmatrix} Bd_b \sin \alpha_0 + z_0 - z \\ +a_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta \\ +a_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta \\ +R \sin \phi \cos \theta - R \sin \psi \sin \theta \end{pmatrix}^2 + \begin{pmatrix} Bd_b \cos \alpha_0 + x \cos \theta + y \sin \theta \\ +a_1 \sin \phi \cos \theta + a_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta \\ -R (1 - \cos \phi) \cos \theta \\ -R (1 - \cos \psi) \sin \theta \end{pmatrix}^2 \right)^{1/2} - Bd_b$	(5.1)
	Temas açısı	$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\begin{pmatrix} Bd_b \sin \alpha_0 + z_0 - z \\ +a_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta \\ +a_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta \\ +R \sin \phi \cos \theta - R \sin \psi \sin \theta \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} Bd_b \cos \alpha_0 + x \cos \theta + y \sin \theta \\ +a_1 \sin \phi \cos \theta + a_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta \\ -R (1 - \cos \phi) \cos \theta \\ -R (1 - \cos \psi) \sin \theta \end{pmatrix}} \right)$	(5.2)
SAĞ RULMAN	Eğrilik merkezleri arasındaki mesafe değişimi (bilyede oluşan ezilme)	$\left(\begin{pmatrix} Bd_b \sin \alpha_0 + z_0 + z \\ +b_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta \\ +b_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta \\ -R \sin \phi \cos \theta + R \sin \psi \sin \theta \end{pmatrix}^2 + \begin{pmatrix} Bd_b \cos \alpha_0 + x \cos \theta + y \sin \theta \\ -b_1 \sin \phi \cos \theta - b_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta \\ +R (1 - \cos \phi) \cos \theta \\ +R (1 - \cos \psi) \sin \theta \end{pmatrix}^2 \right)^{1/2} - Bd_b$	(5.3)
	Temas açısı	$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\begin{pmatrix} Bd_b \sin \alpha_0 + z_0 + z \\ +b_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta \\ +b_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta \\ -R \sin \phi \cos \theta + R \sin \psi \sin \theta \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} Bd_b \cos \alpha_0 + x \cos \theta + y \sin \theta \\ -b_1 \sin \phi \cos \theta - b_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta \\ +R (1 - \cos \phi) \cos \theta \\ +R (1 - \cos \psi) \sin \theta \end{pmatrix}} \right)$	(5.4)



Şekil 5.3. Şaftın hareketi sonrası yuvarlanma yolu eğrilerinin konumu [12].

Bu kabuller doğrultusunda şaft-rulman sistemine şaftın ağırlık merkezinin hareketine Newton'un ikinci kanunu uygulanırsa sistemin beş serbestlik dereceli olarak hareket denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir. Bu çalışmada rulmanlardaki çalışma momentinin elde edilmesi için şaftın sabit hızla döndüğü kabul edilip beş serbestlik dereceli olarak hareket denklemleri çözülmüştür.



Şekil 5.4. Yuvarlanma açıları ve eksen takımı.

$$\theta = \nu + \omega_c + j \left(\frac{2\pi}{m} \right) \quad (5.5)$$

$$k_j = (k_{ij}^{-2/3} + k_{oj}^{-2/3})^{-3/2} \quad (5.6)$$

$$c_j = c_{ij} c_{oj} / (c_{ij} + c_{oj}) \quad (5.7)$$

$$F_j = k_j (\delta + h)^{3/2} + c_j (\delta) \dot{\delta} \quad (5.8)$$

$$F_{axial} = F_z = F_j \sin \alpha_j \quad (5.9)$$

$$F_{radial} = F_j \cos \alpha_j \quad (5.10)$$

$$F_x = F_{radial} \cos \theta_j \quad (5.11)$$

$$F_y = F_{radial} \sin \theta_j \quad (5.12)$$

$$Q_x = Q_y = Q_z = 0 \quad (5.13)$$

$$(F)_{LHS} = \begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \\ M_Y \\ M_X \end{Bmatrix}_{LHS} = \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^n F_j \cos \alpha_j \cos \theta_j \\ \sum_{j=1}^n F_j \cos \alpha_j \sin \theta_j \\ -\sum_{j=1}^n F_j \sin \alpha_j \\ \left(\sum_{j=1}^n F_j \cos \alpha_j \cos \theta_j \right) a_1 + \left(\sum_{j=1}^n F_j \sin \alpha_j \cos \theta_j \right) R \\ \left(\sum_{j=1}^n F_j \cos \alpha_j \sin \theta_j \right) a_1 + \left(\sum_{j=1}^n F_j \sin \alpha_j \sin \theta_j \right) R \end{Bmatrix} \quad (5.14)$$

$$(F)_{RHS} = \begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \\ M_Y \\ M_X \end{Bmatrix}_{RHS} = \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^n F \cos \alpha \cos \theta \\ \sum_{j=1}^n F \cos \alpha \sin \theta \\ \sum_{j=1}^n F \sin \alpha \\ -\left(\sum_{j=1}^n F \cos \alpha \cos \theta \right) b_1 - \left(\sum_{j=1}^n F \sin \alpha \cos \theta \right) R \\ -\left(\sum_{j=1}^n F \cos \alpha \sin \theta \right) b_1 - \left(\sum_{j=1}^n F \sin \alpha \sin \theta \right) R \end{Bmatrix} \quad (5.15)$$

Hareket denklemleri:

$$\begin{aligned} M\ddot{x} &= -\left(\sum F_x\right)_{LHS} - \left(\sum F_x\right)_{RHS} - Q_x + Mg \\ M\ddot{y} &= -\left(\sum F_y\right)_{LHS} - \left(\sum F_y\right)_{RHS} - Q_y \\ M\ddot{z} &= +\left(\sum F_z\right)_{LHS} - \left(\sum F_z\right)_{RHS} - Q_z \\ I_{yy}\ddot{\phi} &= -a_1 \left(\sum F_x\right)_{LHS} + b_1 \left(\sum F_x\right)_{RHS} - R \left(\sum F_z\right)_{LHS} + R \left(\sum F_z\right)_{RHS} - Q_x (a_1 + a) + I_{zz}\dot{\psi}\omega \\ I_{xx}\ddot{\psi} &= -a_1 \left(\sum F_y\right)_{LHS} + b_1 \left(\sum F_y\right)_{RHS} - R \left(\sum F_z\right)_{LHS} + R \left(\sum F_z\right)_{RHS} + Q_y (a_1 + a) - I_{zz}\dot{\phi}\omega \end{aligned} \quad (5.16)$$

burada yuvarlanma elemanın konumunu gösteren θ açısının zamana bağlı olmasından dolayı hareket denklemleri zamana bağlıdır.

5.2. Hareket Denklemlerinin Çözümü

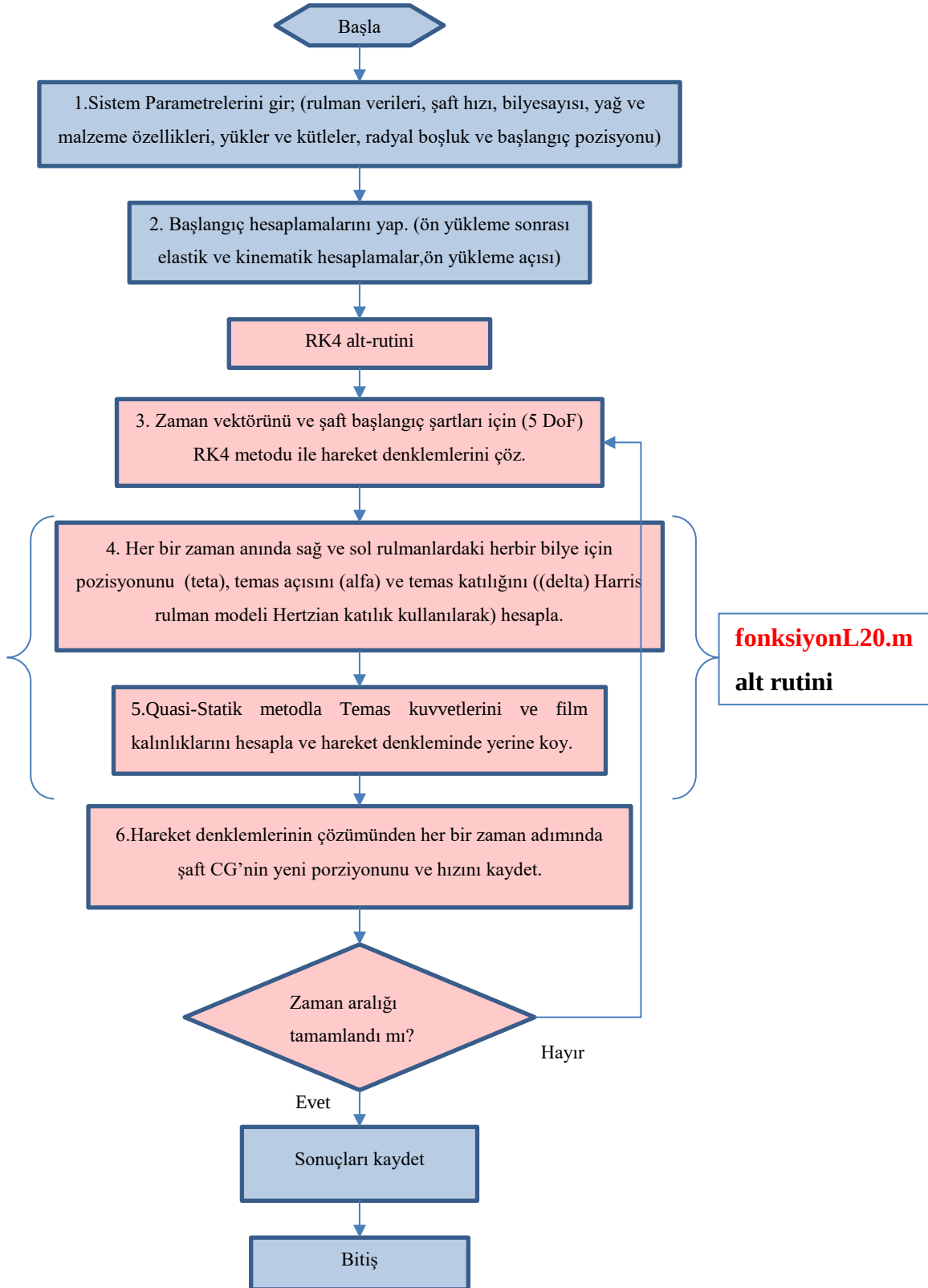
Hareket denklemleri doğrusal olmadığından diferansiyel denklemleri çözümü nümerik olarak MATLAB ortamında programlama ile yapılmış sabit zaman adımlı 4. derece Runga-Kutta algoritması kullanılmıştır.

5.2.1. Hesaplama yöntemi

Hareket denklemlerin başarılı bir şekilde çözülmesi için aşağıdaki prosedür takip edilmiştir.

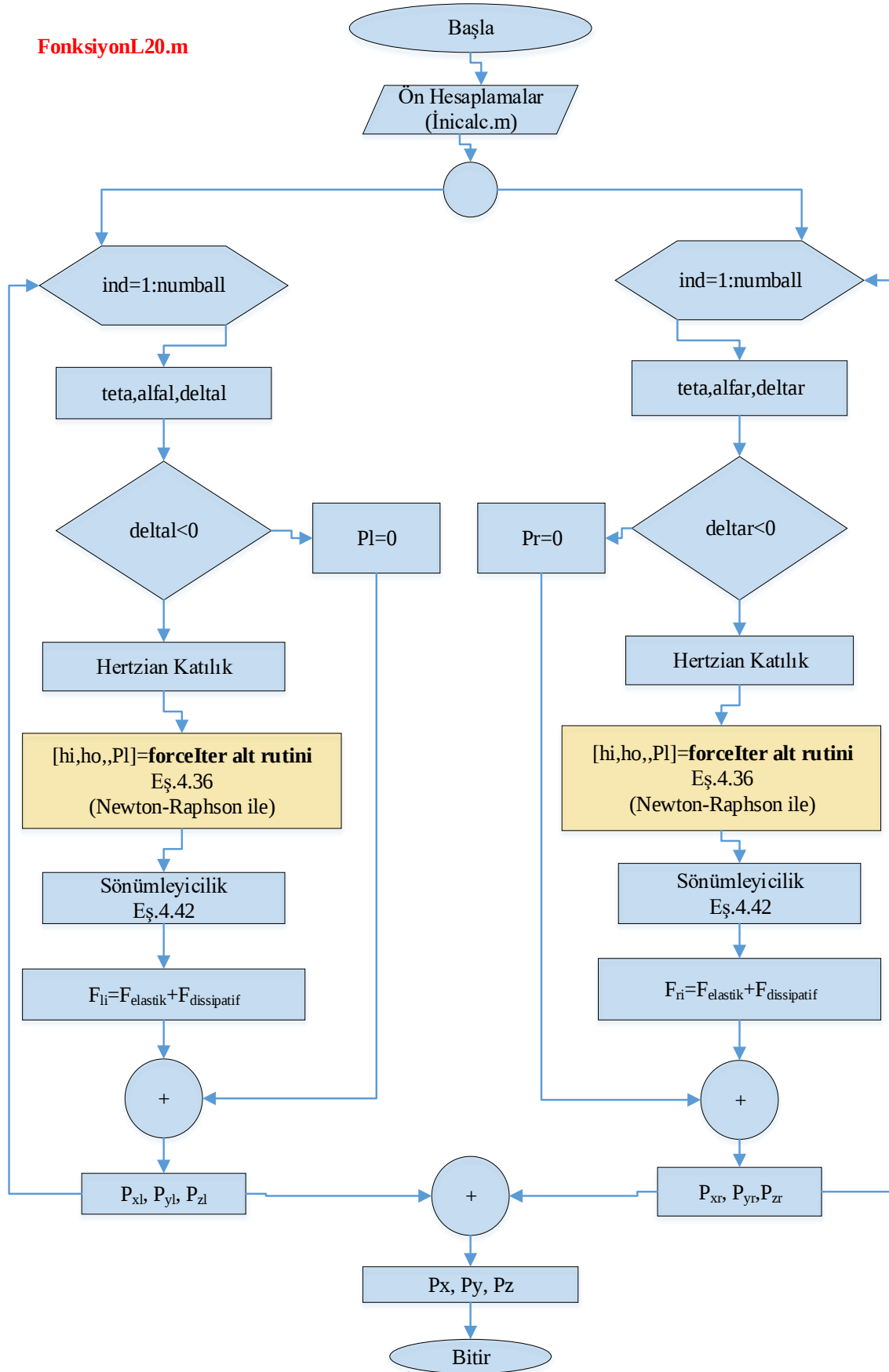
1. Şaft - rulman sistemi için gerekli veriler, (rulman geometrisi, malzemesi, şaft kütlesi, boyutları v.s) çalışma koşulları (şaft hızı, ön yükleme, bilye sayısı) ve çalışma süresi ve yağlayıcı özellikleri girilir.
2. Ön yükleme sonrası temas açısı, iç bilezik ve dış bileğin bir birbine yaklaşma miktarının başlangıç değerleri hesaplanır.
3. Başlangıç koşulları girilir. Hızlı yakınsaması için başlangıç değerleri olarak $x_0 = 10^{-6} m$, $\dot{x}_0 = 10^{-8} m/s$, $y_0 = 10^{-8} m$, $z_0 = 10^{-10} m$, $\phi_0 = 0$, $\psi_0 = 0$, $h_0 = 1,5 \cdot 10^{-7}$, $\dot{h}_0 = 0$ alınmıştır
4. Bilye katılığı değerleri yukarıdaki şartlara göre hesaplanır.
5. Çözüm için beş adet ikinci mertebeden hareket denklemi, on adet birinci mertebeden diferansiyel denkleme dönüştürülerek verilen başlangıç değerleri için belirtilen zaman aralığında Runga-Kutta yöntemi başlatılır.
6. Şaftın yeni konumuna göre her bir zaman adımında yuvarlanma elemanındaki temas açısı, sıkışma hesaplanır.
7. Temas açısı ve iç bilezik - dış bilezik yaklaşmasına göre her bir zaman adımında tüm bilyelerdeki film kalınlığı, ezilme hesaplanır ve elastik temas kuvveti iteratif olarak Newton-Raphson metodu ile elde edilir.
8. İleri farklar yöntemiyle iç bilezik ve dış bilezik arasındaki sıkışma hızı nümerik olarak hesaplanır. Bu sıkışma miktarı ve hızı için EHL temas kuvveti hesaplanarak diferansiyel denklemlerin katsayıları belirlenir.
9. Elde yerilen yeni pozisyon ve hızlar için işlem 5-9 istenilen zaman aralığı için tekrar edilir.

5.2.2. Hesaplama algoritması



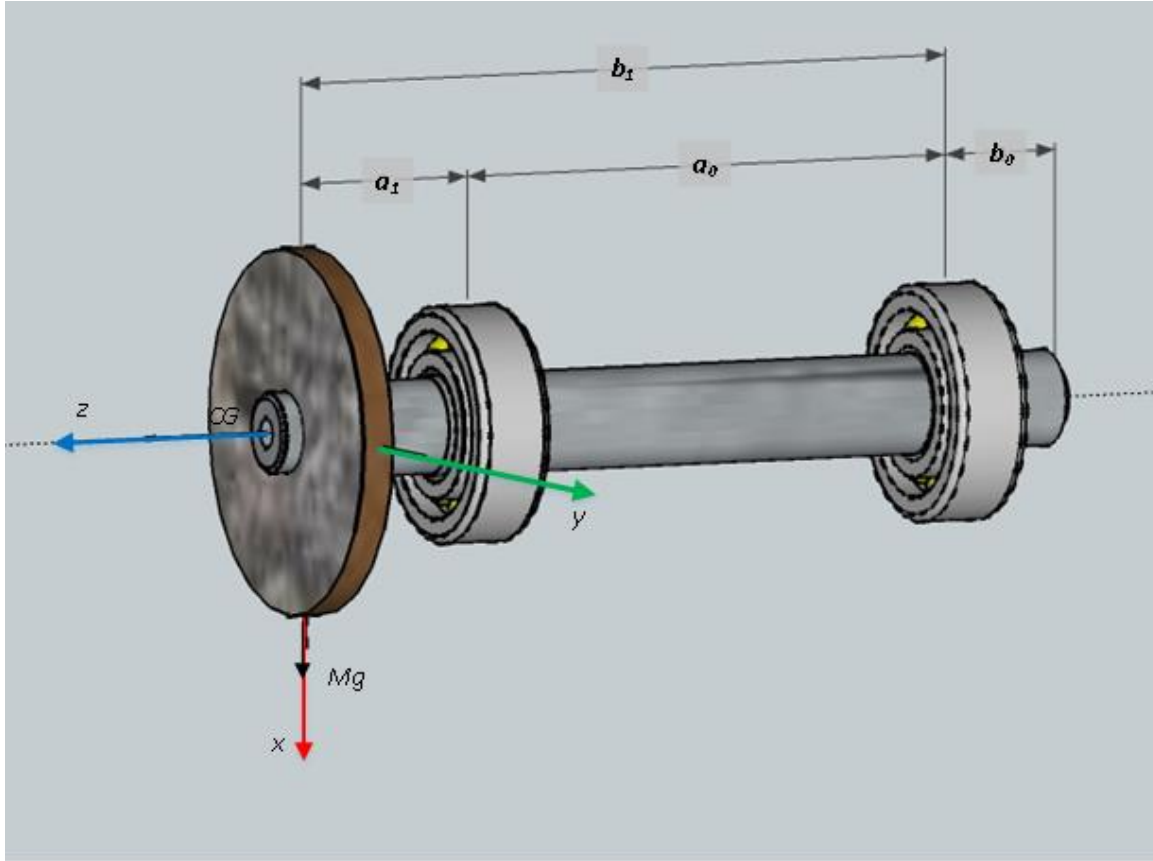
Şekil 5.5. Hareket denklemleri çözüm yöntemi akış şeması.

FonksiyonL20.m



Şekil 5.6. Temas kuvvetlerinin hesaplanma yöntemi akış şeması.

5.3. Sarkık (Overhung) Diskli Şaft-Rulman Modeli ve Hareket Denklemleri



Şekil 5.7 Sarkık (overhung) disk, rulman-kütlesiz şaft sistemi.

Sarkık diskli şaft-rulman sistemi için bölüm 5.1.1’de verilen kabuller ve rulman modeli kabulü yapılmıştır. Bu kabuller doğrultusunda şaft-rulman modeli Şekil 5.7’de görülmektedir. Disk ağırlık merkezinin 5 serbestlik dereceli hareketi sonucu oluşan yerdeğiştirmesi ve dış yükler Şekil 5.10’de gösterilmiş, bileziklerin birbirine olan yaklaşması Çizelge 5.3’de verilmiştir.

5.1.1. Çözüm prosedürü ve algoritma

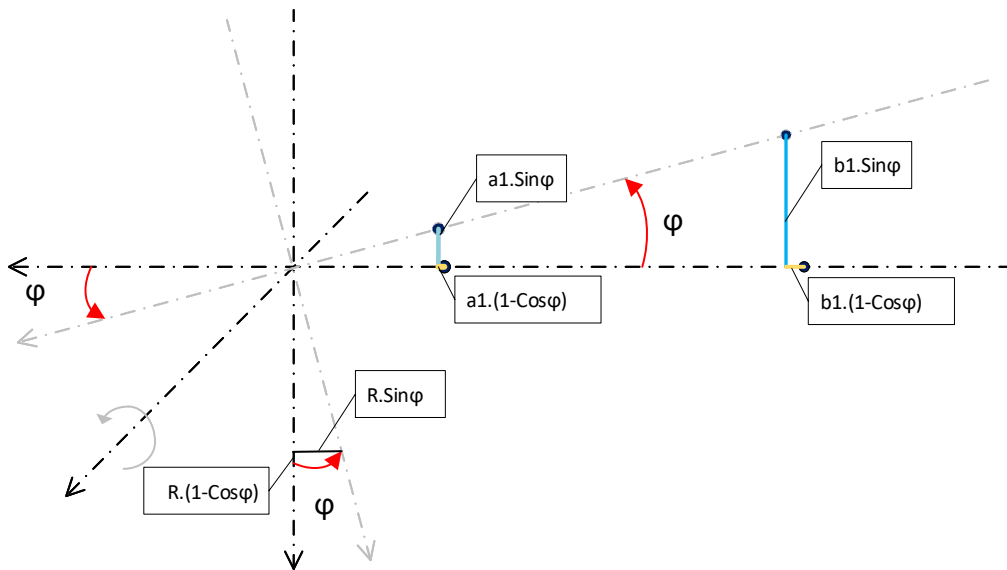
Doğrusal olmayan hareket denklemlerinin çözümü nümerik olarak MATLAB ortamında programlama ile yapılmış sabit zaman adımlı 4. derece Runge-Kutta algoritması kullanılmıştır bölüm 5.2.1’deki prosedür ve 5.2.2’deki algoritma uygulanmıştır.

Çizelge 5.3. Disk ağırlık merkezinin sırt sırta konumlandırılmış iki rulman dışında sarkık kaldığı shaft-rulman sistemi modelinde disk ağırlık merkezinin 5DoF hareketi sonucu iç bilezik yuvarlanma yolu eğrilik yarıçapı merkezinin bağıl yer değiştirmesi.

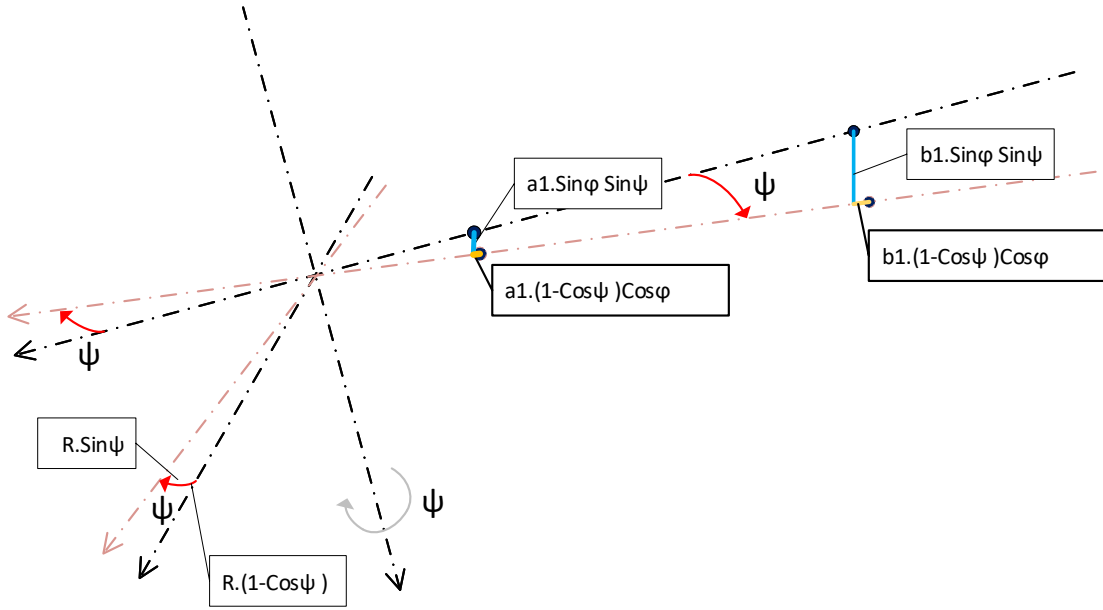
SOL RULMAN	Etki		Eksenel yerdeğiştirme	Radyal yerdeğiştirme
	Eksenel Ön yükleme		z_0	-
	Eksenel hareket		$-z$	-
	x veya y yönünde radyal hareket		-	$x \cos \theta_i + y \sin \theta_i$
	y ekseninde dönme Φ		$-a_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta_i$ $x-z$ düzlemi içinde	$x \cos \theta_i + y \sin \theta_i$
	x ekseninde dönme ψ		$-a_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta_i$ $y-z$ düzlemi içinde	$+a_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta_i$
	Bilye merkezini R kadar uzakta olmasının etkisi	Φ	$-R(1 - \cos \phi) \cos \theta$ $x-z$ düzlemi içinde	$-R(1 - \cos \phi) \cos \theta$ $x-z$ düzlemi içinde
ψ		$-R(1 - \cos \psi) \sin \theta$ $y-z$ düzlemi içinde	$-R(1 - \cos \psi) \sin \theta$ $y-z$ düzlemi içinde	
İç ve dış Bilezik eğrilik merkezleri arasındaki mesafe toplamı			$Bd_b \sin \alpha_0 + z_0 - z$ $-a_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta$ $-a_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta$ $+R \sin \phi \cos \theta - R \sin \psi \sin \theta$	$Bd_b \cos \alpha_0 + x \cos \theta + y \sin \theta$ $-a_1 \sin \phi \cos \theta + a_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta$ $-R(1 - \cos \phi) \cos \theta$ $-R(1 - \cos \psi) \sin \theta$
SAĞ RULMAN	Eksenel Ön yükleme		z_0	-
	Eksenel hareket		z	-
	x veya y yönünde radyal hareket		-	$x \cos \theta_i + y \sin \theta_i$
	y ekseninde dönme Φ		$b_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta_i$ $x-z$ düzlemi içinde	$-b_1 \sin \phi \cos \theta_i$
	x ekseninde dönme ψ		$b_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta_i$ $y-z$ düzlemi içinde	$+b_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta_i$
	Bilye merkezini R kadar uzakta olmasının etkisi	Φ	$-R(1 - \cos \phi) \cos \theta$ $x-z$ düzlemi içinde	$R(1 - \cos \phi) \cos \theta$ $x-z$ düzlemi içinde
		ψ	$-R(1 - \cos \psi) \sin \theta$ $y-z$ düzlemi içinde	$R(1 - \cos \psi) \sin \theta$ $y-z$ düzlemi içinde
İç ve dış Bilezik eğrilik merkezleri arasındaki mesafe toplamı			$Bd_b \sin \alpha_0 + z_0 + z$ $+b_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta$ $+b_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta$ $-R \sin \phi \cos \theta + R \sin \psi \sin \theta$	$Bd_b \cos \alpha_0 + x \cos \theta + y \sin \theta$ $-b_1 \sin \phi \cos \theta + b_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta$ $-R(1 - \cos \phi) \cos \theta$ $-R(1 - \cos \psi) \sin \theta$

Çizelge 5.4. (devam) Disk ağırlık merkezinin sırt sırta konumlandırılmış iki rulman dışında sarkık kaldığı shaft-rulman sistemi modelinde disk ağırlık merkezinin 5DoF hareketi sonucu iç bilezik yuvarlanma yolu eğrilik yarıçapı merkezinin bağlı yer değiştirmesi.

SOL RULMAN	Eğrilik merkezleri arasındaki mesafe değişimi (bilyede oluşan ezilme)	$\left(\begin{pmatrix} Bd_b \sin \alpha_0 + z_0 - z \\ -a_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta \\ -a_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta \\ +R \sin \phi \cos \theta - R \sin \psi \sin \theta \end{pmatrix}^2 + \begin{pmatrix} Bd_b \cos \alpha_0 + x \cos \theta + y \sin \theta \\ -a_1 \sin \phi \cos \theta + a_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta \\ -R(1 - \cos \phi) \cos \theta \\ -R(1 - \cos \psi) \sin \theta \end{pmatrix}^2 \right)^{1/2} - Bd_b$	(5.17)
	Temas açısı	$\alpha = \tan^{-1} \left(\begin{pmatrix} Bd_b \sin \alpha_0 + z_0 - z \\ -a_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta \\ -a_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta \\ +R \sin \phi \cos \theta - R \sin \psi \sin \theta \end{pmatrix} / \begin{pmatrix} Bd_b \cos \alpha_0 + x \cos \theta + y \sin \theta \\ -a_1 \sin \phi \cos \theta + a_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta \\ -R(1 - \cos \phi) \cos \theta \\ -R(1 - \cos \psi) \sin \theta \end{pmatrix} \right)$	(5.18)
SAĞ RULMAN	Eğrilik merkezleri arasındaki mesafe değişimi (bilyede oluşan ezilme)	$\left(\begin{pmatrix} Bd_b \sin \alpha_0 + z_0 + z \\ +b_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta \\ +b_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta \\ -R \sin \phi \cos \theta + R \sin \psi \sin \theta \end{pmatrix}^2 + \begin{pmatrix} Bd_b \cos \alpha_0 + x \cos \theta + y \sin \theta \\ -b_1 \sin \phi \cos \theta + b_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta \\ -R(1 - \cos \phi) \cos \theta \\ -R(1 - \cos \psi) \sin \theta \end{pmatrix}^2 \right)^{1/2} - Bd_b$	(5.19)
	Temas açısı	$\alpha = \tan^{-1} \left(\begin{pmatrix} Bd_b \sin \alpha_0 + z_0 + z \\ +b_1 (1 - \cos \phi) \cos \theta \\ +b_1 \cos \phi (1 - \cos \psi) \sin \theta \\ -R \sin \phi \cos \theta + R \sin \psi \sin \theta \end{pmatrix} / \begin{pmatrix} Bd_b \cos \alpha_0 + x \cos \theta + y \sin \theta \\ -b_1 \sin \phi \cos \theta + b_1 \cos \phi \sin \psi \sin \theta \\ -R(1 - \cos \phi) \cos \theta \\ -R(1 - \cos \psi) \sin \theta \end{pmatrix} \right)$	(5.20)



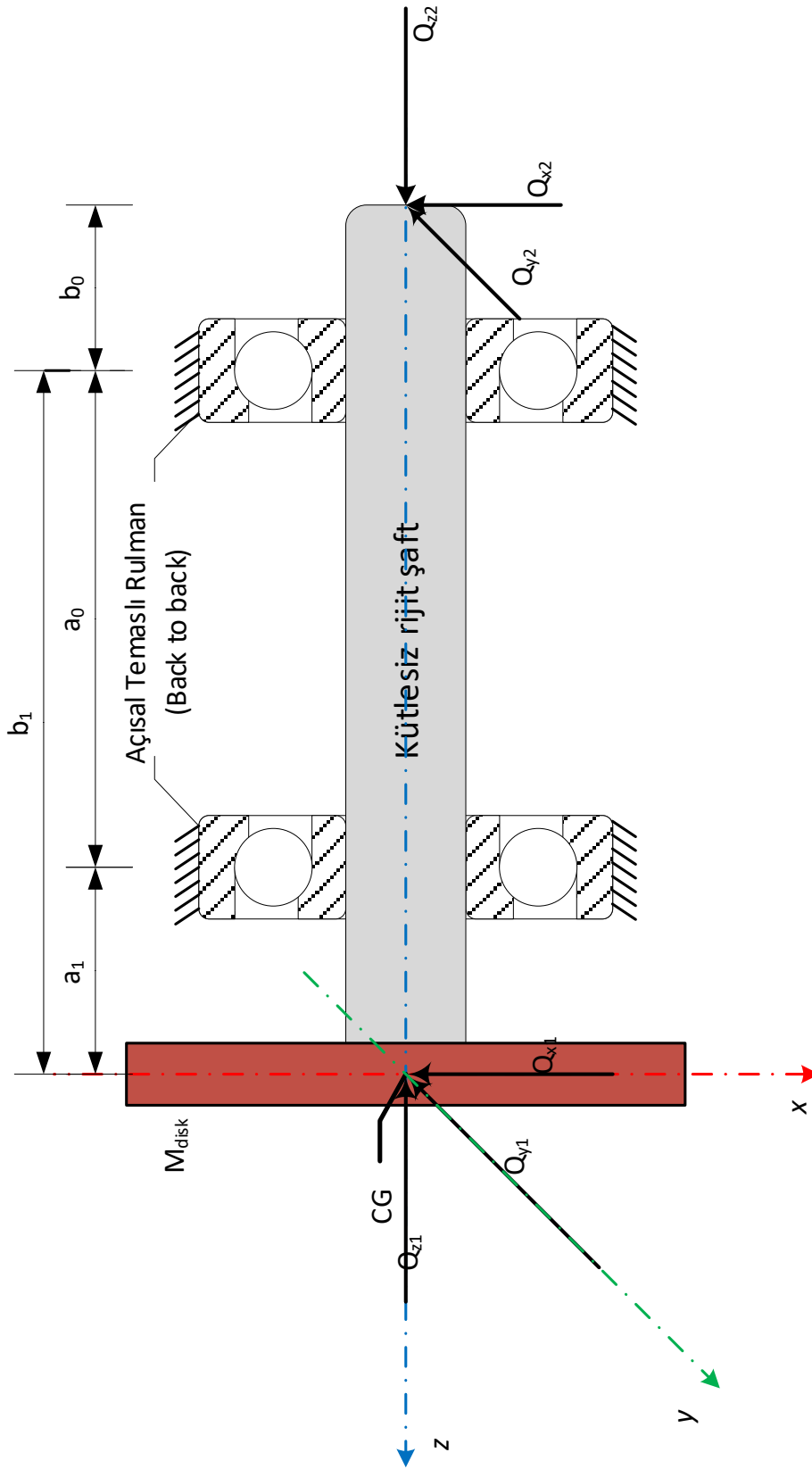
Şekil 5.8 Sarkık (overhung) disk, shaft – rulman yuvarlanma açıları ve eksen takımı.



Şekil 5.9 (devam) Sarkık (overhung) disk, şaft – rulman yuvarlanma açıları ve eksen takımı.

Bu durumda sarkık disk için hareket denklemleri Eş.5.21’de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 M_d \ddot{x} &= -(\sum F_x)_{LHS} - (\sum F_x)_{RHS} - Q_{x1} - Q_{y2} + Mg \\
 M_d \ddot{y} &= -(\sum F_y)_{LHS} - (\sum F_y)_{RHS} - Q_{y1} - Q_{y2} \\
 M_d \ddot{z} &= +(\sum F_z)_{LHS} - (\sum F_z)_{RHS} - Q_z + Q_{z2} \\
 I_{yy} \ddot{\phi} &= -a_1 (\sum F_x)_{LHS} + b_1 (\sum F_x)_{RHS} - R (\sum F_z)_{LHS} + R (\sum F_z)_{RHS} - Q_{x2} b_1 + I_{zz} \dot{\psi} \omega \\
 I_{xx} \ddot{\psi} &= +a_1 (\sum F_x)_{LHS} - b_1 (\sum F_x)_{RHS} + R (\sum F_z)_{LHS} - R (\sum F_z)_{RHS} + Q_{y2} b_1 - I_{zz} \dot{\phi} \omega
 \end{aligned} \tag{5.21}$$



Şekil 5.10. Şaft-rulman sistemindeki yükler.

Çizelge 6.1. Rulman boyutları ve malzeme özellikleri

Tanım	Boyut
Tip	Açısal Temaslı
Dış Bilezik Yuvarlanma Çapı	$d_o = 0,061933 \text{ m}$
Dış Bilezik Dış Çap	$D_o = 0,068 \text{ m}$
İç Bilezik İç Çapı	$D_i = 0,04 \text{ m}$
İç Bilezik Yuvarlanma Çapı	$d_i = 0,046038 \text{ m}$
Ortalama Çap (kafes çapı)	$d_m = 0,0539855 \text{ m}$
İç Bilezik Eğrilik Yarıçapı	$r_i = 0,004082 \text{ m}$
Dış Bilezik Eğrilik Yarıçapı	$r_o = 0,004161 \text{ m}$
Rulman Genişliği	$b = 0,015 \text{ m}$
Bilye Çapı	$d_b = 0,0079375 \text{ m}$
Bilye sayısı	$m = 8$
Yüksüz Temas Açısı	$\alpha_0 = 15^\circ$
Elastik Modülü	$E = 200 \text{ GPa}$
Poisson Oranı	$\nu = 0,3$

Çizelge 6.2. Şaft ve disk boyutları

Tanım	Boyut	Boyut
Çap	0,04 m	0,1 m
Boy	0,55 m	-
Ağırlık	$M = 5,5 \text{ kg}$	$M_d = 5,5 \text{ kg}$
Rulmanlar arası mesafe	$a_0 = 0,5 \text{ m}$	$a_0 = 0,5 \text{ m}$
Ağırlık merkezinin sol rulmana olan mesafesi veya Disk Sarkıklığı (Disk ağırlık merkezinin sol rulmana olan mesafesi)	$a_1 = 0,225 \text{ m}$	$a_1 = 0,05 \text{ m}$
Ağırlık merkezinin sağ rulmana olan mesafesi	$b_1 = 0,275 \text{ m}$	$b_1 = 5,5 \text{ m}$
x veya y eksenine göre atalet momenti	$I_{xx} = I_{yy}$ $= 0.1386 \text{ kgm}^2$	$I_{xx} = I_{yy}$ $= 0.01375 \text{ kgm}^2$
z eksenine göre atalet momenti	$I_{zz} = 0.0011 \text{ kgm}^2$	$I_{zz} = 0.0275 \text{ kgm}^2$

Çizelge 6.3. Yağlayıcı özellikleri

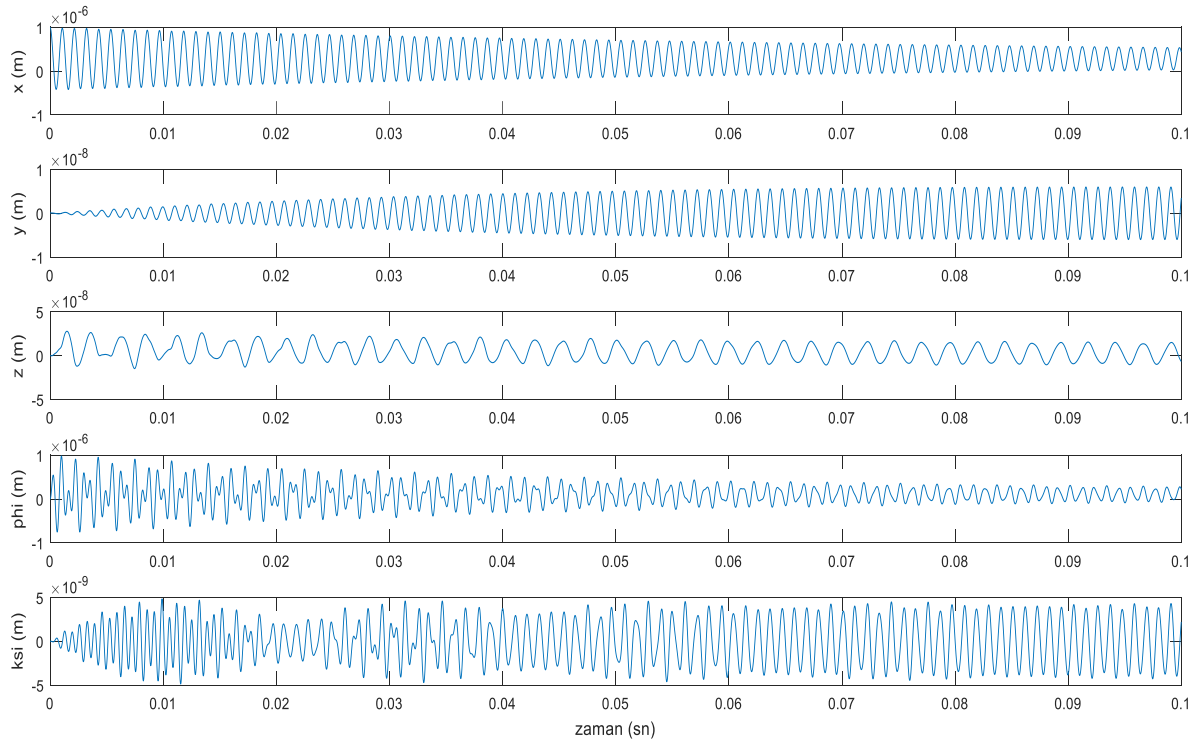
	Yağlayıcı 1	Yağlayıcı 2	Yağlayıcı 3	Yağlayıcı 4
Yağlayıcı Viskozitesi	$\eta_0 = 0,04 \text{ Pa.s}$	$\eta_0 = 0,1 \text{ Pa.s}$	$\eta_0 = 0,135 \text{ Pa.s}$	$\eta_0 = 0,37 \text{ Pa.s}$

Çizelge 6.3. (devam) Yağlayıcı özellikleri

Viskozite- basınç katsayısı	$\alpha = 2,3e-8 \text{ Pa}^{-1}$	$\alpha = 1e-8 \text{ Pa}^{-1}$	$\alpha = 2,6e-8 \text{ Pa}^{-1}$	$\alpha = 1,5e-8 \text{ Pa}^{-1}$
-----------------------------------	-----------------------------------	---------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------

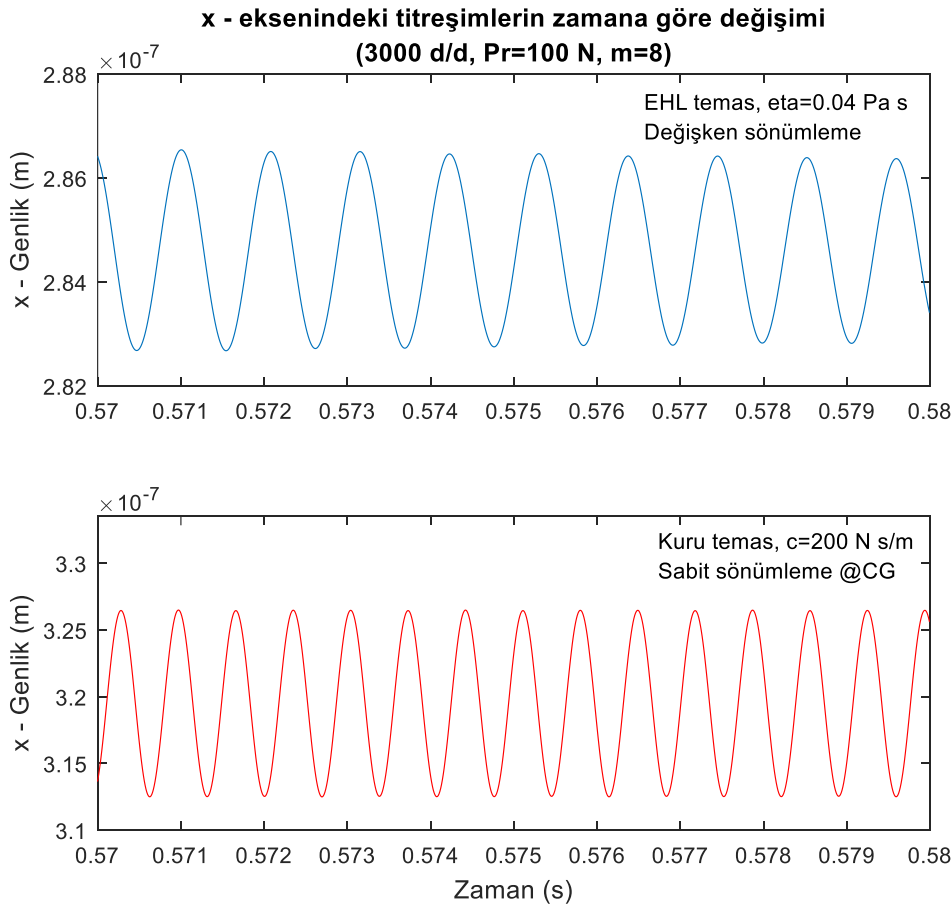
Kuru temaslı sistemde yağlayıcı kullanılmamış olsa bile Hertzian nonlinear elastik ezilmedeki histerezis sonucu meydana gelen enerji kaybı, malzemenin sönümleyicilik etkisini sisteme katmaktadır. Kuru temaslı şaft-rulman sisteminde sistemin kalıcı cevabını elde etmek ve sistemdeki sönümleme etkilerini modele dahil etmek için Aktürk ve Karaçay [12, 13], şaftın ağırlık merkezine etki eden sabit değerli yapay bir sönümleyici kullanmışlardır. İzotermal EHL temaslı şaft rulman sistemin dinamik davranışı karşılaştırma yapmak amacıyla sabit sönümlemeli kuru temas modeli ile karşılaştırılmıştır.

EHL temasın şaft dinamiğine etkisini incelemek için geometrik olarak kusursuz 5 serbestlik dereceli 8 bilyeli model, 250-20000 d/d hız aralığında 250 d/d artışlarla çalıştırılmıştır. Şekil 6.2’de $Pr=100 \text{ N}$ ön yükleme ve yağlayıcı-1 kullanılarak bütün serbestlik dereceleri için oluşan şaft titreşimleri kuru temas ve sabit sönümlemenin olduğu durum ile EHL temas ve değişken sönümlemenin olduğu seçilmiş bir durum için zaman tanım bölgesinde verilmiştir.

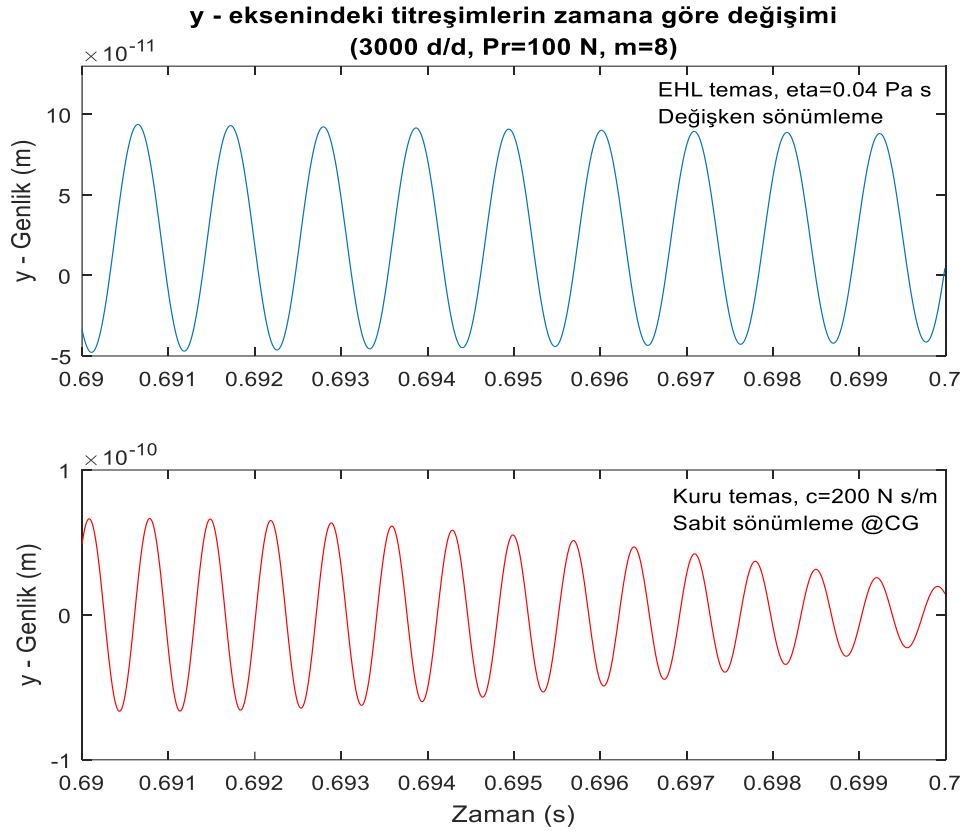
Şekil 6.2. 5 DoF şaft titreşimleri (3000 d/d, $Pr=100 \text{ N}$, $\eta_0=0.04 \text{ Pa.s}$, $m=8$).

Şaftın dönmesiyle oluşan dinamik yükler ve şaftın x yönündeki ağırlığı bilye-bilezik temasındaki EHL film ile taşınmakta şaftın dönüşü ile birlikte her bir bilyedeki temas geometrisi, EHL film kalınlığı, temas katılığı ve sönümleyicilik katsayısı hareket denklemlerinin çözümüne bağlı olarak değişmektedir. Diğer bir deyişle hareket denklemlerinin katsayıları implicit olarak elde edilebilmektedir.

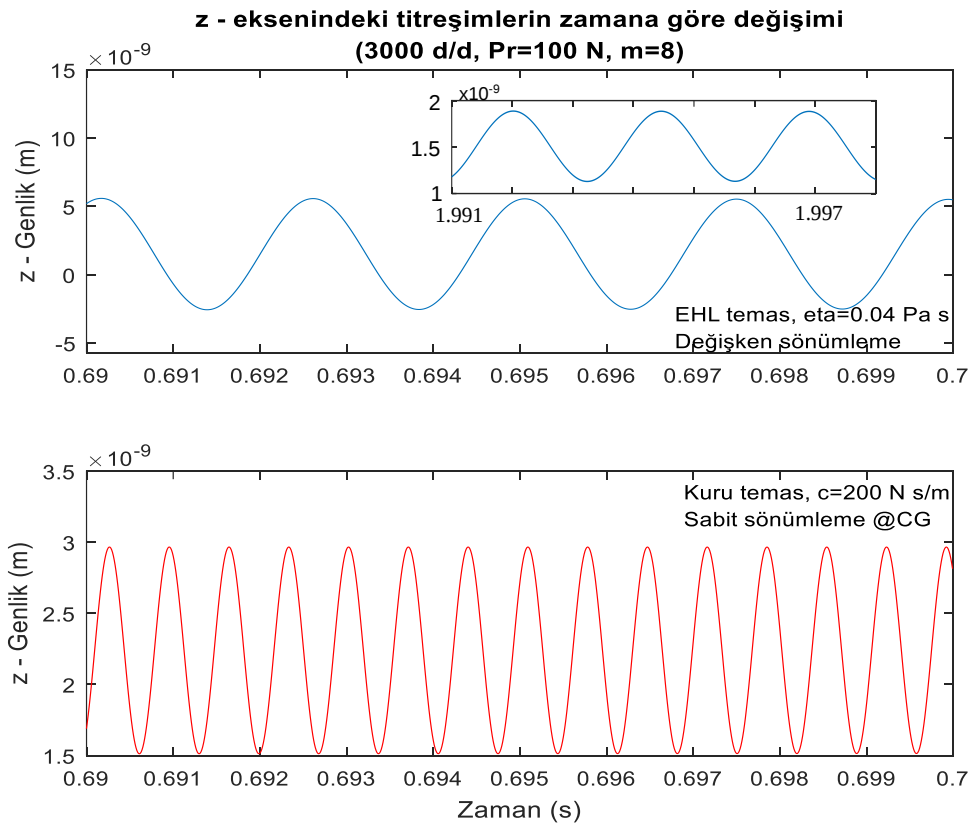
Şekil 6.3 – Şekil 6.7’de her bir eksendeki titreşimler görülmektedir. EHL temas durumunda salınımın genliği de frekansı da daha düşüktür. Bu durum EHL temas katılığının kuru temas katılığından daha fazla katı (stiff) olmasından kaynaklanmakta, bu ise sistemin titreşim hareketinin salınım genliğinin azalmasına yol açmaktadır. Ayrıca kuru temastaki yapay sabit sönümleyicinin şaft ağırlık merkezinden kaldırılıp bilye temasındaki EHL sönümleyiciliğin modele katıldığı durumda, sönümleme etkisinin artmasına ve sönümlemeli sistem titreşim frekansının azalmasına yol açmaktadır. Tüm eksenlerde şaftın ötleme ve dönme hareketinin salınım genliğinin ve frekansının azaldığı Şekil 6.3 – Şekil 6.7’de açık olarak gözükmemektedir.



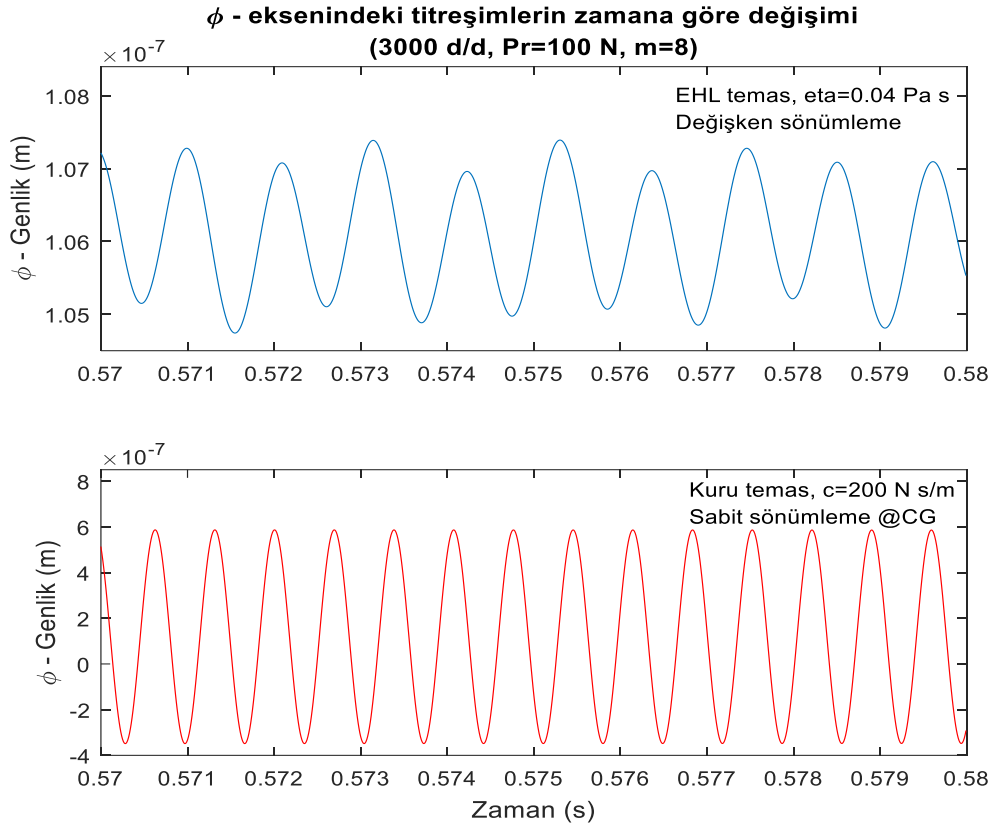
Şekil 6.3. x – eksenli titreşimleri (3000 d/d, Pr=100 N, eta0=0.04Pa.s, m=8).



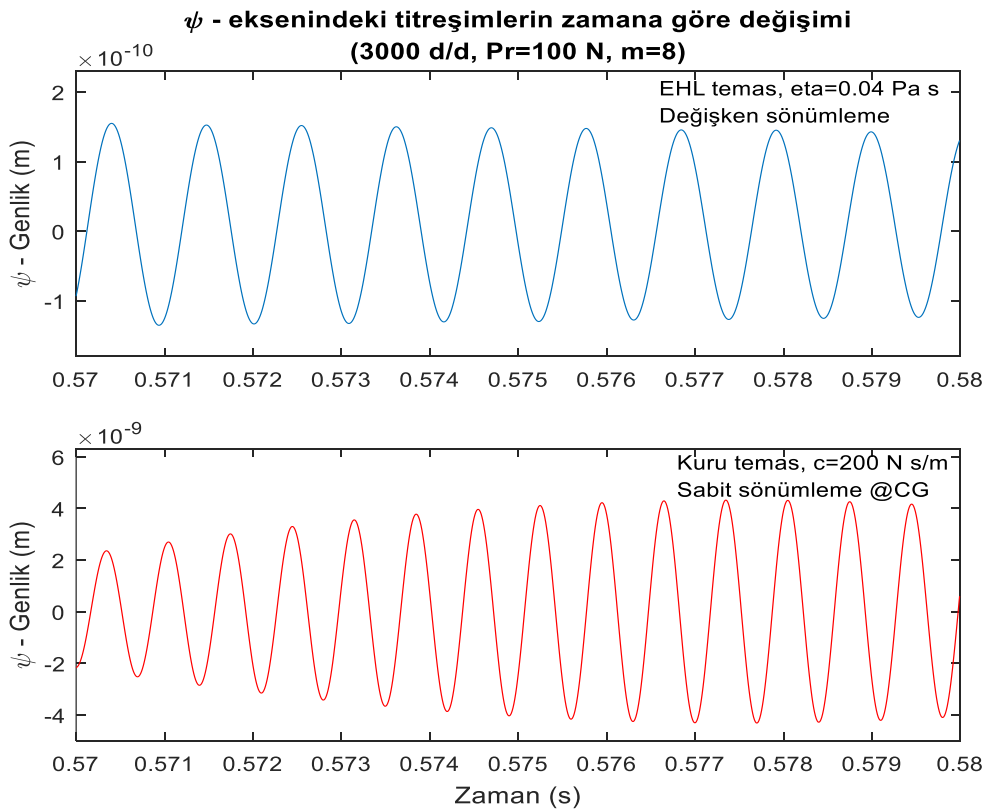
Şekil 6.4. y – eksen titreşimleri (3000 d/d, Pr=100 N, eta0=0.04Pa.s, m=8).



Şekil 6.5. z - eksen titreşimleri (3000 d/d, Pr=100 N, eta0=0.04Pa.s, m=8).

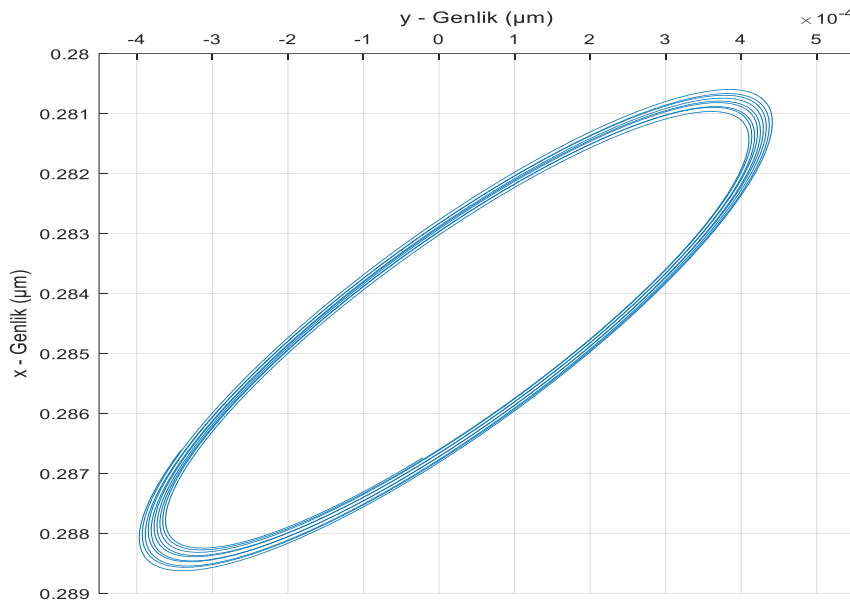
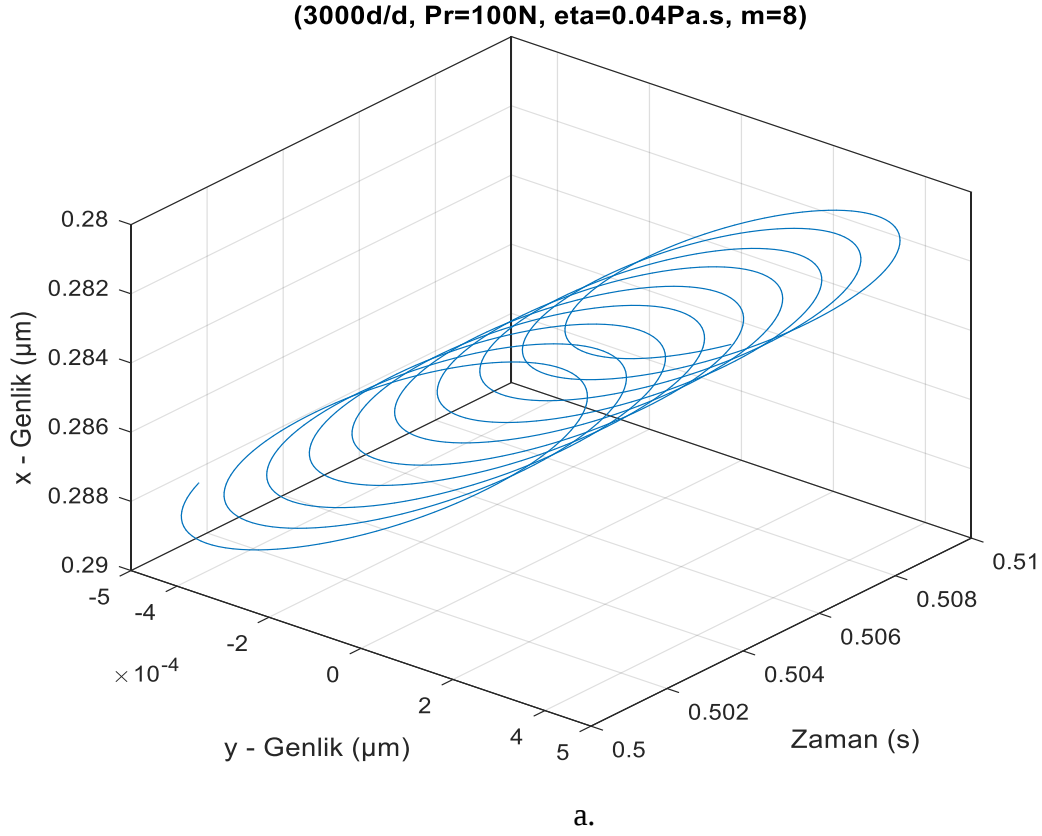


Şekil 6.6. ϕ - eksen titreşimleri (3000 d/d, Pr=100 N, $\eta=0.04$ Pa.s, m=8).



Şekil 6.7. ψ - eksen titreşimleri (3000 d/d, Pr=100 N, $\eta=0.04$ Pa.s, m=8).

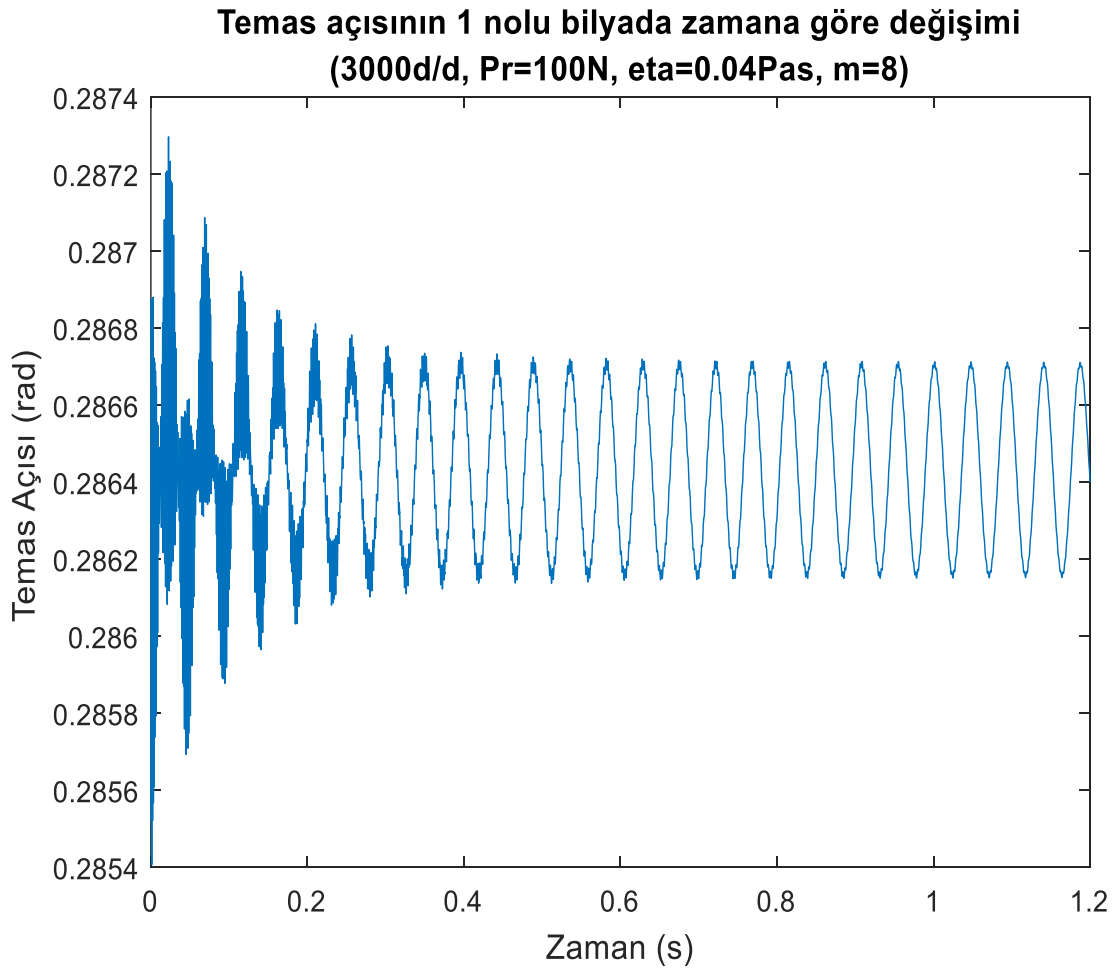
Şekil 6.8-a,b'de şaft ağırlık merkezinin, x yönündeki şaft kütlesi ve x, y yönündeki anizotropik temas karakteristiği nedeniyle eliptik bir yörünge izlediği görülmektedir.



Şekil 6.8. Şaft ağırlık merkezinin orbital hareketi.

6.2. Temas Katılığı

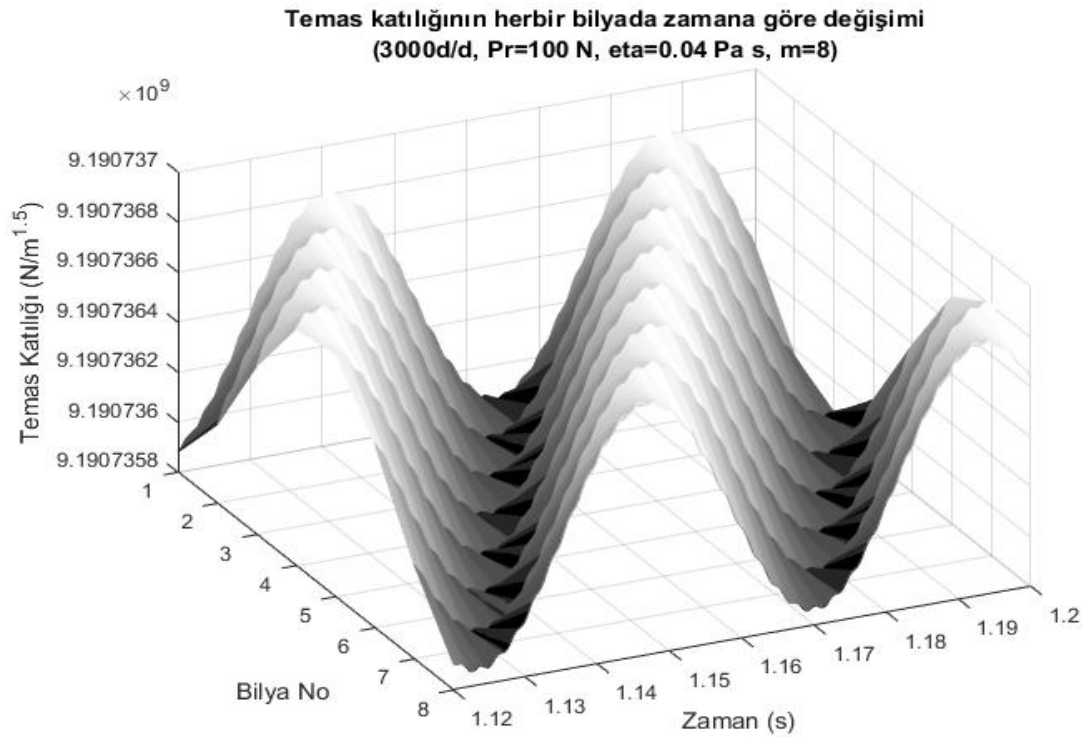
Kuru temasta temas katılığı temas geometrisinin ve malzeme özelliklerinin bir fonksiyonudur. Piezo-viskoz rejimindeki EHL temasta her bir bilyede oluşan temas katılığı bilye pozisyonuna, yağlayıcının ve rulman bileşenlerinin malzeme özelliklerine, rulmandaki temas geometrisine, EHL temastaki ezilmeye ve dönüş hızına bağlı olarak olarak değişmektedir. Şekil 6.9’de sol rulmanda 1 nolu bilyede temas açısının zamanla değişimi görülmektedir. Şekil 6.10’da sol rulmanda her bir bilyenin temas açısı doğrultusundaki anlık temas katılığının zamanla değişimi görülmektedir. Bilyelerde oluşan temas katılıkları arasındaki faz farkı bilyenin orbital yörüngesindeki pozisyonuna göre kafes frekansına bağlı olarak değişmektedir.



Şekil 6.9. Temas açısının 1 nolu bilyede zamana göre değişimi.

Çizelge 6.4. Zamana göre bilyelerdeki temas açısı (rad).

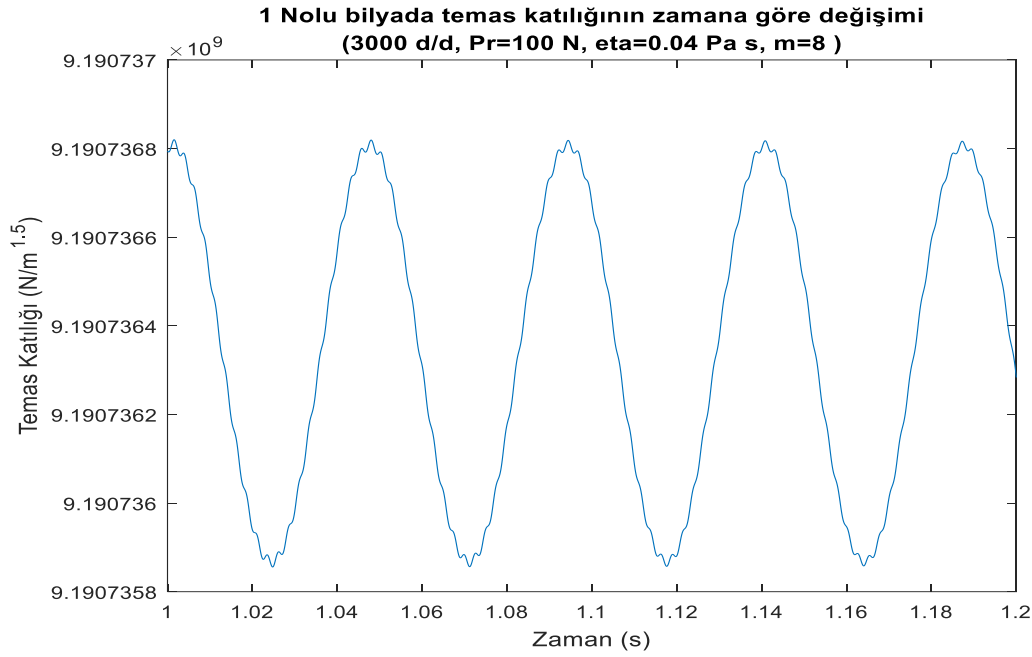
Zaman	Bilye 1	Bilye 2	Bilye 3	Bilye 4	Bilye 5	Bilye 6	Bilye 7	Bilye 8
1,1999	0,2864	0,2862	0,2862	0,2863	0,2865	0,2866	0,2867	0,2866
1,19991	0,2864	0,2862	0,2862	0,2863	0,2865	0,2866	0,2867	0,2866
1,19992	0,2864	0,2862	0,2862	0,2863	0,2865	0,2866	0,2867	0,2866
1,19993	0,2864	0,2862	0,2862	0,2863	0,2865	0,2866	0,2867	0,2866
1,19994	0,2864	0,2862	0,2862	0,2863	0,2865	0,2866	0,2867	0,2866
1,19995	0,2864	0,2862	0,2862	0,2863	0,2865	0,2866	0,2867	0,2866



Şekil 6.10. Temas katılığının bilyelerde zamana göre değişimi.

Çizelge 6.5. Zamana göre bilyelerdeki temas katılığı değerleri (N/m)

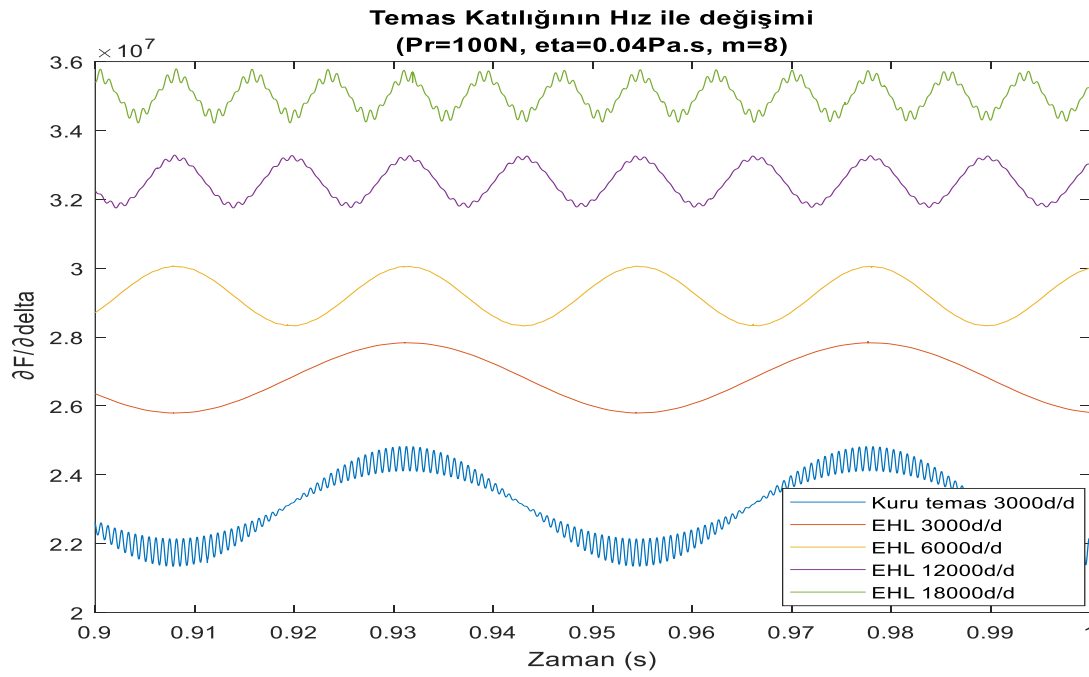
Zaman	Bilye 1	Bilye 2	Bilye 3	Bilye 4	Bilye 5	Bilye 6	Bilye 7	Bilye 8
1,1999	919073629 1,85	919073597 5,54	919073587 3,01	919073604 3,98	919073638 8,80	919073670 5,81	919073680 8,80	91907366 37,13
1,19991	919073629 1,01	919073597 4,94	919073587 2,87	919073604 4,27	919073638 9,23	919073670 6,00	919073680 8,53	91907366 36,43
1,19992	919073629 0,17	919073597 4,33	919073587 2,72	919073604 4,55	919073638 9,65	919073670 6,20	919073680 8,25	91907366 35,72
1,19993	919073628 9,33	919073597 3,72	919073587 2,58	919073604 4,83	919073639 0,07	919073670 6,38	919073680 7,98	91907366 35,02
1,19994	919073628 8,49	919073597 3,11	919073587 2,44	919073604 5,12	919073639 0,49	919073670 6,57	919073680 7,70	91907366 34,31
1,19995	919073628 7,64	919073597 2,50	919073587 2,29	919073604 5,40	919073639 0,91	919073670 6,76	919073680 7,41	91907366 33,60



Şekil 6.11. Temas katılığının 1 nolu bilyede zamana göre değişimi ($\text{N/m}^{3/2}$).

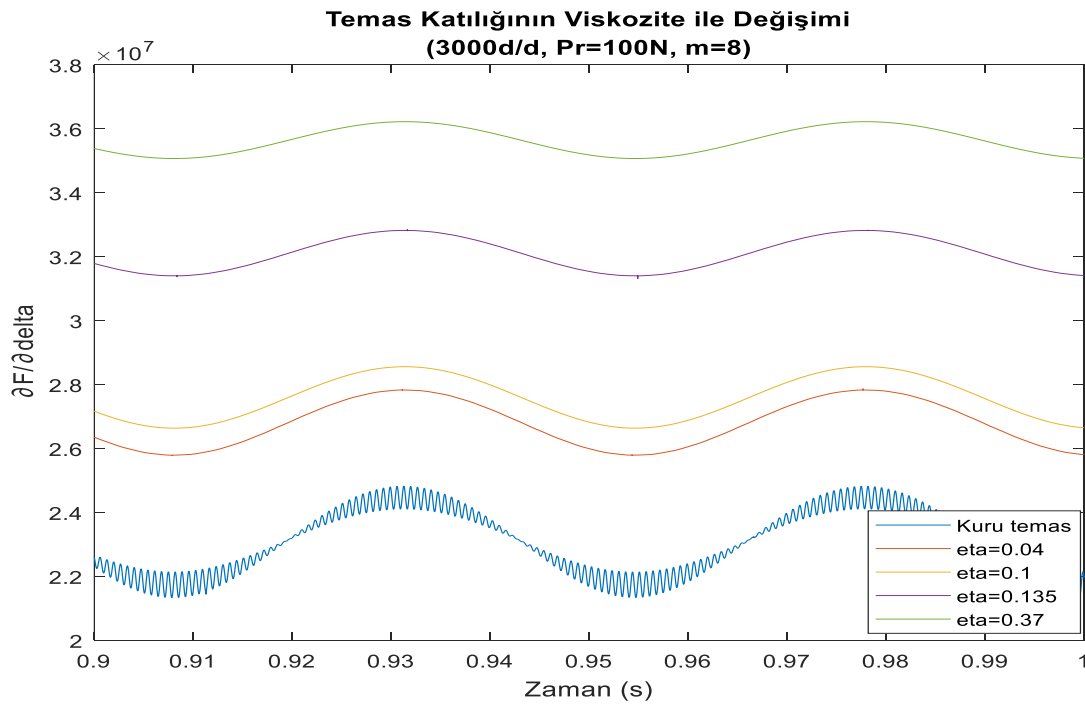
EHL temastaki yağ filmi basıncı Hertzian ezilme basıncını takip etmektedir [17, 45, 46]. Temas alanı boyunca basıncın integrasyonu temas kuvvetini vermektedir. Oluşan temas kuvvetleri ile ezilme arasındaki ilişki doğrusal olmayıp bu durumdaki yay katsayısı sertleşen bir yay olarak modellenmektedir. Kuru temas ve EHL temas modelinde rulman bileşenlerinin aynı birbirine yaklaşma değeri (mutual approach) için EHL temasta yağ filminden dolayı temas basıncı artmaktadır. Dolayısıyla EHL temasta katılığın kuru temas katılığından daha fazla olmasının nedeni, diğer bir ifade ile, artan ezilmenin rulman bileşenlerinin birbirine yaklaşmasını daha zor hale getirmesidir (sertleşen yay).

EHL temas katılığı $K = \frac{\partial F}{\partial \delta}$ ile sayısal olarak elde edilebilmektedir [12, 46, 51]. Şekil 6.12’de devir hızı ve yağlayıcı viskozitesine bağlı olarak değişen EHL temas kuvvetlerinin ezilmeye göre türevinin zaman ile değişimi görülmektedir. EHL temasta genel olarak yağ katılığı, elastik temas katılığından büyüktür [53, 82]. Hız artışı ile yağın katılığı azalsa bile, elastik temas katılığı ile kıyaslandığında toplam temas katılığına Hertz temas bölgesindeki yağ katılığının etkisi azdır. Yağ filmi kalınlığındaki hız artışına bağlı olarak oluşan artış elastik ezilmeyi artırmakta, bu durum ise temasın katılaşmasına yol açmaktadır. Şekil 6.12’de de görüldüğü gibi toplam temas katılığı hız artışına bağlı olarak artmaktadır. Ayrıca katılığın genliği ile değişim frekansının da hız artışı ile arttığı görülmektedir.



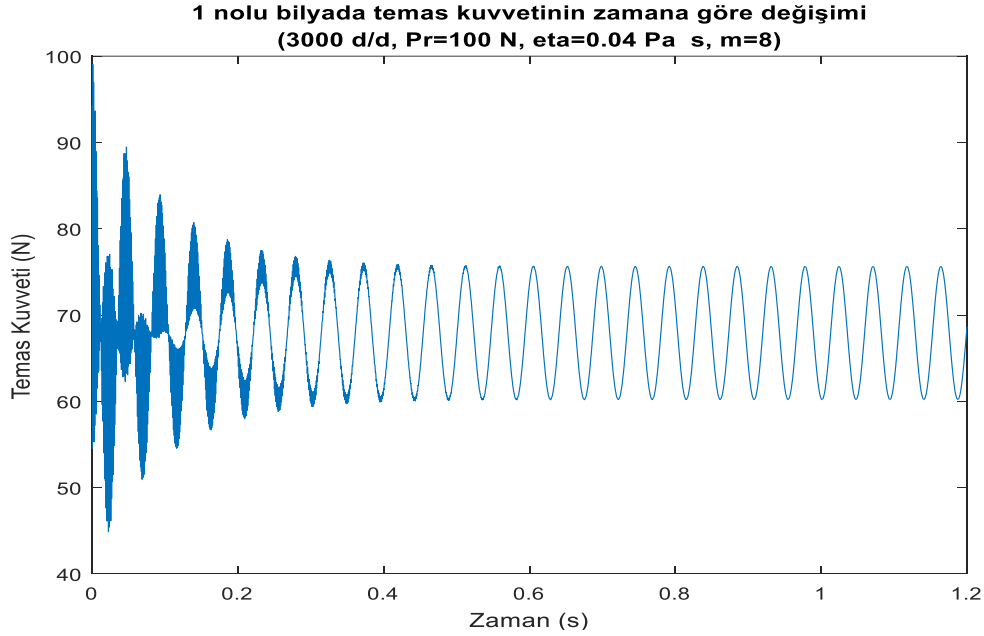
Şekil 6.12. Temas katılığının hız ile değişimi.

Benzer durum viskozite için de söz konusudur. Viskozite artışının film kalınlığının azalmasına daha fazla karşı koyabilmesi sonucu yağ filmi kalınlığındaki oluşan artış, elastik ezilmeyi artırmakta bu durum ise temasın katılaşmasına yol açmaktadır. Şekil 6.13’de de görüldüğü gibi toplam temas katılığı viskozitedeki artışa bağlı olarak artmaktadır.



Şekil 6.13. Temas katılığının viskozite ile değişimi.

Şekil 6.14’de sol rulmanda 1 nolu bilyedeki EHL temas kuvvetinin zamanla değişimi, bu değişimin değerleri de Çizelge 6.6’de verilmiştir. Burada temas kuvvetlerinin bilyenin pozisyonuna ve çalışma parametrelerine göre değişimi açıkça görülmektedir.



Şekil 6.14. Temas kuvvetinin 1 nolu bilyede zamana göre değişimi.

Çizelge 6.6. Zamana göre bilyelerdeki temas kuvveti.

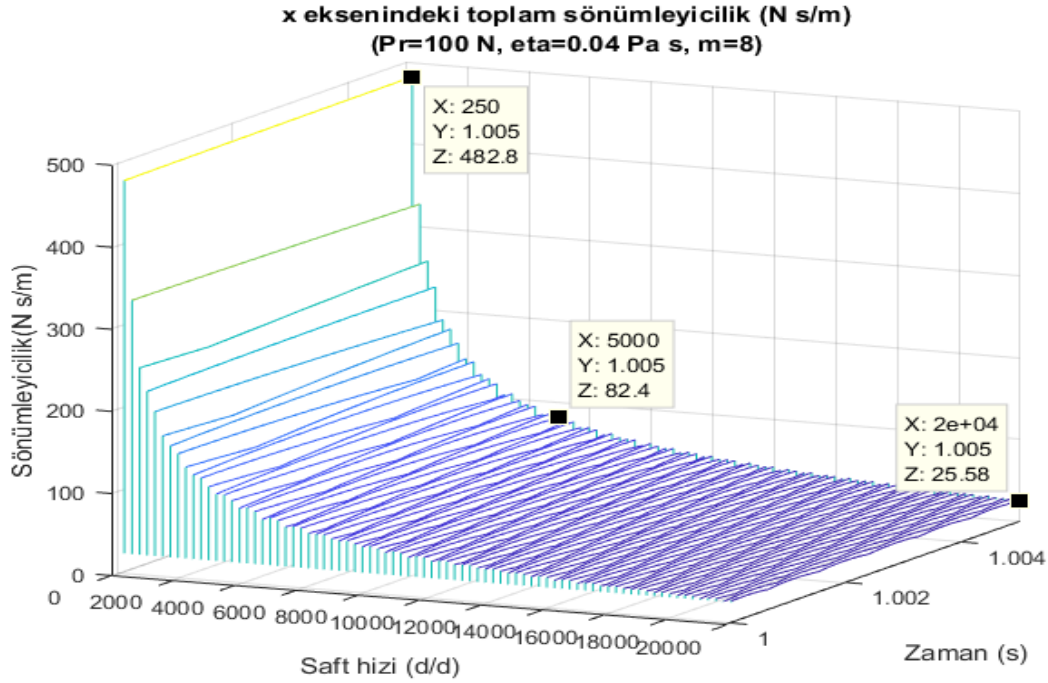
Zaman	Bilye 1	Bilye 2	Bilye 3	Bilye 4	Bilye 5	Bilye 6	Bilye 7	Bilye 8
1,1999	68,5654	73,8462	75,5898	72,6909	66,9765	61,8812	60,2589	62,9722
1,19991	68,5755	73,8527	75,5884	72,6824	66,9659	61,8746	60,2597	62,9798
1,19992	68,5856	73,8591	75,5869	72,6738	66,9553	61,8680	60,2604	62,9874
1,19993	68,5957	73,8656	75,5855	72,6652	66,9447	61,8614	60,2612	62,9950
1,19994	68,6058	73,8720	75,5841	72,6566	66,9342	61,8548	60,2620	63,0026
1,19995	68,6159	73,8784	75,5826	72,6480	66,9236	61,8482	60,2628	63,0102

6.3. Temasda Oluşan Sönümleyicilik

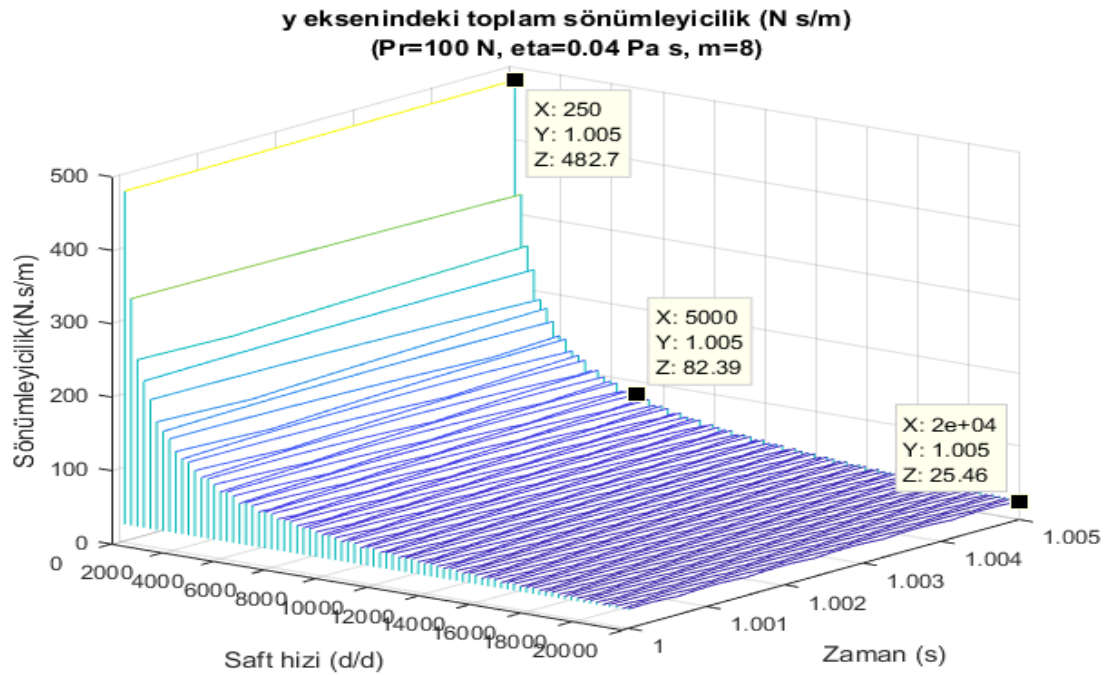
Şekil 6.15 – Şekil 6.17’de şafta etki eden ve Eş.4.42 $C = c \frac{bu}{4F_e R} \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{G}}$ [51] ile elde edilen EHL

temasta oluşan viskoz sönümleyiciliğin hıza ve zamana bağlı olarak değişimi verilmiştir. EHL sönümleyiciliğin hız ile doğrusal olmayan bir şekilde azaldığı görülmektedir. Bunun nedeni, temas basıncına göre viskozite değişiminin doğrusal olmaması (Barus, Roeland) sonucu boyutsuz sönümleyicilik ifadesinin doğrusal olmamasıdır. Fiziki olarak bakıldığında

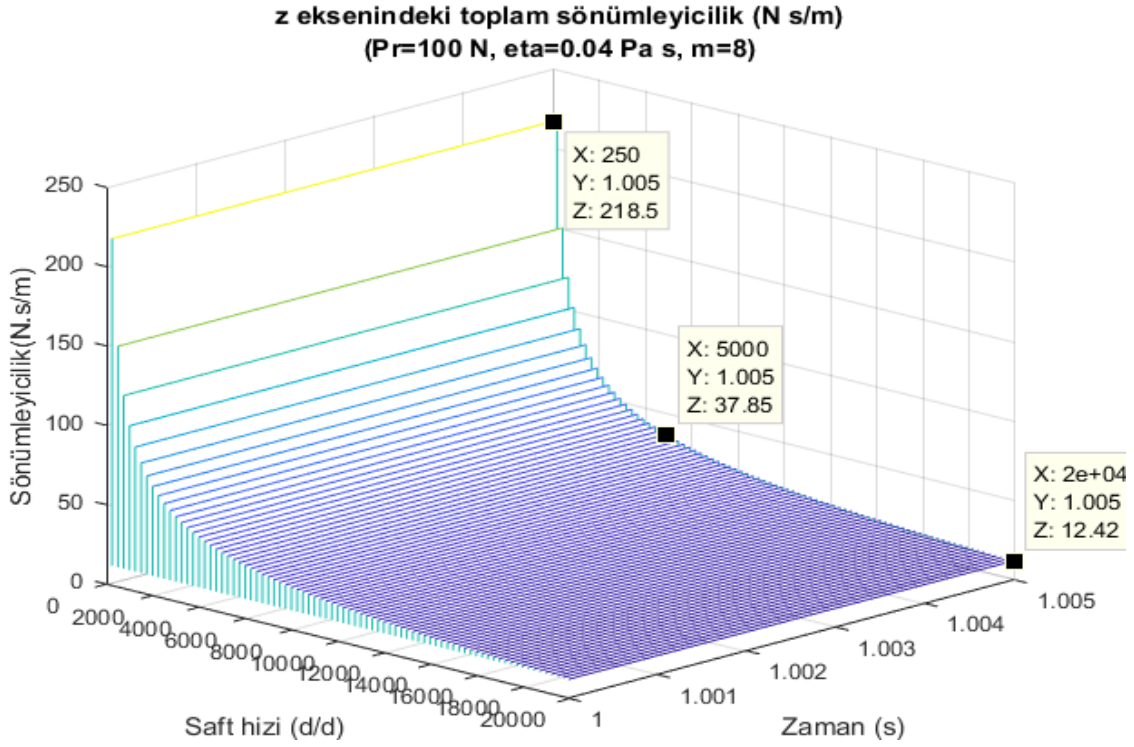
ise Reynolds denkleminde de görülebileceği gibi, hızla birlikte daha fazla temas basıncı oluşmakta, artan basınç viskoz kayıpların azalmasına neden olmaktadır. Ayrıca artan film kalınlığı nedeniyle Hertzian temas bölgesi etrafındaki azalan viskoz sürtünme sönümlemeyi azaltmaktadır.



Şekil 6.15. x eksenindeki toplam sönümleyiciliğin şaft hızına göre değişimi.



Şekil 6.16. y eksenindeki toplam sönümleyiciliğin şaft hızına göre değişimi.



Şekil 6.17. z eksenini yönündeki toplam sönümleyiciliğin şaft hızına göre değişimi.

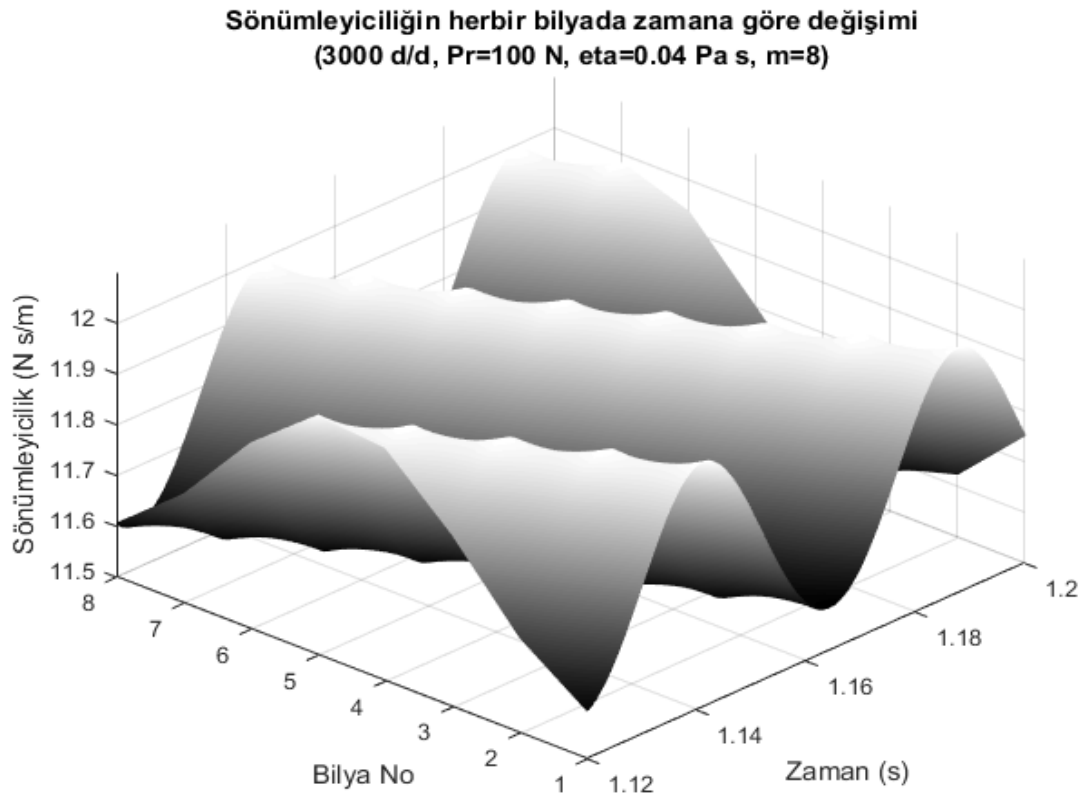
Şekil 6.15 – Şekil 6.17’de x , y ve z yönünde oluşan toplam sönümleyiciliğin hız ve zamanla değişimi görülmektedir. Bununla birlikte z eksenindeki sönümleyiciliğin x ve y ekseninde oluşan sönümleyiciliğin yarısına yakın olduğu göze çarpmaktadır. Şekil 6.18’de sol rulmanda her bir bilye temasında temas açısı doğrultusunda anlık oluşan sönümleyiciliğin zamanla değişimi görülmektedir. Her bir bilyede oluşan anlık sönümleyiciliğin faz farkı bilye pozisyonuna, sönümleyicilik değerinin değişim frekansı ise kafes frekansına bağlıdır.

Toplam sönümleyiciliğin x yönünde viskozite ile değişimi Şekil 6.19’de görülmektedir. Sönümleyiciliğin viskozite ile arttığı görülmektedir [18, 72, 79]. EHL temasta sönümleyicilik, temas normali doğrultusundaki harekete bağlı olarak (squeezeing motion) Hertzian temas bölgesi etrafındaki viskoz sürtünme nedeniyle oluşmaktadır. Viskozite arttığında enerji kaybı artmakta, bu ise sönümleyicilik değerini yükseltmektedir.

Şekil 6.20’de ise ön yükleme ile toplam sönümleyiciliğin değişimi verilmiştir. Ön yükleme arttığında temas bölgesinde daha az yağ filmi oluşacağından viskoz sürtünmeler azalacak ve yük artışı ile sönümleyicilik azalacaktır. Zhang [79] çalışmasında, temastaki sönümleyiciliğin farklı yük ve hıza göre (özellikle yüksek hız ve büyük yükler için) değişen karakteristikte olduğunu ifade etse de, çalışmasında genel olarak sönümleyiciliğin yük ve

hızdaki artışa göre azalan trendde olduğu görülmektedir. Toplam sönümleyicilik yükün artışı ile artmakta, yükün azaldığı durumda ise tam tersi gerçekleşmektedir. Burada toplam önyüklemenin 10 N olduğu durumda sönümlemenin 30 N önyüklemedeki sönümlemenin de altına indiği göze çarpmaktadır. Bunun nedeni Şekil 6.21’de görüldüğü gibi bir bilyedeki temas ezilmenin 10 N olduğu ön yükleme durumunda titreşim genliğinin değişiminin 30 N ön yüklemede olduğu durumdakinden daha yüksek olmasıdır. Bunun sonucunda 10 N ön yüklemedeki temas kuvveti, 30 N’da ön yüklemede oluşan temas kuvvetini geçebilmekte böylece toplam sönümleyicilik değerindeki bu değişime yol açmaktadır.

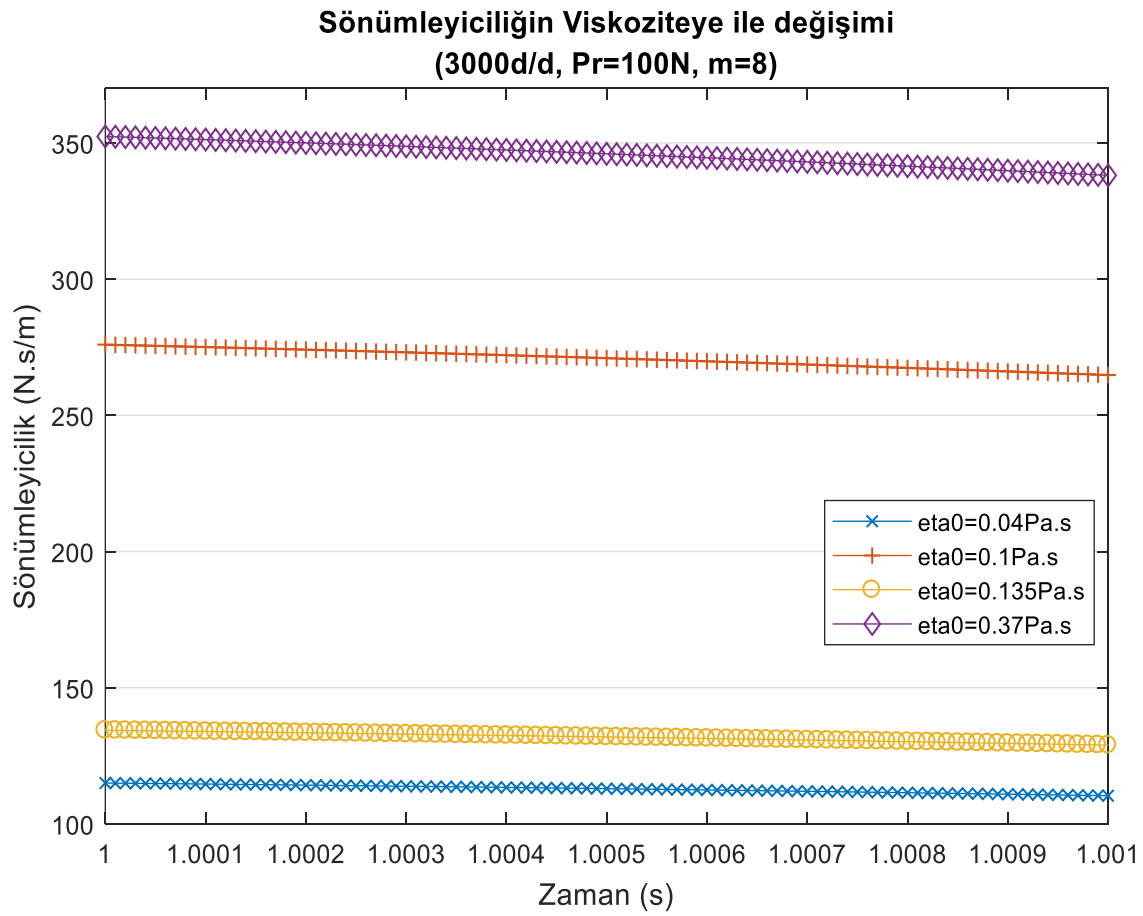
Bu durum Şekil 6.24’de daha açık olarak görülmektedir. Burada her bir bilyede oluşan anlık sönümleyiciliğin her bir biyada, bilye pozisyonuna göre aldığı değer farklı ön yükleme değerleri için verilmiş Çizelge 6.8’de ise bu değerler sunulmuştur. Ön yüklemenin 10 N olduğu durumda sol rulman 5 nolu bilye yüksüz bölgeye girdiğinden temas kaybolmakta, yağ filmi oluşmamakta ve sistemin sönümlemesine katkı yapmamaktadır. Ancak ön yüklemenin artmasıyla oluşan sönümleyicilik değerinin azaldığı buradan da anlaşılmaktadır.



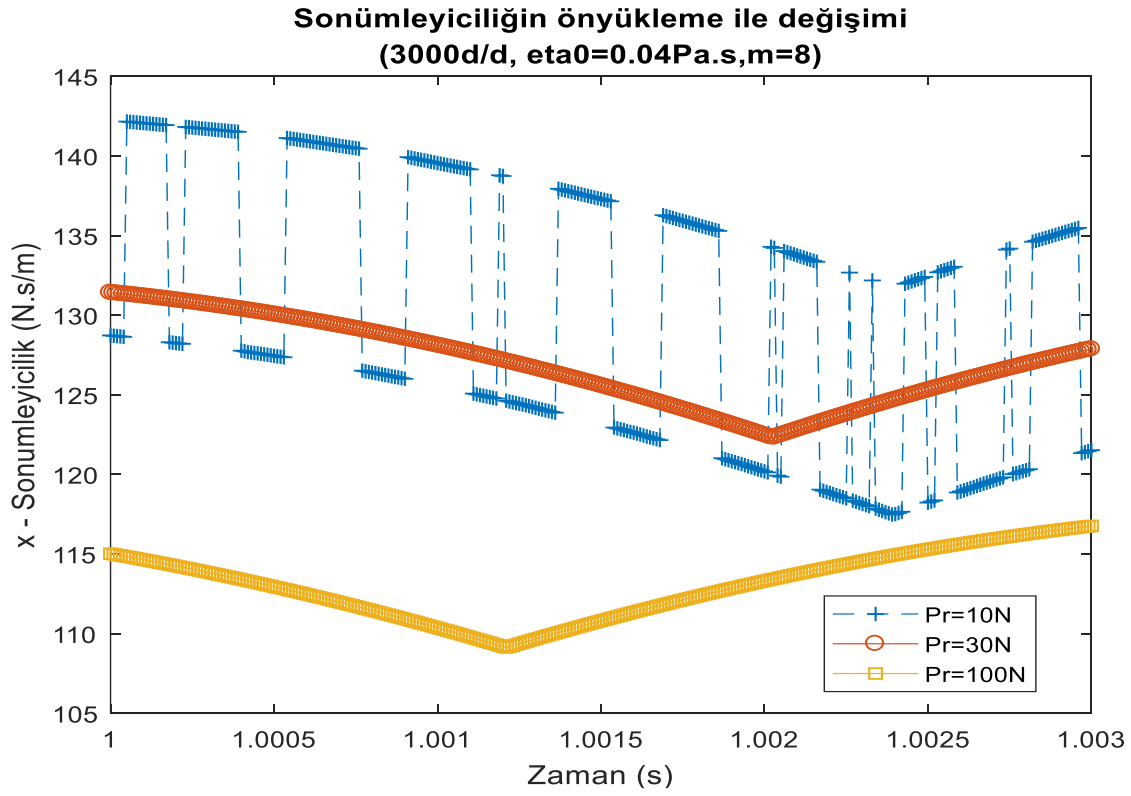
Şekil 6.18. Sönümleyiciliğin bilyelerde zamana göre değişimi.

Çizelge 6.7. Sönümleyicilik değerlerinin bilyelerde zamana göre değişimi (3000 d/d, Pr=100 N, $\eta_0=0.04$ Pa.s, $m=8$).

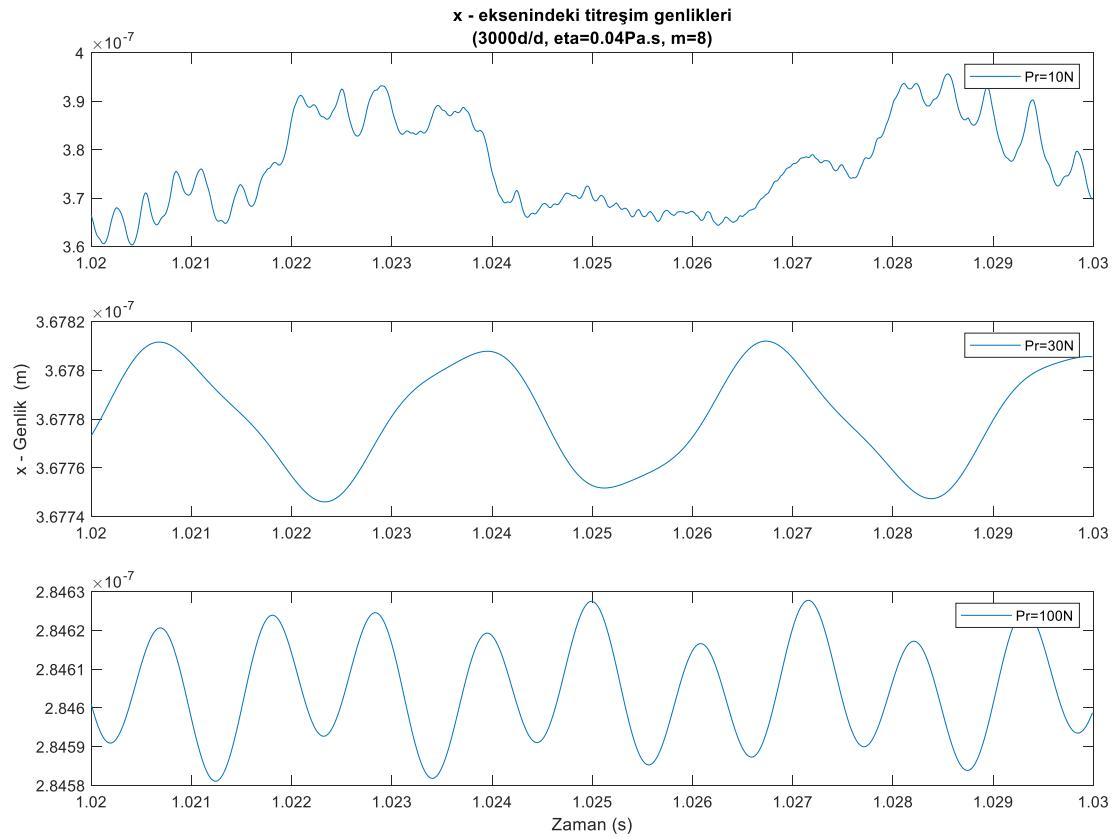
Zaman	Bilye 1	Bilye 2	Bilye 3	Bilye 4	Bilye 5	Bilye 6	Bilye 7	Bilye 8
1,1999	11,7547	11,6266	11,5866	11,6537	11,7955	11,9342	11,9811	11,9034
1,19991	11,7544	11,6264	11,5866	11,6539	11,7958	11,9343	11,9811	11,9032
1,19992	11,7542	11,6263	11,5866	11,6541	11,7960	11,9345	11,9810	11,9030
1,19993	11,7539	11,6261	11,5867	11,6543	11,7963	11,9347	11,9810	11,9027
1,19994	11,7537	11,6260	11,5867	11,6545	11,7966	11,9349	11,9810	11,9025
1,19995	11,7534	11,6258	11,5867	11,6547	11,7969	11,9351	11,9810	11,9023
1,19996	11,7532	11,6257	11,5868	11,6549	11,7971	11,9353	11,9809	11,9021
1,19997	11,7529	11,6255	11,5868	11,6551	11,7974	11,9355	11,9809	11,9019
1,19998	11,7527	11,6254	11,5868	11,6553	11,7977	11,9357	11,9809	11,9017
1,19999	11,7524	11,6252	11,5869	11,6555	11,7980	11,9358	11,9809	11,9015
1,2	11,7521	11,6251	11,5869	11,6557	11,7982	11,9360	11,9808	11,9013



Şekil 6.19. x – eksenindeki toplam sönümleyiciliğin viskozite ile değişimi.

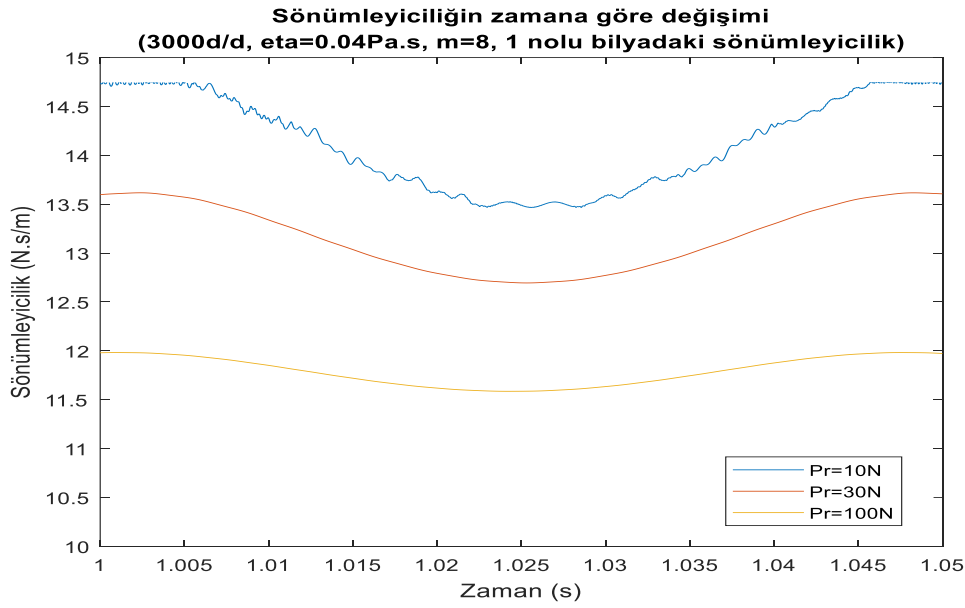


Şekil 6.20. x – eksenindeki toplam sönümleyiciliğin ön yükleme ile değişimi.



Şekil 6.21. x – eksenindeki titreşim genliğinin sönümleyiciliğe etkisi.

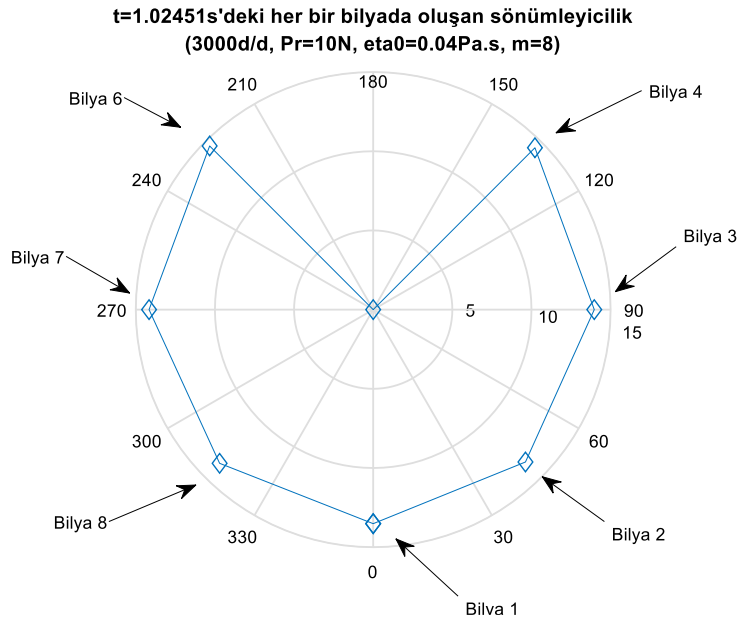
Şekil 6.22’de değişik ön yüklemeler için 1 nolu bilye temasında oluşan sönümleme değerleri görülmektedir. Ön yükleme artışı ile sönümlemenin azaldığı buradanda anlaşılmaktadır. Ayrıca 10 N ön yükleme için bilye – bilezik temasının kaybolduğu durumlar söz konusudur. Şekil 6.23’de sıfırın altında görünen bu noktalarda oluşabilecek sönümlemenin şaft dinamiğine etkisinin temasın varlığında oluşan sönümlemeye göre ihmal edilebilir düzeyde olacağı kabul edilmiştir. Ancak büyük vikozeiteli yağlayıcı ve yüksek hızlar için bu durumun dikkate alınması uygun olacaktır.



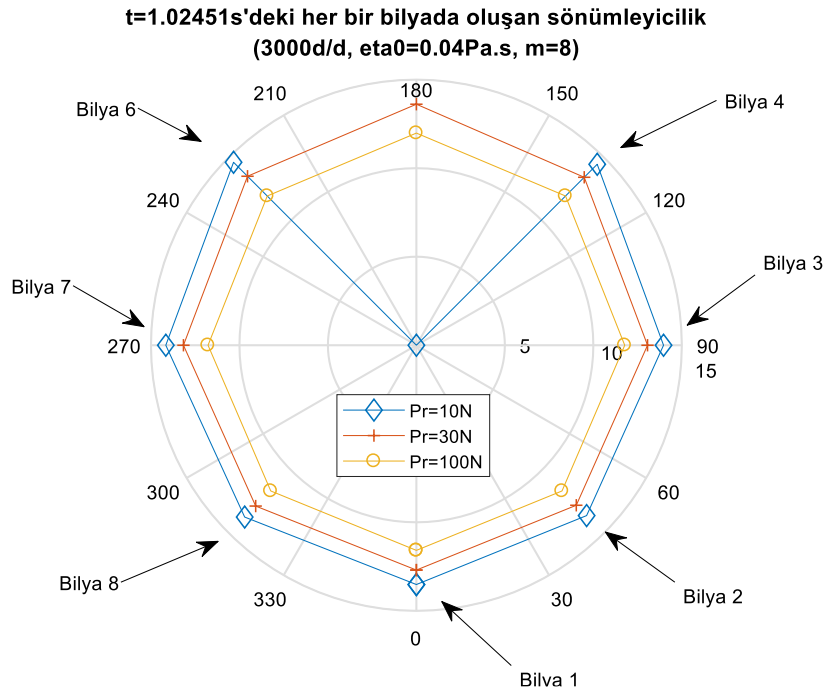
Şekil 6.22. Sönümleyiciliğin 1 nolu bilyede ön yükleme ile değişimi.



Şekil 6.23. 1 nolu bilyedeki sıkışmanın zamana göre değişimi.



Şekil 6.24. Temasta oluşan sönümleyicilik.



Şekil 6.25. Sönümleyiciliğin ön yükleme ile değişiminin polar koordinatlarda gösterimi.

Çizelge 6.8. Her bir temasta oluşan sönümleyiciliğin ön yükleme ile değişimi.

Zaman T=1.02451s	Bilye 1	Bilye 2	Bilye 3	Bilye 4	Bilye 5	Bilye 6	Bilye 7	Bilye 8
Pr=10 N	13,5149	13,6060	13,9689	14,4523	0,0000	14,6138	14,1622	13,7238
Pr=30 N	12,6983	12,7813	13,0635	13,4152	13,6123	13,4975	13,1653	12,8449
Pr=100 N	11,5860	11,6399	11,7755	11,9201	11,9827	11,9199	11,7753	11,6397

6.4. EHL Film Kalınlığı

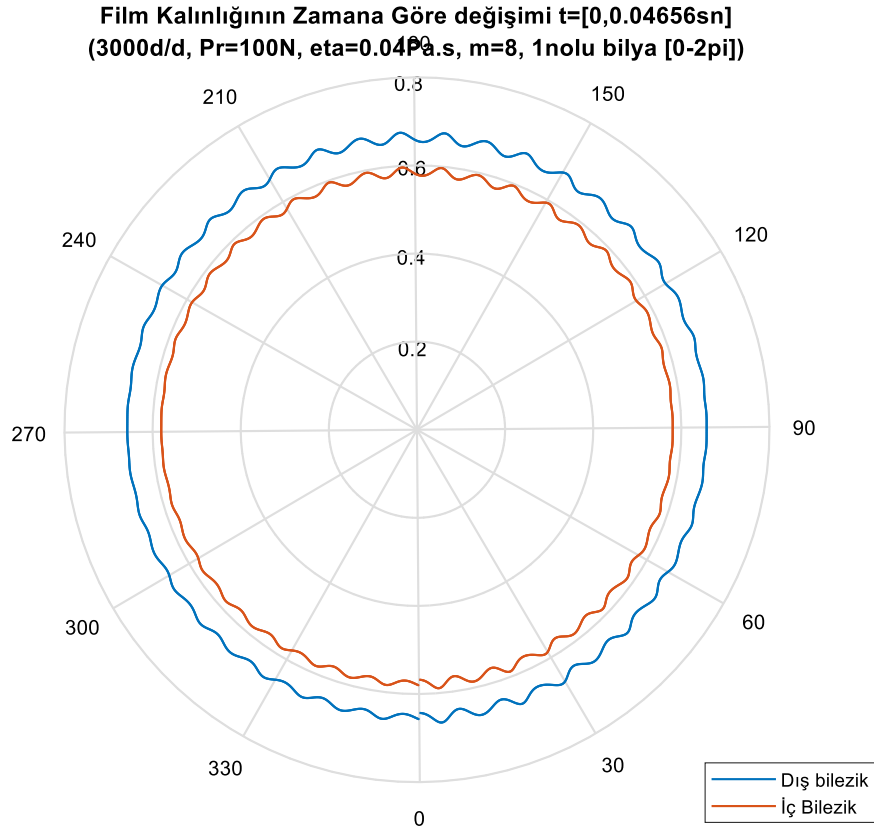
Şekil 6.26'de film kalınlığının iç ve dış bilezikteki değişimi görülmektedir. Film kalınlığı yük, hız, geometri ve malzeme özelliklerine göre değişmektedir. Gerçek fiziki durumda bilye her iki bilezik arasında salınmakta iç ve dış bilezik temasındaki temas kuvvetleri farklı olmaktadır. Tez çalışma kapsamında quasi-statik yaklaşım kullanılarak bilye temasında bu salınımının en sonunda sönümlenerek sabit bir EHL film kalınlığı ve basıncı oluşturduğu, bilye üzerindeki yüklerin dengede olduğu kabulü ile çözüm yapılmıştır. Elde edilen film kalınlıkları, t anında film kalınlığının durağan duruma yakınsadığı kabulü ile hesaplanmıştır. Gerçekte film kalınlığı değeri, aşağıda belirlenen bu değer etrafında salınmaktadır.

Şekil 6.26'da 1 nolu bilyenin bir tam tur yaptığıında iç ve dış bilezik temasında oluşan film kalınlığındaki salınımın x ekseninde y eksenine göre daha fazla olduğu görülmektedir. Bu durum şaft ağırlığının x ekseninde yer almasından ve dolayısıyla bu eksenindeki şaft salınım genliğinin daha fazla olmasından kaynaklanmaktadır. Ayrıca burada şaft titreşimleri henüz durağan duruma ulaşmadığından film kalınlıkları da durağan değildir.

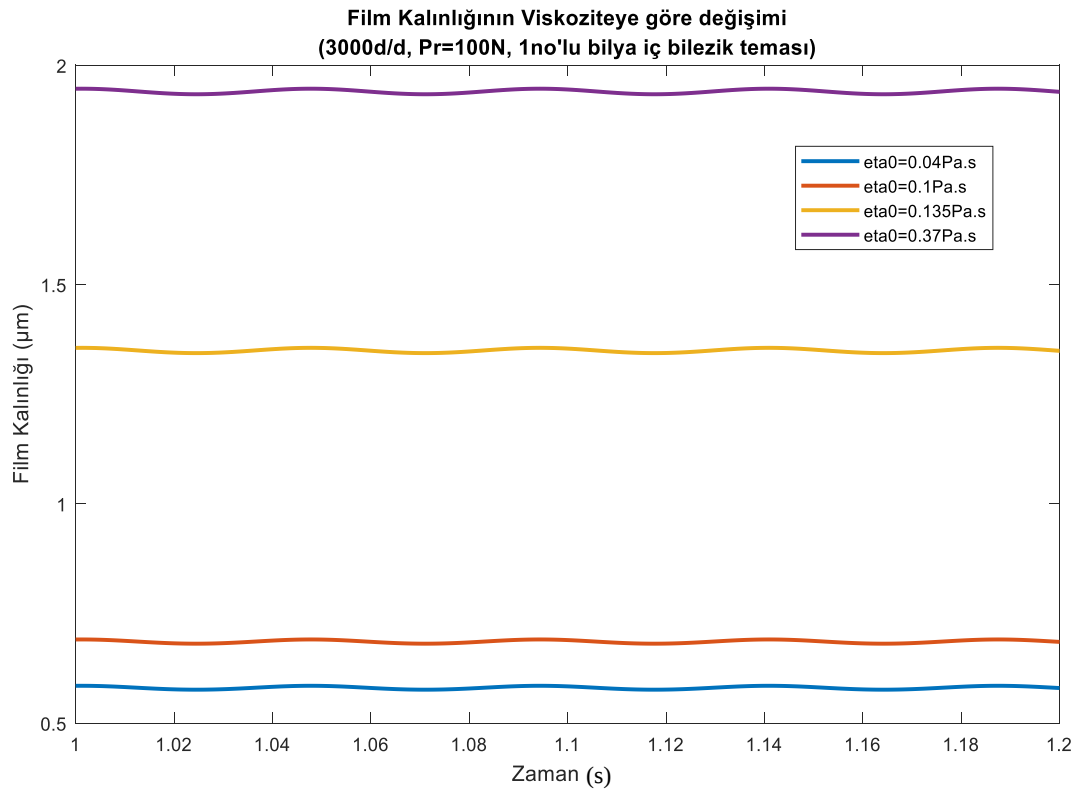
Şekil 6.27'de viskozite artışının film kalınlığı üzerindeki etkisi görülmektedir. Aynı önyüklem ve şaft hızı için viskozite artışı ile film kalınlığının artmasına yol açmıştır. Film kalınlığının değişimi temas normali yönündeki sıkışma hareketine (squeeze motion) bağlıdır. Viskozitenin yüksek olması ezilmeye karşı koymayı artırmakta bu da daha kalın bir yağ film oluşmasına yol açmaktadır.

Ayrıca Şekil 6.28-Şekil 6.29'de görüldüğü gibi film kalınlığı ön yüklem ile azalmakta, hız ile artmaktadır. Bunun nedeni hız ile birlikte temas bölgesine giren yağlayıcı artmakta, bu da daha fazla film kalınlığı oluşmasına yol açmaktadır. Yük artışı ise film basıncını artırmakta, temas bölgesine giren yağ miktarını azaltmakta daha fazla yük artışı sınır yağlama durumunu oluşturmaktadır.

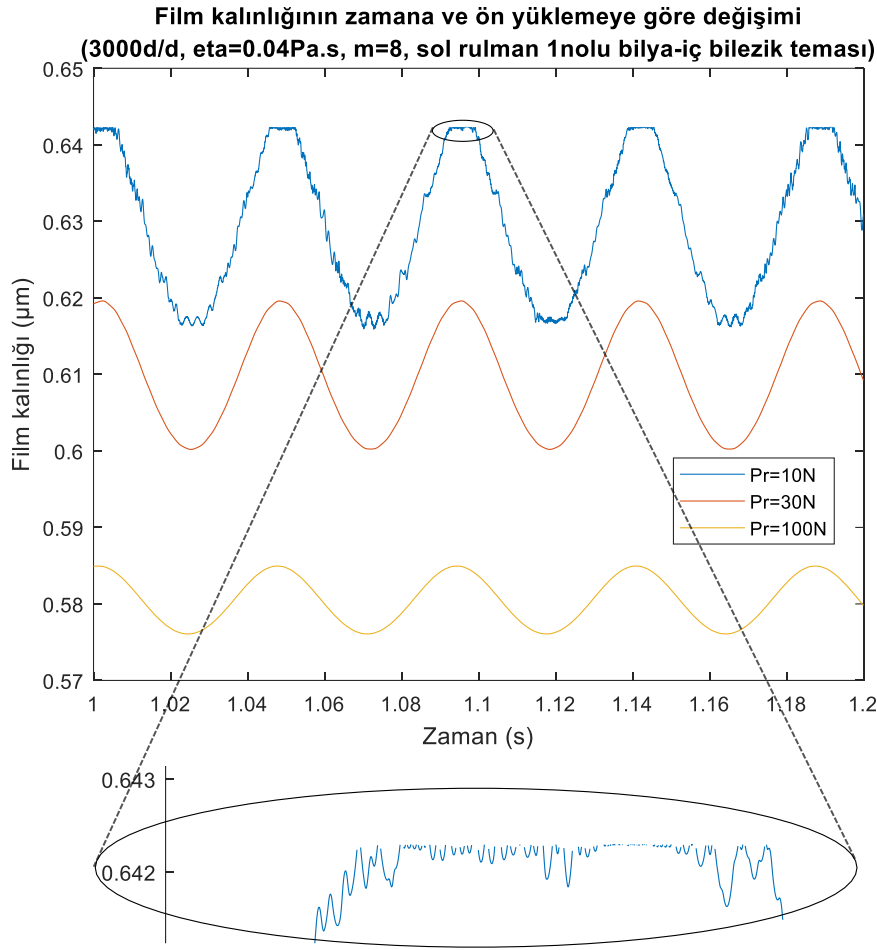
Bununla birlikte iç ve dış bilezikteki film kalınlıkları da farklıdır. Bunun nedeni temas geometrisidir. Rulmanlarda dış bilezikteki uyum (conformity) değeri temas kuvvetlerinin dengelenmesini sağlamak amacıyla iç bileziktekenden biraz daha büyüktür. Bu durum uyumun büyük olduğu yerde daha kalın bir yağ filmi oluşturmaktadır.



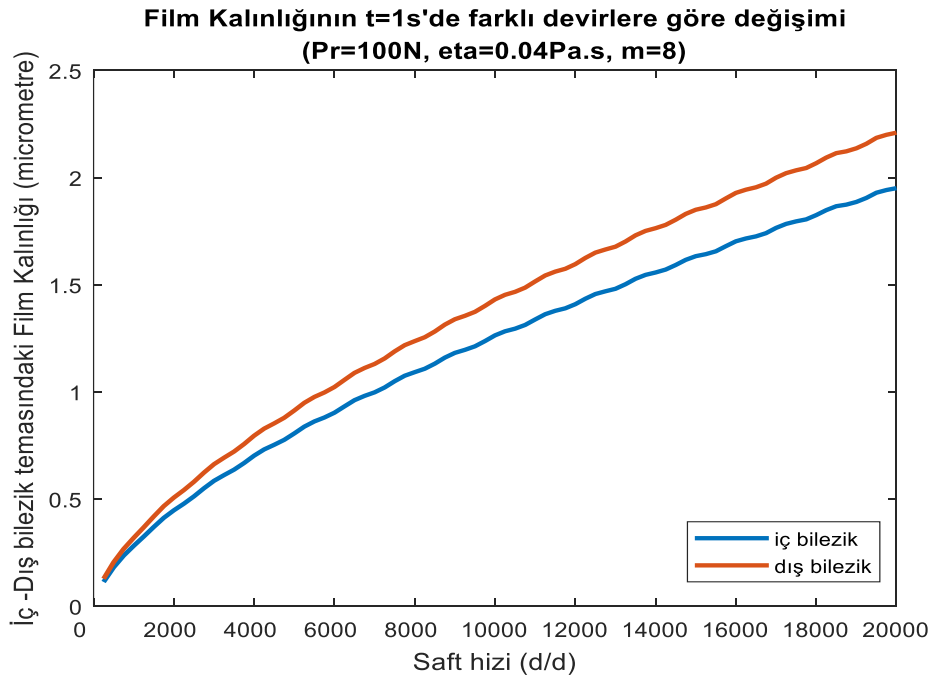
Şekil 6.26. Bilye – iç ve dış bilezik temasındaki yağ filmi kalınlığı (μm).



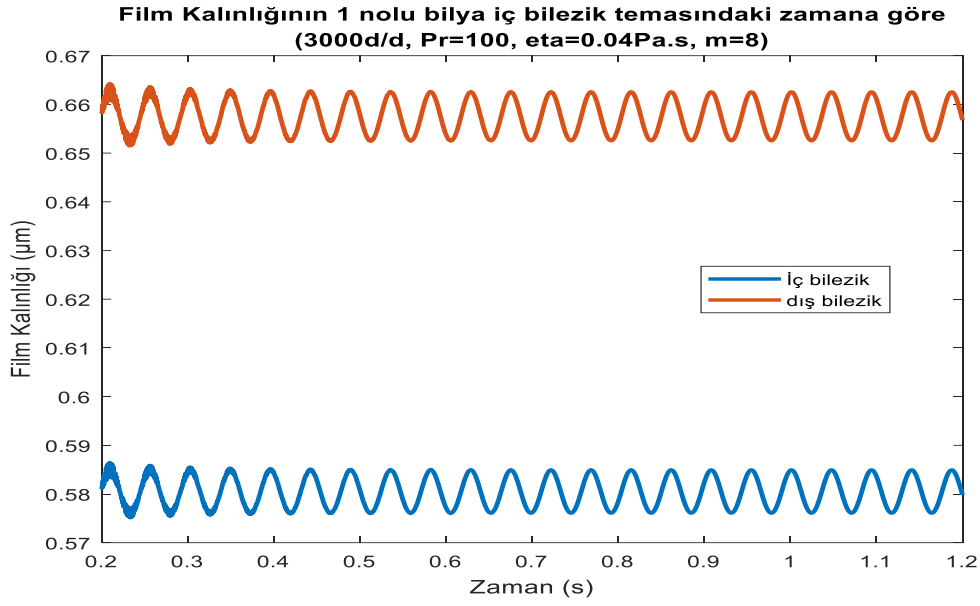
Şekil 6.27. Yağ filmi kalınlığının 1 nolu bilyede viskoziteye göre değişimi (μm).



Şekil 6.28. Yağ filmi kalınlığının 1 nolu bilyede ön yüklemeye göre değişimi (μm).

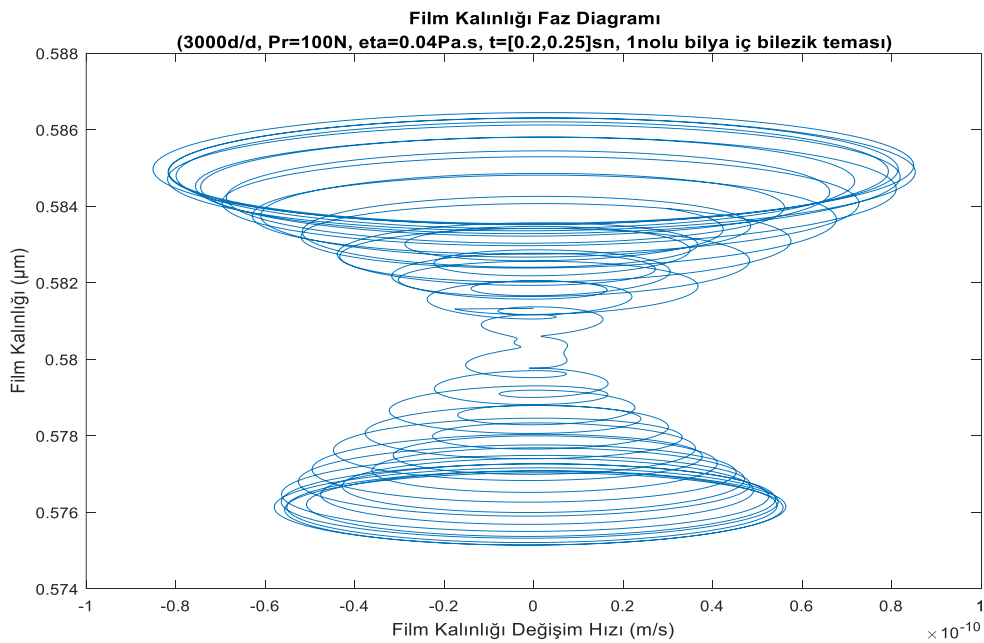


Şekil 6.29. Yağ filmi kalınlığının hıza göre değişimi (μm).

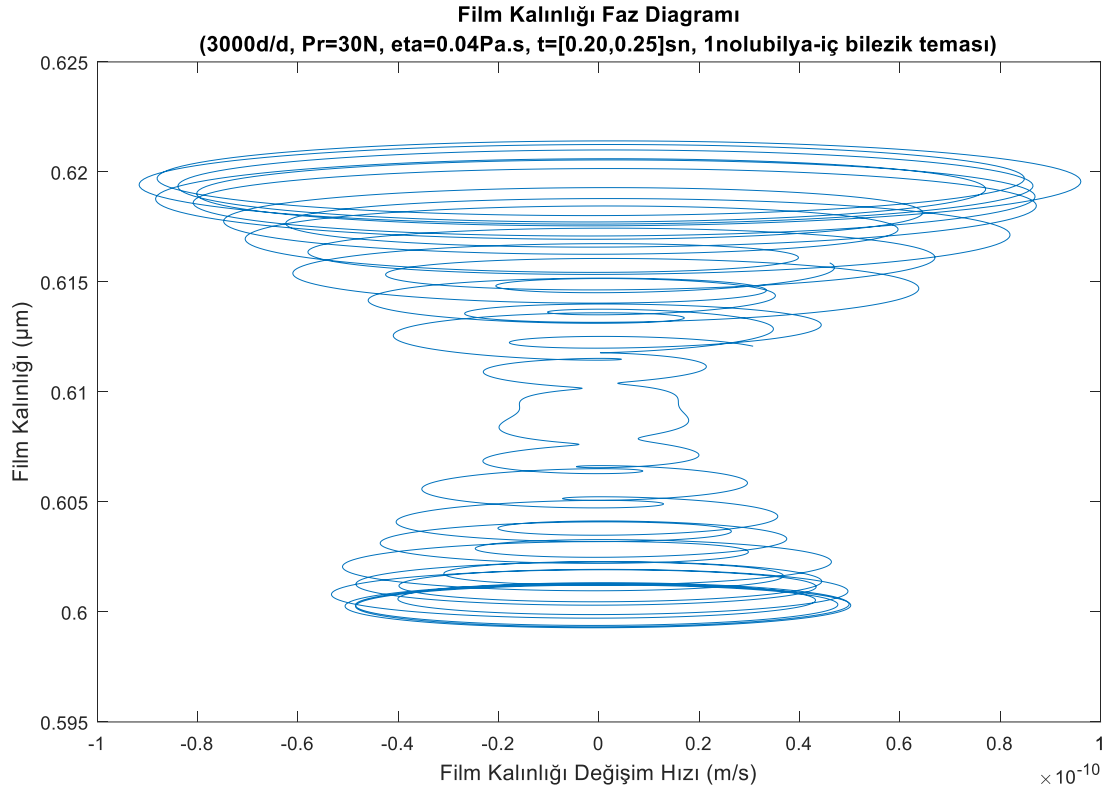


Şekil 6.30. Yağ filmi kalınlığının 1 nolu bilyede zamana göre değişimi (μm).

Şekil 6.31-Şekil 6.32'deki film kalınlığı faz diagramında ise bilye yüksüz bölgede iken film kalınlığının ($\text{Pr}=100$ N için $\sim 0,585\mu\text{m}$, $\text{Pr}=30$ N için $00,62\mu\text{m}$) daha fazla olduğu, film kalınlığındaki değişimin hızının daha büyük olduğu, y - z düzlemine yaklaştıkça film kalınlığının değişim hızının azaldığı, yüklü bölgede ise tekrar değişim hızının arttığı görülmektedir. Bu durum Şekil 6.26'dan da anlaşılmaktadır. Bu durum x yönündeki şaft yükünden kaynaklanmaktadır.



Şekil 6.31. Yağ filmi kalınlığı faz grafiği ($\text{Pr}=100$ N).



Şekil 6.32. Yağ filmi kalınlığı faz grafiği (Pr=30 N).

6.5. Tayf (Spektral) Analizi

Bileşik yüklemeye maruz olan açılmalı temaslı rulmanlarda EHL temaslı bilyelerdeki yük-ezilme ilişkisi ve film kalınlığı-yük ve hız ilişkisi doğrusal olmadığından yatak katılığı ve sönümleyiciliği saf yaylar ve sönümleyici gibi davranmazlar. Dönme hareketi sonucu değişken temas karakteristiğinin neden olduğu titreşimler değişken uyum titreşimleri (variable complacance vibration) olarak bilinmektedir [96, 97]. Değişken uyum titreşimlerin frekansı dönüş hızına, genliği ise genel olarak rulman katılığı, şaft yükleri, dış yüklere bağlıdır. Rulmanlar kusursuz olsalar bile bu titreşimler tayfda görülmektedir. Örneğin bu frekanslardan bilye geçiş frekansı bilye sayısının kafes hızıyla çarpımı şeklinde tanımlandığından, şaft hızıyla birlikte doğrusal olarak artmaktadır. Bununla birlikte EHL temaslı sistemin doğal frekansı da yüklerle birlikte hıza da bağımlı hale gelmektedir. Ayrıca doğrusal olmayan temas karakteristiği ve yükün x ekseninde olması sonucu her bir ekseninde ayrı bir kritik hız oluşmaktadır.

Bu tez çalışmasında değişik çalışma koşulları için titreşim tayfları incelenmiştir. Çalışma parametrelerinden biri olan ön yüklemenin (fixed displacement-constant preload)

değiştirilmesi EHL temaslı rulmanlarda temas açısının artmasına yol açmakta ve bilyelerdeki yük dağılımının daha eşit olmasını sağlamaktadır. Bu durum hız bağımlı frekansların tayfda görülmesini azaltmaktadır. Rulman boşluğunun artırılması, bilye sayısının azaltılması veya shaft yükünün artırılması ise bu frekansları, tayfda daha görünür hale getirmektedir [12]. Bu bölümde titreşim tayflarında hız bağımlı frekansların ve doğal frekansların EHL temaslı rulmanlarla kuru temaslı rulmanlardaki farkı sadece 10 N önyüklemeli durum için sunulmuş, 30 N ve 100 N önyüklemeli durum için titreşim tayflarında sadece EHL temaslı rulmanlar için yetinilmiştir. Rulmanlarda 8 yuvarlanma elemanı bulunduğu kabul edilerek simülasyonlar çalıştırılmıştır. Hız bağımlı frekanslar hem kuru temaslı hem de EHL temaslı modelde titreşim tayflarında izlenmektedir.

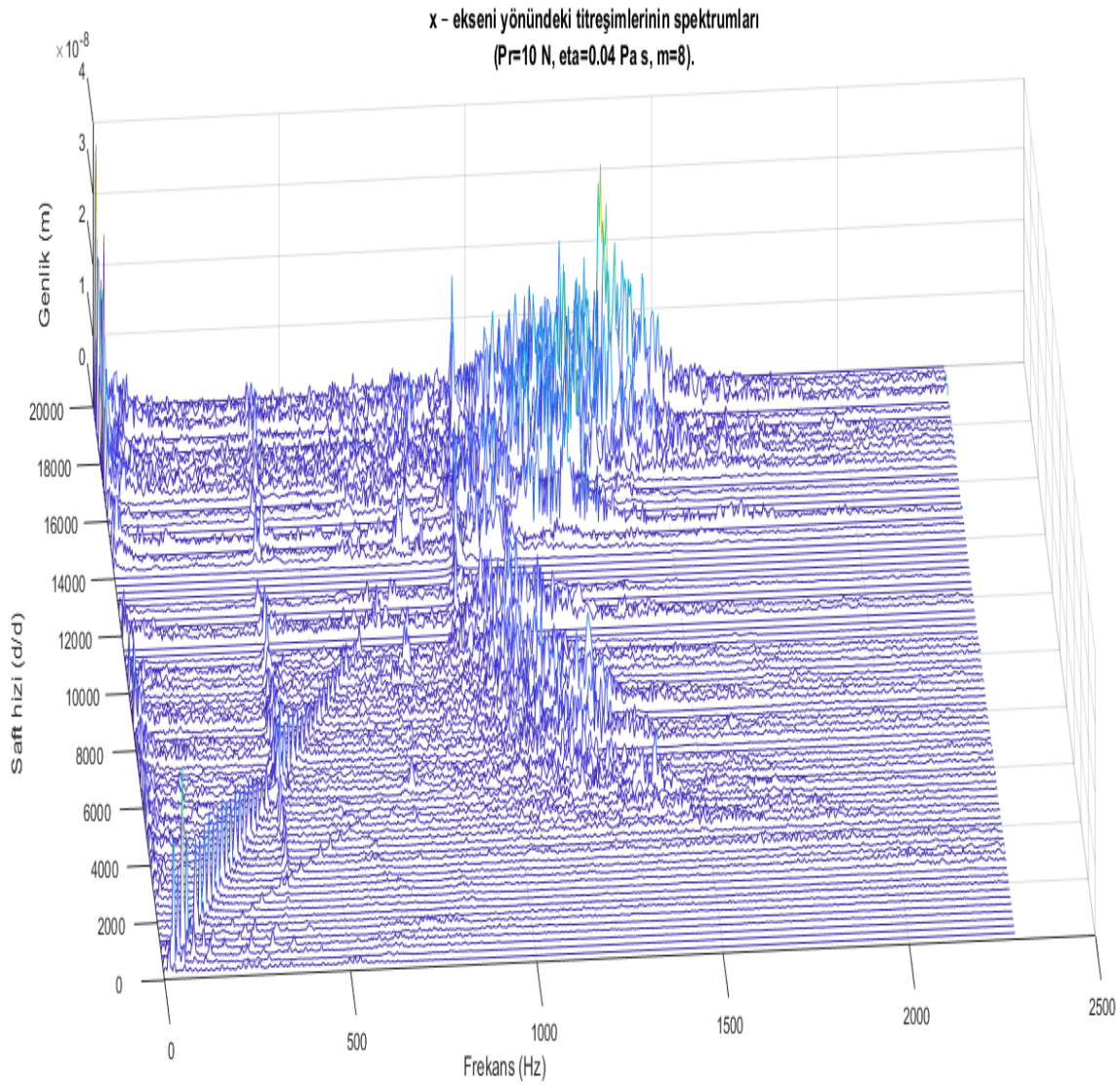
6.5.1. 10 N önyükleme, yağlayıcı-1 ve kuru temas için titreşim tayfı

Önyüklemenin 10 N olduğu durum için kuru temasta shaft hızına göre değişmeyen frekanslar sistemin doğal frekanslarıken EHL temasta sistemin doğal frekansları shaft hızına bağlı olarak da değişmektedir.

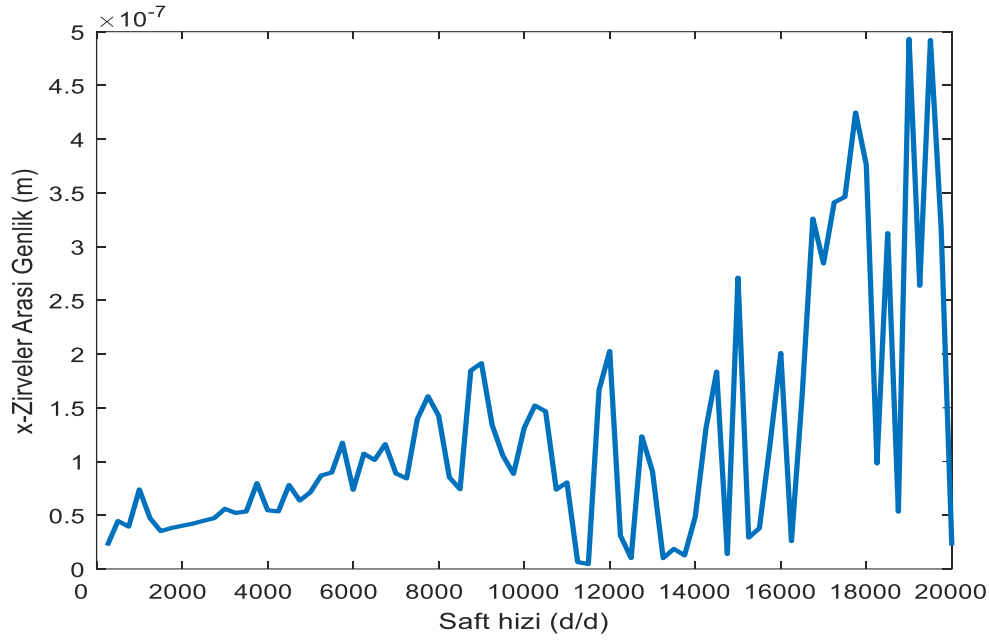
Şekil 6.35'de kuru temasta bilye geçiş frekansı 555 Hz'te x yönündeki, 585,9 Hz'de y yönündeki, 201 Hz'de z yönündeki doğal frekansları zorlamakta ve rezonans oluşmaktadır. ϕ ve ψ eksenlerinde sırasıyla x ve y yönündeki titreşim tayfına benzemekte olup ϕ yönünde 939,9 Hz ve ψ yönünde 964,4 Hz'de doğal frekansları zorlamakta ve rezonans oluşmaktadır. Ayrıca yuvarlanma elemanlarındaki ezilme ve film kalınlığı bağıntısı doğrusal olmadığından x ve y yönündeki doğal frekanslar da birbirinden farklıdır, çünkü x yönünde shaft ağırlığı etki etmektedir.

Şekil 6.33-Şekil 6.47'deki EHL temasta titreşim tayfı çok daha karmaşıktır. Öncelikle ilk göze çarpan durum, sistemin sabit bir doğal frekansının görünmemesidir. Bu beklenen bir sonuçtur çünkü temas katılığı artık hıza bağlı olan film kalınlığına da bağlıdır. x eksenindeki titreşim tayfında kuru temastaki duruma benzer olarak z eksenindeki aksiyel mod görünmektedir. Ancak z eksenindeki 370-405 Hz bandındaki doğrusal olmayarak değişen frekanslar, belirgin olarak göze çarpmaktadır. x ekseninde 920 – 1400 Hz bandında ise büyük genlikli titreşimler görülmektedir. Tepeden tepeye genliklere bakıldığında özellikle 1000 d/d (57,9 Hz'de), 9000 d/d (1132 Hz ve 1224 Hz'de), 17750 d/d (1242 Hz ve 1314 Hz'de) hızlarında büyük genlikli titreşimler vardır. Bu durum bu frekanslarda bilye geçiş

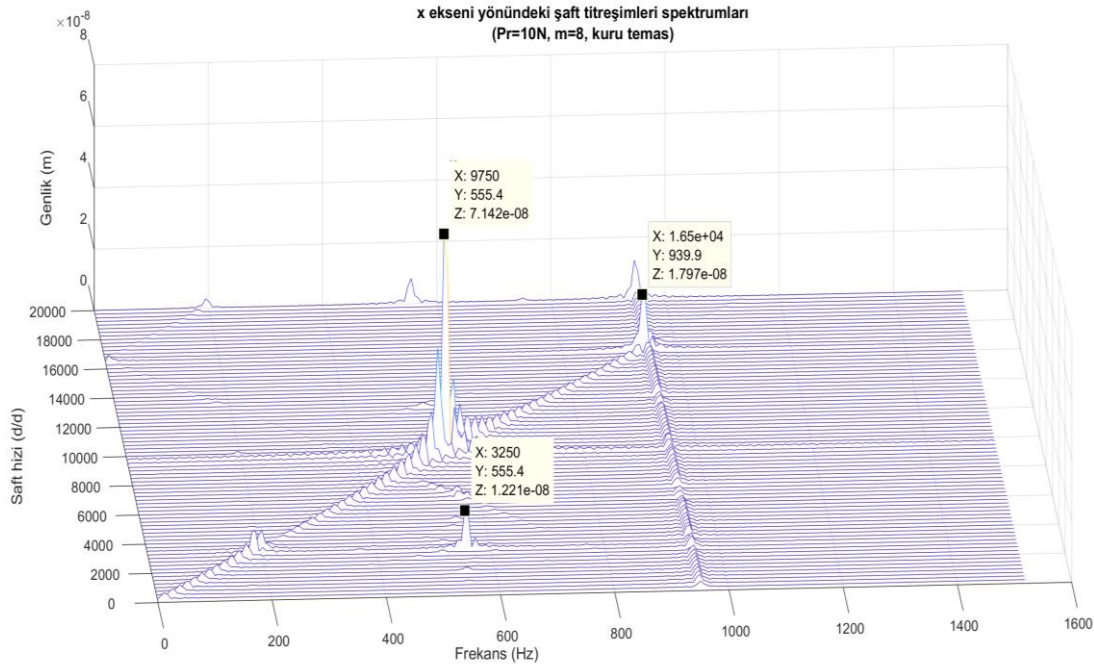
tireşimlerin bu eksendeki doğal frekansları zorladığını ve sistemin bu hızlarda şaft kritik hızının bulunduğunu göstermektedir. x yönündeki titreşim tayfına bakıldığında dikkat çeken diğer bir husus ise 5500 d/d hıza kadar olan devirlerde bilye geçiş frekansı titreşimlerinin ve aksiyel mod (370-405 Hz bandı) titreşimlerinin genliklerinin daha büyük olduğu, bu devirlerden sonra ise radyal yöndeki titreşimlerin genliklerinin arttığıdır. Bunun nedeni film kalınlığındaki artışın temas açısını azaltması sonucu radyal yönde artan titreşimlerin bu yöndeki doğal frekansları zorlanması sonucudur.



Şekil 6.33. x – eksenindeki titreşim tayfları ($P_r=10$ N).



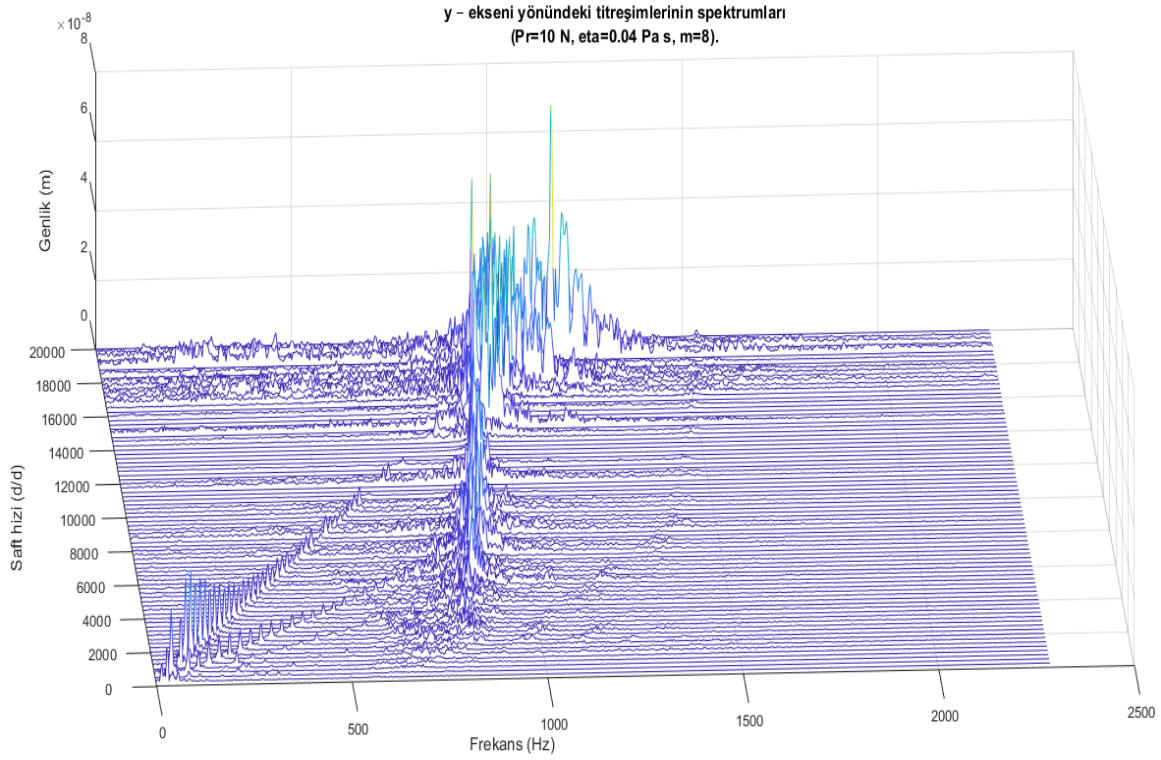
Şekil 6.34. x – eksenindeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri (Pr=10 N).



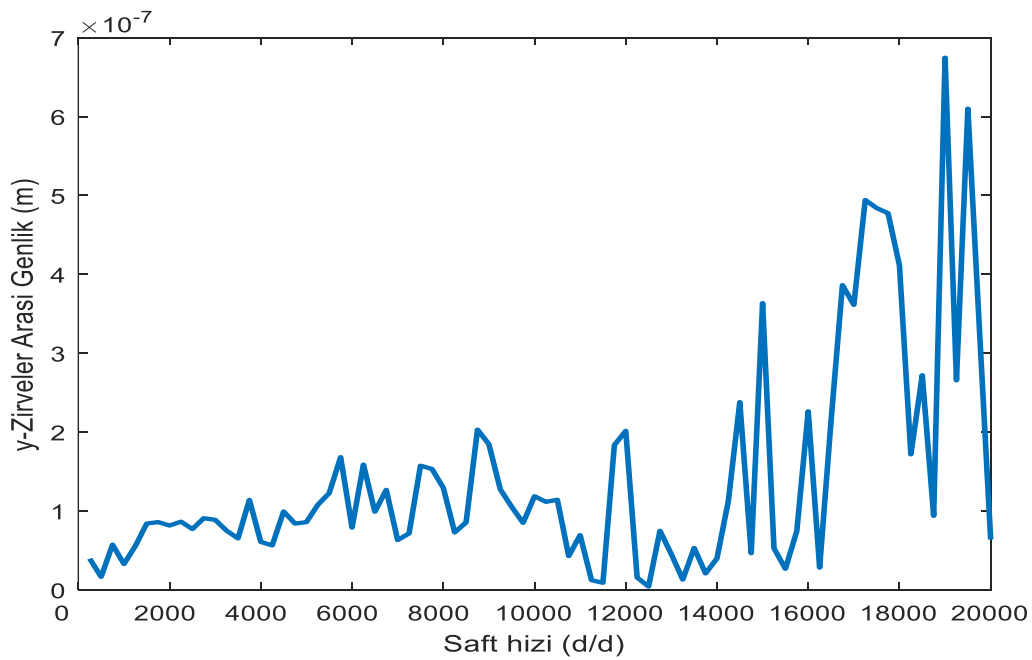
Şekil 6.35. x – eksenindeki titreşim tayfları (Pr=10 N, kuru temas).

y ekseninde ise titreşimler kuru temastakine benzemekle birlikte yine doğal frekansın hızla birlikte değiştiği, değişken uyum frekanslarının ve bunların harmoniklerinin bulunduğu görülmektedir. 750 – 1050 Hz bandında ise büyük genlikli titreşimler görülmektedir. Bu yönde tepeden tepeye genliklere bakıldığında özellikle 8750 d/d (888,1 Hz'de), 17250 d/d

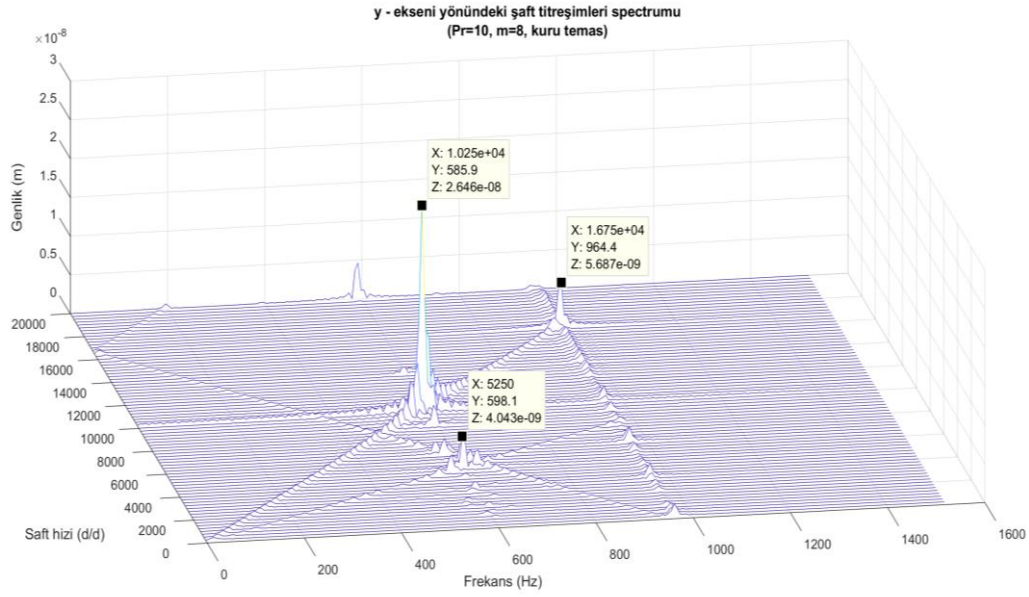
(1038 Hz’de) hızlarda ve frekanslarda büyük genlikli titreşimler vardır. 888,1 Hz’de 8750 d/d için olan doğal frekansı, 1038 Hz ise 17250 d/d ‘daki bilye geçiş frekansının bu yön için bu hızdaki doğal frekansla rezonansa girdiği frekansları göstermektedir.



Şekil 6.36. y – eksenli yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N).

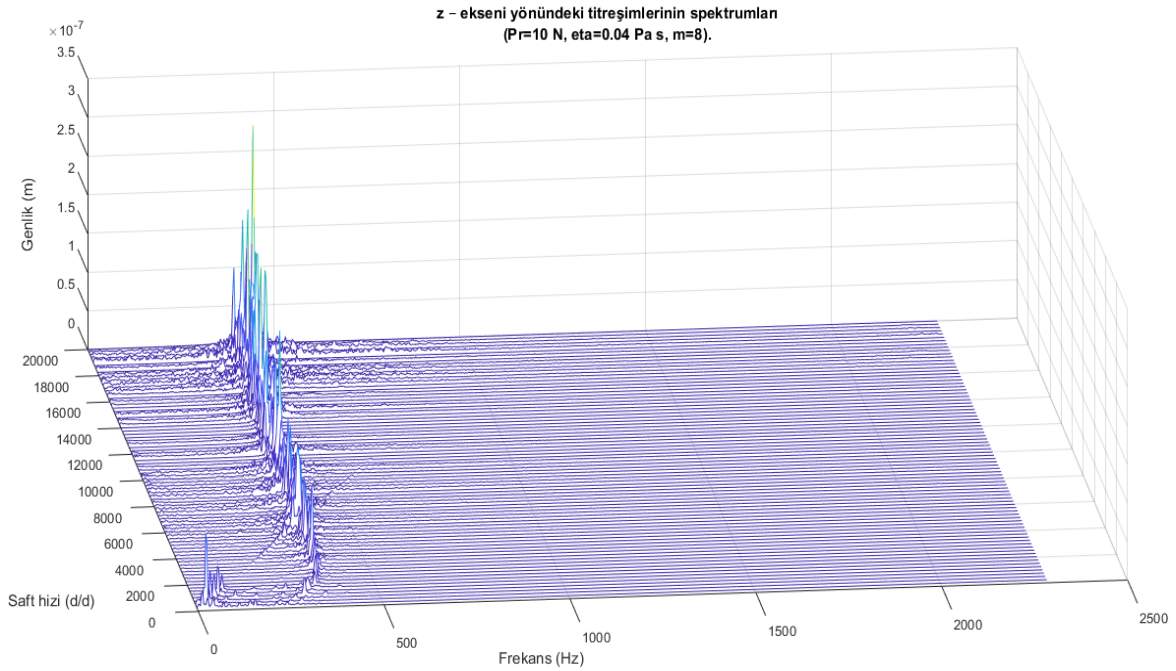


Şekil 6.37. y – eksenli yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri (Pr=10 N).

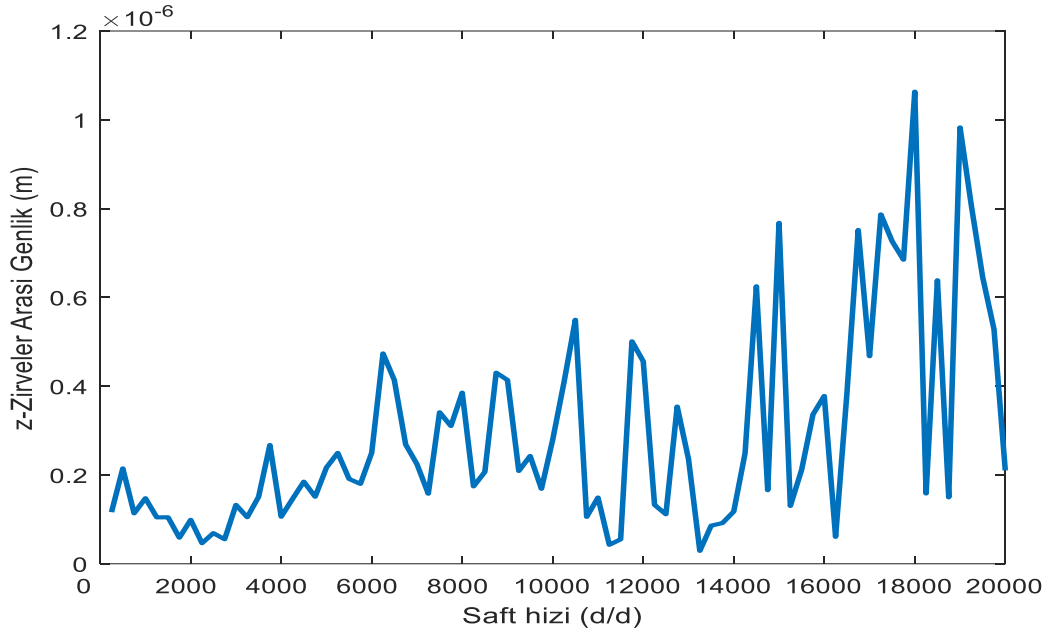


Şekil 6.38. y – eksenindeki titreşim tayfları (Pr=10 N, kuru temas).

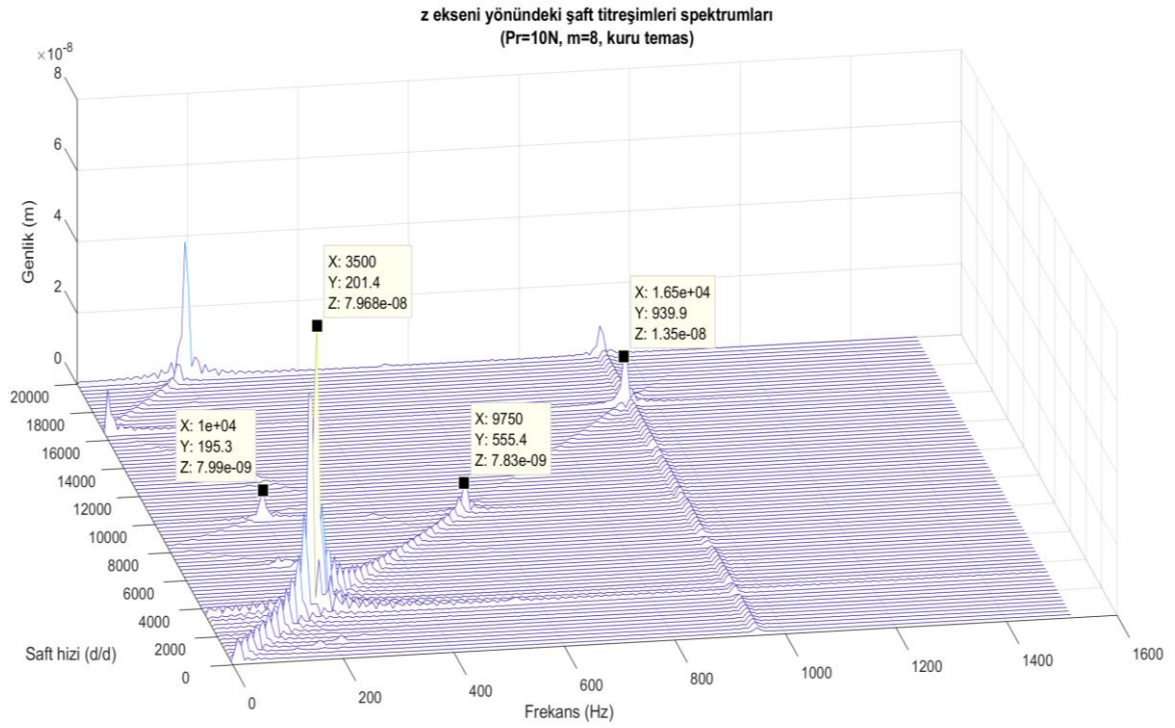
z eksenindeki titreşimlerin frekansı kuru temastakinin iki katı üzerinde olup 370-405 Hz bandındaki doğrusal olmadan değiştiği açıkça görülmektedir. Tepeden tepeye genliklere bakıldığında ise 6250,10500,15000 ve 18000 d/d hızlarda titreşim genliklerinin zirveleri görülmektedir. Bu durum EHL film oluşumunun temas açısını artırması sonucu bu yöndeki katılığın artmasından kaynaklanmaktadır.



Şekil 6.39. z – eksenindeki titreşim tayfları (Pr=10 N).

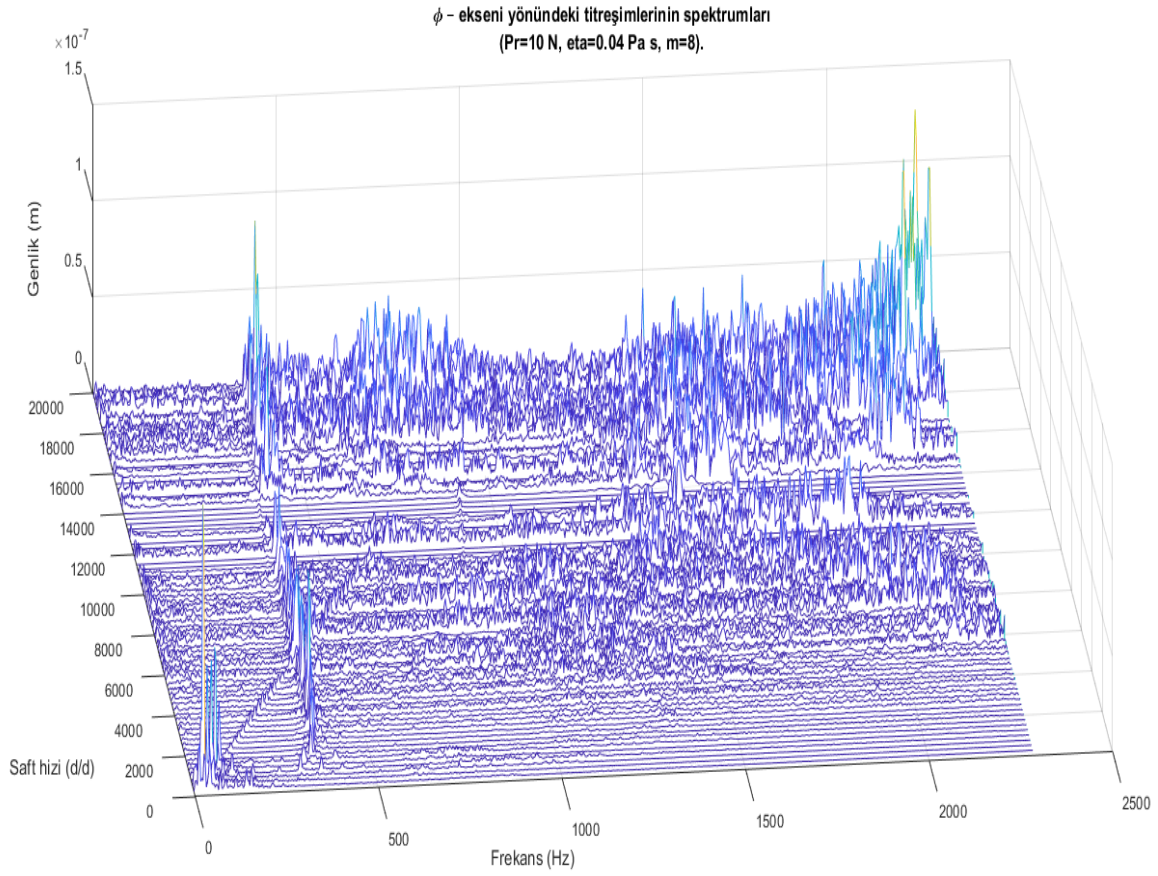


Şekil 6.40. z – eksen yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri (Pr=10 N).

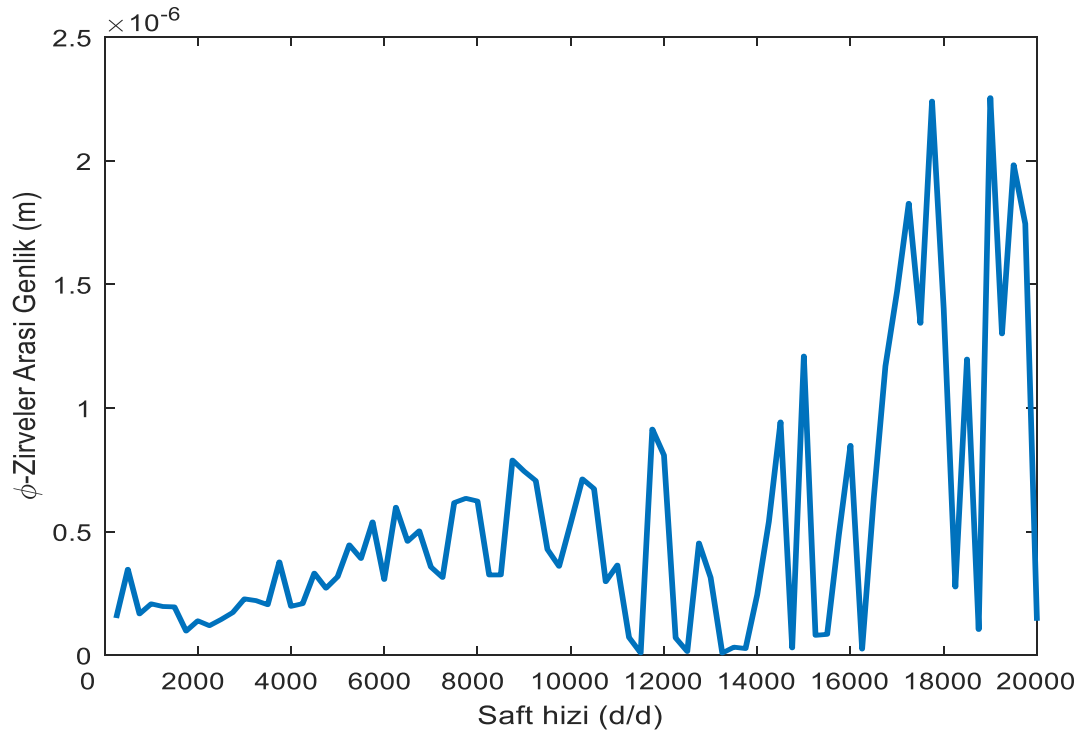


Şekil 6.41. z – eksen yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N, kuru temas).

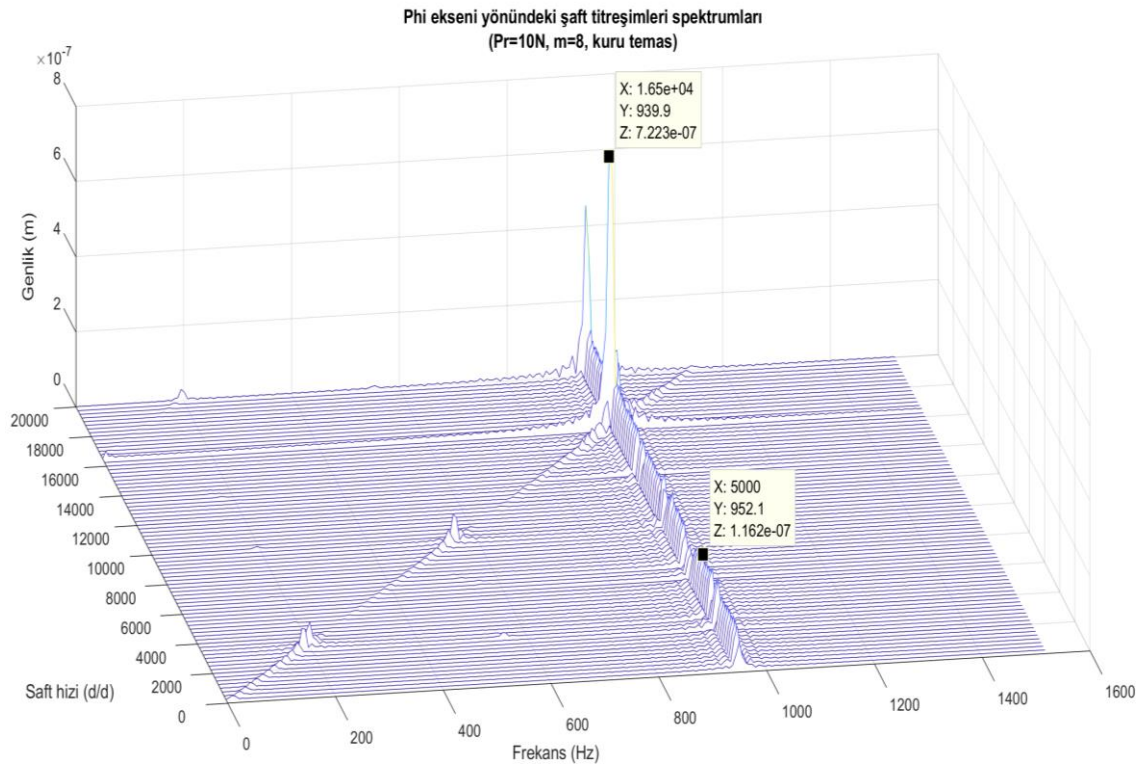
ϕ ve ψ eksenlerinde sırasıyla x ve y yönündeki titreşim tayfına benzemekte olup kuru temastakinden çok daha karmaşıktır. Özellikle bu iki yöndeki titreşimlerin yüksek hızlarda arttığı görülmektedir. Bu durumda bu yönlerdeki doğal frekansların daha büyük frekans bandında yer aldığını göstermektedir.



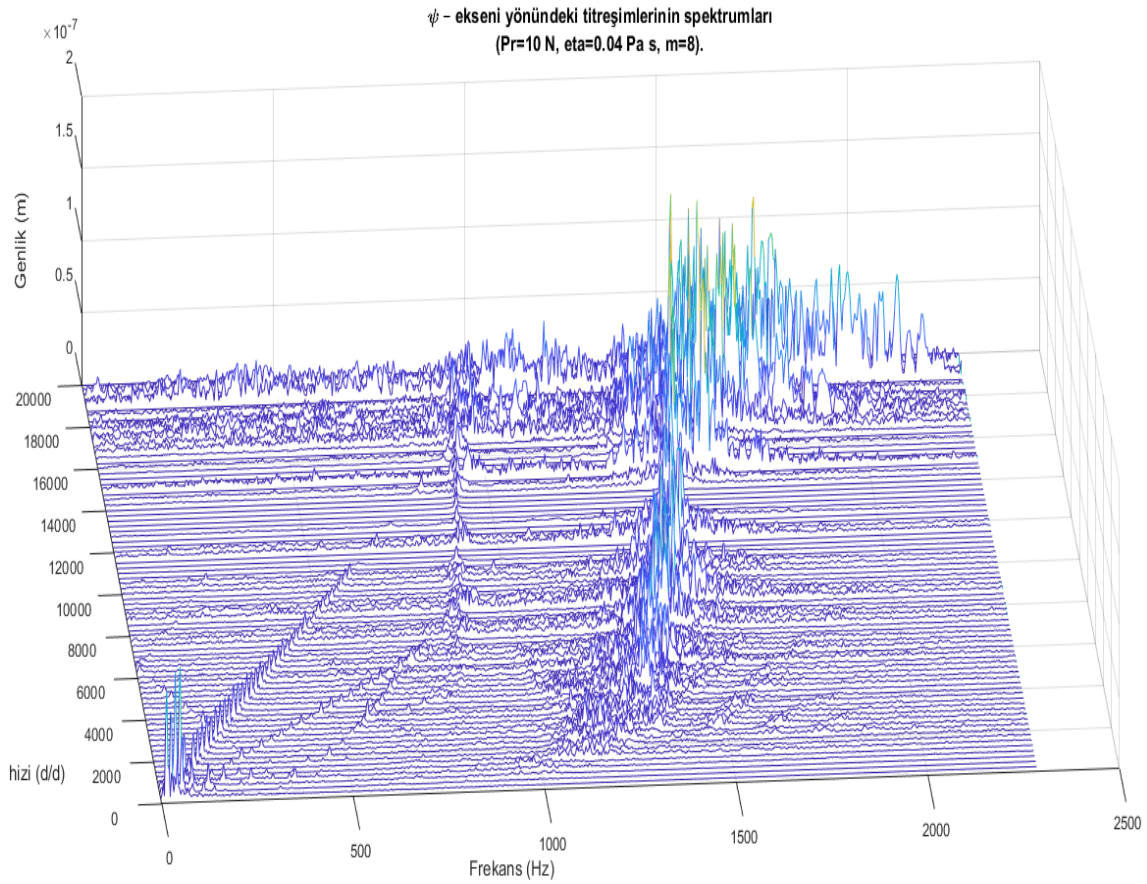
Şekil 6.42. ϕ – eksenî yönündeki titreşim tayfları ($Pr=10$ N).



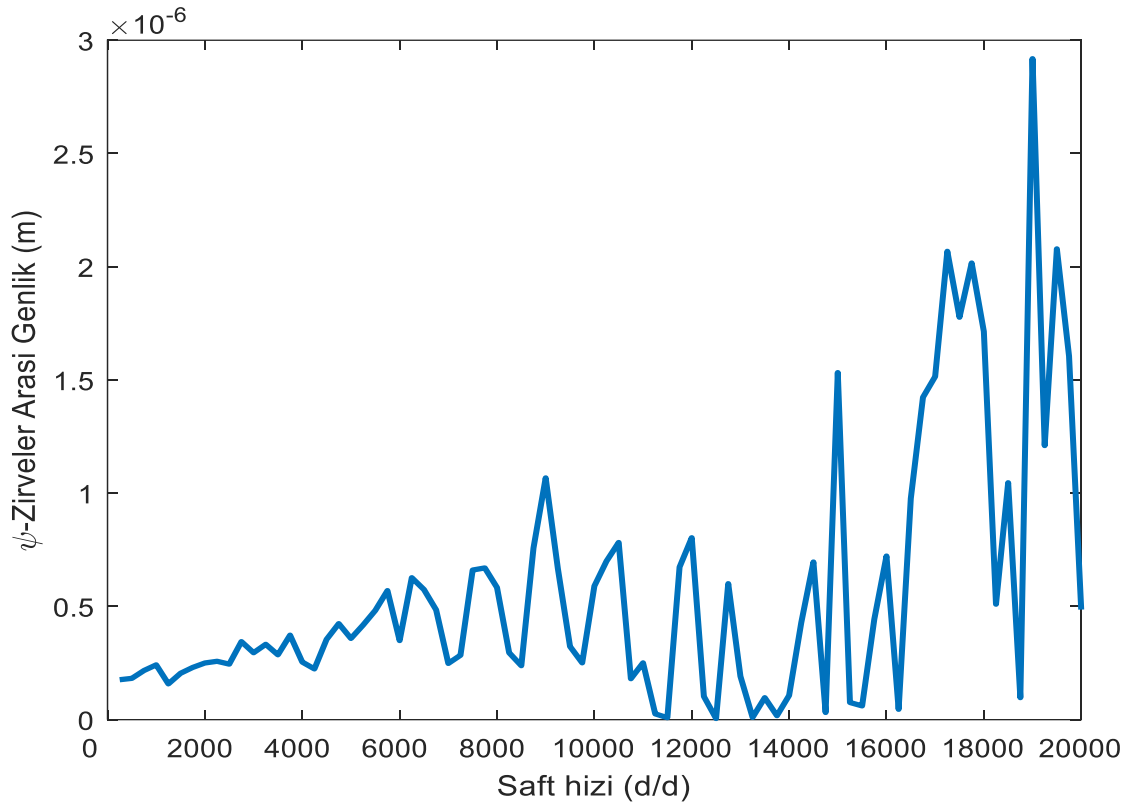
Şekil 6.43. ϕ – eksenî yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=10$ N).



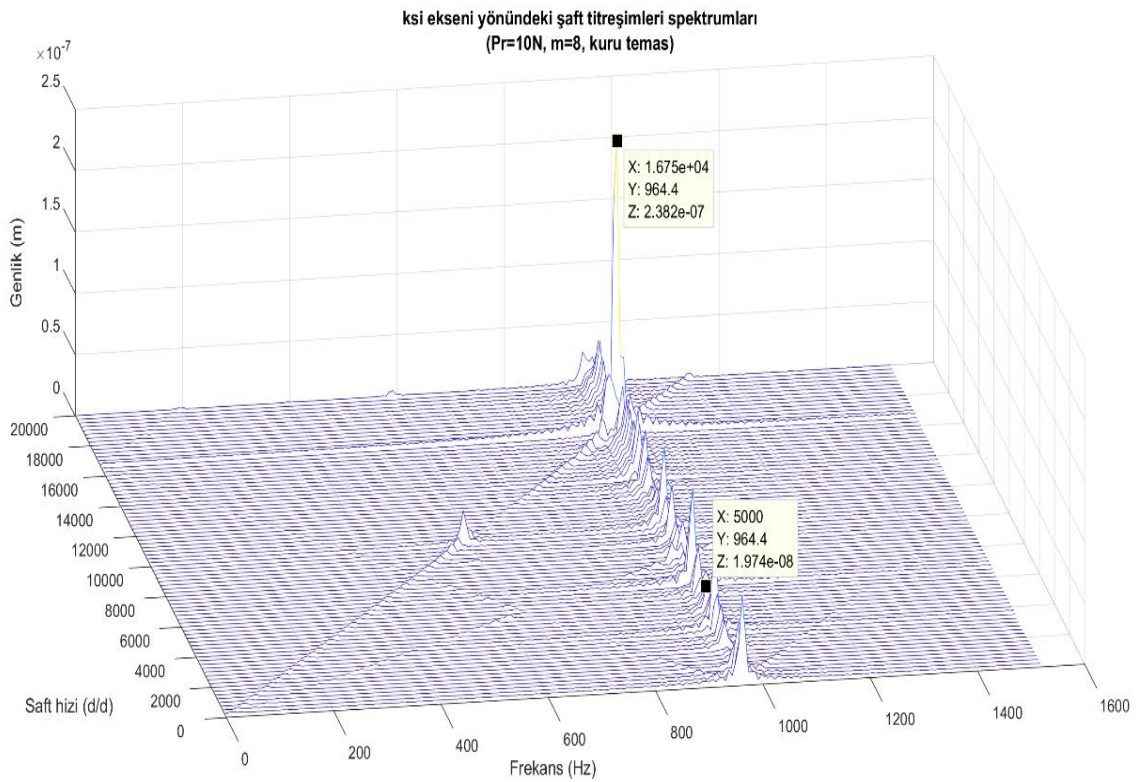
Şekil 6.44. ϕ – eksenı yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N, kuru temas).



Şekil 6.45. ψ – eksenı yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N).



Şekil 6.46. ψ – eksenî yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri (Pr=10 N).



Şekil 6.47. ψ – eksenî yönündeki titreşim tayfları (Pr=10 N, kuru temas).

6.5.2. 30 N önyükleme ve yağlayıcı-1 için titreşim tayfı

Önyüklemenin 30 N olduğu durumda artık yüksüz bölgeye oluşmadığından tüm bilyelerde, orbital yörüngenin tamamı boyunca temas kaybı yaşanmamakta, EHL film ve elastik ezilme oluşmaktadır. Bunun sonucunda iki durum ortaya çıkmaktadır. Bunlardan birincisi rulman katılığının artması diğeri ise hıza bağlı frekansların titreşim tayfında görülebilirliğinin azalmasıdır.

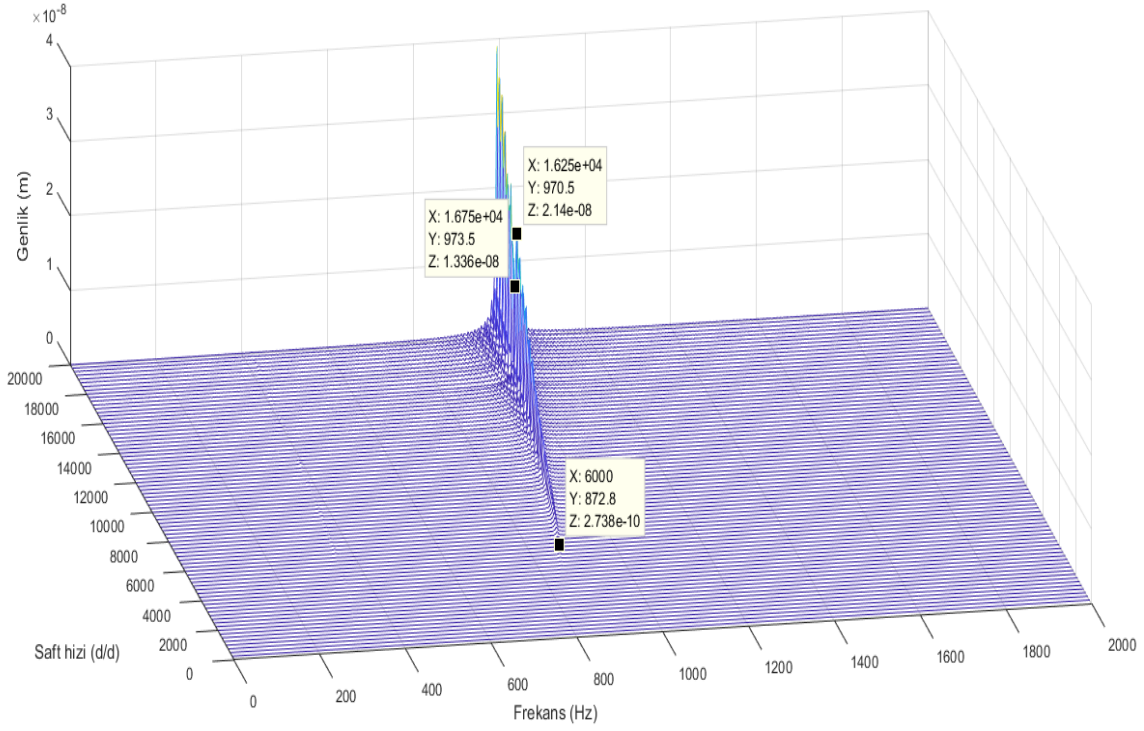
Şekil 6.48 – Şekil 6.57’de ön yüklemenin 30 N olduğu durum için birinci yağlayıcı kullanıldığındaki frekans tayfı ve tepeden tepeye genlikler görülmektedir. Burada ön yüklemenin artışı ile frekans tayfında ilk göze çarpan hız bağımlı frekansların görülmemesi, doğal frekansların belirginleşmesi ve titreşim genliklerinin azalmasıdır. Sistemin doğal frekansları şaft hızına bağlı olarak değişmektedir.

x eksenindeki titreşim tayfında doğal frekansın 800-994,9 Hz bandında değiştiği görülmektedir. Tepeden tepeye genliklere bakıldığında 16250 d/d hızda 970,5 Hz’de bir zirve bulunduğu, kısa bir azalış gösterdikten sonra tekrar artışta olduğu görülmektedir.

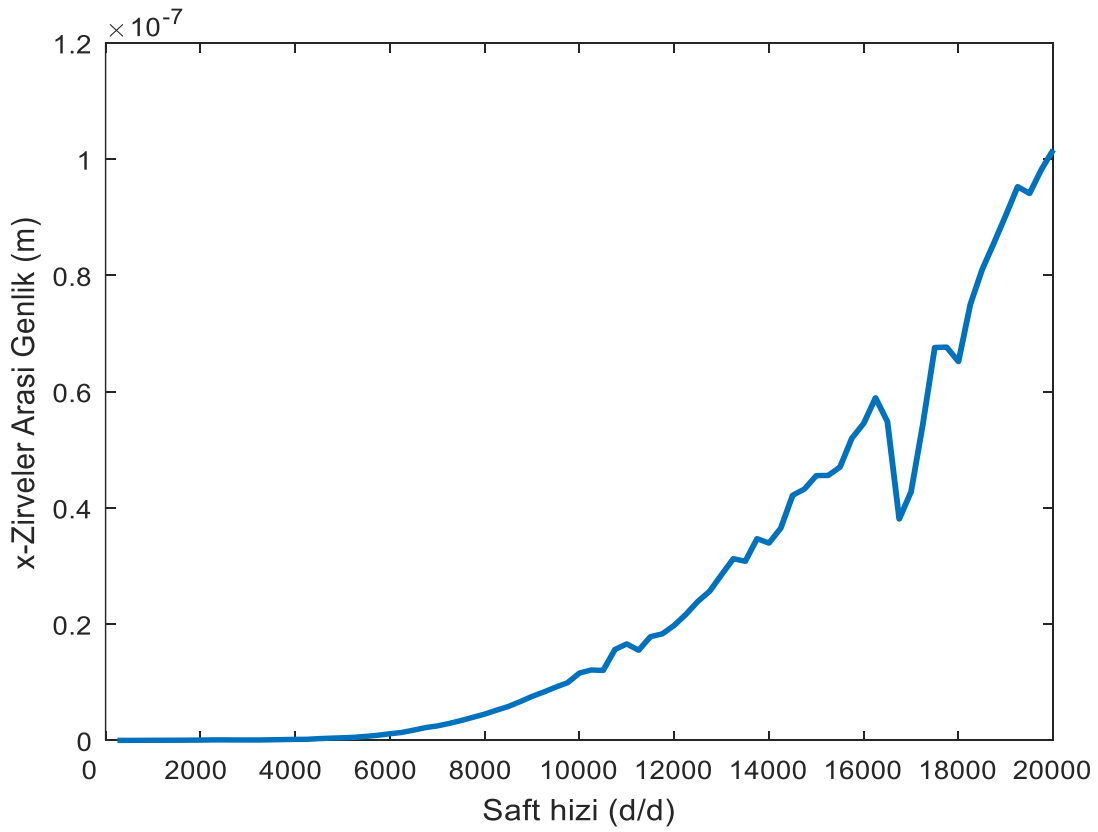
y eksenindeki titreşim tayfında doğal frekansın 800-994,9 Hz bandında değiştiği görülmektedir. Ancak genlikleri x eksenindekinden çok daha azdır. Ayrıca 16250 d/d hıza kadar tepeden tepeye genlik değerleri çok fazla artmazken bu hızdan sonra tekrar artış gözlenmektedir.

z eksenindeki titreşim tayfında doğal frekans 300-421,9 Hz bandında değişmektedir. Fakat genlikleri x eksenindeki titreşimlerle aynı mertebededir. Bu durum film kalınlığı oluşumunun z eksenindeki titreşimleri artırdığının bir işaretidir. Çünkü film kalınlığı, temas açısını artırdığından temas doğrultusundaki EHL kuvvetlerin z yönündeki bileşenlerini artırmakta bu yöndeki titreşim genliklerinin büyümesine yol açmaktadır. Ayrıca 9250, 12500, 19000 d/d hızlarında tepeden tepeye genliklerde zirveler oluşmakta olup bu durum bu hızlarda sistemin doğal frekansının zorlandığını göstermektedir.

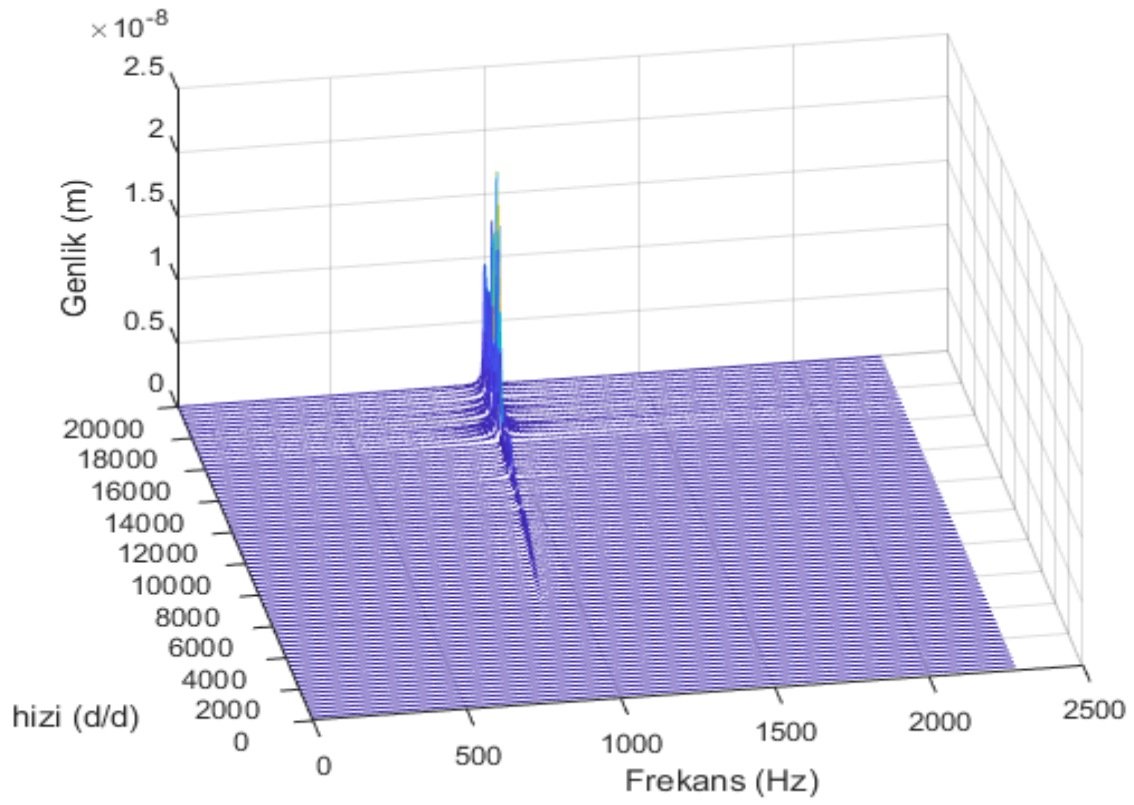
ϕ ve ψ eksenlerinde sırasıyla x ve y yönündeki titreşim tayfına benzemekte olup hıza bağlı frekansların yüksek hızlarda belirginleşmeye başladığı göze çarpmaktadır.



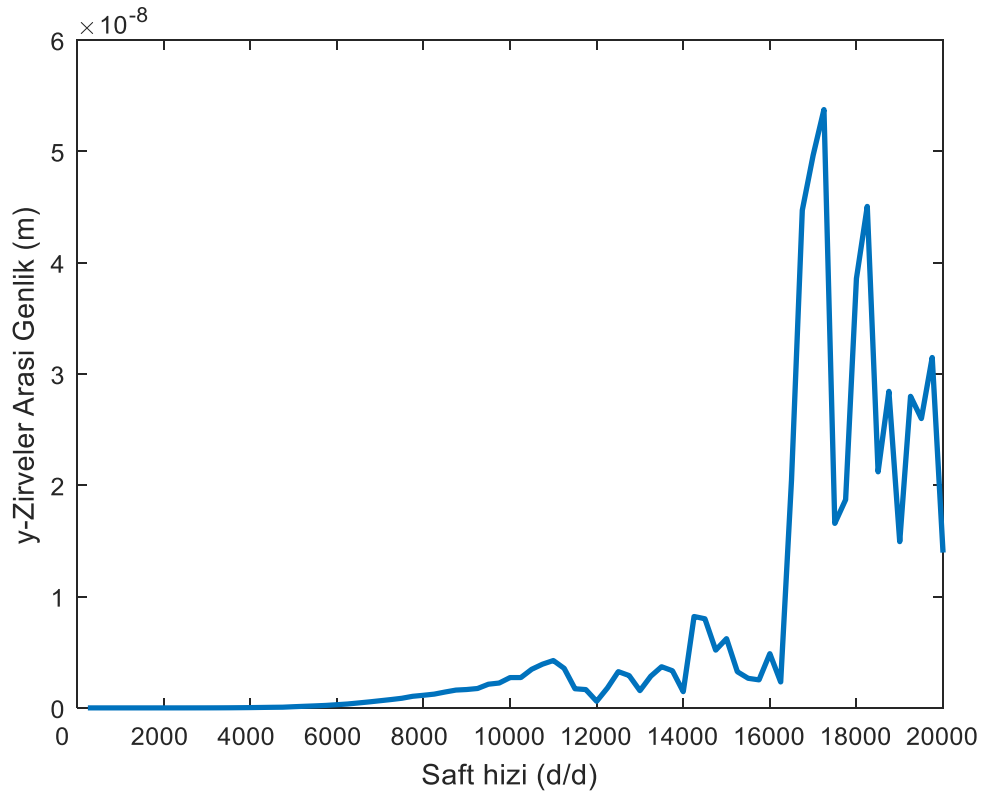
Şekil 6.48. x – eksen yönündeki titreşim tayfları ($Pr=30$ N).



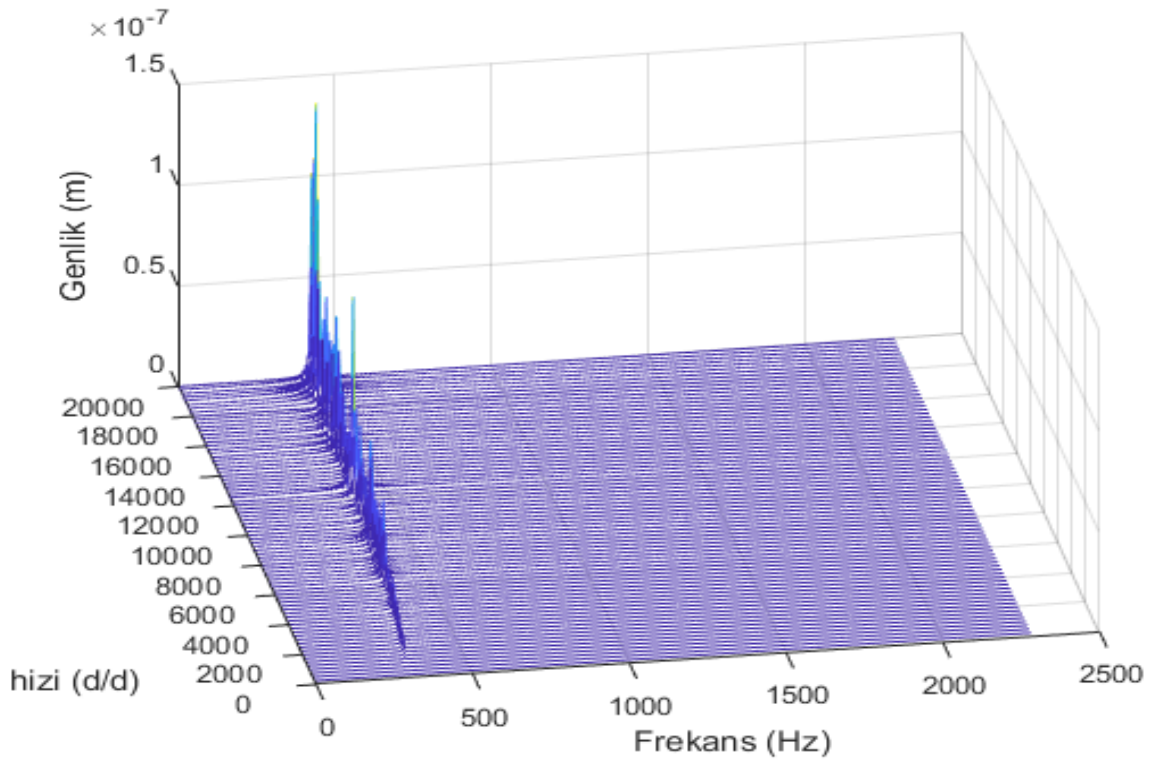
Şekil 6.49. x – eksen yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=30$ N).



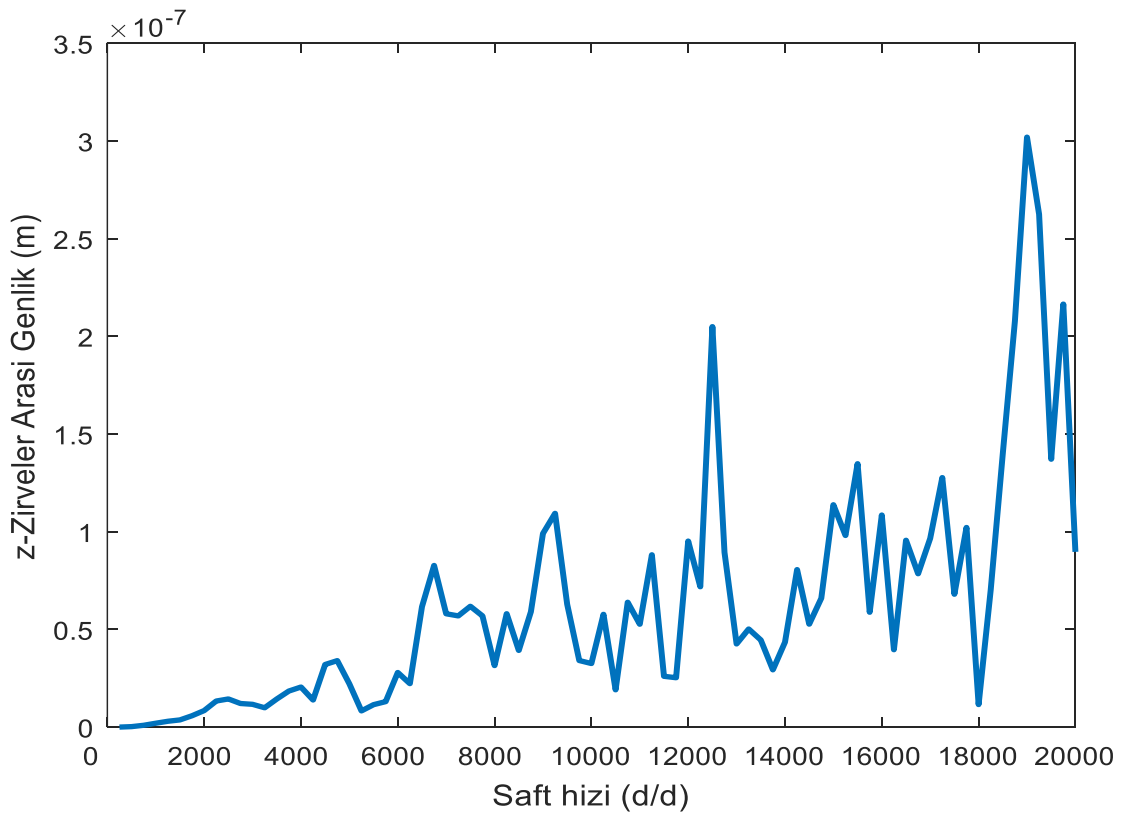
Şekil 6.50. y – eksen yönündeki titreşim tayfları ($Pr=30$ N).



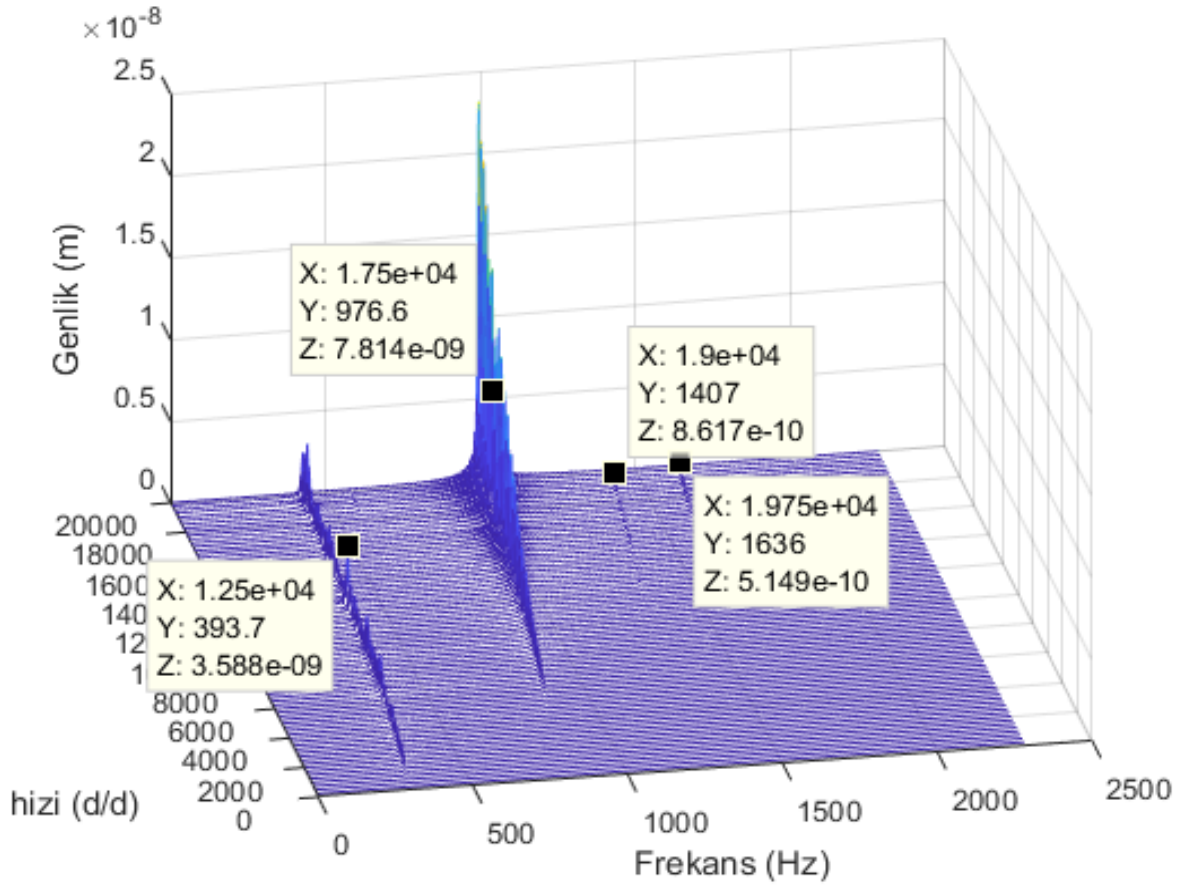
Şekil 6.51. y – eksen yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=30$ N).



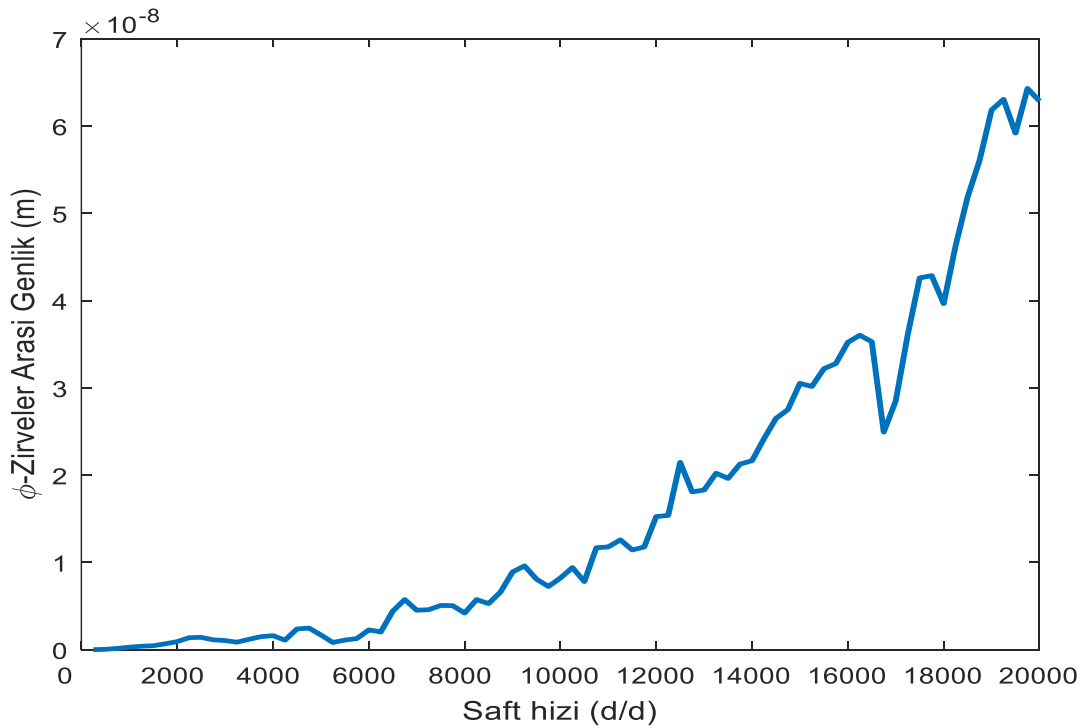
Şekil 6.52. z – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=30 N).



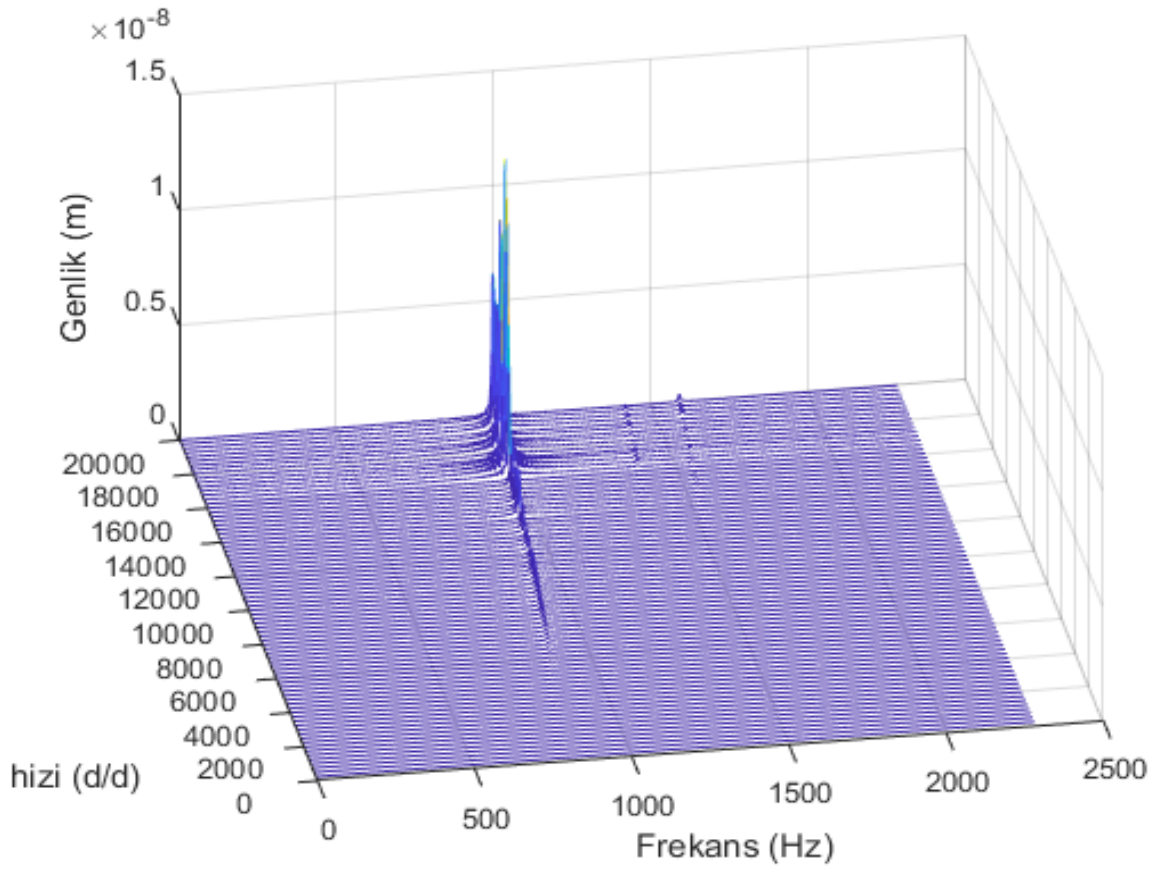
Şekil 6.53. z – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri (Pr=30 N).



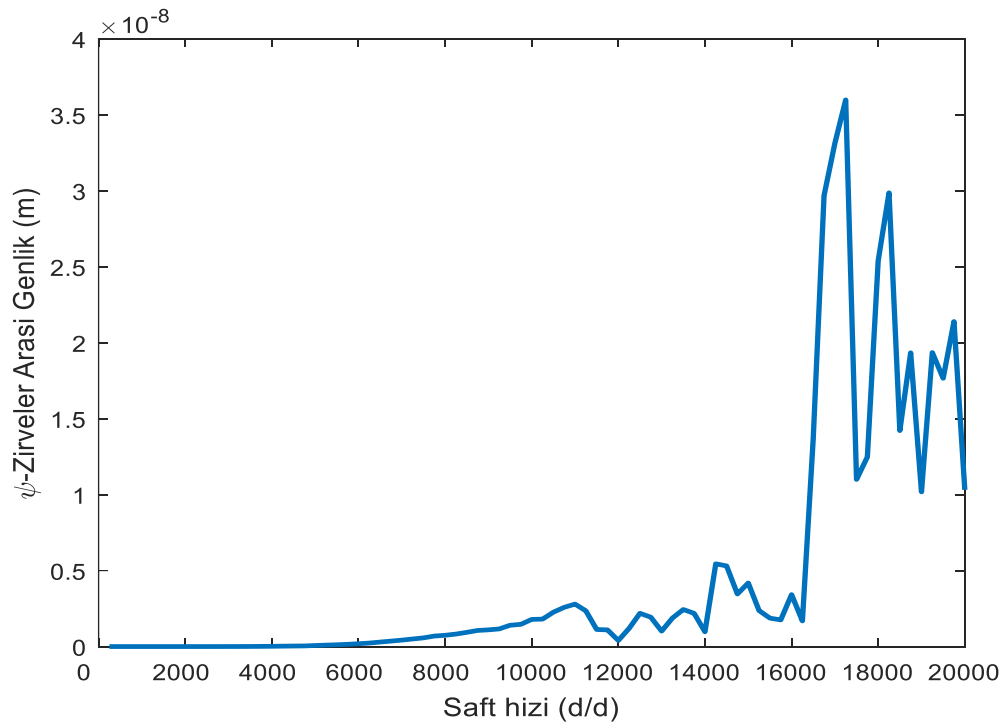
Şekil 6.54. ϕ – eksenindeki titreşim tayfları ($Pr=30$ N).



Şekil 6.55. ϕ – eksenindeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=30$ N).



Şekil 6.56. ψ – eksenî yönündeki titreşim tayfları ($Pr=30$ N).



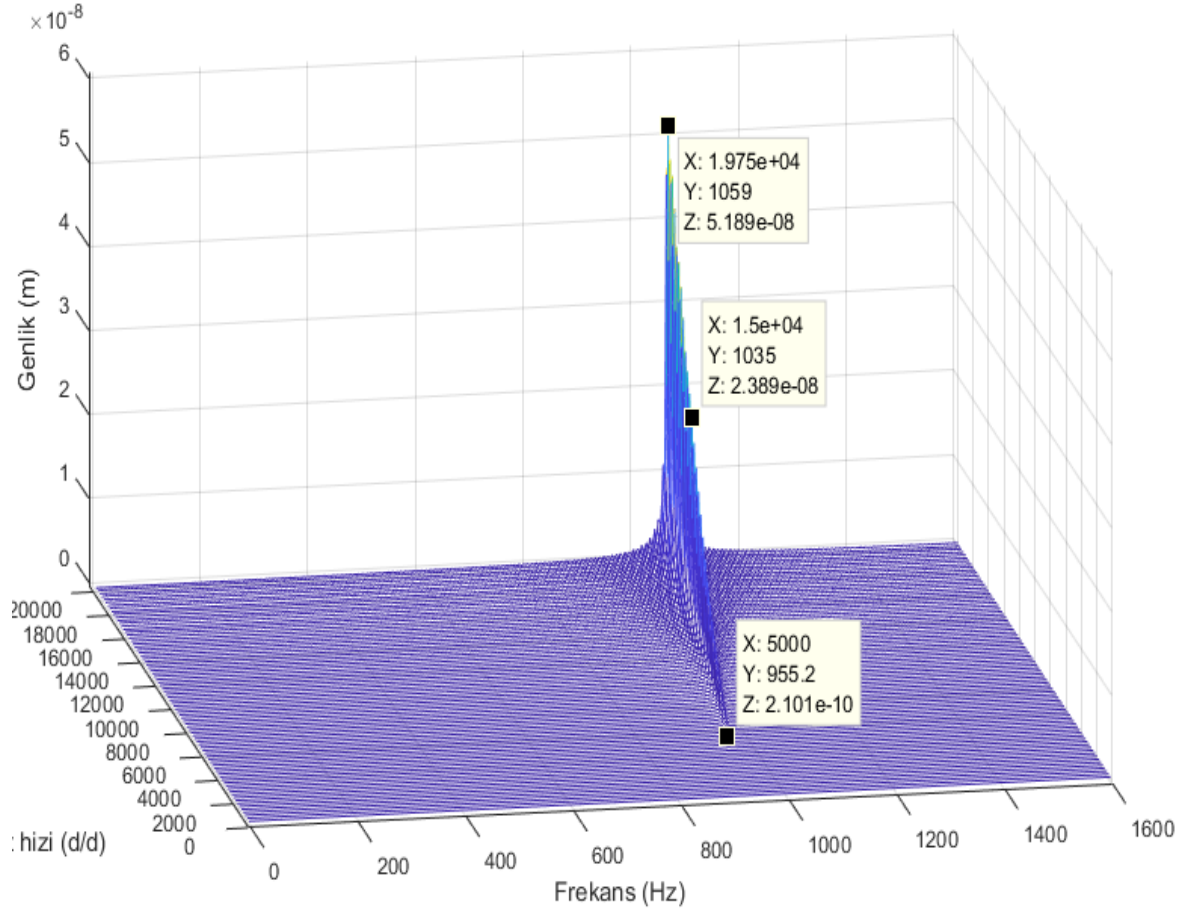
Şekil 6.57. ψ – eksenî yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=30$ N).

6.5.3. 100 N önyükleme ve yağlayıcı-1 için titreşim tayfı

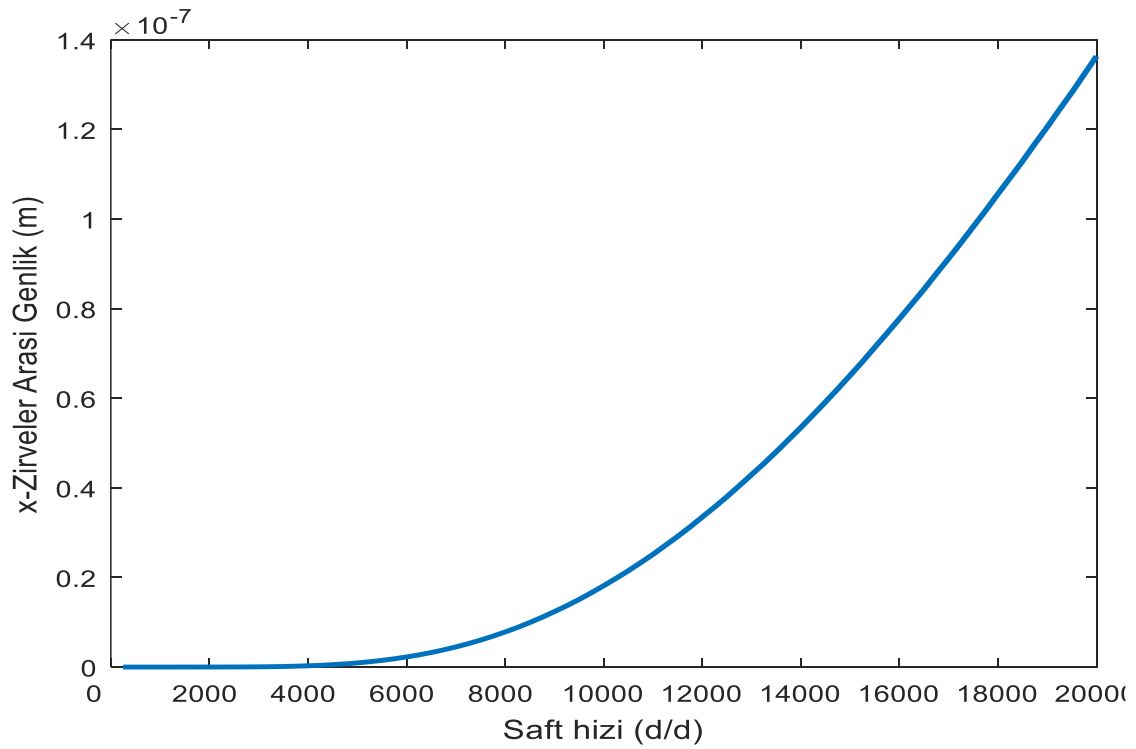
Önyükleme 100 N çıkarıldığında rulmanda yüksüz bölge oluşmamasının yanı sıra bilyelerdeki yük dağılımı daha uniform olmakta aynı zamanda rulman katılığında artmaktadır. Şekil 6.58-Şekil 6.67’de yağlayıcı-1 kullanıldığında 100 N ön yüklemeye için sırasıyla x, y, z, ϕ, ψ eksenlerindeki titreşim tayfları görülmektedir. Ön yüklemedeki artış ile birlikte doğal frekansların tüm eksenlerde yükseldiği görülmektedir. Bu, artan rulman katılığından dolayı beklenen bir durumdur. Bununla birlikte ön yüklemedeki artış ile tepeden tepeye titreşim genliklerinde de x ekseni hariç azalama görülmektedir. Ayrıca ön yüklemeye artışı ile birlikte artık hıza bağlı frekanslar göze çarpmamaktadır.

x eksenindeki titreşim tayfında doğal frekansın 915-1062 Hz bandında değiştiği görülmektedir. Buradan ön yüklemeye artışı ile doğal frekanstaki değişim bantgenişliğinin azaldığı da anlaşılmaktadır. Bu durum artan önyüklemeye ile bilyelerdeki yük dağılımının daha uniform olmasından kaynaklanmaktadır. Tepeden tepeye genliklere bakıldığında artışın hıza bağlı olarak doğrusal olmayan bir şekilde arttığı görülmektedir. Bu durum hızla birlikte artan film kalınlığından kaynaklanmaktadır. Gerçek fiziksel koşullarda bilye ve bileziklerde elasto-plastik ezilmenin oluşabileceği hız seviyesine kadar çıkabilir. Sonrasında rulman arızası veya ısınmaya bağlı olarak malzeme özelliklerinde değişim oluşacaktır. Yapılan simülasyonda rulman bileşenlerindeki ezilmenin hep elastik bölgede olduğu kabul edildiğinde bu durum sonuçlarda görülmemektedir. y eksenindeki titreşim tayfında doğal frekansın x eksenine benzer olarak 915-1062 Hz bandında değiştiği görülmektedir. Ancak genlikleri x eksenindekinden yaklaşık 10 kat daha azdır. ϕ, ψ eksenlerinde sırasıyla x ve y yönündeki titreşim tayfına benzemektedir. Ayrıca titreşim genlikleri x ve y yönündeki titreşim genliklerine yakındır.

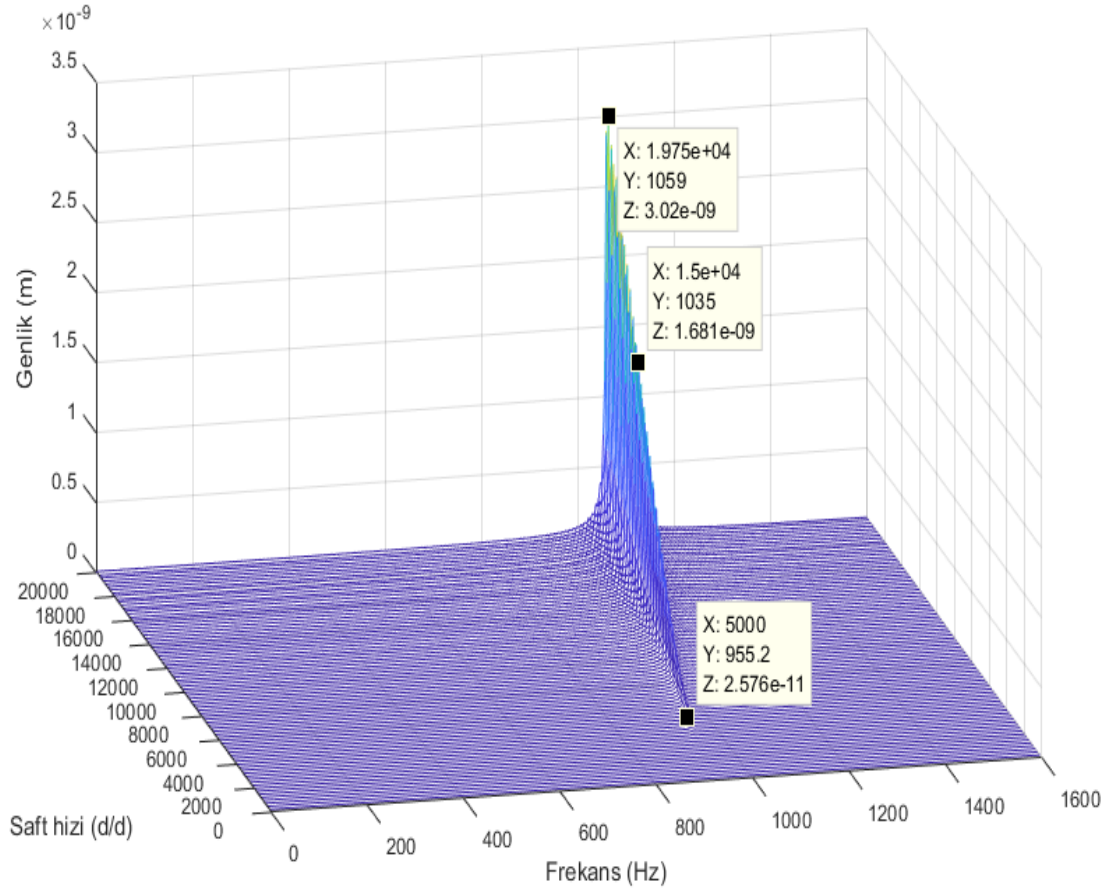
z eksenindeki titreşim tayfında doğal frekans 400-480 Hz bandında değiştiği görülmektedir. 100 N önyüklemeye titreşim genlikleri 30 N önyüklemeye titreşim genliklerinden daha düşüktür. Tepeden tepeye genliklerde shaft hızı ile birlikte bu yöndeki titreşim genlikleri önce hızla artmakta sonrasında 0.12 μm ’ye yakınsadığı görülmektedir.



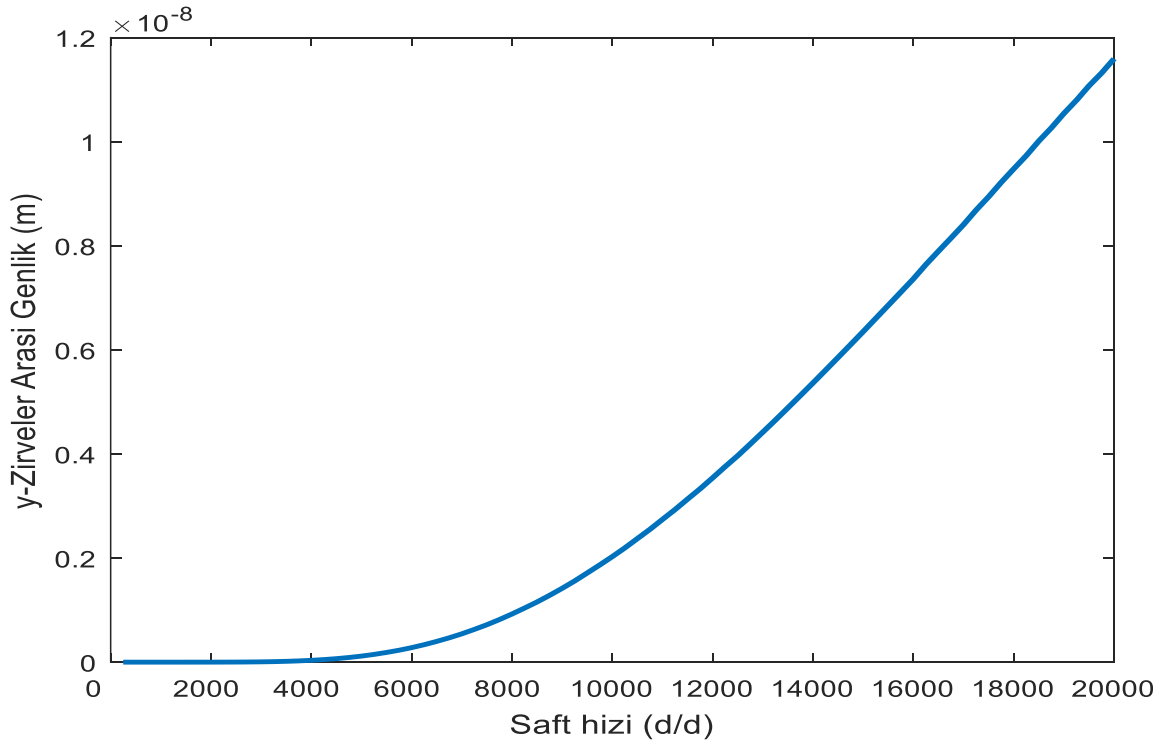
Şekil 6.58. x – eksen yönündeki titreşim tayfları ($Pr=100$ N).



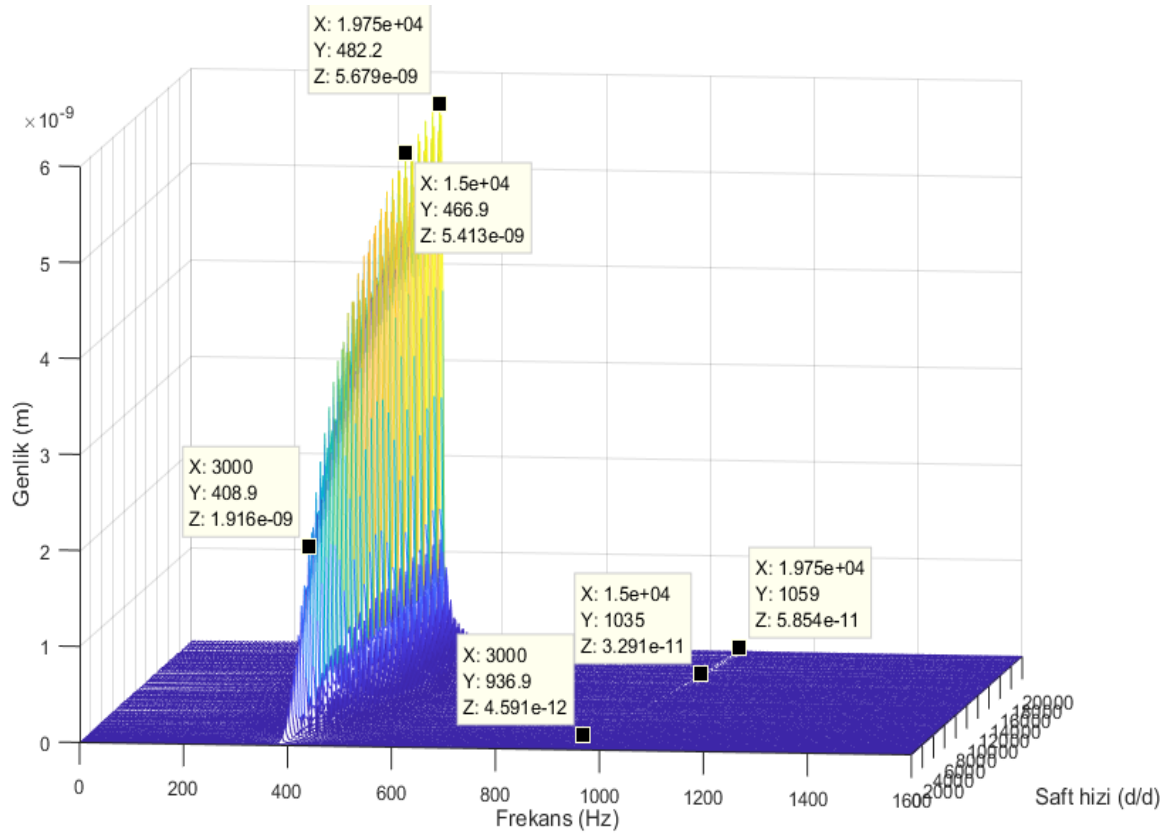
Şekil 6.59. x – eksen yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=100$ N).



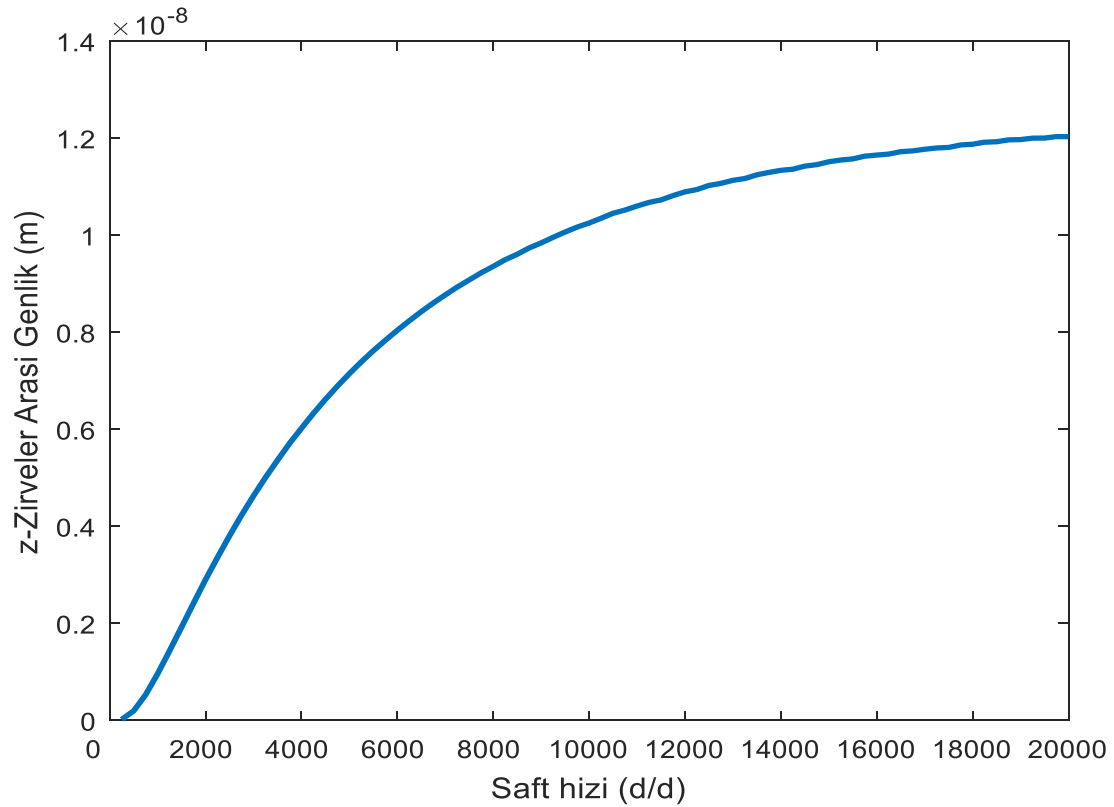
Şekil 6.60. y – ekseni yönündeki titreşim tayfları (Pr=100 N).



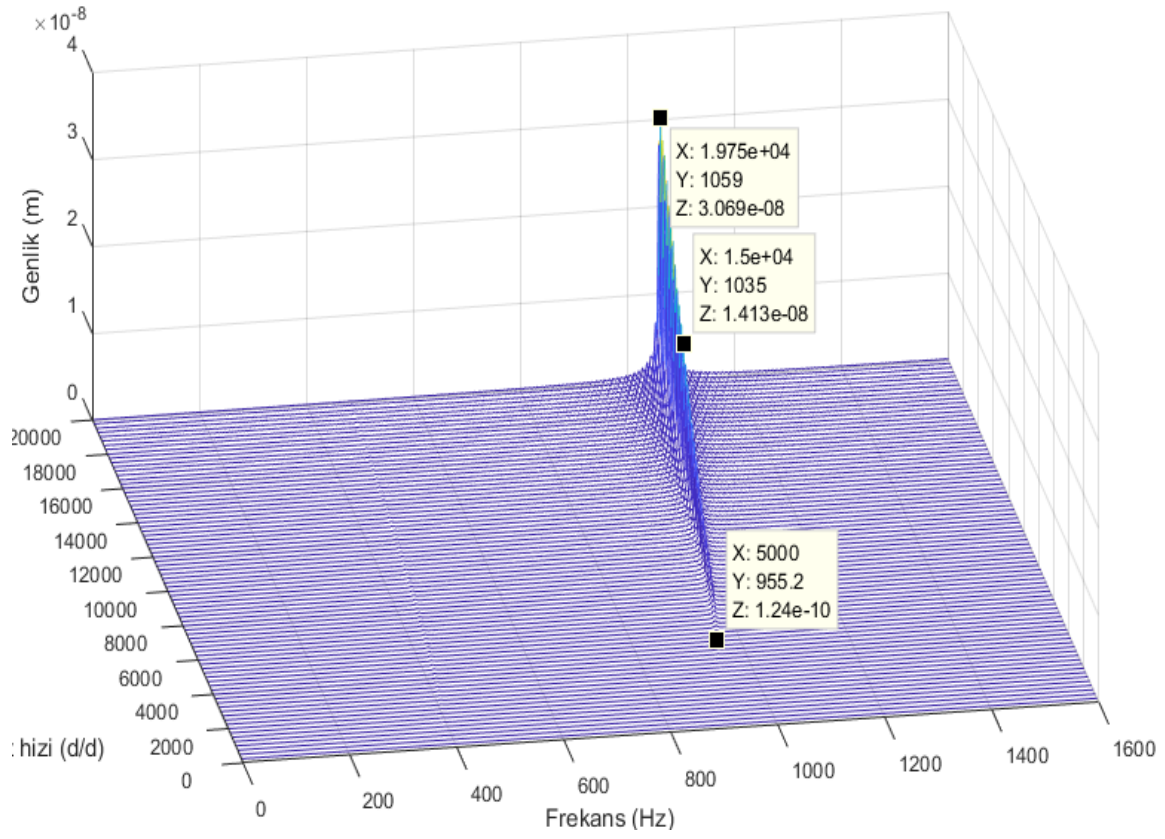
Şekil 6.61. y – ekseni yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri (Pr=100 N).



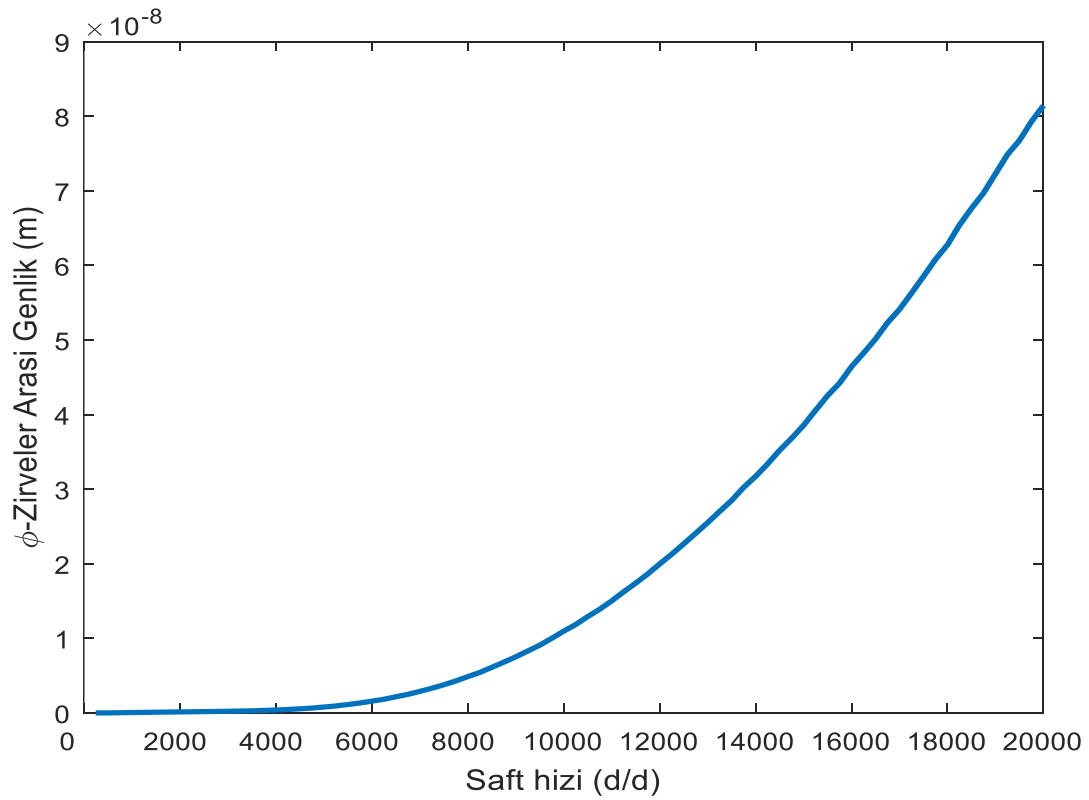
Şekil 6.62. z – eksen yönündeki titreşim tayfları (Pr=100 N).



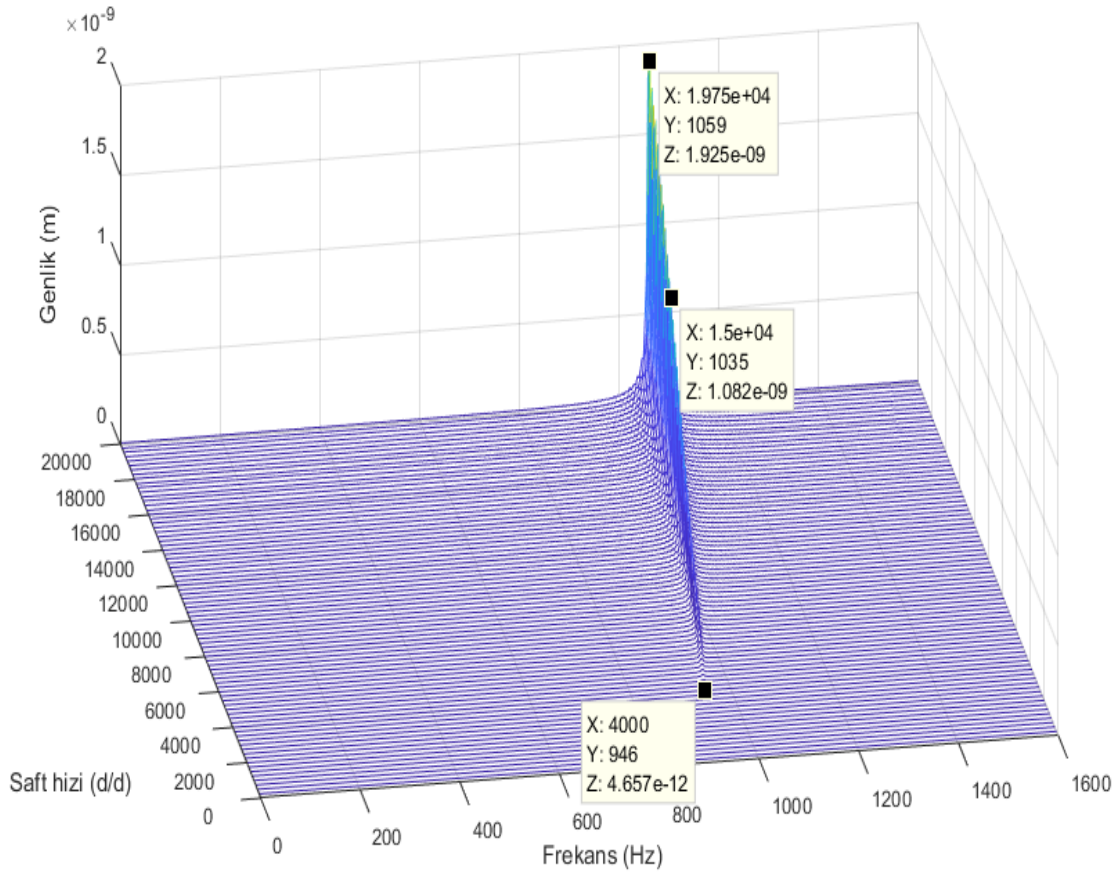
Şekil 6.63. z – eksen yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri (Pr=100 N).



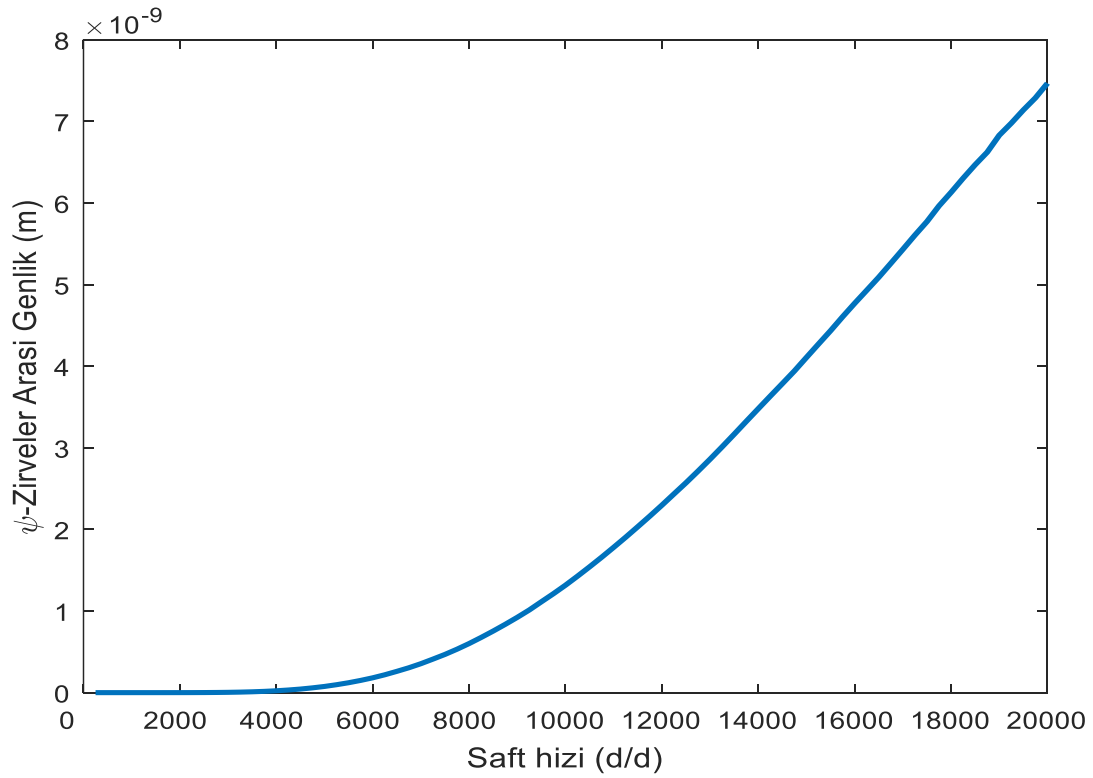
Şekil 6.64. ϕ – eksenindeki titreşim tayfları ($Pr=100$ N).



Şekil 6.65. ϕ – eksenindeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri ($Pr=100$ N).



Şekil 6.66. ψ – eksenî yönündeki titreşim tayfları (Pr=100 N).

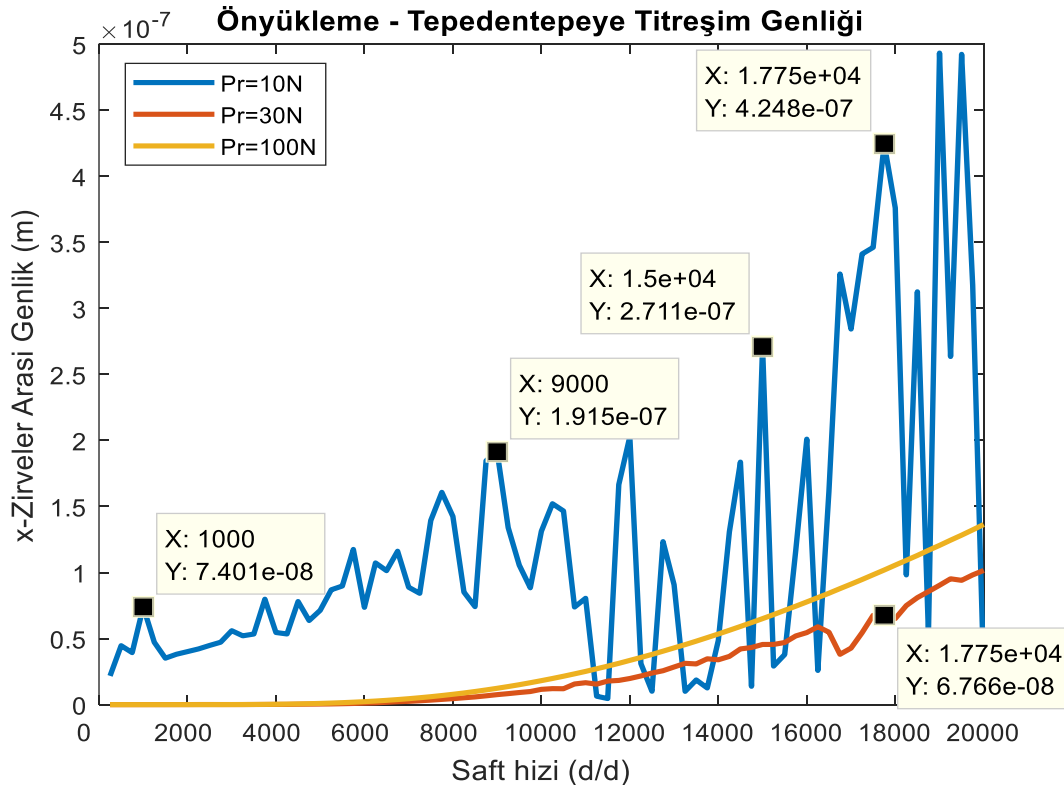


Şekil 6.67. ψ – eksenî yönündeki titreşimlerin tepeden tepeye genlikleri (Pr=100 N).

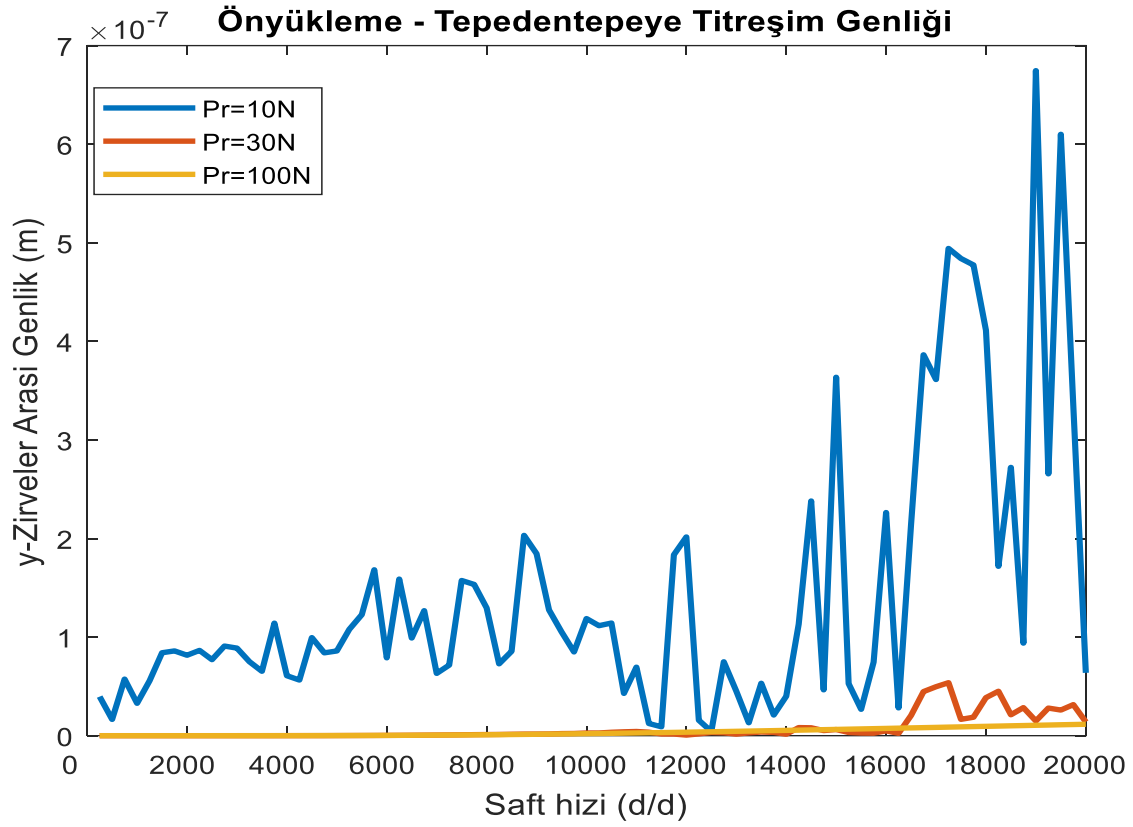
6.5.4. Önyükleme ile titreşim genliklerinin değişimi

Şekil 6.68 – Şekil 6.72’de yağlayıcı-1 kullanıldığında ön yükleme 10 N, 30 N ve 100 N için sırasıyla x, y, z, ϕ, ψ eksenlerindeki tepeden tepeye titreşim genlikleri görülmektedir. Ön yüklemdeki artış ile birlikte rulman katılığının artmasıyla şaft titreşim genliklerinin azaldığı buradan açıkça anlaşılmaktadır. Ancak şaft ağırlığı x ekseninde bulunduğundan 100 N önyüklemdeki titreşim genlikleri 10 N ve 30 N önyüklemdeki titreşim genlikleri arasında görülmektedir.

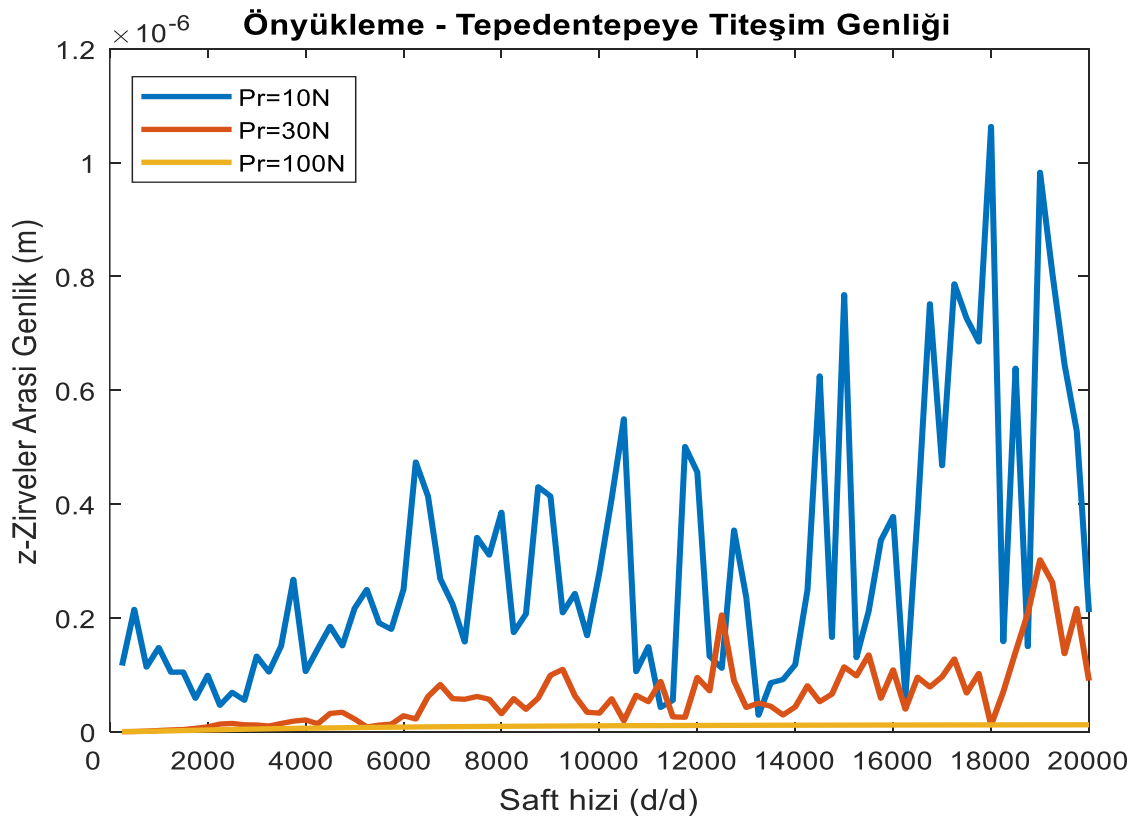
EHL temaslı rulmanda ön yüklemenin etkisi, Şekil 6.73 – Şekil 6.76’daki 5000 d/d, yağlayıcı-1 ve 8 bilyeli durum için verilen tayf grafiğinden de görülmektedir. 10 N ön yüklemde 5000 d/d şaft hızı için 286,32 Hz’deki bilye geçiş frekansı ile onun ikinci ve beşinci harmonikleri bariz şekilde görülmekteyken ön yüklemenin 30 N olduğu durumda bilye geçiş frekansları görülmeyip 350,95 Hz ve 857,54 Hz’deki aksiyel mod ve radyal mod frekansları görülmektedir. Benzer şekilde 100 N önyüklemde ise yine bu hız için 424,19 Hz ve 958,25 Hz’deki aksiyel mod ve radyal mod frekansları görülmektedir. Ön yüklemde titreşim genliklerindeki azalmanın 10 kata kadar ulaştığı anlaşılmaktadır.



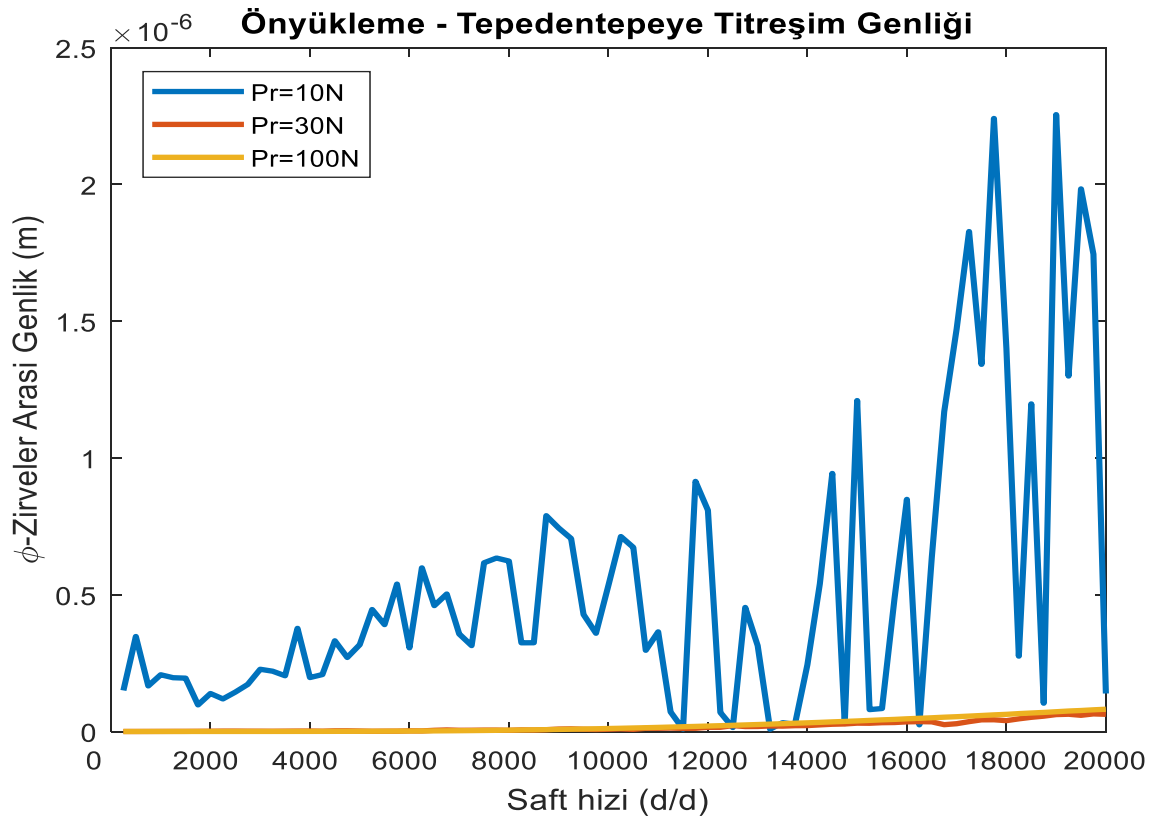
Şekil 6.68. x – ekseninde ön yüklemenin tepeden tepeye genliklerine etkisi.



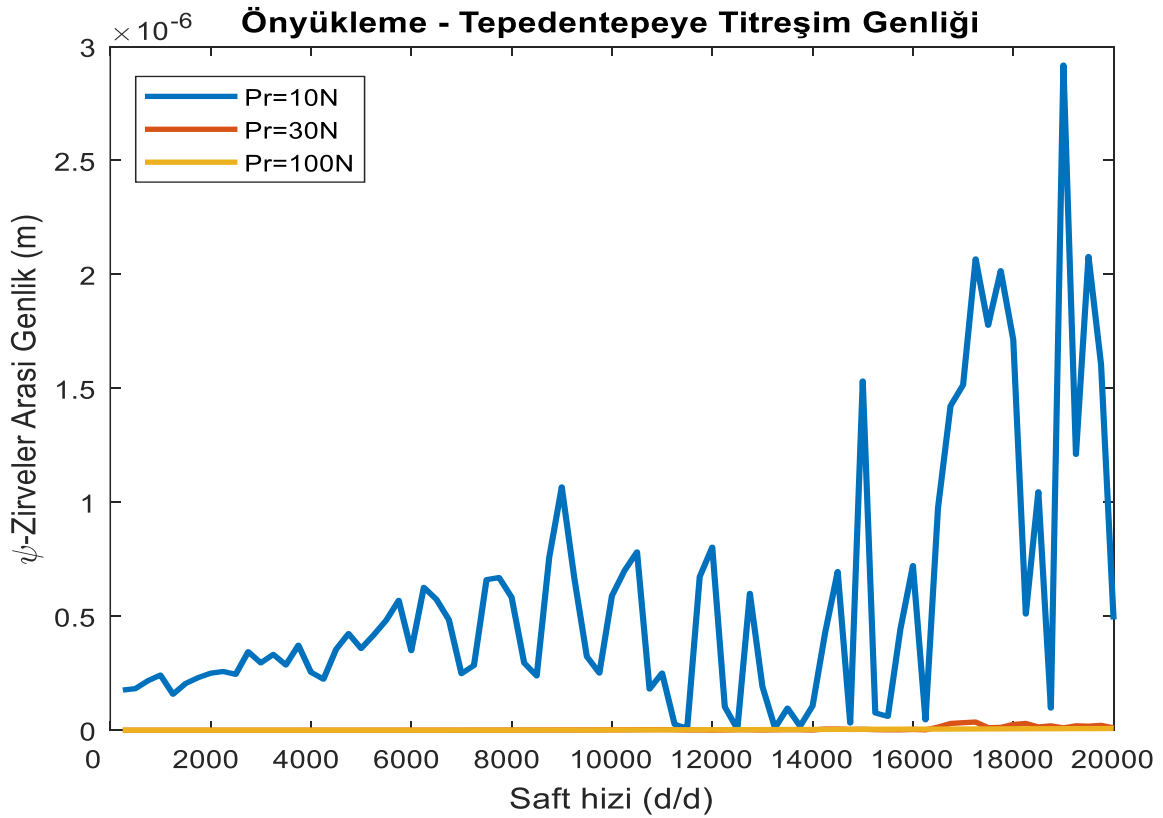
Şekil 6.69. y – ekseninde ön yüklemenin tepeden tepeye titreşim genliklerine etkisi.



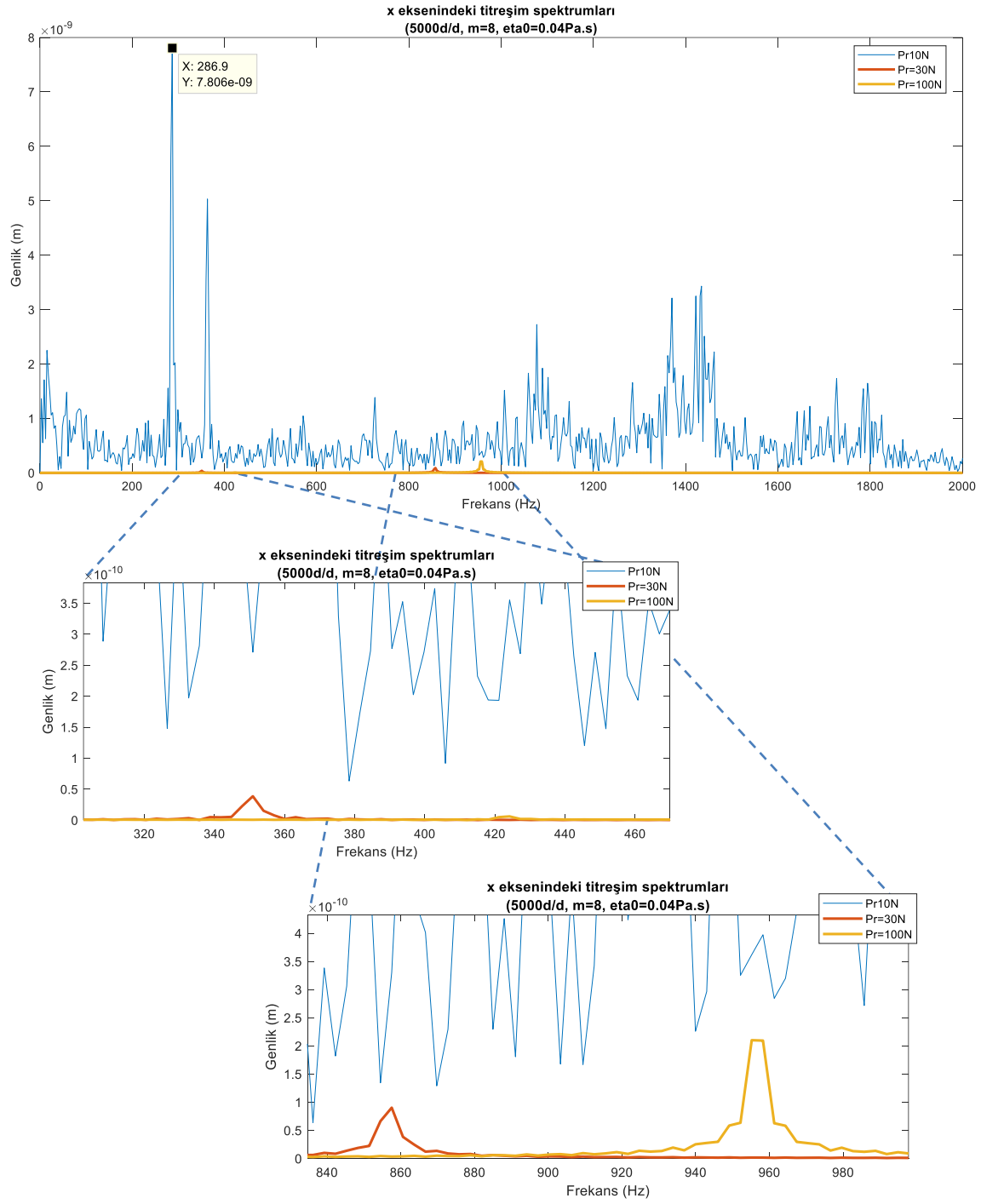
Şekil 6.70. z – ekseninde ön yüklemenin tepeden tepeye titreşim genliklerine etkisi.



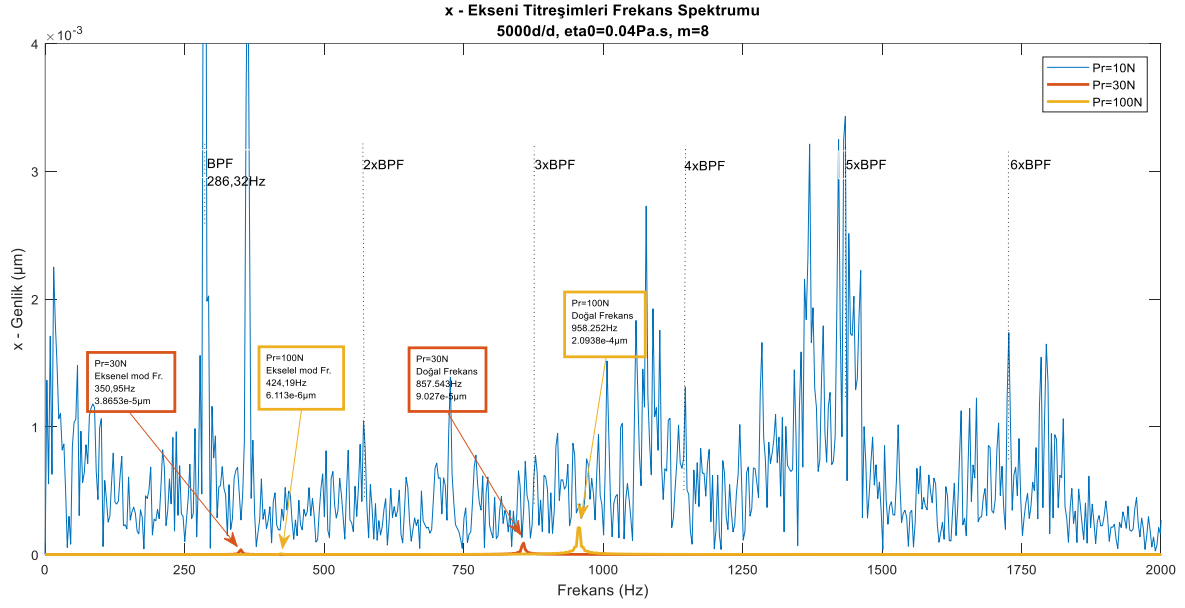
Şekil 6.71. z – ekseninde ön yüklemenin tepeden tepeye titreşim genliklerine etkisi.



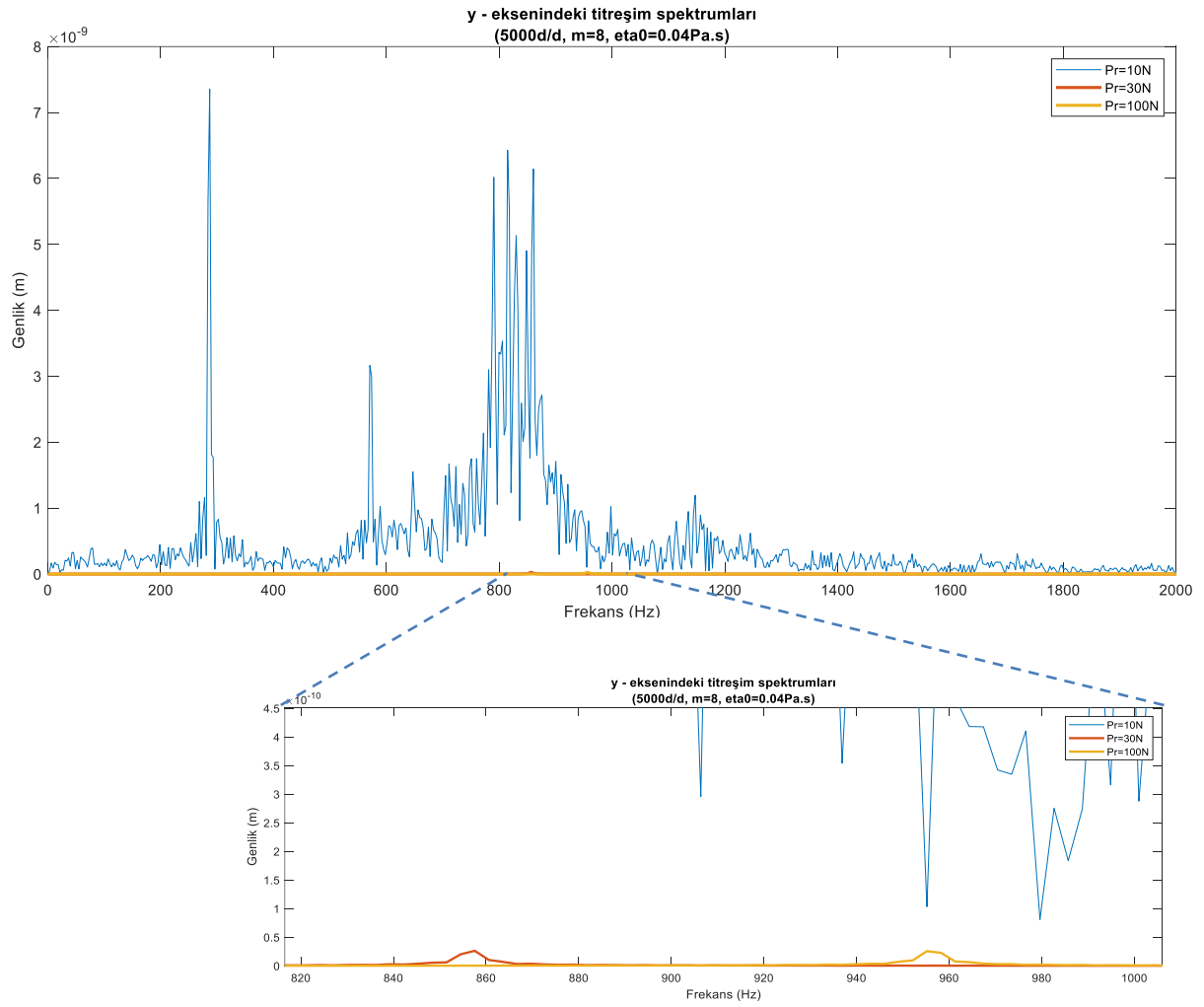
Şekil 6.72. ϕ – ekseninde ön yüklemenin tepeden tepeye titreşim genliklerine etkisi.



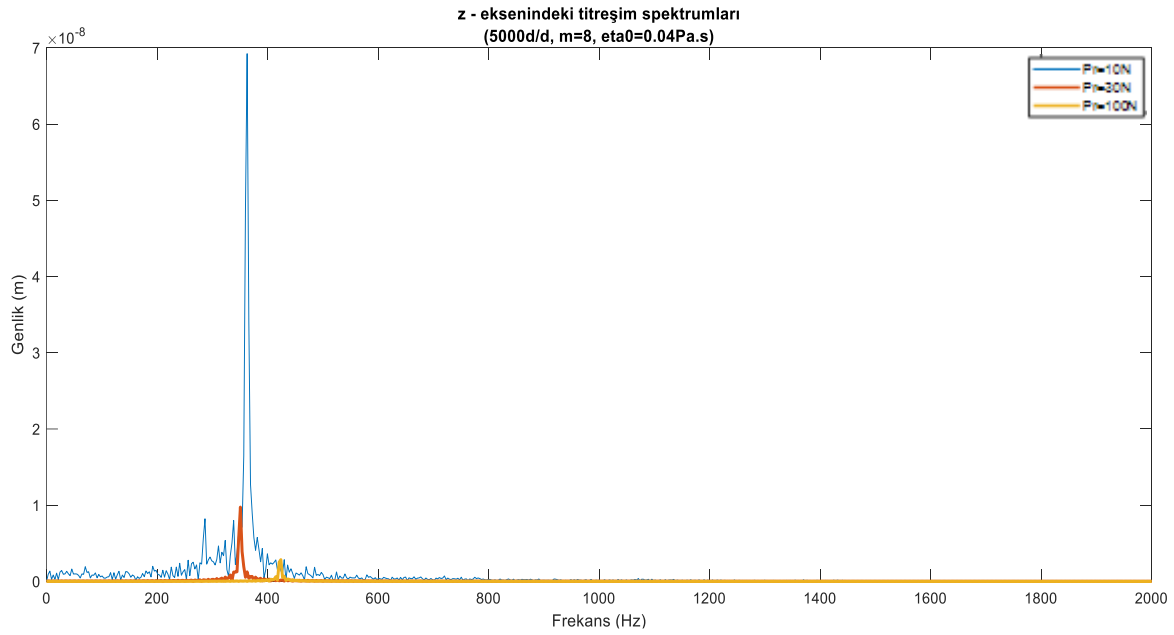
Şekil 6.73. x – ekseninde farklı önyüklemeler için titreşim tayfı (5000 d/d).



Şekil 6.74. x – ekseninde farklı önyüklemeler için frekanslar (5000 d/d).



Şekil 6.75. y – ekseninde farklı önyüklemeler için titreşim tayfı (5000 d/d).



Şekil 6.76. z – ekseninde farklı önyüklemeler için titreşim tayfı (5000 d/d).

6.5.5. Yağlayıcı ile titreşim genliklerinin değişimi

Şekil 6.77-Şekil 6.79’de ön yükleme 100 N için sırasıyla yağlayıcı-1, yağlayıcı-2, yağlayıcı-3 ve yağlayıcı-4 kullanıldığında X eksenindeki titreşim tayfı görülmektedir. Burada da görüldüğü gibi viskozite artışı ile titreşim frekansı artmış, genlik ise düşmüştür. Ancak yağlayıcı-1 ve yağlayıcı-3’ün titreşim genlikleri diğer iki yağlayıcıdan ~60 kat yüksek görülmektedir. Bunun nedeni yüksek viskoziteli yağlayıcı kullanıldığında sönümlemenin daha fazla olmasının yanında basınçla viskozite değişimindeki eksponansiyel ilişkisinde etken olmasıdır.

EHL temasta oluşan basıncın viskozite üzerindeki etkisi sıcaklık artışının etkisine benzerdir. Ancak basınca göre viskozite değişimi için yaygın olarak kullanılan Barus denklemi viskozite artışını fazla tahmin etmektedir. Bu nedenle EHL temasta başka yaklaşık ifadelerde mevcuttur. Bu tez çalışmasında kullanılan film kalınlığı denklemi [45, 46] Roeland’ın basınç-viskozite ifadesi kullanılarak türetilmiştir. Block (1965) Barus denklemi ile elde edilen tüm EHL yağlama sonuçlarının, bu sonuçlarda meydana gelen basınç-viskozite katsayısı için izoviskoz asimptotik basınç kullanılarak genelleştirilebileceği sonucunu elde etmiştir. Bu bağlamda izoviskoz asimptotik basıncın tersine eşit olan basınç-viskozite katsayısının etkisi Şekil-6.77’deki titreşim tayflarında ve film kalınlığı üzerindeki etkisi görülebilmektedir.

$$H_c = 2.69 \left(\frac{\eta_0 u}{E' R_x} \right)^{0.67} (\alpha E')^{0.53} \left(\frac{F}{E' R_x^2} \right)^{-0.067} (1 - 0.61e^{-0.73k}) \quad (6.1)$$

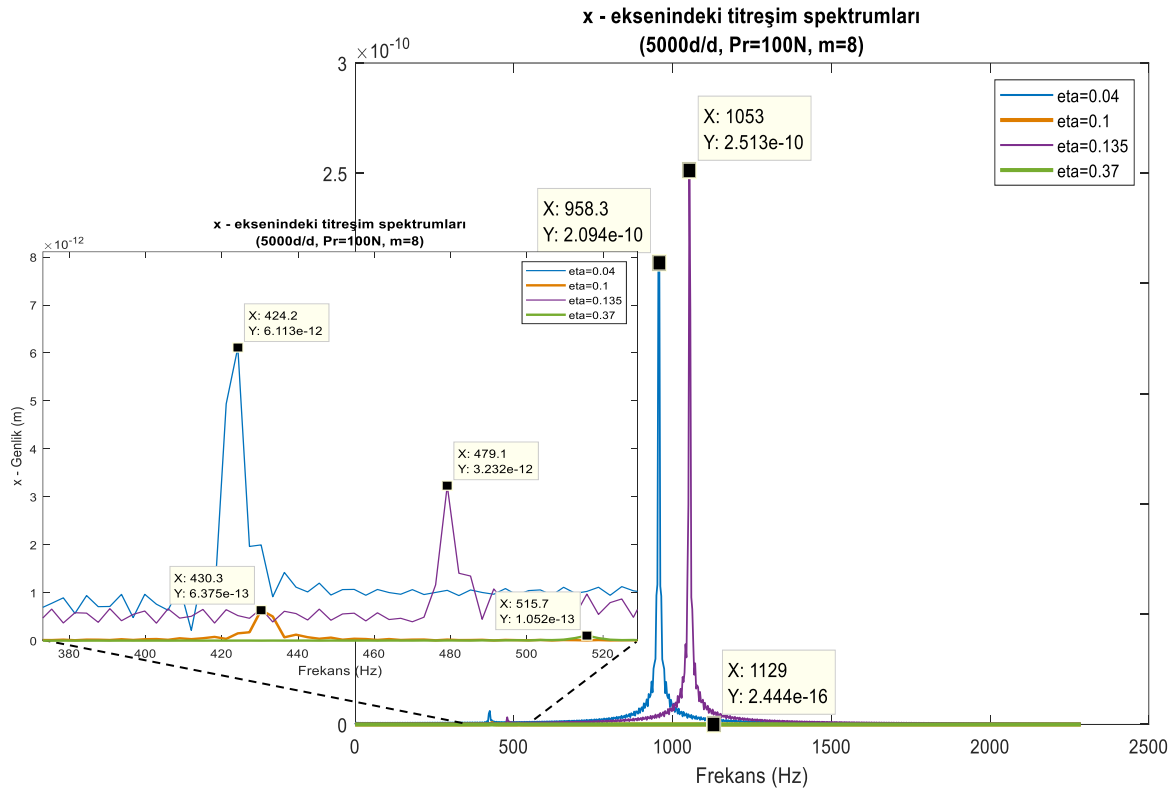
Eş.6.1'den de görüldüğü üzere film kalınlığı denkleminde, viskozite için üssel değer 0.67 basınç-viskozite katsayısı için 0.53'tür. Bunun sonucunda Şekil 6.80'de görüldüğü gibi yağlayıcı-2 ile yağlayıcı-3 arasındaki viskozite farkı fazla olmamasına rağmen film kalınlığında ~2 kat fark oluşmaktadır.

Çizelge 6.3'de yağlayıcı-1 ve yağlayıcı-3'ün basınç-viskozite katsayısının yağlayıcı-2 ve yağlayıcı-4'den ~2,5 kat daha fazla olduğu görülmektedir. Bu durum 1GPa'lık temas basıncı için viskozite değişiminin ~5 kat daha fazla olması anlamına gelmektedir. Dolayısıyla yağlayıcı-1 ve yağlayıcı-3'ün basınç değişiminde daha fazla katılaştığı, yağlayıcı-2 ve yağlayıcı-4'ün basınç artışından daha az etkilendiği anlaşılmaktadır.

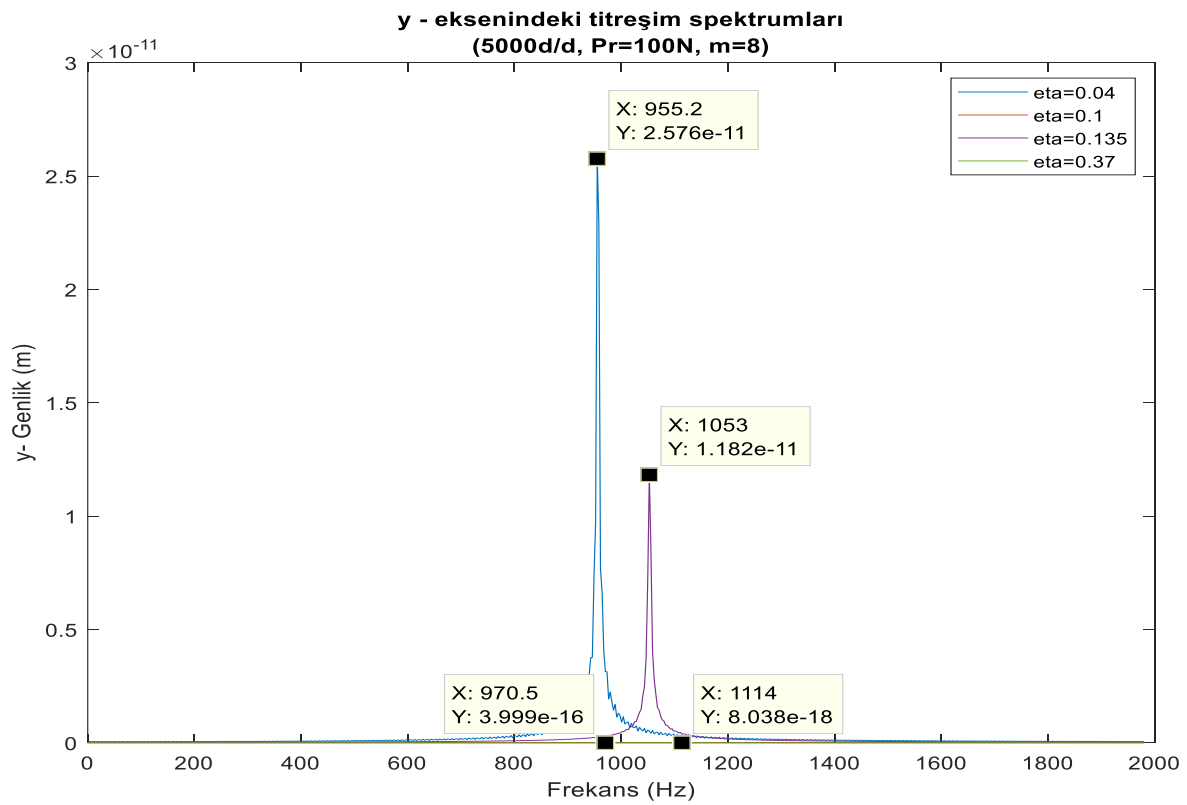
Yağlayıcılar için x,y,z eksenlerindeki titreşim frekansları ve genlikleri Çizelge 6.9'de verilmiştir. Viskozitesi daha büyük ve basınç-viskozite katsayısı daha küçük yağlarda yağlarda titreşim frekansının daha büyük olduğu ama titreşim genliğinin daha az olduğu, viskozitesi küçük ve basınç-viskozite katsayısı daha büyük yağlarda ise titreşim frekansının daha küçük olmakla birlikte titreşim genliğinin daha büyük olduğu gözlemlenmektedir. Bu durum yüksek viskoziteli ve düşük basınç-viskozite katsayılı yağların sistem dinamiğine pozitif katkı yaptığını işaret etmektedir. Ancak, yüksek viskozite ve düşük basınç-viskozite katsayısı sürtünme kayıplarını ve ısı üretimini artıracığından film oluşumunu ve yağlayıcı karakteristiğini olumsuz etkileyecektir. Dolayısıyla yağlayıcı seçiminde sistemin dinamik karakteristiği ve film oluşumunun güvenilirliği dikkate alınarak uygun yağlayıcı seçilmelidir.

Çizelge 6.9. Ön yükleme 100 N için x, y, z eksenlerindeki titreşim frekansları ve genlikleri.

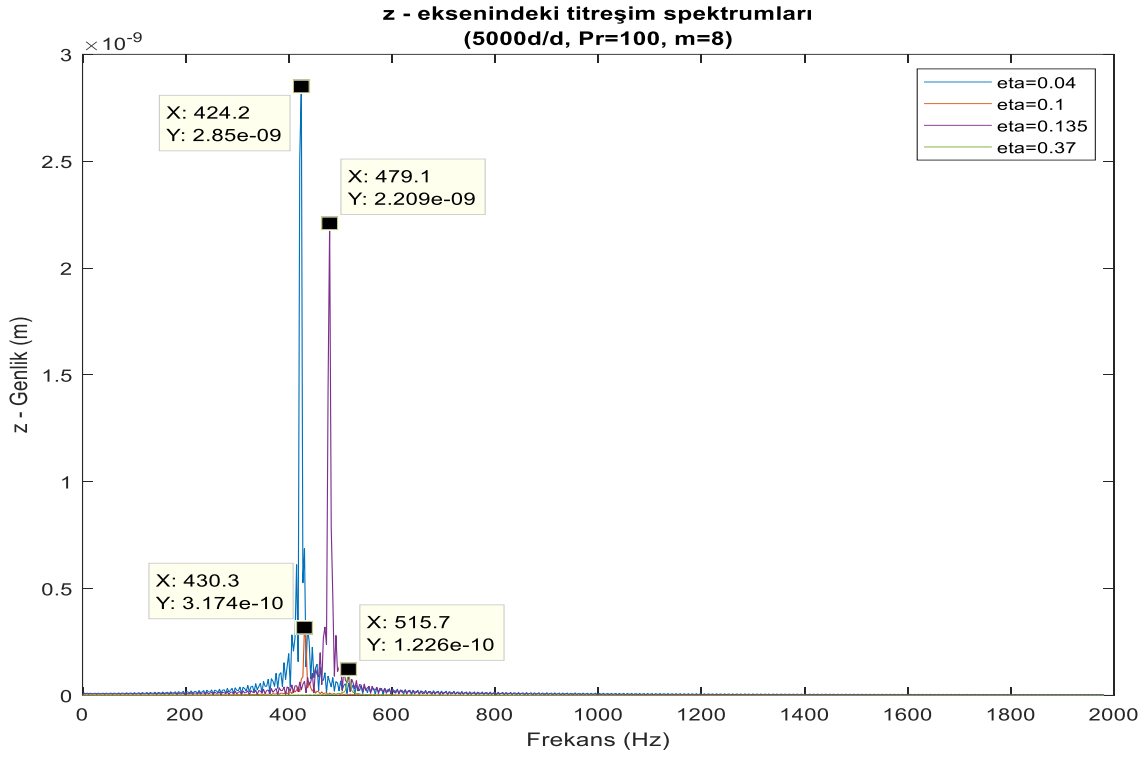
		x - eksen	y - eksen	z - eksen
Kuru Temas	Frekans	1453	1404	1453
	Genlik	5,76e-09	4,93e-11	6,11e-10
Yağlayıcı-1	Frekans	958,3	955,2	424,2
	Genlik	2,09e-10	2,58e-11	2,85e-9
Yağlayıcı-2	Frekans	973,5	970,5	430,3
	Genlik	2,12e-12	4,00e-16	3,17e-10
Yağlayıcı-3	Frekans	1053	1053	479,1
	Genlik	2,51e-10	1,18e-11	2,21e-9
Yağlayıcı-4	Frekans	1129	1114	515,7
	Genlik	2,44e-13	8,04e-18	1,23e-10



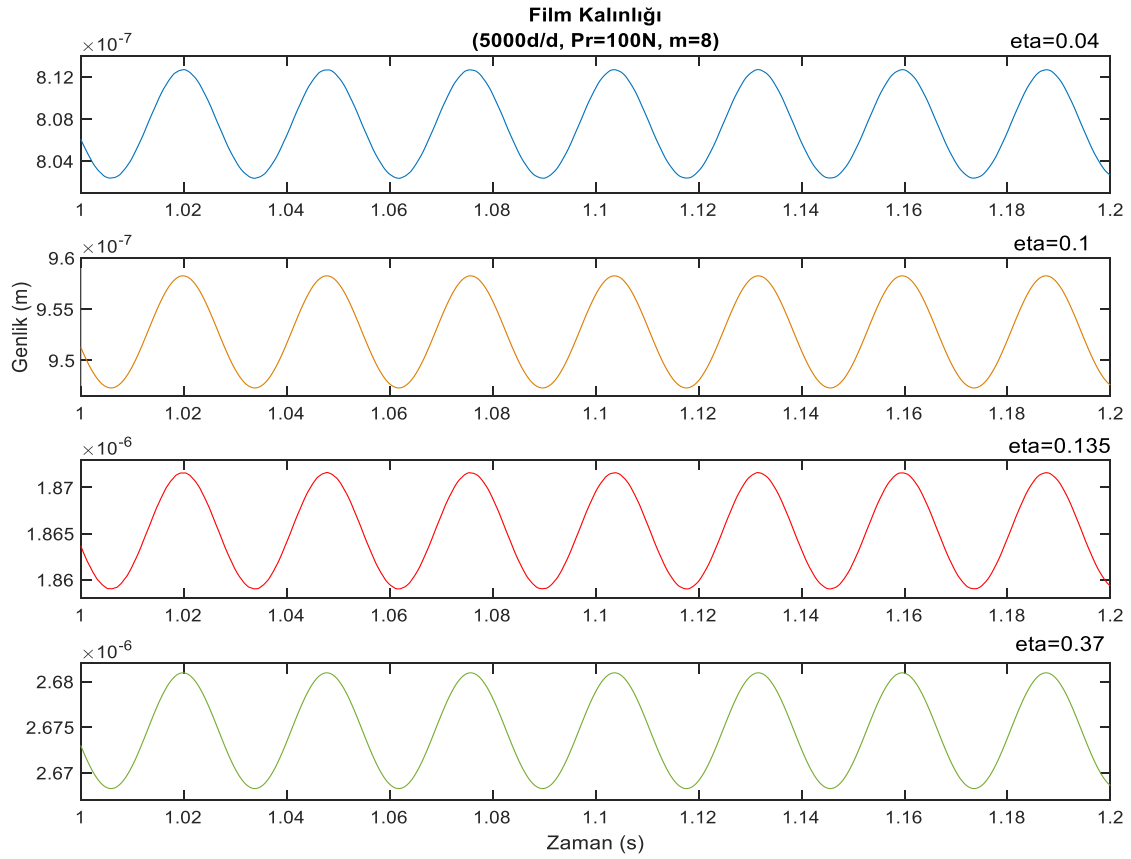
Şekil 6.77. x – ekseninde farklı viskoziteler için titreşim tayfı (5000 d/d).



Şekil 6.78. y – ekseninde farklı viskoziteler için titreşim tayfı (5000 d/d).



Şekil 6.79. z – ekseninde farklı viskoziteler için titreşim tayfı (5000 d/d).



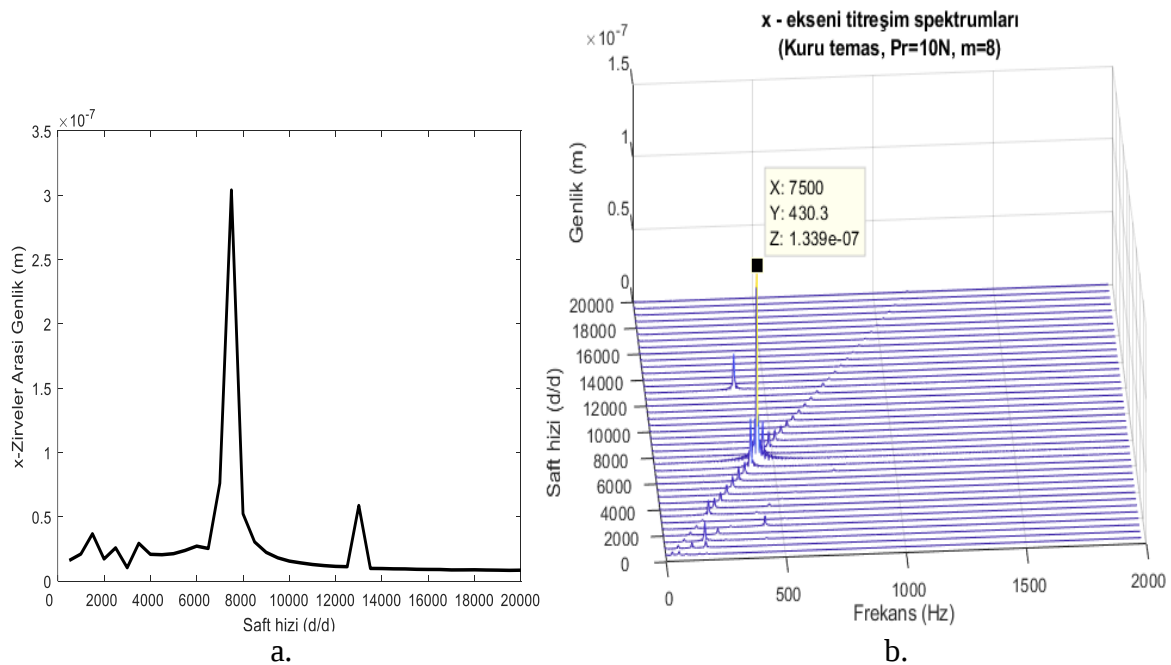
Şekil 6.80. x – ekseninde 5000 d/d’da farklı viskoziteler için film kalınlıkları.

6.5.6. Sarkık disk – kütsüz rijit şaft - rulman sistemi için sonuçlar

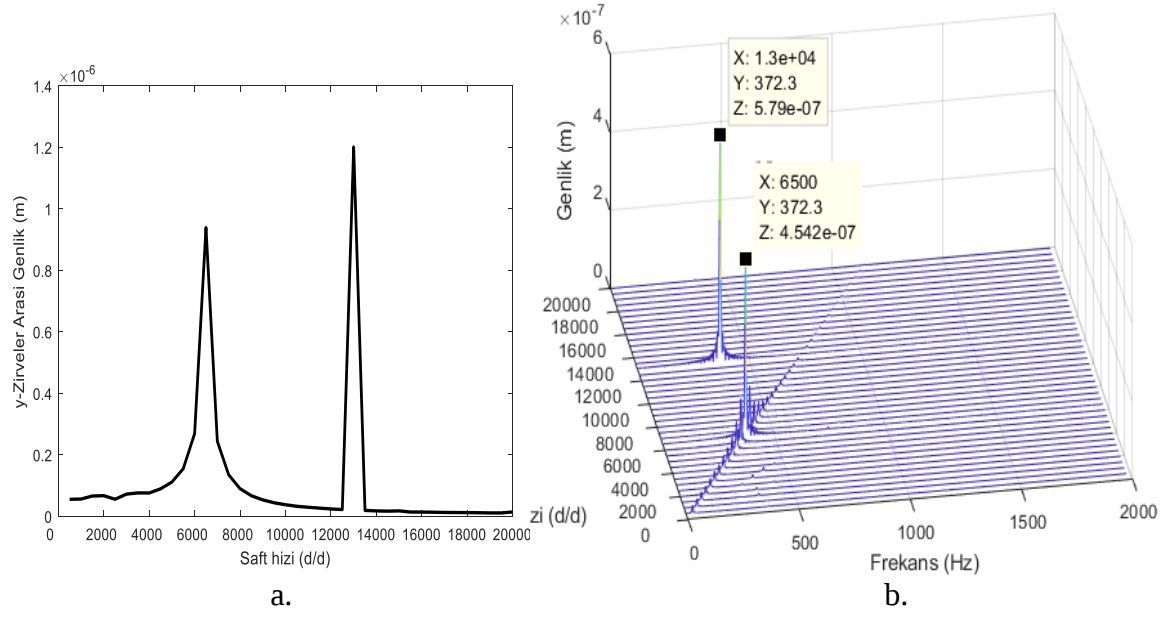
Kuru temas 10 N ön yükleme:

Önyüklemenin 10 N olduğu durum için kuru temasta sarkık diskli şaft rulman sistemin titreşim tayfları Şekil 6.80 – Şekil 6.85’de görülmektedir. Kuru temasta ön yükleme 10 N iken bilye geçiş frekansı 427,2 Hz’te x yönündeki, 372,3 Hz’de y yönündeki, 430,3 Hz’de z yönündeki doğal frekansları zorlamakta ve rezonans oluşmaktadır. Sistemin doğal frekansı daha üst frekans bandında olduğundan verilen titreşim tayfında görülememektedir.

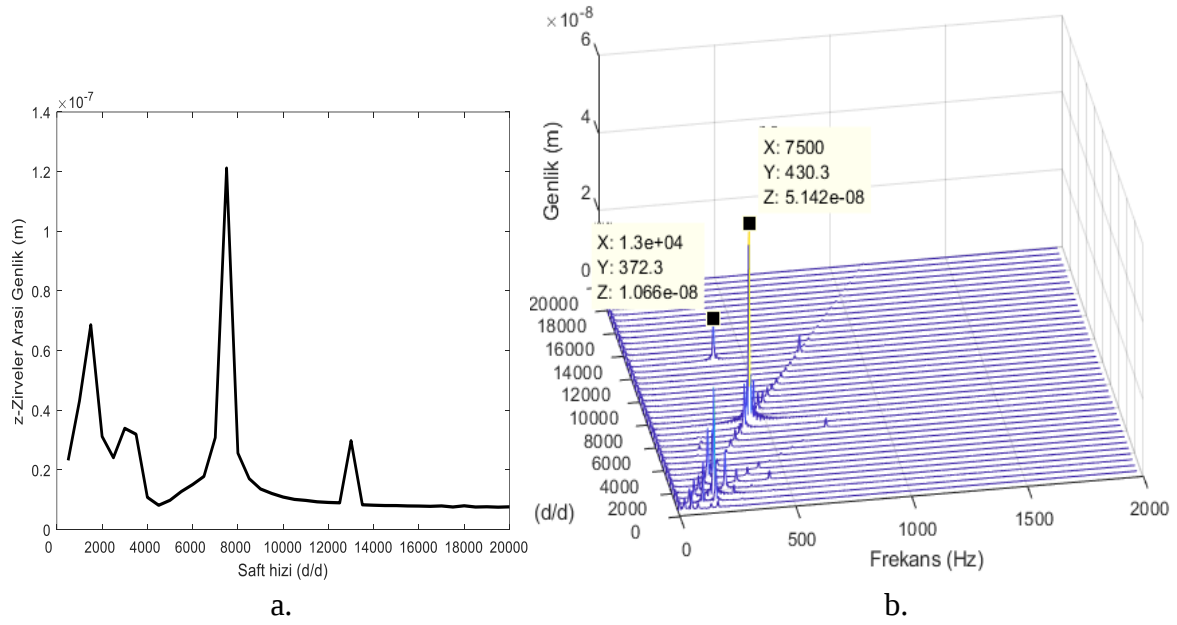
Tepeden tepeye genliklere bakıldığında x ekseninde 7500 d/d ve 13000 d/d şaft hızlarında büyük genlikli titreşimler vardır. y eksenindeki 6500 d/d ve 13000 d/d şaft hızlarında büyük genlikli titreşimler belirgin olarak göze çarpmaktadır. Özellikle 13000 d/d şaft hızında titreşim genliği en büyük seviyeye ulaşmaktadır. z ekseninde ise 1500 d/d ve 3000 d/d’da bilye geçiş frekansı bu yöndeki doğal frekansları zorlamaktadır. z eksen yönünde 7500 d/d’deki titreşim genliği, 1500 d/d’deki titreşim genliğinden yaklaşık iki kat daha büyüktür.



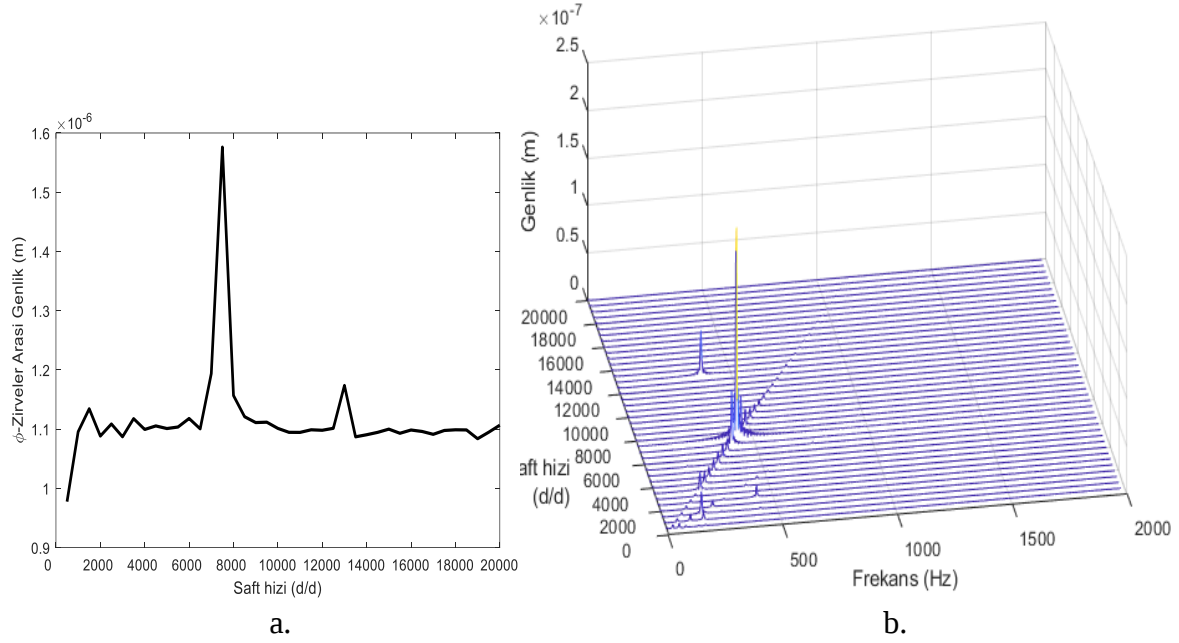
Şekil 6.81. x – eksen yönündeki tepeden tepeye genlikler ve titreşim tayfları.



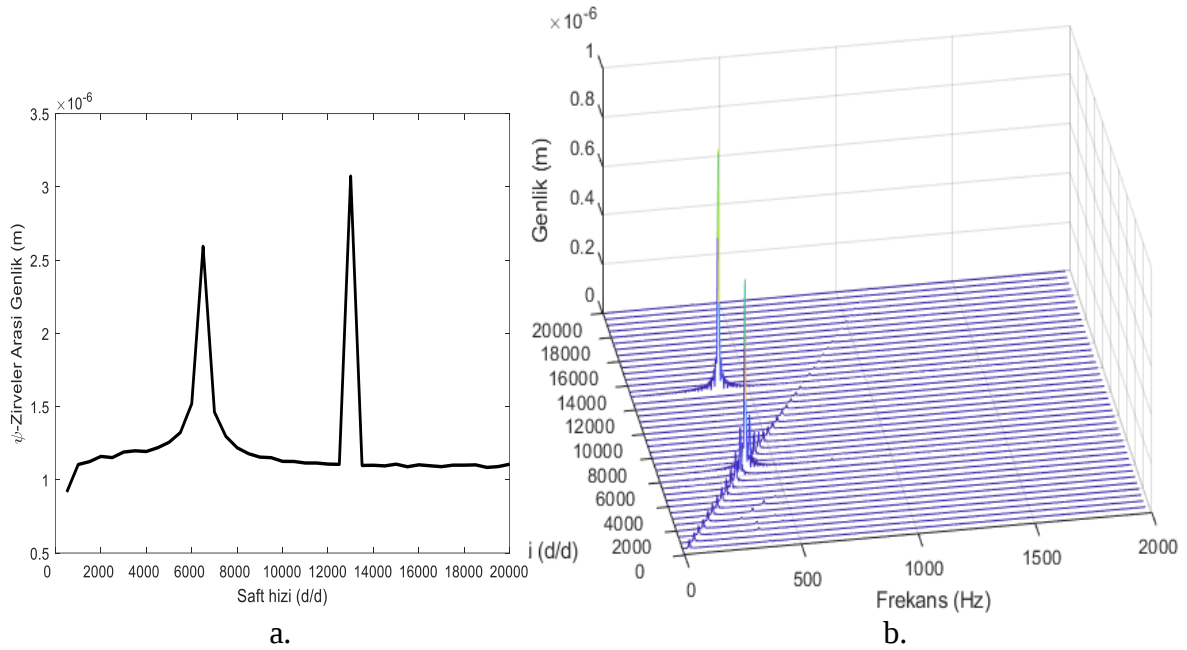
Şekil 6.82. y – eksen yönündeki tepeden tepeye genlikler ve titreşim tayfları.



Şekil 6.83. z – eksen yönündeki tepeden tepeye genlikler ve titreşim.



Şekil 6.84. ϕ – eksen yönündeki tepeden tepeye genlikler ve titreşim tayfları.



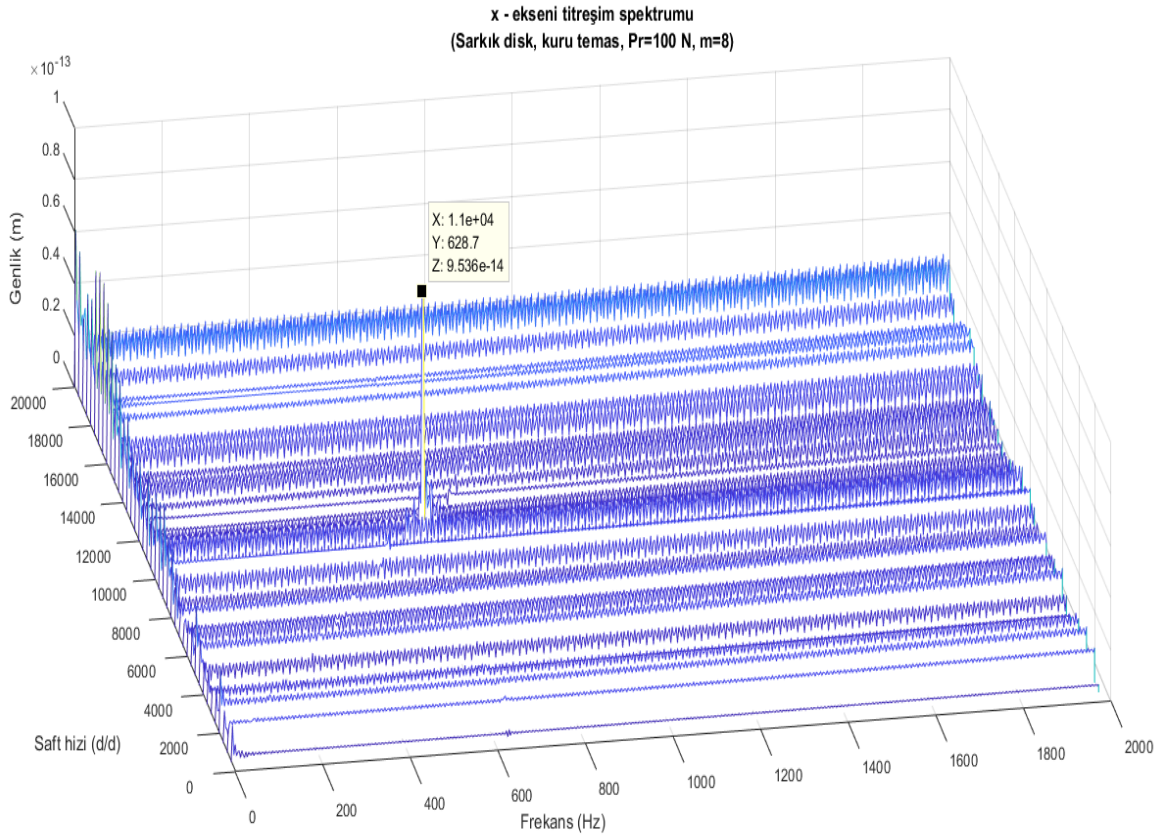
Şekil 6.85. ψ – eksen yönündeki tepeden tepeye genlikler ve titreşim tayfları.

Kuru temas 100 N ön yükleme:

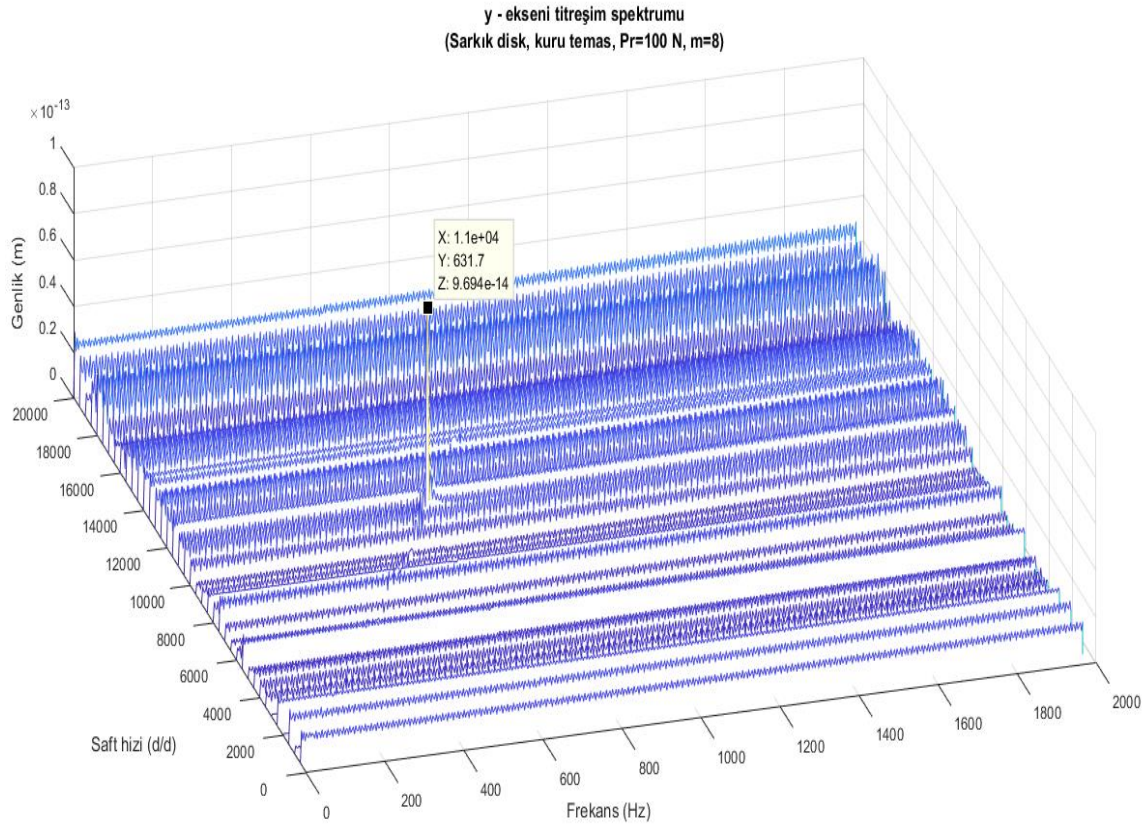
Şekil 6.86-Şekil 6.90’da kuru temas için sarkık disk şaft-rulman sisteminin ön yükleme 100 N çıkarıldığındaki titreşim tayfı görülmektedir. Burada titreşim genliklerinin bariz gir şekilde azaldığı görülmektedir. Bunun en önemli nedeni katılığın artması ve temas açısının

azalması dolayısıyla yükün daha çok radyal yönde taşınması nedeniyledir. Bununla birlikte titreşim frekansının arttığı görülmektedir.

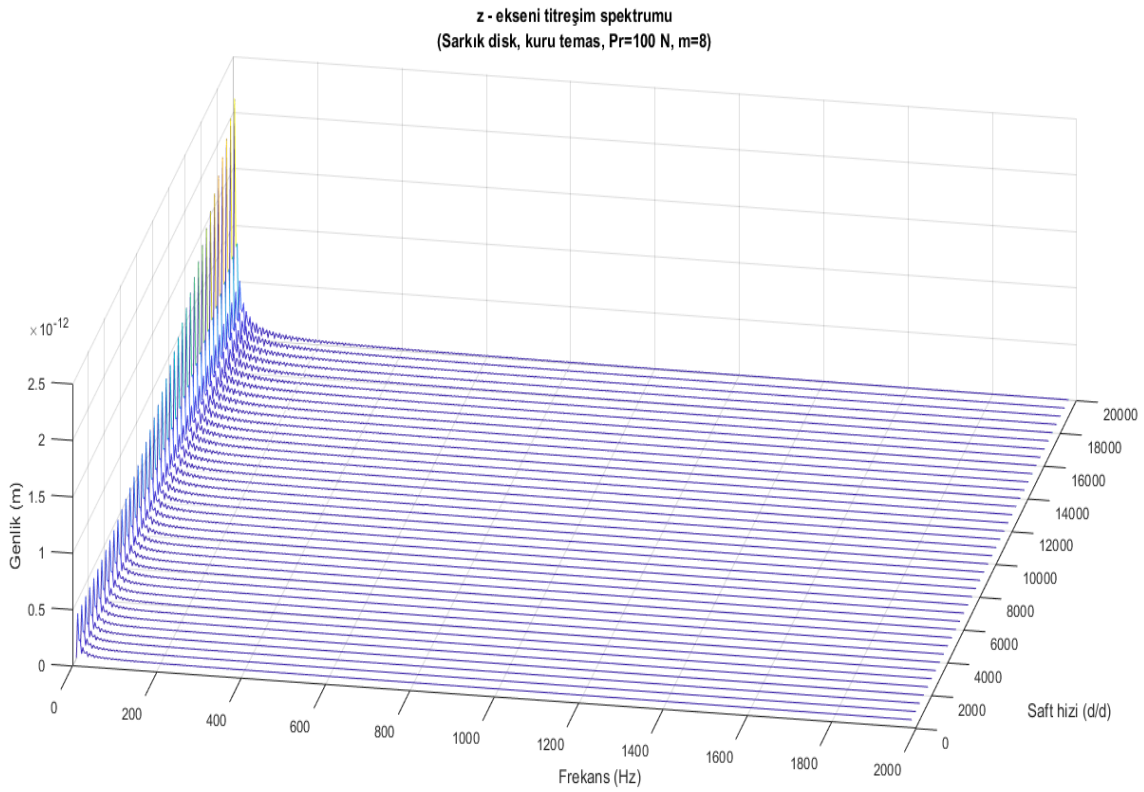
Önyüklemenin 100 N'a çıkarıldığı durumda kuru temas için bilye geçiş frekansları Şekil 6.86 - Şekil 6.90'daki titreşim tayfında görülebilir durumdadır. x yönündeki, 11000 d/d şaft hızında 628,7 Hz'de y yönünde ise, 631,7 Hz'de rezonans oluşmaktadır. z yönündeki titreşimlerin ilgilenilen frekans bandında çok çok düşük frekanslarda olduğu bir diğer göze çarpan durumdur. Bunun nedeni diknamik yüklerin neredeyse radyal yönde değişmesidir.



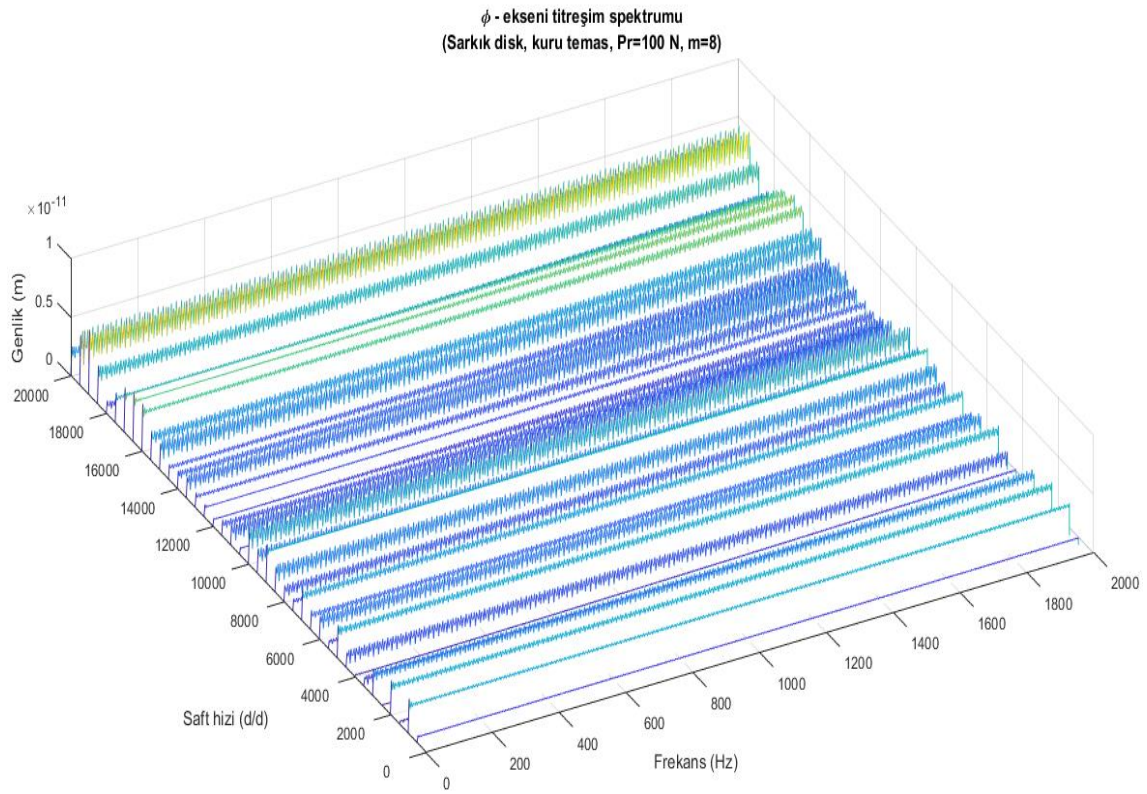
Şekil 6.86. x – ekseni yönündeki titreşim tayfları.



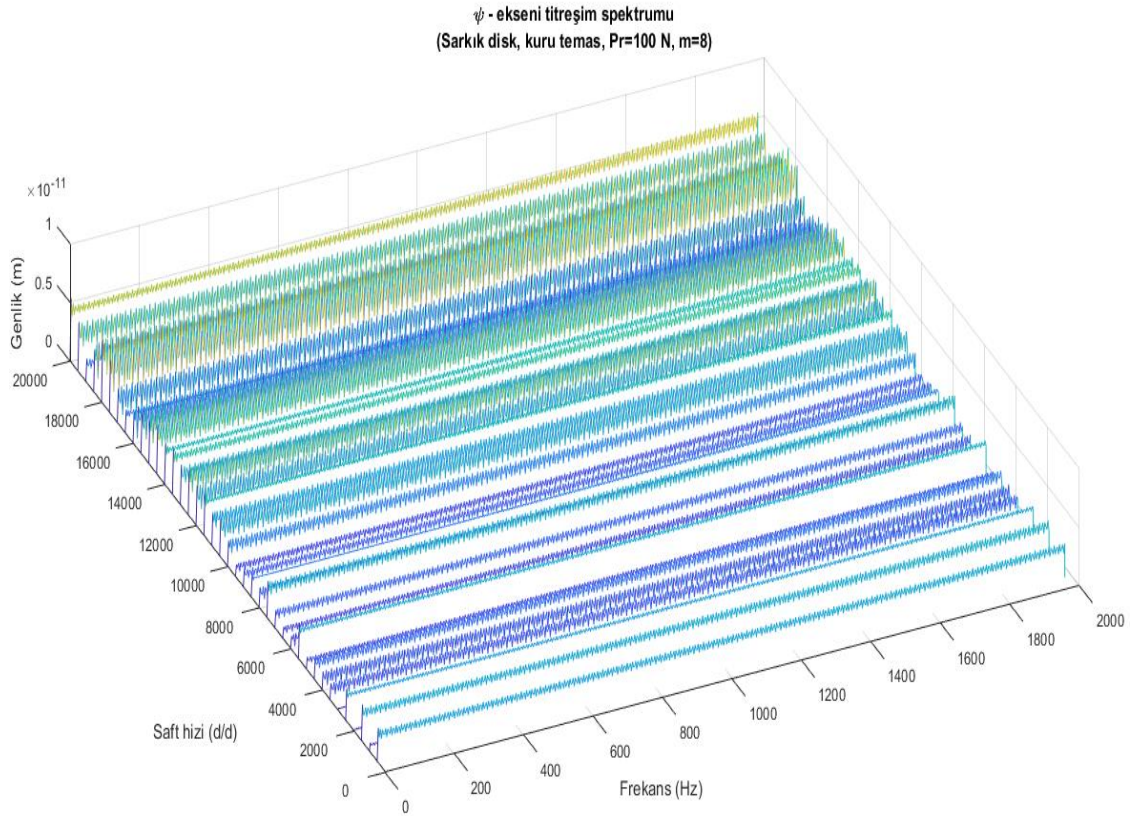
Şekil 6.87. y – eksenli yönündeki titreşim tayfları.



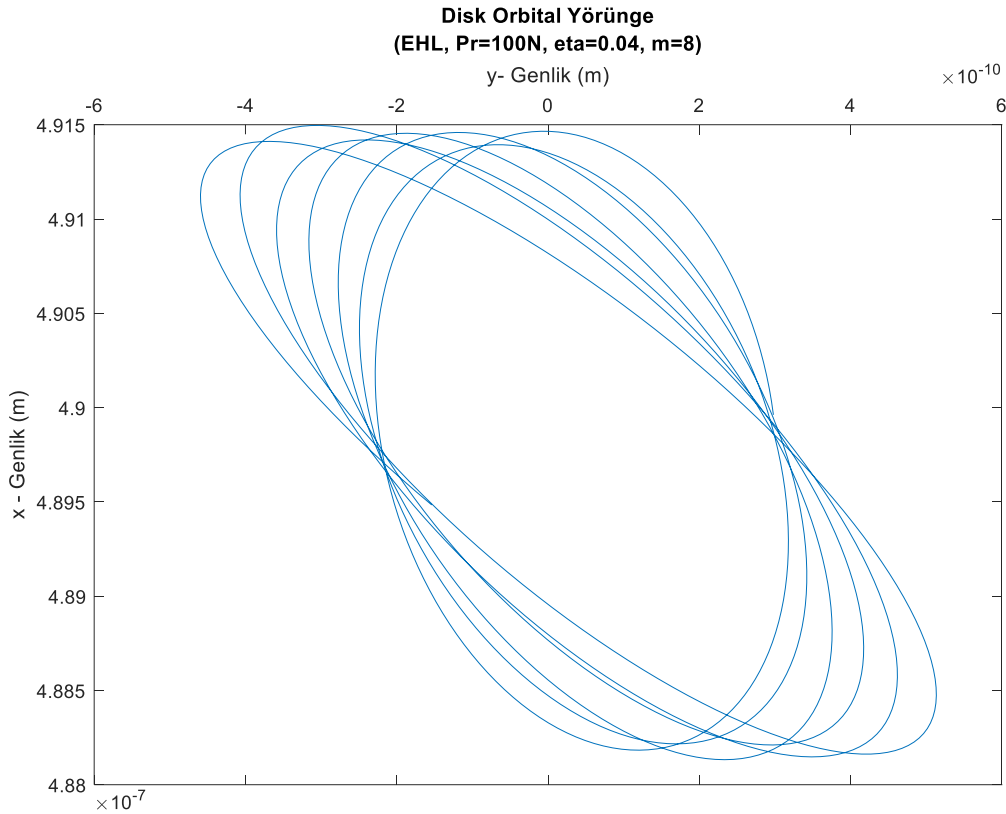
Şekil 6.88. z – eksenli yönündeki titreşim tayfları.



Şekil 6.89. ϕ – eksenli yönündeki titreşim tayfları.



Şekil 6.90. ψ – eksenli yönündeki titreşim tayfları.

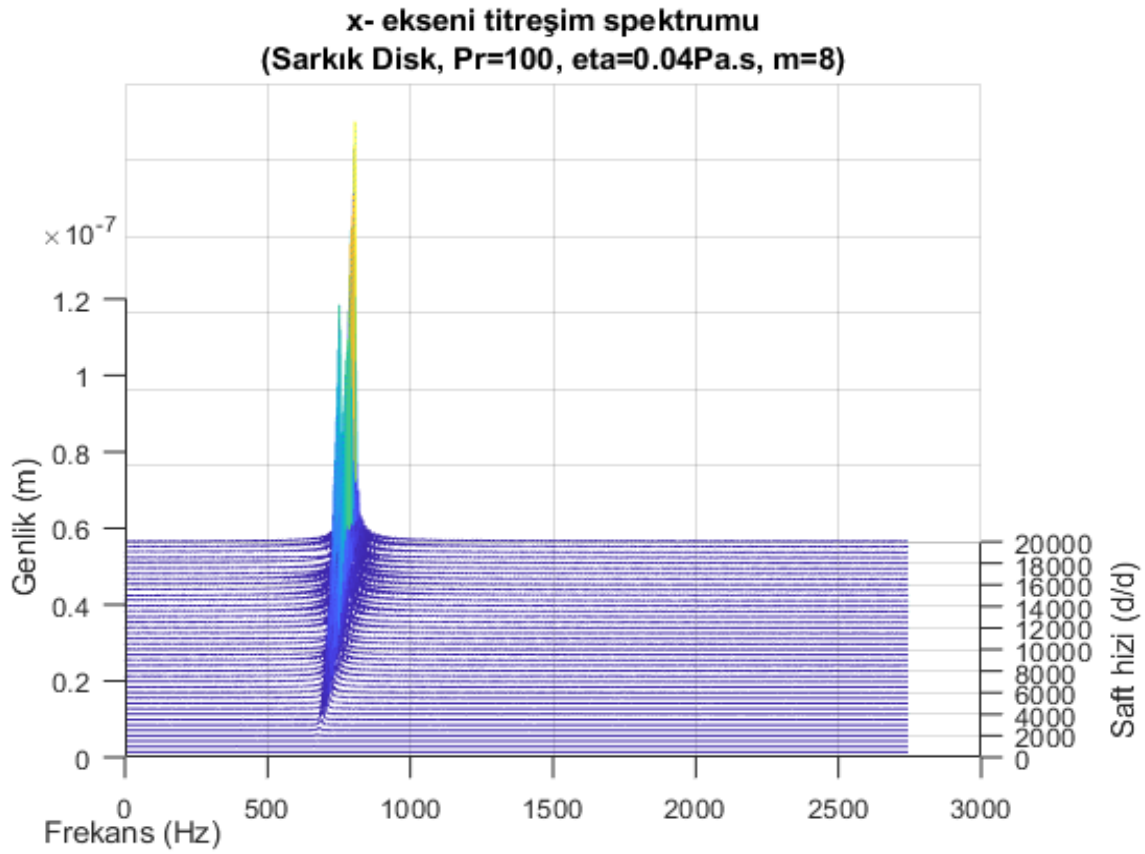


Şekil 6.91. Disk orbital hareketi (Pr=100 N, kuru temas).

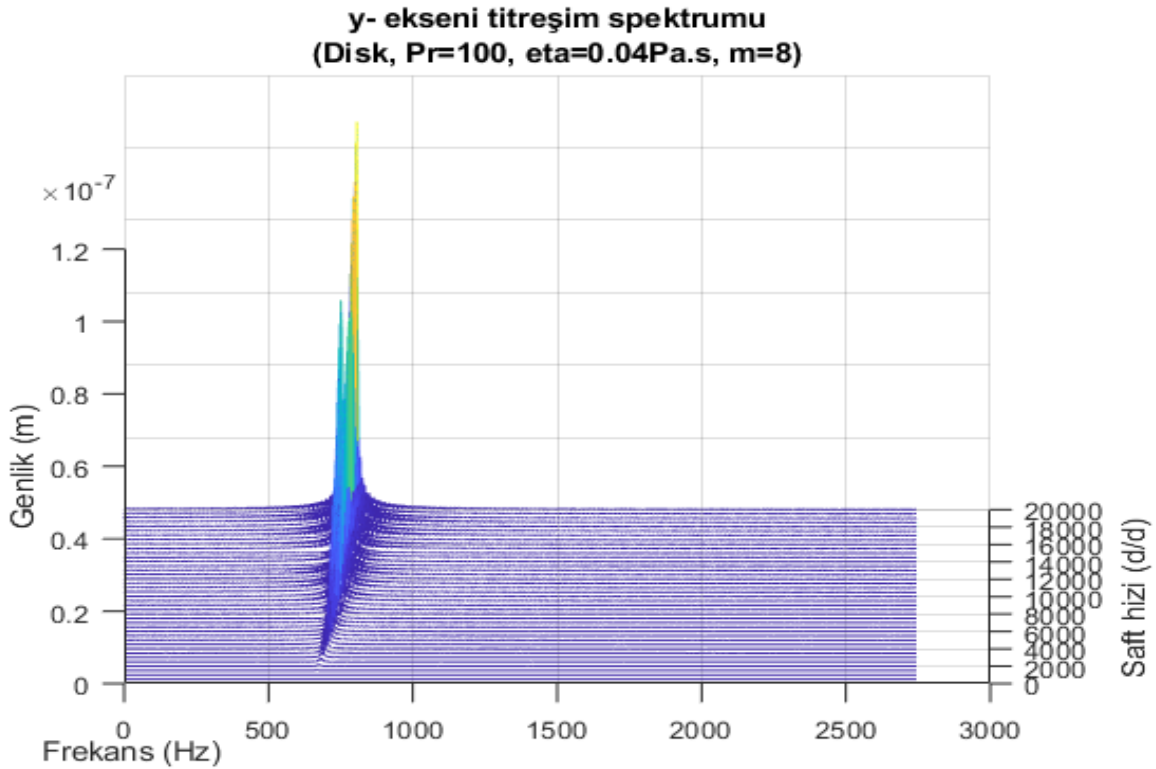
Diskin orbital hareketi Şekil 6.91’de görülmektedir. Burada x yönündeki salınım mikrometre civarındayken y yönündeki titreşimler nanometre civarındadır. Bunun nedeni disk kütlelerinin x yönünde taşınmasıdır.

EHL temas 100 N ön yükleme:

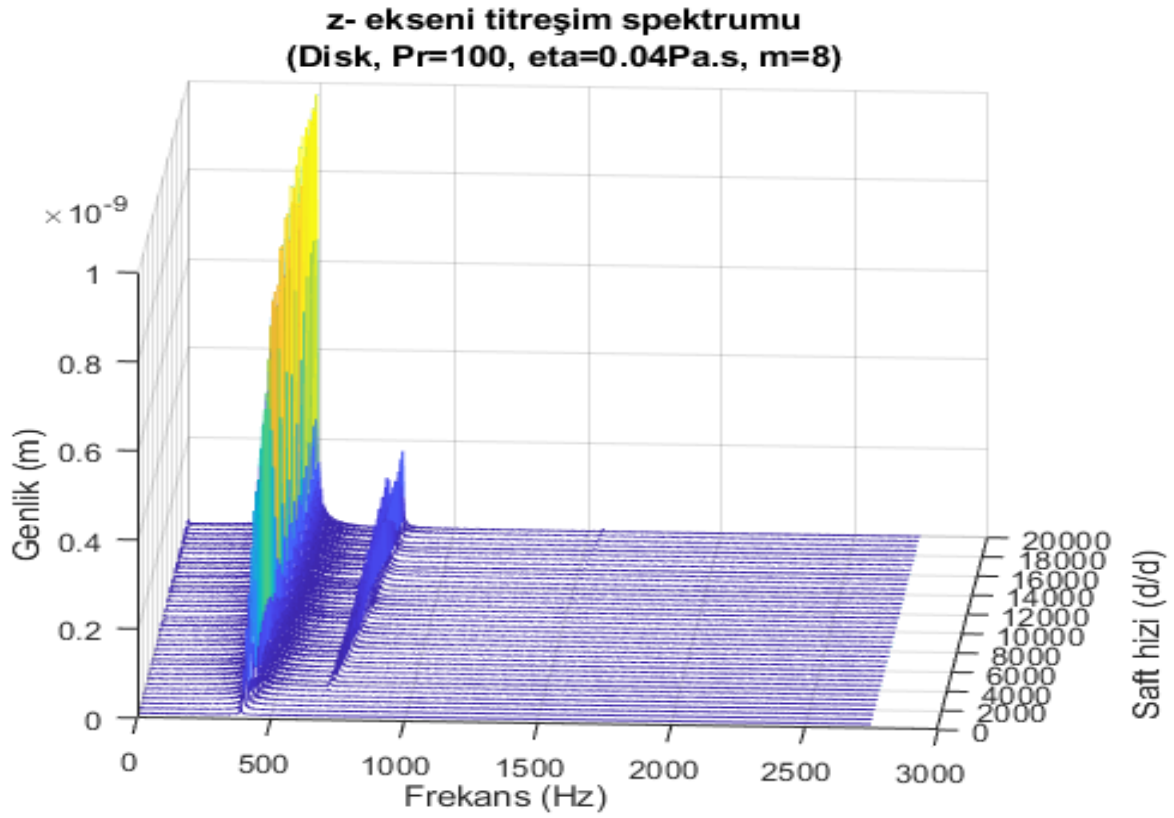
Şekil 6.92-Şekil 6.96’de yağlayıcı-1 kullanıldığında 100 N ön yükleme için sırasıyla x, y, z, ϕ, ψ eksenlerindeki titreşim tayfları görülmektedir. x eksenindeki titreşim tayfında doğal frekansın 650-805,7 Hz bandında değiştiği görülmektedir. EHL temaslı durumda aynı ön yükleme için titreşim genlikleri sarkık diskte daha fazla olduğu görülmektedir. Bu durum, yağ filminin temas açısını artırması dolayısıyla titreşimlerin aksiyel modu da etkilemesinden kaynaklanmaktadır. y eksenindeki titreşim tayfında doğal frekansın x eksenine benzer olarak 650-805,7 Hz bandında değiştiği görülmektedir. Bununla birlikte genlikleri x eksen genliklerine oldukça yakındır. ϕ, ψ eksenlerinde sırasıyla x ve y yönündeki titreşim tayfına benzemektedir. Ancak titreşim genlikleri x ve y yönündeki titreşim genliklerine yakındır. z eksenindeki titreşim tayfında doğal frekans 366-485,2 Hz bandında değiştiği görülmektedir.



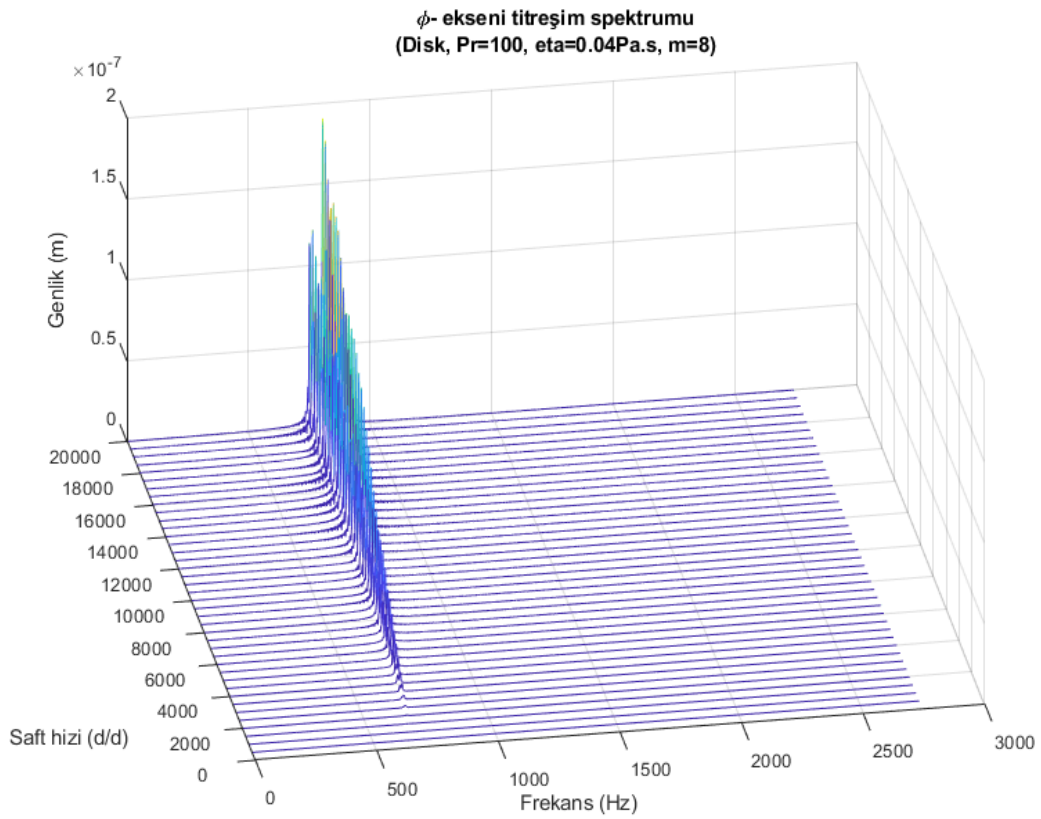
Şekil 6.92. x – eksenli yönündeki titreşim tayfları ($Pr=100$ N, EHLtemas).



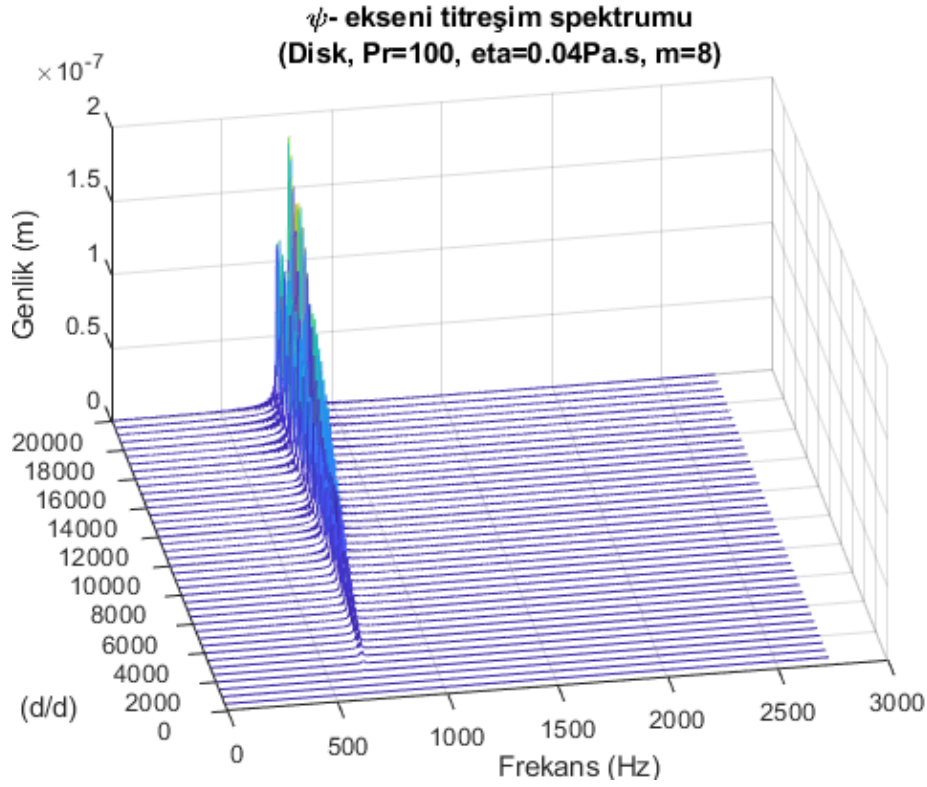
Şekil 6.93. y – eksenli yönündeki titreşim tayfları ($Pr=100$ N, EHLtemas).



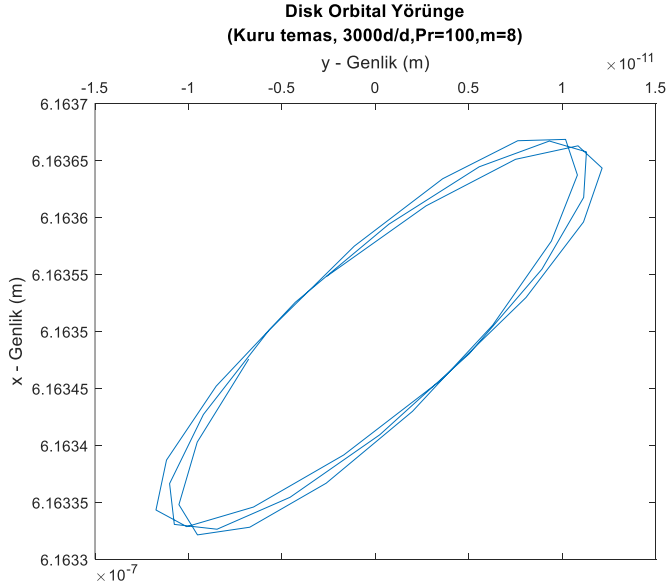
Şekil 6.94. z – eksenli yönündeki titreşim tayfları (Pr=100 N, EHLtemas).



Şekil 6.95. ϕ – eksenli yönündeki titreşim tayfları (Pr=100 N, EHLtemas).



Şekil 6.96. ψ – eksenli yönündeki titreşim tayfları (Pr=100 N, EHLtemas).

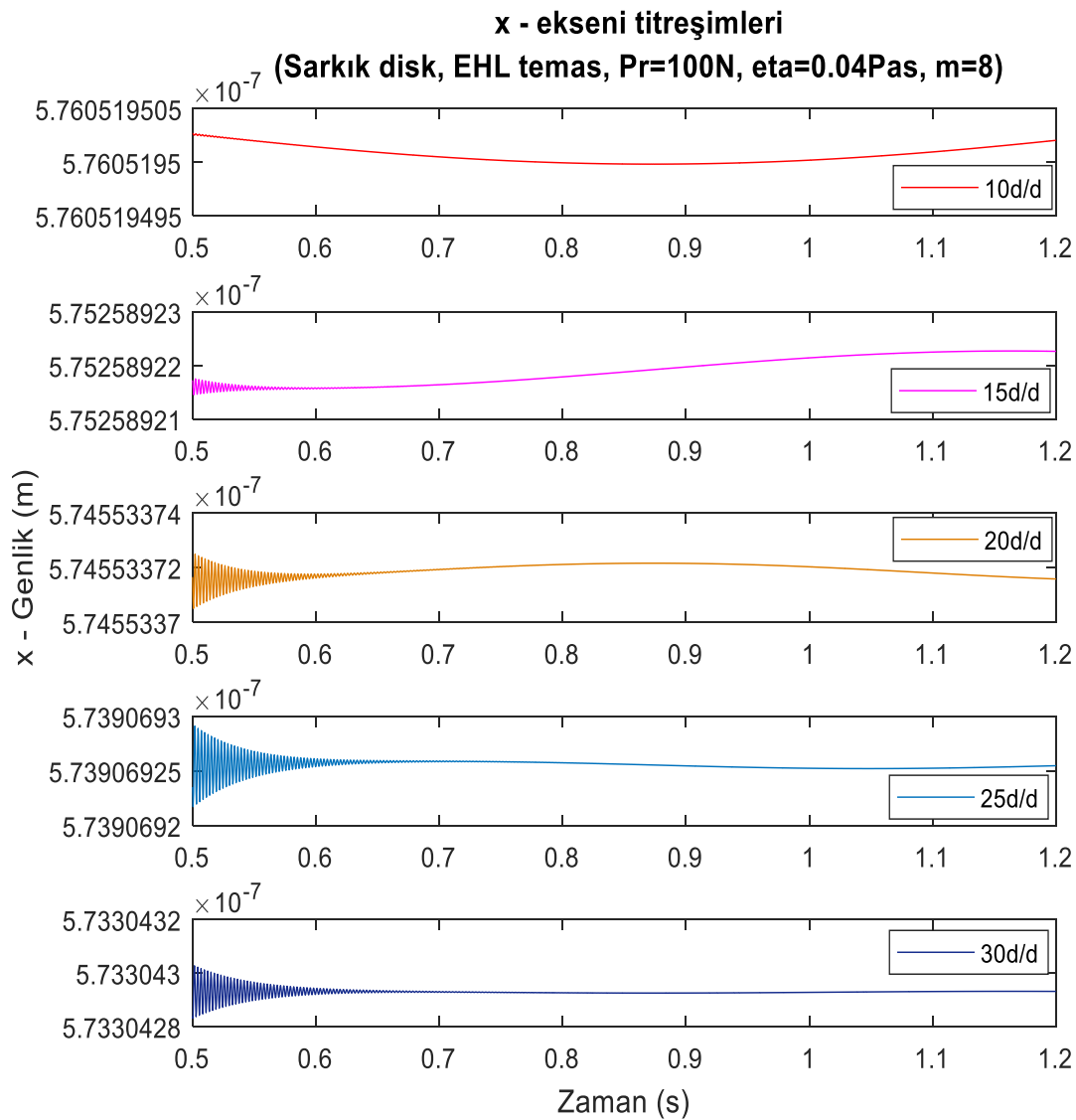


Şekil 6.97. Disk orbital hareketi (Pr=100 N, EHLtemas).

EHL temas durumu için sarkık diskin orbital yörüngesi $t=[1.19297, 1.19339, 3]$ s zaman aralığında Şekil 6.97’de görülmektedir. Burada x yönündeki genliğin y yönündeki genlikten büyük olduğu görülmektedir. Ancak simülasyona devam edildiğinde titreşim genliğinde x ve y yönündeki genliklerin sırayla arttığı gözlemlenmiştir.

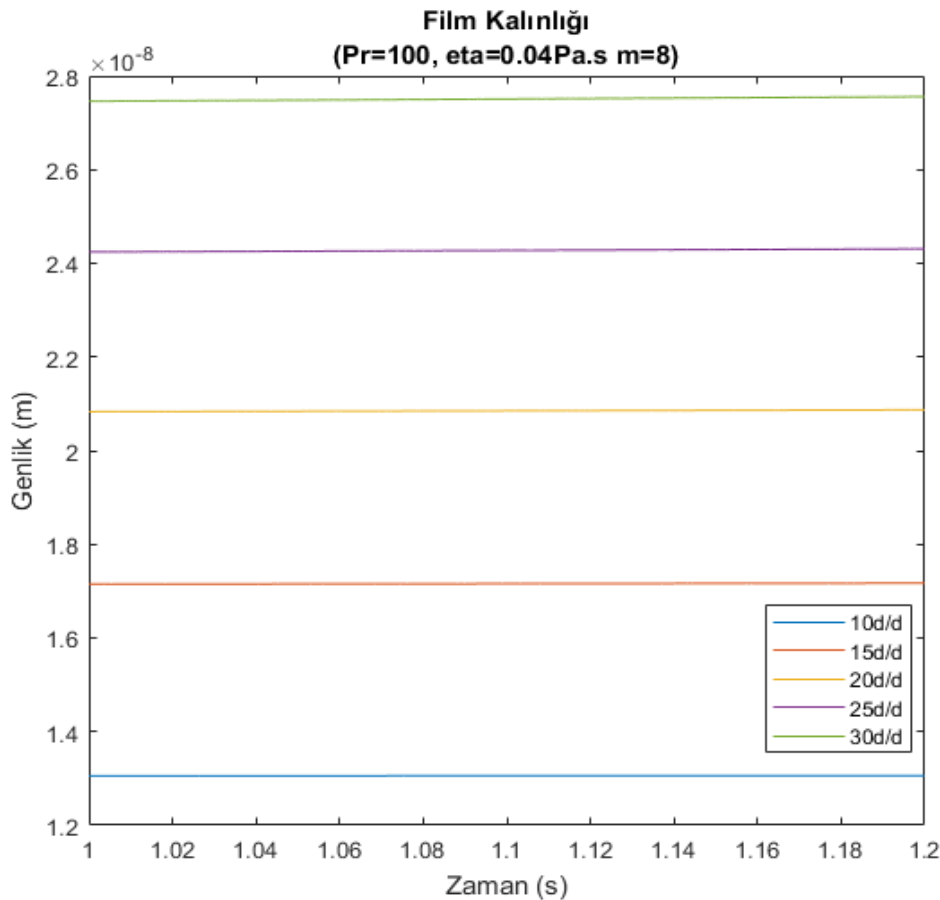
EHL temas 100 N ön yükleme, düşük hızlar:

Sarkık diskli şaft rulman sistemi, rüzgar türbinlerindeki düşük hızlı şaft rulman sistemlerindeki EHL temaslı rulmanların incelenmesi amacıyla kullanılabilir. Fakat düşük hızlarda hidrodinamik yağ filmi ya da tam yağlama rejimi oluşumu mümkün olmayacağından ve yüzeylerde pürüz teması oluşacağından temas modelinin karışık yağlama veya sınır yağlama olarak modellenmesi daha uygundur. Şekil 6.98’de düşük hızlarda sarkık diskin sırasıyla 10 d/d, 15 d/d, 20 d/d, 25 d/d ve 30 d/d’de x yönünde zaman cevabı verilmiştir. Burada diskin x eksenı yönünde düşük frekanslı titreşiminin periyodunu tamamlamadığı görülmektedir.



Şekil 6.98. Düşük hızlar için x – eksenı titreşim genlikleri ($Pr=100 N$, EHLtemas).

Düşük hızlar için film kalınlıkları Şekil 6.99’de sunulmuştur. Burada en büyük film kalınlığının 28 nm civarında olduğu görülmektedir. Temastaki katıların yüzey pürüzlüğü 50 nm ile 200 nm arasında olduğu düşünülürse bu durumda film kalınlığının pürüzlerden daha küçük olduğu dolayısıyla pürüzlerin teması oluşacaktır. Dolayısıyla düşük hızlar için Downson-Hamrock [46]film kalınlığı denklemi film kalınlığının hesaplanması için uygun değildir. Bununla birlikte, toplam sönümleyicilik değerleri belirtilen shaft hızları için x ve y eksen yönünde sırasıyla 1270 Ns/m civarında, z ekseninde ise 622 Ns/m civarında elde edilmektedir. Yağ filmi nanometreler seviyesindeyken sönümleyiciliğin yüksek çıkmaktadır. Bu durum, bu tez çalışmasında kullanılan sönümleyicilik ifadesinin, düşük boyutsuz frekalarda zamana bağlı EHL temas probleminin zaman bağımsız duruma yaklaşması nedeniyle sönümleyiciliğin hesaplanmasında tutarsızlıklar oluşturmaktan kaynaklanmaktadır. Diğer bir deyişle bu hızların, Wijnant [18] tarafından verilen sönümleyicilik ifadesinin kullanım limitinin dışında olduğu anlaşılmaktadır. Bu durumda asiptotik bir çözüm elde etmek için sistemi kuru temaslı olarak modelleyip sisteme yapay bir sönümleyicilik eklenmesi uygun bir yol olacaktır.



Şekil 6.99. Düşük hızlar film kalınlıkları (Pr=100 N, EHLtemas).

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Mekanik sistemlerde yağlamalı temas, mafsallar, motorlar, krank şaft sistemleri, bilyeli rulmanlar, kompresörler, pompalar, türbinler gibi pek çok makina bileşeninde mevcuttur. Bu tez çalışmasında rüzgar türbinlerindeki elasto-hidrodinamik yağlamalı rulmanlarla yataklanmış şaft-rulman sistemi titreşimleri incelenmiştir. Rulmanlarda, şaftının ağırlık merkezinin 5 SD hareketinden dolayı dinamik radyal, aksenal ve moment yükleri oluşmaktadır. Yağlayıcı ve katı cisim etkileşiminin modellenenebilmesi için problemdeki elastik ve hidrodinamik etkiler matematiksel olarak tanımlanmış, bunlar arasındaki bağ kurularak temas modeli oluşturulmuştur. Özellikle konsantre yükün hatasız rulmanlar arasında yataklandığı şaft rulman sistemin titreşimleri doğrusal olmayan hareket denklemlerinin çözümü yapılarak, daha sonra da asılı yükün rulmanların dışında kaldığı düşük hızlı şaft rulman sistemi modellenerek titreşim davranışı anizalizi yapılmıştır. Şaft-rulman sisteminin titreşim davranışlarını en iyi şekilde gösterebilmek için hareket denklemleri farklı ön yükleme, yağlayıcı özellikleri ve şaft hızları için çözülerek tayflar arka arkaya yerleştirilerek rulmanlara ait hıza bağlı frekanslar ve sistemin doğal frekansları elde edilmiştir. Bunun için EHL teorisi, basitleştirilmiş yuvarlanma temas teorisi, sistem dinamiği teorisi kullanılmıştır. Sisteminin hem zaman cevabı hemde Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fourier Transformation - FFT) ile frekans cevabı sunulmuştur.

Modelleme sonuçları yağlamalı sistemlerde, hız, yük, temas geometrisi, malzeme ve yağlayıcı özelliklerin arasındaki ilişkiyi ve yağlayıcının titreşim davranışına etkisini göstermiştir.

Bu bölümde modelleme ile elde edilen ve 7. bölümde verilen sonuçlar özetlenerek sıralanmış ve daha sonraki çalışmalara ışık tutacak öneriler sunulmuştur.

7.1. EHL Temas Karakteristiği

- Ön yükleme artışı ile bilyeler arasındaki yük dağılımı daha uniform olmakta, temas açısı artmakta, film kalınlığı azalmakta temas katılığı artmaktadır.
- Hız artışı ile yağ filmi kalınlığındaki oluşan artış, elastik ezilmeyi artırmakta, yağlayıcının katılığı azalsa bile temasın katılığını artırmaktadır. Ayrıca katılığın değişim frekansının da hız artışı ile arttığı görülmektedir.

- Viskozite artışı film kalınlığının azalmasına önlemekte, daha büyük yağ filmi elastik ezilmeyi artırmakta bu durum ise temasın katılaşmasına yol açmaktadır.
- Ön yükleme arttığında temas bölgesinde daha az yağ filmi oluşmaktadır. Bununla birlikte yük artışı ile birlikte temas bölgesi büyümektedir. Sönümleyicilik özellikle temas bölgesi etrafındaki viskoz sürtünme sonucu oluştuğundan ve yağ filmi kalınlığına da bağlı olduğundan yük değişimine göre sönümleyicilik değişimi karmaşıktır.
- Hız atışı ile temas basıncının artmasından dolayı vizkozite üssel olarak değişmekte bunun sonucunda sönümleyicilik doğrusal olmayan bir şekilde azalmaktadır.
- Sönümleyicilik viskoz sürtünme nedeniyle oluştuğundan viskozite arttığında enerji kaybı artmakta, bu ise sönümleyicilik değerini yükseltmektedir.
- Film kalınlığı yük ile azalmakta, hız ile artmaktadır. Bunun nedeni hız ile birlikte temas bölgesine giren yağlayıcı artmakta, buda daha fazla film kalınlığı oluşmasına yol açmaktadır. Yük artışı ise film basıncını artırmakta, temas bölgesine giren yağ miktarını azaltmaktadır.
- Bununla birlikte iç ve dış bilezikteki film kalınlıkları da farklıdır. Bunun nedeni temas geometrisidir. Rulmanlarda dış bilezikteki uyum (conformity) değeri temas kuvvetlerinin dengelenmesini sağlamak maksadıyla iç bileziktekinden biraz daha büyüktür. Bu durum uyumun büyük olduğu yerde daha kalın bir yağ filmi oluşturmaktadır.
- Viskozite artışı ile film kalınlığının arttığı görülmektedir. Film kalınlığının değişimi temas normali yönündeki harekete (squeeze motion) bağlıdır. Viskozitenin yüksek olması ezilmeye karşı koymayı artırmakta buda daha kalın bir yağ film oluşmasına yol açmaktadır.

7.2. EHL Temaslı Rulmanların Dinamik Davranışı

- EHL temas durumunda sistemin salınımının genliği ve frekansı temasta oluşan sönümleyicilik nedeniyle daha düşüktür.
- EHL temaslı rulmanlarda hız - film kalınlığı ilişkisi doğrusal olmadığından yatak katılığı ve sönümleyiciliği de doğrusal değildir. Dolayısıyla EHL temasta sistemin doğal frekansı hıza da bağımlı hale gelmektedir.
- Hız bağımlı frekanslar hem kuru temaslı hem de EHL temaslı modelde titreşim tayflarında özellikle düşük ön yükleme için görülmektedir. Rulmanlardaki hıza bağlı

frekaslar sistemin doğal frekanslarından biri ile çakıştığında rezonans oluşturmaktadır. Bu sebeple sistemin çalışma hızı bu durumdan kaçınılacak şekilde seçilmelidir.

- Ön yüklemenin artışı ile frekans tayfında hız bağımlı frekansların görülmemektedir. Sistemin doğal frekansları shaft hızına bağlı olarak değişmektedir.
- Hıza bağlı olarak film kalınlığının doğrusal olmayan bir biçimde değişmesi sonucu titreşim genlikleri ve frekansları hız ile birlikte artmaktadır.
- Viskozite artışı ile titreşim frekansı artmış, genlik ise düşmüştür. Bununla birlikte yağlayıcının basıç viskozite katsayısı titreşim karakteristiğini etkilemektedir. Yüksek viskoziteli ve düşük basınç-viskozite katsayılı yağların sistem dinamiğine pozitif katkı yaptığını görülmektedir.
- Yüksek viskozite ve düşük basınç-viskozite katsayısı sürtünme kayıplarını ve ısı üretimini artıracığından film oluşumunu ve yağlayıcı karakteristiğini olumsuz etkileyecektir. Dolayısıyla yağlayıcı seçiminde sistemin dinamik karakteristiği ve film oluşumunun güvenilirliği dikkate alınarak uygun yağlayıcı seçilmelidir.
- Düşük hızlar için film kalınlıkları yüzey pürüzlerden daha küçük mertebelerdedir. Dolayısıyla düşük hızlarda tam yağlama rejimi oluşumu mümkün olmayacağından temas modelinin karışık yağlama veya sınır yağlama olarak modellenmesi daha uygun olacaktır.

7.3. Daha Sonraki Çalışmalar İçin Öneriler

- Bu çalışmada rulmandaki bilyeler kütsüz doğrusal olmayan yay ve sönümleyici olarak modellenmiş, bilye kafes teması ihmal edilmiştir. Bilye ve kafes kütleleri modele dâhil edilmesi gerçeğe daha yakın sonuçlar verecektir.
- Bu çalışmada basit bilye hareketi ele alınmış, bilye bilezik temasında kaymanın olmadığı kabul edilmiştir. Özellikle yüksek hızlar için kayma davranışı ve bileziklerdeki temas açısında oluşan farklılaşmanın modele dahil edilmesi, kayma kuvvetleri, savrulma kuvvetleri ve jiroskopik etkilerin modele dahil edilmesine imkân sağlayacak, sistemin dinamik davranışının daha gerçekçi incelenbilmesine yol açacaktır.
- EHL temas problemi çözümü için hızlı ve stabil bir algoritma kullanılarak dinamik modelin çözümüne dahil edilmesi temas karakteristiği daha gerçekçi ve geniş kapsamlı olarak elde edilmesini sistem çözümünün daha gerçekçi olmasını sağlayacaktır.
- EHL temas karakteristiği için, değişik hız ve yük şartlarını içerek ampirik ifade türetilbilir.

- Bu çalışmada sadece sistemin serbest titreşimi incelenmiştir. Rüzgar türbinlerinde karşılaşılan dinamik yükler kullanılarak yeni benzetimler yapılabilir.
- Üretim, montaj veya çalışma sırasında meydana gelen rulman hatalarının EHL temas karakteristiğine ve sistemin dinamik davranışına etkisi incelenebilir.
- Rüzgar türbinlerinde farklı yağlama rejimleri için rulman modelleri kullanılarak hem çizgisel temas hem noktasal temas için sistem benzetimi geliştirilebilir.
- Bu çalışmada izotermal EHL temasın olduğu ve yağlayıcının Newtonian akışkan olduğu kabul edilmiştir. Yağlayıcının Newtonian akışkan davranışı göstermediği veya temas karakteristiğinde termal etkilerin dikkate alınacağı durum modele daha gerçeklik katacaktır.
- Bu çalışmada elde edilen teorik sonuçların doğrulanması için rulmanlar üzerindeki farklı yağlayıcı, yükleme ve farklı dönüş hızlarında çalışabilecek şaft rulman sistemi deney düzeneği ile benzetimlere kullanılan çalışma parametreleri ve sonuçlar test edilebilir.

KAYNAKLAR

1. Whittle, M.W.G. (2013). *Wind Turbine Generator Reliability: An Exploration of the Root Causes of Generator Bearing Failures*, Doctoral Thesis, School of Engineering and Computing Sciences Durham University United Kingdom, Durham.
2. Ribrant, J. (2009). *Reliability performance and maintenance - A survey of failures in wind power systems*, Master's Thesis, KTH School of Electrical Engineering, Stockholm, Sweden.
3. İnternet: Wind turbine - Wikipedia. URL: <http://www.wikizeroo.net/index.php?q=aHR0cHM6Ly9lbi53aWtpcGVkaWEub3JnL3dpa2kvV2luZF90dXJiaW5l>, "Son Erişim Tarihi: 14 Nov 2018".
4. İnternet: Rubén, C., Bart, B., Jakob, F., Tommaso T., Bert P., and Wim D., WT - Dynamic Behavior of Bearings on Offshore Wind Turbines, URL: https://mafiadoc.com/dynamic-behavior-of-bearings-on-offshore-wind-lirias-ku-leuven_5b72421a097c47a2478b463f.html. "Son Erişim Tarihi: 13 Nov 2018"
5. Altuğ, A.H. (2015). *Dynamic Modelling and Simulation of A Wind Turbine*, Master's Thesis, The Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical Univercity.
6. İnternet: Jonkman, B., Jonkman, J., (2016). Wind Turbine Multi-Physics Engineering Tool Document - FAST8. *National Renewable Energy Laboratory*, URL: https://wind.nrel.gov/nwtc/docs/README_FAST8.pdf, "Son Erişim Tarihi: 13 Nov 2018".
7. Yagi, S. (2004). Bearings for Wind Turbine, *NTN Technical Review*, 71(4), 41-48.
8. İnternet: Bearing Solutions and Service for Wind Turbines, *Schaeffler Technologies*. URL: https://www.schaeffler.com/remotemedien/media/_shared_media/08_media_library/01_publications/schaeffler_2/brochure/downloads_1/pwe_de_en.pdf, "Son Erişim Tarihi: 14 Nov 2018".
9. İnternet: Shaffer, S. Tribology 101 – Introduction to the Basics of Tribology, Bruker, URL: https://www.bruker.com/fileadmin/user_upload/8-PDF-Docs/SurfaceAnalysis/TMT/Webinars/Tribology_101_Webinar-1_Intro_and_Basics_29-Jan-2013.pdf, "Son Erişim Tarihi: 14 Nov 2018".
10. Özdemir, A. (2018). *Bilyalı Rulmanların Yuvarlanma Direnci Karakteristiklerinin İncelenmesi*. Doctoral Thesis, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
11. İnternet: SKF new generation super precision bearings. In: *Evolution Online*. URL: <http://evolution.skf.com/es/nueva-generacion-de-rodamientos-de-superprecision-para-husillos/>. "Son Erişim Tarihi: 23 Nov 2018".
12. Aktürk, N. (1993). *Dynamics of a rigid shaft supported by angular contact ball bearings*. Doctoral Thesis, Department of Mechanical Engineering Imperial College of Science and Technology University of London, London.

13. Karaçay, T. (2006). *Açısal Temaslı Rulmanlarla Yataklanmış Şaftların Dinamiği ve Rulman Hatalarının DeneySEL Analizi*, Doctoral Thesis, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
14. Jain, S. (2013). *Skidding and fault detection in the bearings of wind-turbine gearboxes*. Doctoral Thesis, University of Cambridge, Cambridge.
15. İnternet: Harris, T., Rumbarger, J.H. and Butterfield, C.P. (2009) Wind Turbine Design Guideline DG03: Yaw and Pitch Rolling Bearing Life. Digit Library, *National Renewable Energy Laboratory*, URL: <https://www.nrel.gov/docs/fy10osti/42362.pdf>, "Son Erişim Tarihi: 23 Nov 2018".
16. Tiwari, R. (2010). *Analysis and Identification in Rotor-Bearing Systems*, (First Edition). Guwahati: IIT All India Council of Technical Education,
17. Khonsari, M.M. and Booser, E.R. (2008). *Applied Tribology: Bearing Design and Lubrication*, (Second Edition). Chichester: John Wiley & Sons,
18. Wijnant, Y.H. (1998). *Contact dynamics in the field of elastohydrodynamic lubrication*, Doctoral Thesis, University of Twente, Enschede, the Netherlands.
19. Lugt, P.M. and Morales-Espejel, G.E. (2011). A Review of Elasto-Hydrodynamic Lubrication Theory. *Tribology Transactions*, 54(3), 470–496.
20. Jones, A.B. (1960). A General Theory for Elastically Constrained Ball and Radial Roller Bearings Under Arbitrary Load and Speed Conditions. *Journal of Basic Engineering*, 82(2), 309–320.
21. Harris, T.A. (1971). An Analytical Method to Predict Skidding in Thrust-Loaded, Angular-Contact Ball Bearings. *Journal of Lubrication Technology*, 93(1), 17–23.
22. Gupta, P.K. (1975). Transient Ball Motion and Skid in Ball Bearings. *Journal of Lubrication Technology*, 97(2), 261–269.
23. Gupta, P.K. (1979). Dynamics of Rolling-Element Bearings—Part IV: Ball Bearing Results. *Journal of Lubrication Technology*, 101(3), 319–326.
24. Gupta, P.K. (1979). Dynamics of Rolling-Element Bearings—Part III: Ball Bearing Analysis. *Journal of Lubrication Technology*, 101(3), 312–318.
25. Houpert, L. (1999). Numerical and analytical calculations in ball bearings. *TIMKEN Research Europe*, 438 (EUROPEAN SPACE AGENCY-PUBLICATIONS-ESA), 283–290.
26. Houpert, L. (1985). Fast Numerical Calculations of EHD Sliding Traction Forces; Application to Rolling Bearings. *Journal of Tribology*, 107(2), 234.
27. Houpert, L. (2000). An Engineering Approach to Hertzian Contact Elasticity—Part I. *Journal of Tribology*, 123(3), 582–588.

28. Jain, S. and Hunt, H. (2011). A dynamic model to predict the occurrence of skidding in wind-turbine bearings, 9th International Conference on Damage Assessment of Structures (DAMAS 2011). *Journal of Physics: Conference Series* 305 (2011) 012027.
29. Tu, W. Shao, Y. and Mechefske, C.K. (2012). An analytical model to investigate skidding in rolling element bearings during acceleration. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 26(8), 2451–2458.
30. Ricci, M.C. (2015). Ball's motion, sliding friction, and internal load distribution in a high-speed ball bearing subjected to a combined radial, thrust, and moment load, applied to the inner ring's center of mass: Mathematical model. *Journal of Physics: Conference Series*, 641(1), 012017.
31. Bălan, M.R.D. Stamate, V.C. Houpert, L. and Olaru, D.N. (2014). The influence of the lubricant viscosity on the rolling friction torque. *Tribology International*, 72, 1–12.
32. Wang, W. Hu, L. Zhang, S. Zhao, Z. and Ai, S. (2014). Modeling angular contact ball bearing without raceway control hypothesis. *Mechanism and Machine Theory*, 82, 154–172.
33. Tung Liao, N. and Lin, J.F. (2002). Ball bearing skidding under radial and axial loads. *Mechanism and Machine Theory*, 37(1), 91–113.
34. Wang, W.-Z. Hu, L. Zhang, S.-G. and Kong, L.-J. (2014). Modeling high-speed angular contact ball bearing under the combined radial, axial and moment loads. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 228(5), 852–864.
35. Cao, M. and Xiao, J. (2008). A comprehensive dynamic model of double-row spherical roller bearing—Model development and case studies on surface defects, preloads, and radial clearance. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22(2), 467–489.
36. Krämer, E. (1993). *Dynamics of rotors and foundations*, (First Edition) Berlin Heidelberg: Springer-Verlag,
37. Changqing, B. and Qingyu, X. (2006). Dynamic model of ball bearings with internal clearance and waviness. *Journal of Sound and Vibration*, 294(1), 23–48.
38. Chen, W. Ma, Z. Gao, L. Li, X. and Pan, J. (2012). Quasi-static analysis of thrust-loaded angular contact ball bearings part I: theoretical formulation. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 25(1), 71–80.
39. Chen, W. Ma, Z. Gao, L. Li, X. and Pan, J. (2012). Quasi-static analysis of thrust-loaded angular contact ball bearings part II: Results and discussion. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 25(1), 81–87.
40. Nakhaeinejad, M. and Bryant, M.D. (2010). Dynamic Modeling of Rolling Element Bearings With Surface Contact Defects Using Bond Graphs. *Journal of Tribology*, 133(1), 011102-011102–12.
41. Petersen, D. Howard, C. Sawalhi, N. Moazen Ahmadi, A. and Singh, S. (2015). Analysis of bearing stiffness variations, contact forces and vibrations in radially loaded double

row rolling element bearings with raceway defects. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 50–51, 139–160.

42. Hamrock, B.J. and Dowson, D. (1975). Isothermal elastohydrodynamic lubrication of point contacts I - theoretical formulation. *NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION*, (NASA TN D-8049), 33.
43. Hamrock, B.J. and Dowson, D. (1976). Isothermal elastohydrodynamic lubrication of point contacts III - Fully Flooded Results. *NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION*, (NASA TN D-8317), 33.
44. Hamrock, B.J. and Dowson, D. (1976). Isothermal elastohydrodynamic lubrication of point contacts IV - starvation results. *NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION*, (NASA TN D-8318), 34.
45. Hamrock, B.J., Schmid, S.R. and Jacobson, B.O. (1991). *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*, (First Edition). Ohio: NASA Reference Publication,
46. Dowson, D., Hamrock, B.J.D. (1981). *Ball bearing lubrication: The elastohydrodynamics of elliptical contacts*, (First Edition). New York: A Wiley-Interscience Publication,
47. Chittenden, R.J., Dowson, D., Dunn, J.F. and Taylor, C.M. (1985). A theoretical analysis of the isothermal elastohydrodynamic lubrication of concentrated contacts. II. General case, with lubricant entrainment along either principal axis of the Hertzian contact ellipse or at some intermediate angle. *Proc R Soc Lond A*, 397(1813), 271–294.
48. Chittenden, R.J., Dowson, D., Dunn, J.F. and Taylor, C.M. (1985). A theoretical analysis of the isothermal elastohydrodynamic lubrication of concentrated contacts. I. Direction of lubricant entrainment coincident with the major axis of the Hertzian contact ellipse. *Proc R Soc Lond A*, 397(1813), 245–269.
49. Lubrecht, A.A. (1987). *The numerical solution of the elastohydrodynamically lubricated line- and point contact problem, using multigrid techniques*. Doctoral Thesis, CIP-DATA Koninklijke Bibliotheek, Den Haag.
50. Mostofi, A. (1981). *Oil film thickness and pressure distribution in elastohydrodynamic elliptical contacts*. Doctoral Thesis, Department of Mechanical Engineering Imperial College of Science and Technology University of London, London.
51. Wensing, J.. (1998). *On the dynamics of ball bearings*. Doctoral Thesis, University of Twente, Enschede, the Netherlands.
52. Wijnant, Y.H., Wensing, J.A. and Nijen, G.C. (1999). The influence of lubrication on the dynamic behaviour of ball bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 222(4), 579–596.
53. Hagi, G.D. and Gafitanu, M.D. (1997). Dynamic characteristics of high speed angular contact ball bearings. *Wear*, 211(1), 22–29.
54. Chapman, J. (1995). Angular Contact Ball Bearing Dynamics, an Experimental and Theoretical Investigation. In: Dowson D, Taylor CM, Childs THC, Dalmaz G (eds) *Tribol. Ser.* Elsevier, pp 435–443.

55. Dietl, P.Wensing, J.and van Nijen, G.C. (2000). Rolling bearing damping for dynamic analysis of multi-body systems—experimental and theoretical results. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 214(1), 33–43.
56. Doguer, T. (2013). *Simulation von Wälzlagerschäden unter Berücksichtigung variabler Betriebsbedingungen*. Doctoral Thesis, Petro Tkachuk Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Fakultät für Maschinenbau Institut für Mechanik, Magdeburg,-Germany.
57. Doguer, T.Strackeljan, J.and Tkachuk, P. (2009). Using a dynamic roller bearing model under varying fault parameters. 6th Int. Conf. Cond. Monit. Mach. Fail. Prev. Technol. , pp 906–917.
58. Feyzullahoglu, E. (2009). Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Elliptic Contacts. *Journal of the Balkan Tribological Association*, 15(3), 438–446.
59. Feyzullahoğlu, Erol. (1999). *Eliptik Temaslarda Elastohidrodinamik Yağlamanın Matematiksel Modeli ve Nümerik Çözüm Yöntemi*. Doctoral Thesis, Kocaeli Üniversitesi • Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli.
60. Nijenbanning, G.Venner, C.H.and Moes, H. (1994). Film thickness in elastohydrodynamically lubricated elliptic contacts. *Wear*, 176(2), 217–229.
61. Cann, P.M.E.Damians, B.and Lubrecht, A.A. (2004). The transition between fully flooded and starved regimes in EHL. *Tribology International*, 37(10), 859–864.
62. Hirani, H. (2016). *Fundamentals of Engineering Tribology with Applications*, (First Edition). New Delhi: Cambridge University Press,
63. Goodyer, C.E. (2001). *Adaptive Numerical Methods for Elastohydrodynamic Lubrication*. Doctoral Thesis, University of Leeds, Leeds.
64. Lu, H. (2006). *High Order Finite Element Solution of Elastohydrodynamic Lubrication Problems*. Doctoral Thesis, University of Leeds, Leeds.
65. Younan, A.A. (2011). *Elastohydrodynamic Lubrication In Rolling Element Bearing: Static and Dynamic Properties*. Doctoral Thesis, Faculty of the School of Engineering and Applied Science University of Virginia, Virginia.
66. Yu, X. (2002). *A New and Effective Analysis of Elastohydrodynamic Elliptic Contact Problems*. Doctoral Thesis, Texas A & M University, Texas.
67. Vahid, D.J.Rahnejat, H.Jin, Z.M.and Downson, D. (2001). Transient analysis of isothermal elastohydrodynamic circular point contacts. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 215(10), 1159–1172.
68. Vahid, Jalali, D.Rahnejat, H.Gohar, R.and Jin, Z.M. (2000). Prediction of oil-film thickness and shape in elliptical point contacts under combined rolling and sliding motion. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 214(5), 427–437.

69. Ren, N.Zhu, D.and Wen, S.Z. (1991). Experimental method for quantitative analysis of transient EHL. *Tribology International*, 24(4), 225–230.
70. Tillema, H.G. (2001). Dynamic behaviour of ball bearing applications with constrained damping layers. Proc. IMAC-XIX Conf. Struct. Dyn. Febr. 5-8 2001 Hyatt Orlando Kissimmee Fla. , pp 130–136.
71. Mohammadpour, M.Theodossiades, S.and Rahnejat, H. (2012). Elastohydrodynamic lubrication of hypoid gear pairs at high loads. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 226(3), 183–198.
72. Sarangi, M.Majumdar, B.C.and Sekhar, A.S. (2004). Stiffness and damping characteristics of lubricated ball bearings considering the surface roughness effect. Part 1: Theoretical formulation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 218(6), 529–538.
73. Sarangi, M.Majumdar, B.C.and Sekhar, A.S. (2004). Stiffness and damping characteristics of lubricated ball bearings considering the surface roughness effect. Part 2: Numerical results and application. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 218(6), 539–548.
74. Sarangi, M.Majumdar, B.C.and Sekhar, A.S. (2005). On the Dynamics of Elastohydrodynamic Mixed Lubricated Ball Bearings. Part I: Formulation of Stiffness and Damping Coefficients. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 219(6), 411–421.
75. Sarangi, M.Majumdar, B.C.and Sekhar, A.S. (2005). On the Dynamics of Elastohydrodynamic Mixed Lubricated Ball Bearings. Part II: Non-Linear Structural Vibration. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 219(6), 423–433.
76. Patir, N.and Cheng, H. (1978). An average flow model for determining effects of three-dimensional roughness on partial hydrodynamic lubrication. *Journal of lubrication Technology*, 100(1), 12–17.
77. Datta, J.and Farhang, K. (1997). A Nonlinear Model for Structural Vibrations in Rolling Element Bearings: Part I—Derivation of Governing Equations. *Journal of Tribology*, 119(1), 126–131.
78. Datta, J.and Farhang, K. (1997). A Nonlinear Model for Structural Vibrations in Rolling Element Bearings: Part II—Simulation and Results. *Journal of Tribology*, 119(2), 323–331.
79. Zhang, Y.-Y.Wang, X.-L.and Yan, X.-L. (2012). Dynamic Behaviors of the Elastohydrodynamic Lubricated Contact for Rolling Bearings. *Journal of Tribology*, 135(2), 021501-021501–8.
80. Zhang, Y.-Y.Wang, X.-L.Zhang, X.-Q.and Yan, X.-L. (2014). Dynamic Analysis of a High-Speed Rotor-Ball Bearing System Under Elastohydrodynamic Lubrication. *Journal of Vibration and Acoustics*, 136(6), 061003-061003–11.

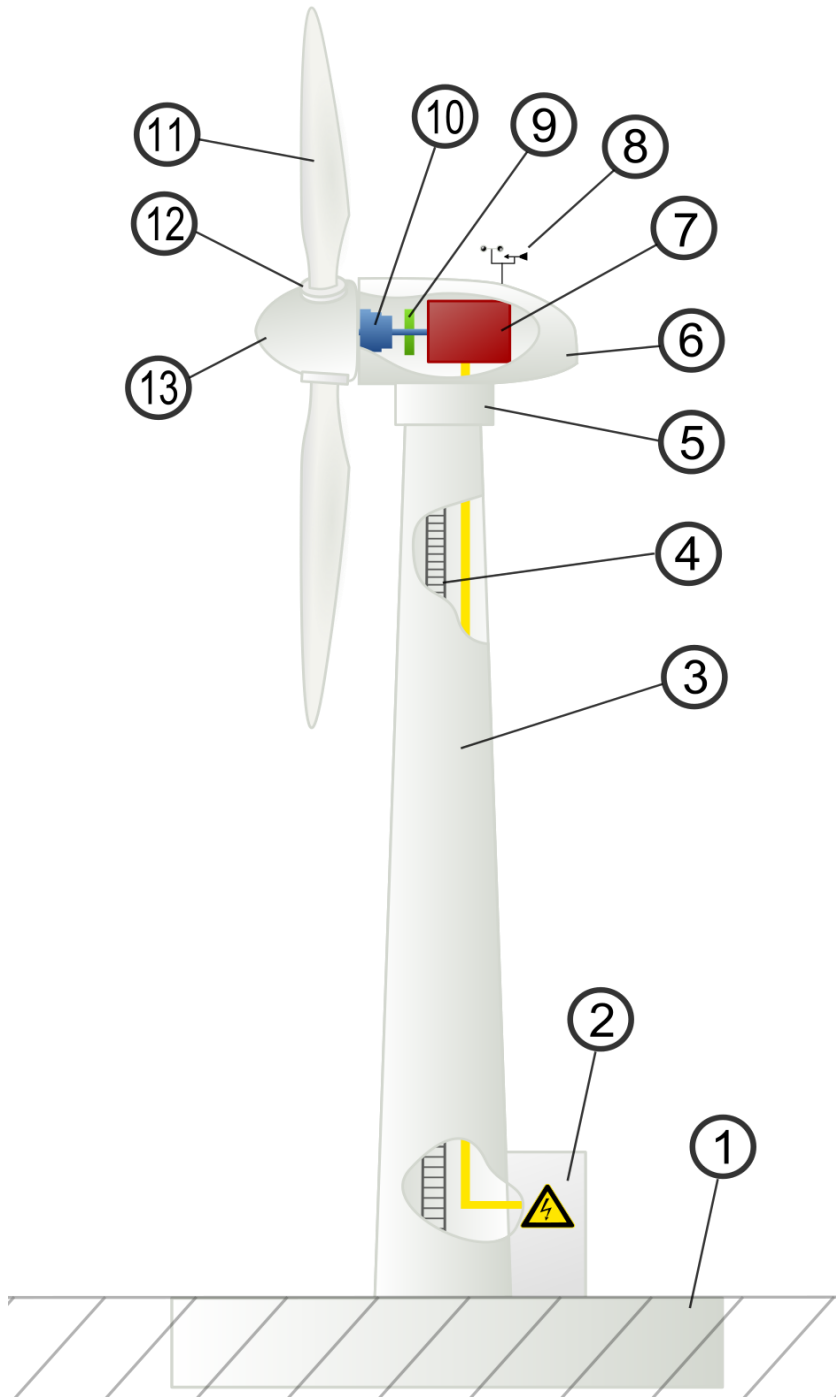
81. Tiwari, M.Gupta, K.and Prakash, O. (2000). Effect of Radial Internal Clearance of A Ball Bearing on The Dynamics of A Balanced Horizontal Rotor. *Journal of Sound and Vibration*, 238(5), 723–756.
82. Zhang, Y.Liu, H.Zhu, C.Liu, M.and Song, C. (2016). Oil film stiffness and damping in an elastohydrodynamic lubrication line contact-vibration. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 30(7), 3031–3039.
83. Zhu, D. (2002). Elastohydrodynamic Lubrication in Extended Parameter Ranges — Part I: Speed Effect. *Tribology Transactions*, 45(4), 540–548.
84. Zhu, D. (2002). Elastohydrodynamic Lubrication in Extended Parameter Ranges — Part II: Load Effect. *Tribology Transactions*, 45(4), 549–555.
85. Zhu, D. (2003). Elastohydrodynamic Lubrication in Extended Parameter Ranges — Part III: Ellipticity Effect. *Tribology Transactions*, 46(4), 585–591.
86. Zhu D. (2004). Elastohydrodynamic Lubrication in Extended Parameter Ranges—Part IV: Effect of Material Properties©. *Tribology Transactions*, 47(1), 7–16.
87. Zhu, D.and Hu, Y.-Z. (2001). Effects of Rough Surface Topography and Orientation on the Characteristics of EHD and Mixed Lubrication in Both Circular and Elliptical Contacts. *Tribology Transactions*, 44(3), 391–398.
88. Zhu, D.and Jane Wang, Q. (2011). Elastohydrodynamic Lubrication: A Gateway to Interfacial Mechanics—Review and Prospect. *Journal of Tribology*, 133(4), 041001-041001–14.
89. Harsha, S.P. (2005). Non-linear dynamic response of a balanced rotor supported on rolling element bearings. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 19(3), 551–578.
90. Tandon, N.and Choudhury, A. (1997). An Analytical Model for The Prediction of the Vibration Response of Rolling Element Bearings due to a Localized Defect. *Journal of Sound and Vibration*, 205(3), 275–292.
91. Sapanen, J.and Mikkola, A. (2003). Dynamic model of a deep-groove ball bearing including localized and distributed defects. Part 2: Implementation and results. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 217(3), 213–223.
92. Sapanen, J.and Mikkola, A. (2003). Dynamic model of a deep-groove ball bearing including localized and distributed defects. Part 1: Theory. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 217(3), 201–211.
93. Arslan, H. (2003). *Şaft Rulman Sistemindeki Bilyalı Rulman Hasarlarının Titreşim Analizi Metodu ile Tespiti*. Doctoral Thesis, Kırıkkale Univ. Fen Bil.Enst., Kırıkkale.
94. Arslan, H. (2004). Açısal Temaslı Bilyalı Rulmanlarda Bilya Titreşimlerinin İncelenmesi. *Gazi Üniv Müh Mim Fak Der*, 19(3), 305–312.

95. Karaçay, T. and Aktürk, N. (2008). Vibrations of a grinding spindle supported by angular contact ball bearings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 222(1), 61–75.
96. Rahnejat, H. and Gohar, R. (1985). The Vibrations of Radial Ball Bearings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 199(3), 181–193.
97. Aini, R., Rahnejat, H. and Gohar, R. (2000). Vibration Modeling of Rotating Spindles Supported by Lubricated Bearings. *Journal of Tribology*, 124(1), 158–165.
98. Tiwari, M., Gupta, K. and Prakash, O. (2000). Dynamic Response of An Unbalanced Rotor Supported on Ball Bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 238(5), 757–779.
99. Tiwari, R. (2005). *Analysis and Identification in Rotor-Bearing Systems*, (First Edition). Guwahati: IIT All India Council of Technical Education,
100. Jovanović, J.D. and Tomović, R.N. (2014). Analysis of dynamic behaviour of rotor-bearing system. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 228(12), 2141–2161.
101. Babu, C.K., Tandon, N. and Pandey, R.K. (2011). Vibration Modeling of a Rigid Rotor Supported on the Lubricated Angular Contact Ball Bearings Considering Six Degrees of Freedom and Waviness on Balls and Races. *Journal of Vibration and Acoustics*, 134(1), 011006–011006–12.
102. Cakmak, O. and Sanliturk, K.Y. (2011). A dynamic model of an overhung rotor with ball bearings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 225(4), 310–321.
103. Cakmak, O. and Sanliturk, K.Y. (2010). Modelling and Validation of a Rotor System With Ball Bearings. 185–192.
104. Bhoomi, S., Naik, P.U.A.P. (2015). Dynamic Analysis of Overhung Rotor System with Bearing Defect. *International Journal for Scientific Research & Development*, 3(8), 675–679.
105. Zhang, X., Han, Q., Peng, Z. and Chu, F. (2015). A new nonlinear dynamic model of the rotor-bearing system considering preload and varying contact angle of the bearing. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 22(1), 821–841.
106. Harris, T.A., Kotzalas, M.N. and Kotzalas, M.N. (2006). *Advanced Concepts of Bearing Technology, : Rolling Bearing Analysis*, (Fifth Edition). New York: CRC Press Taylor & Francis Group,
107. Antoine, J.-F., Visa, C., Sauvey, C. and Abba, G. (2006). Approximate Analytical Model for Hertzian Elliptical Contact Problems. *Journal of Tribology*, 128(3), 660–664.
108. Dowson, D., Hamrock, B.J., (1975). Numerical evaluation of the surface deformation of elastic solids subjected to a Hertzian contact stress. *NASA Technical Notes*, D-7774, 1–35.

109. Al-Rob, M.F.A.A. (2016). *Finite Difference and Finite Element Methods for Solving Elliptic Partial Differential Equations*. Doctoral Thesis, An-Najah National University, Nablus, Palestine.
110. van Leeuwen, H. (2009). The determination of the pressure—viscosity coefficient of a lubricant through an accurate film thickness formula and accurate film thickness measurements. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 223(8), 1143–1163.
111. van Leeuwen, H. (2011). The determination of the pressure–viscosity coefficient of a lubricant through an accurate film thickness formula and accurate film thickness measurements. Part 2: high L values. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 225(6), 449–464.
112. İnternet: Guo, Y., Parsons, T., King, R., Dykes, K. and Veers, P. (2015). WT, Analytical Formulation for Sizing and Estimating the Dimensions and Weight of Wind Turbine Hub and Drivetrain Components. *National Renewable Energy Laboratory*, URL: <https://www.nrel.gov/docs/fy15osti/63008.pdf>, "Son Erişim Tarihi: 14 Nov 2018".
113. İnternet: Chatterjee, A. (2009). A Brief Introduction to Nonlinear Vibrations, URL: <http://home.iitk.ac.in/~anindya/NLVnotes.pdf>, *Indian Institute of Science, Bangalore* "Son Erişim Tarihi: 14 Nov 2018".

EKLER

EK-1. Rüzgar Türbini bileşenleri ve yük hattı



Şekil E1.1 Rüzgar Türbini Bileşenleri [3]

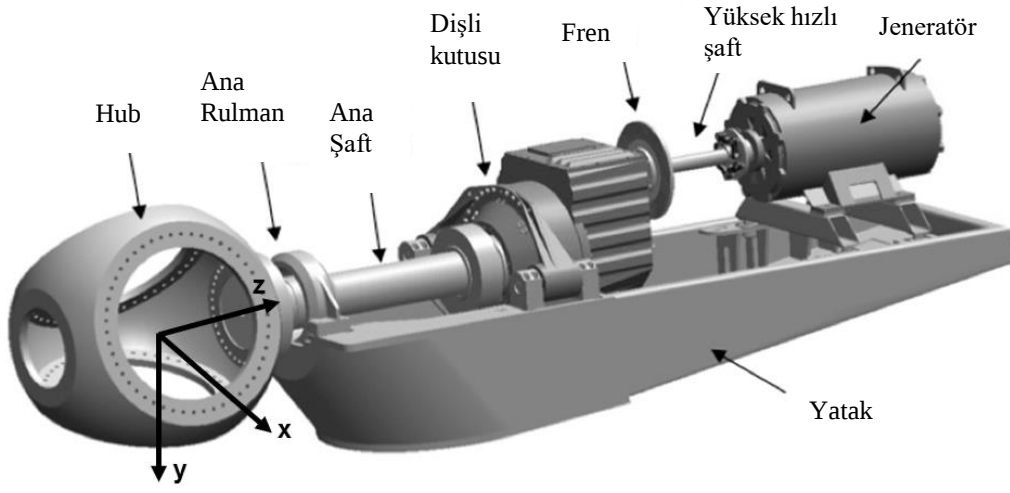
1-Temel, 2-Elektrik_Şebekesi Bağlantısı, 3-Kule, 4-Erişim Merdiveni, 5-(Yaw control), 6-Kaporta(Nacelle), 7-Generator, 8-Anemometer, 9-Elektrikli veya Mekanik Fren, 10-Dişli Kurusu-Gearbox, 11-Rotor Pervanesi, 12-Pervane pitch kontrol, 13-Rotor hub.

EK-1. (devam) Rüzgar Türbini bileşenleri ve yük hattı



Şekil E1.2 Ana şaftın dört noktadan mesnetlendiği güç iletim hattı yükleri [112]

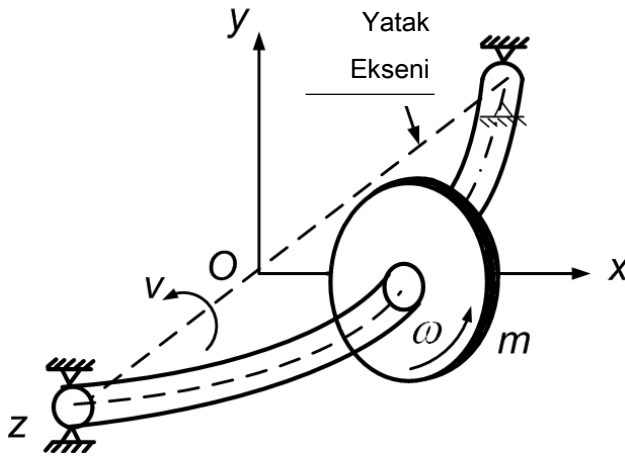
EK-1. (devam) Rüzgar Türbini bileşenleri ve yük hattı



Şekil E1.3. Rüzgar türbini transmisyon hattı [4].

EK-2. Jeffcot Rotor Modeli Çözümü

Esnek kütlesiz şaft ve kütleli disk'ten oluşan Jeffcot Rotor modeli rotor dinamiğinin incelenmesinde önemli bir basamaktır. Böyle bir sistemin kullanımı, şaft kritik hızlarının belirlenmesi, ve dönerken senkron veya asenkron şaft bükülmesi gibi davranışların incelenmesinde kolaylık sağlamaktadır. Fakat sistem dinamiğine şaft elastikiyetinden daha çok katkı yapan yatak karakteristiğini bu model göz ardı etmektedir. Günümüzde rotor dinamiğinin incelenmesi için ANSYS, ARMD, CADENSE, ComboRotor, DYNAMICS R4, DyRoBeS, iSTRDYN, MADYN, NASTRAN, ROTORDYNAMICS, RAPPID-RDA, RODYN, ROMAC, ROTECH, RSR, SAMCEF, TURBINEPAK, VT-FAST, XLRotor, XLTRC4, gibi pekçok yazılım bulunmaktadır.



Şekil E2.1. Jeffcot rotor modeli [99].

Jeffcot rotor modeli esas alınarak değişmeyen anizotropik elastikiyete sahip çapraz bağlı bir yatak ve ekzantriklik içeren ve simetrik yataklanmamış rijit rotor modeli için basit çözüm şu şekilde elde edilebilir [99].

Şekil E2.2' deki rijit şaft için hareket denklemleri (burada θ ve ϕ sırasıyla x ve y 'deki dönmelerdir) Eş.E2.1'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} &= F_x - k_{xx}x - c_{xx}\dot{x} - k_{xy}y - c_{xy}\dot{y} \\
 m\ddot{y} &= F_y - k_{yy}y - c_{yy}\dot{y} - k_{yx}x - c_{yx}\dot{x} \\
 I_d\ddot{\phi} &= M_{xz} - k_{xx}(l^2\phi) - c_{xx}(l^2\dot{\phi}) - k_{xy}(l^2\theta) - c_{xy}(l^2\dot{\theta}) \\
 I_d\ddot{\theta} &= M_{yz} - k_{yy}(l^2\theta) - c_{yy}(l^2\dot{\theta}) - k_{yx}(l^2\phi) - c_{yx}(l^2\dot{\phi})
 \end{aligned} \tag{E2.1}$$

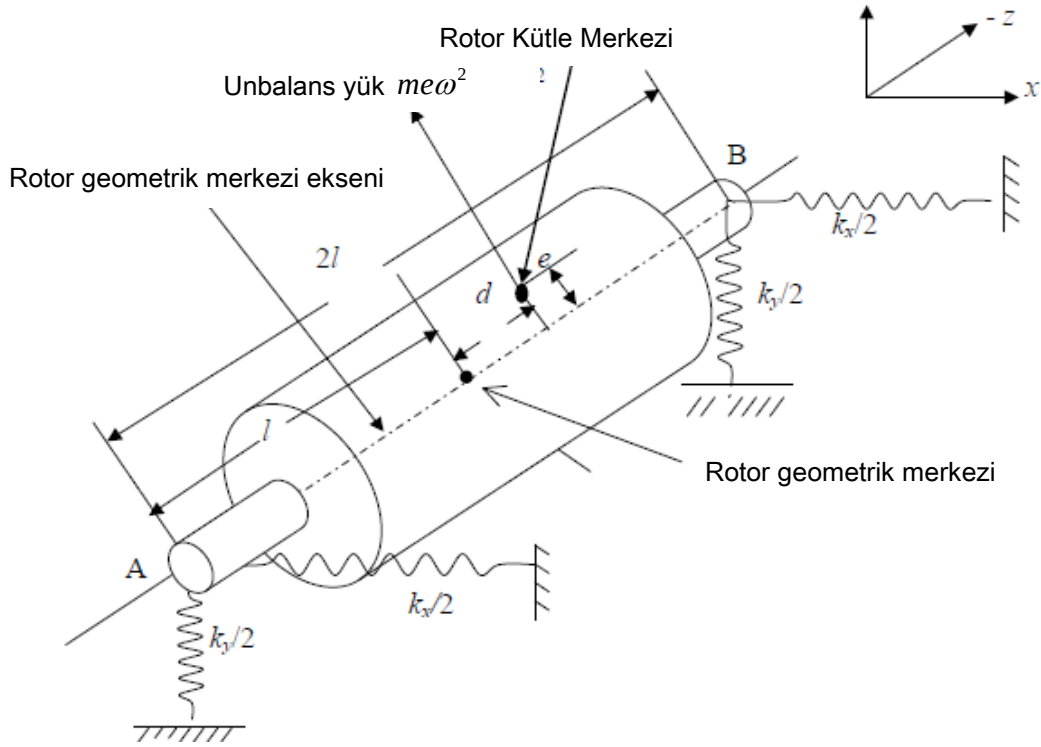
EK-2. (devam) Jeffcot Rotor Modeli Çözümü

Unbalance kuvvetleri:

$$\begin{aligned} F_x &= m\omega^2 \cos \omega t = \text{Re}(\bar{F}_x e^{j\omega t}) \rightarrow \bar{F}_x = m\omega^2 \\ F_y &= m\omega^2 \sin \omega t = \text{Re}(\bar{F}_y e^{j\omega t}) \rightarrow \bar{F}_y = -jm\omega^2 \end{aligned} \quad (\text{E2.2})$$

Unbalance kuvvetlerinin oluşturduğu momentler:

$$\begin{aligned} M_{xz} &= m\omega^2 d \cos \omega t = \text{Re}(\bar{M}_{xz} e^{j\omega t}) \rightarrow \bar{M}_{xz} = m\omega^2 d \\ M_{yz} &= m\omega^2 d \sin \omega t = \text{Re}(\bar{M}_{yz} e^{j\omega t}) \rightarrow \bar{M}_{yz} = -jm\omega^2 d \end{aligned} \quad (\text{E2.3})$$



Şekil E2.2. Cross coupling içeren anizotropik yay ve sönümleyici ile yataklanmış rijit rotor [16].

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d \end{bmatrix}; \quad [C] = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} & 0 & 0 \\ c_{yx} & c_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l^2 c_{xx} & l^2 c_{xy} \\ 0 & 0 & l^2 c_{yx} & l^2 c_{yy} \end{bmatrix}; \quad [K] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & 0 & 0 \\ k_{yx} & k_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l^2 k_{xx} & l^2 k_{xy} \\ 0 & 0 & l^2 k_{yx} & l^2 k_{yy} \end{bmatrix}; \quad (\text{E2.4})$$

EK-2. (devam) Jeffcot Rotor Modeli Çözümü

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ \phi \\ \theta \end{Bmatrix}; \quad \{f(t)\} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_{xz} \\ M_{yz} \end{Bmatrix}; \quad (\text{E2.5})$$

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f(t)\} \quad (\text{E2.6})$$

Çözüm kabulü:

$$x = Xe^{j\omega t}; \quad y = Ye^{j\omega t}; \quad \phi = \Phi e^{j\omega t}; \quad \theta = \Theta e^{j\omega t}; \quad (\text{E2.7})$$

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ \Phi \\ \Theta \end{Bmatrix}; \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \\ \bar{M}_{xz} \\ \bar{M}_{yz} \end{Bmatrix}; \quad (\text{E2.8})$$

$$(-\omega^2 [M] + j\omega [C] + [K])\{X\} = \{F\} \quad (\text{E2.9})$$

$$[D]\{X\} = \{F\} \quad (\text{E2.10})$$

Çözüm:

$$\{X\} = [D]^{-1} \{F\} \quad (\text{E2.11})$$

Burada yer değiştirme genlikleri:

$$X = \sqrt{X_r^2 + X_i^2}; \quad Y = \sqrt{Y_r^2 + Y_i^2}; \quad \Phi = \sqrt{\Phi_r^2 + \Phi_i^2}; \quad \Theta = \sqrt{\Theta_r^2 + \Theta_i^2};$$

ve faz açıları:

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{X_i}{X_r}; \quad \beta = \tan^{-1} \frac{Y_i}{Y_r}; \quad \gamma = \tan^{-1} \frac{\Phi_i}{\Phi_r}; \quad \lambda = \tan^{-1} \frac{\Theta_i}{\Theta_r};$$

ile elde edilebilir. Cross-couple esnek yataklanmış, sönüm içermeyen Jeffcott rotor için temel frekansları Rao tarafından Eş.E2.12 ile verilmiştir [99].

EK-2. (devam) Jeffcot Rotor Modeli Çözümü

$$f_{1,2}^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2} \right]^2 + \mu_1 \mu_2 \omega_1^2 \omega_2^2} \quad (\text{E2.12})$$

$$\omega_1^2 = \frac{K_1}{m}; \quad \omega_2^2 = \frac{K_2}{m}; \quad \mu_1 = \frac{K_{12}}{K_1}; \quad \mu_2 = \frac{K_{21}}{K_2}; \quad (\text{E2.13})$$

$$K_1 = \frac{K \left[2K_{zz} (2K_{yy} + K) - 4K_{zy} K_{yz} \right]}{(2K_{zz} + K)(2K_{yy} + K) - 4K_{zy} K_{yz}} \quad (\text{E2.14})$$

$$K_2 = \frac{K \left[2K_{yy} (2K_{zz} + K) - 4K_{zy} K_{yz} \right]}{(2K_{zz} + K)(2K_{yy} + K) - 4K_{zy} K_{yz}} \quad (\text{E2.15})$$

$$K_{12} = \frac{2K_{zy} K^2}{(2K_{zz} + K)(2K_{yy} + K) - 4K_{zy} K_{yz}} \quad (\text{E2.16})$$

$$K_{21} = \frac{2K_{yz} K^2}{(2K_{zz} + K)(2K_{yy} + K) - 4K_{zy} K_{yz}} \quad (\text{E2.17})$$

Burada $K = (\omega_n^2)m$ 'dir. Katılık ve doğal frekanslar tablolarından elde edilerek temel frekanslar hesaplanabilir.

EK-3. Eliptik İntegrallerin Yaklaşık Analitik Çözüm Modeli

Antoine vd. Hertz temas probleminin çözümü için yaklaşık analitik bir çözüm modeli ortaya koymuşlardır. Bu çözüm, eliptik integrallerin açık çözümü ve tablolar yerine eliptik parametresi κ 'nın bağıl eğriliklerle ilişkisini vermektedir.

Birinci ve ikinci tam eliptik integraller aşağıdaki şekilde hesaplanabilir [107].

$$\mathfrak{H}(\kappa) = (c_0 + c_1 m_1 + c_2 m_1^2) - (c_3 + c_4 m_1 + c_5 m_1^2) \ln m_1 \quad (\text{E3.1})$$

$$\mathfrak{E}(\kappa) = (d_0 + d_1 m_1 + d_2 m_1^2) - (d_3 m_1 + d_4 m_1^2) \ln m_1 \quad (\text{E3.2})$$

$m_1 = 1/\kappa^2$ ve katsayılar aşağıdaki tabloda verilmiştir. Bu yaklaşık ifade $0 \leq m_1 \leq 1$ ($\kappa \geq 1$) için geçerlidir.

Çizelge E3.1. Eliptik integral hesaplama katsayıları.

c_0	1,3862944	d_0	1
c_1	0,1119723	d_1	0,4630151
c_2	0,0725296	d_2	0,1077812
c_3	0,5	d_3	0,2452727
c_4	0,1213478	d_4	0,0412496
c_5	0,0288729		

Eliptik integrallerin yanı sıra $\kappa = (B/A)^\lambda$ arasındaki ilişkiyi kullanarak κ çözümlenmelidir.

Antoine ve arkadaşları tarafından bu ilişki aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$X = \log_{10}(B/A) \quad (\text{E3.3})$$

$$\lambda = 2/3 \left(\frac{1 + \mu_1 X^2 + \mu_2 X^4 + \mu_3 X^6 + \mu_4 X^8}{1 + \mu_5 X^2 + \mu_6 X^4 + \mu_7 X^6 + \mu_8 X^8} \right) \quad (\text{E3.4})$$

burada $\mu_1 - \mu_8$ optimasyon katsayılarıdır. κ ve eliptik integrallerini Eş. 3.23-3.28 yerine koyarak Hertz temasta meydana gelen eliptik alanın boyutları ve meydana gelen ezilme miktarı yaklaşık analitik olarak hesaplanabilir.

EK-3. (devam) Eliptik İntegrallerin Yaklaşık Analitik Çözüm Modeli

Çizelge E3.2. κ yaklaşık değerleri için optimasyon katsayıları

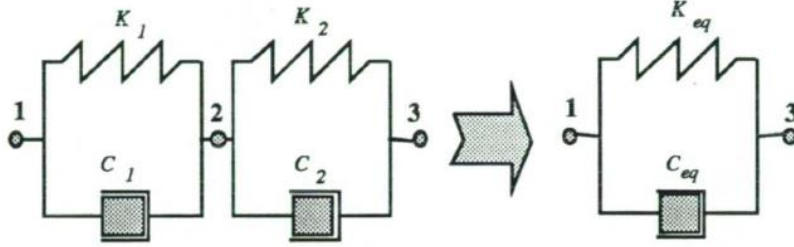
μ_1	0,40227436	μ_5	0,42678878
μ_2	$3,7491752 \times 10^{-2}$	μ_6	$4,2605401 \times 10^{-2}$
μ_3	$7,4855761 \times 10^{-4}$	μ_7	$9,0786922 \times 10^{-4}$
μ_4	$2,1667028 \times 10^{-6}$	μ_8	$2,7868927 \times 10^{-6}$

Çizelge E3.3. κ yaklaşık değerleri için optimasyon katsayıları

μ_1	0,40227436	μ_5	0,42678878
μ_2	$3,7491752 \times 10^{-2}$	μ_6	$4,2605401 \times 10^{-2}$
μ_3	$7,4855761 \times 10^{-4}$	μ_7	$9,0786922 \times 10^{-4}$
μ_4	$2,1667028 \times 10^{-6}$	μ_8	$2,7868927 \times 10^{-6}$

EK-4. Seri Bağlı Voigt Elemanın Eşdeğer Katılık ve Sönümleyiciliği

Seri bağlı iki Voigt eleman, eşdeğer yay ve sönümleyici olarak modellenebilir.



Şekil E4.1. Seri bağlı iki voigt eleman ve eşdeğeri [12].

$$(x_1 - x_2)K_1 + (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)c_1 = F_1 \quad (E4.1)$$

$$(x_2 - x_3)K_2 + (\dot{x}_2 - \dot{x}_3)c_2 = F_2 \quad (E4.2)$$

Eşdeğer yay ve sönümleyici modeli için kuvvet denge denklemi Eş.E4.3 ile elde edilebilir.

$$(x_1 - x_3)K_{es} + (\dot{x}_1 - \dot{x}_3)c_2 = F_3 \quad (E4.3)$$

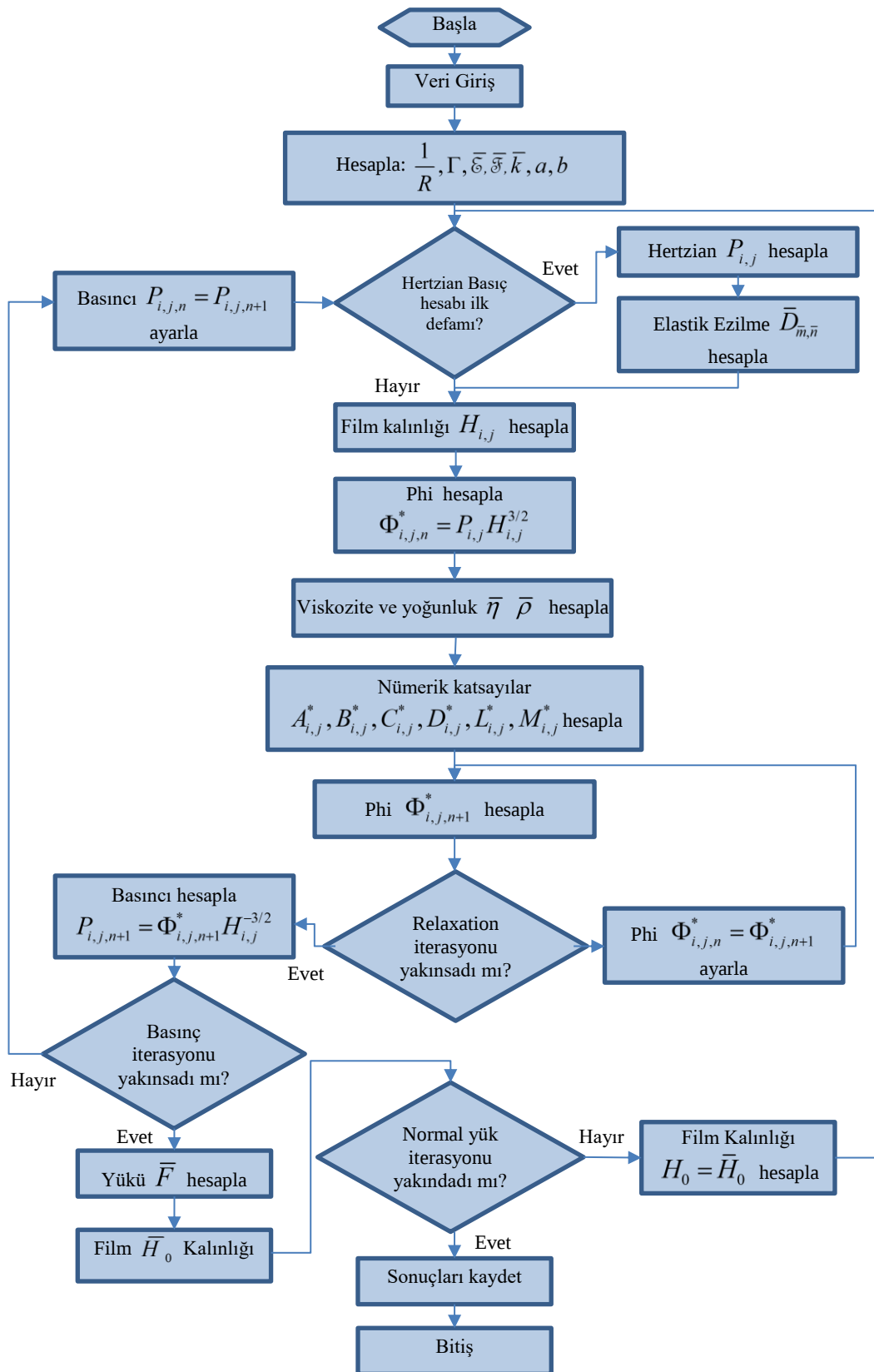
$$F_1 = F_2 = F_3 = 0 \quad \text{ve} \quad x_3 = \dot{x}_3 = 0 \quad \text{için};$$

$x_1 = Ae^{i\omega t}$ ve $x_2 = Be^{i\omega t}$ kabulü ile eşdeğer katılık ve sönümleyicilik Eş.E4.4 ve Eş.E4.5 ile elde edilebilir.

$$K_{es} = \frac{-(K_1 + K_2)(c_1 c_2 \omega^2 - K_1 K_2) + (K_1 c_2 + K_2 c_1)(c_1 + c_2) \omega^2}{(K_1 + K_2)^2 + (c_1 + c_2)^2 \omega^2} \quad (E4.4)$$

$$c_{es} = \frac{(c_1 + c_2)(c_1 c_2 \omega^2 - K_1 K_2) + (K_1 + K_2)(K_1 c_2 + K_2 c_1) \omega^2}{(K_1 + K_2)^2 + (c_1 + c_2)^2 \omega^2} \quad (E4.5)$$

EK-5. Dowson Hamrock EHL çözüm algoritması

Şekil E5.1. EHL temas problemi ϕ çözüm algoritması [46]

EK-6. Film Kalınlığı denklemleri

Gohar'in Central Film Thickness ifadesi (2001) [50, 71]

$$\frac{h_{c0}}{R_{zx}} = 1.212 \left(\frac{\alpha \eta_0 U}{R_{zx}} \right)^{3/4} \left(\frac{W}{E' R_{zx}^2} \right)^{-1/12} \left\{ 1 + \frac{2}{3} \left(\frac{R_{zy}}{R_{zx}} \right) \right\}^{-2/3} \quad (\text{E6.1})$$

Gohar – Mostafi (1982) [50, 71]

$$h_m = 3.69 W^* G^* \left\{ \left(\frac{U^*}{W^{*3/2} G^{1/2}} \right) (W^* G^*)^{-(0.0707+0.0448 \cos^2 \theta)} (1 - 0.559 \cos^3 \theta) \right\} \quad (\text{E6.2})$$

$$h_m^* = \frac{h}{R_{zx}}; \quad W^* = \frac{W}{E' R_{zx}^2}; \quad U^* = \frac{\eta_0 u}{E' R_{zx}}; \quad G^* = E' \alpha; \quad n = 0.649 - 0.0875 \cos^2 \theta \quad (\text{E6.3})$$

Chittenden (1985) [50, 71]

$$h_{c0}^* = 4.31 U^{*0.68} W^{*-0.073} G^{*0.49} \left\{ 1 - \exp \left[-1.23 \left(\frac{R_s}{R_e} \right)^{2/3} \right] \right\} \quad (\text{E6.4})$$

$$h_m^* = 3.68 U^{*0.68} W^{*-0.073} G^{*0.49} \left\{ 1 - \exp \left[-0.67 \left(\frac{R_s}{R_e} \right)^{2/3} \right] \right\} \quad (\text{E6.5})$$

$$W^* = \frac{\pi W}{2E' R_e^2}; \quad U^* = \frac{\pi \eta_0 u}{4E' R_e}; \quad G^* = \frac{2}{\pi} E' \alpha; \quad \frac{1}{R_e} = \frac{\cos^2 \theta}{R_{zx}} + \frac{\sin^2 \theta}{R_{zy}}; \quad \frac{1}{R_s} = \frac{\sin^2 \theta}{R_{zx}} + \frac{\cos^2 \theta}{R_{zy}}$$

EK-7. Doğrusal Olmayan Sistem Titreşimleri

İkinci mertebeden doğrusal olmayan katılığa sahip, unbalance kuvveti içeren örnek sistemin hareket denklemi Eş.E7.1 ile elde edilebilir.

$$\ddot{x} + c\dot{x} + x + kx^3 - F \sin \omega t = 0 \quad (\text{E7.1})$$

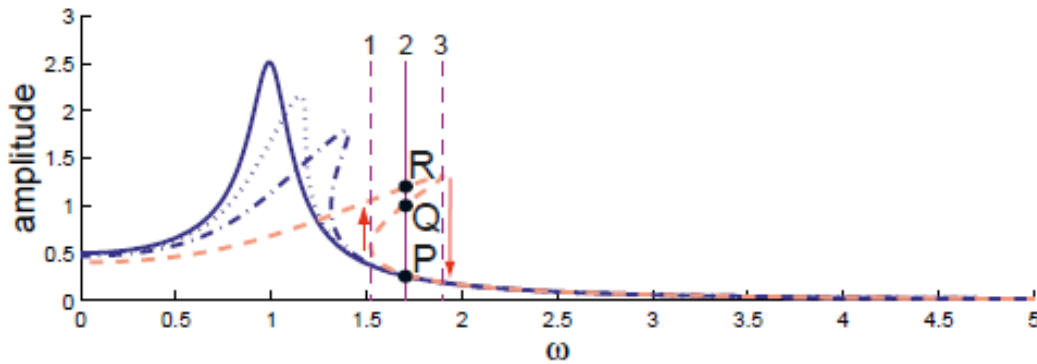
Denklemi çözümünün Eş.E7.2'deki gibi harmonik olacağı kabul edilirse;

$$x \cong A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (\text{E7.2})$$

Eş.E7.2-Eş.E7.1'de yerine konulduktan sonra elde edilen denklemi $\sin \omega t$ veya $\cos \omega t$ ile çapıp $t = [0, 2\pi / \omega]$ için integrasyon yapıp $\sin \omega t$ ve $\cos \omega t$ 'nin katsayıları sıfıra eşitlenirse Eş.E7.3-E7.4 elde edilir.

$$-A\omega^2 - cB\omega + A + \frac{3}{4}kA^3 + \frac{3}{4}kAB^2 - F = 0, \quad (\text{E7.3})$$

$$-B\omega^2 - cB\omega + B + \frac{3}{4}kA^2B + \frac{3}{4}kB^3 = 0, \quad (\text{E7.4})$$

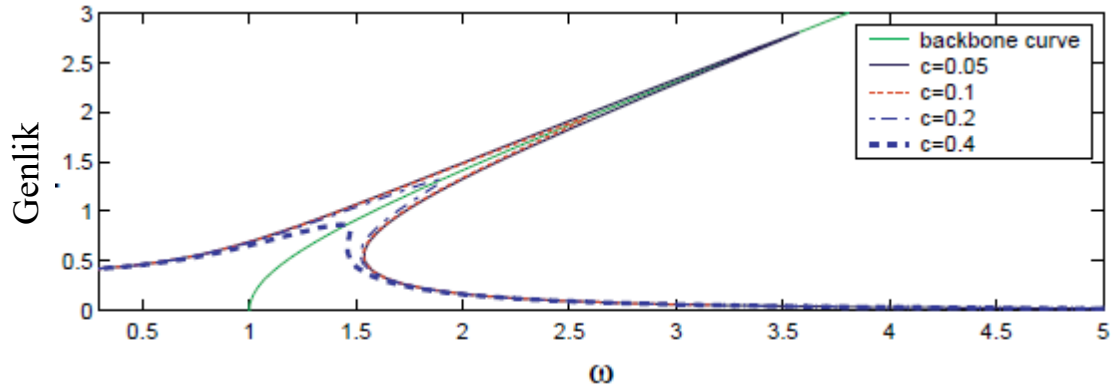


Şekil E7.1. Farklı k değerlerine göre doğrusal olmayan sistemin frekans cevabı [113].

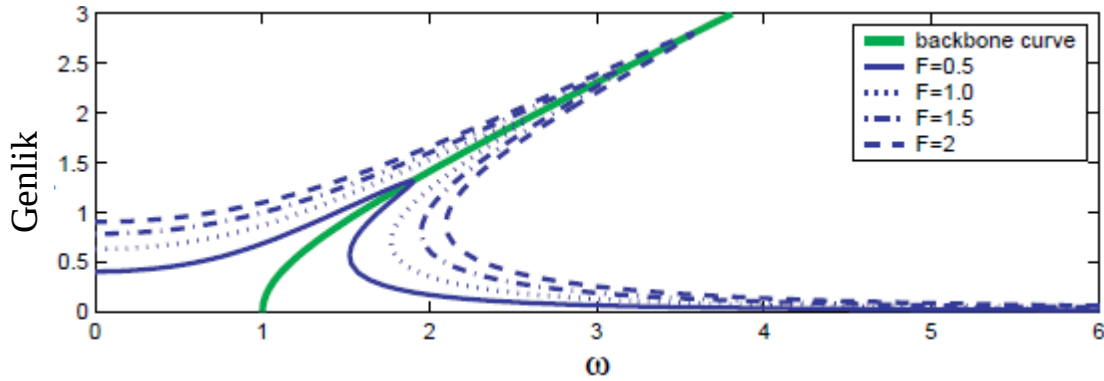
Bu iki denklemin eş zamanlı çözümü sistemin cevabının elde edilmesini sağlayacaktır. Şekil E7.1'de $c=0.2$ ve $F=0.5$ için değişik k değerlerine göre sistem cevabı görülmektedir. 'k' değeri 0'dan artırılmaya başladığında rezonans eğrisi sağa doğru yatacaktır. Burada x^3 sisteme nonlineerlik katmaktadır. Bu durumda 2 noktası için R,Q ve P noktalarında üç farklı çözüm oluşmasına yol açmaktadır. Burada sistem frekansı artırılarak 3 çizgisine geldiğinde

EK-7. (devam) Doğrusal Olmayan Sistem Titreşimleri

sistem cevabı birden alt dala geçecektir. Buradaki süreksizlik atlama (jump) davranışı olarak bilinir ve doğrusal olmayan sistemlerde görülen bir durumdur. Benzer şekilde sistem frekansı yavaş yavaş azaltıldığında ise 1 çizgisine geldiğinde sistem cevabı birden üst dala geçecektir. Şayet sistem 1 ile 3 çizgisi arasındaki bir frekansta keyfi bir başlangıç değeri için çalıştırılırsa, başlangıç değerine göre cevabı, sistem kendisi seçecektir.

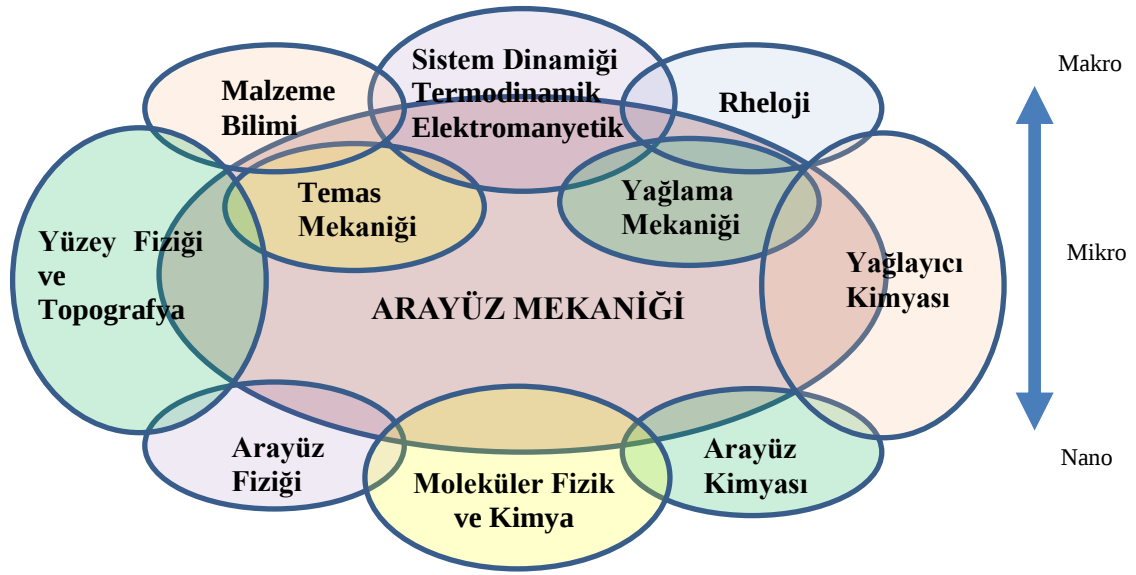


Şekil E7.2. Farklı c değerlerine göre doğrusal olmayan sistemin frekans cevabı [113].



Şekil E7.3. Farklı F değerlerine göre doğrusal olmayan sistemin frekans cevabı [113].

EK-8. Arayüz Mekaniği Kapsamı Şematik gösterimi



Şekil E8.1.Arayüz Mekaniğinin disiplinler arası ilişkisi [88].

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : BAL, Hikmet
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 06.10.1974, Kızılcabamam
 Medeni hali : Evli
 Telefon : 0 (532) 260 48 26
 e-mail : hikmet.bal@gazi.edu.tr



Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Doktora	Gazi Üniversitesi / Makine Mühendisliği	Devam ediyor
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi / Makine Mühendisliği	2006
Lisans	Gazi Üniversitesi / Makine Mühendisliği	2002
Lise	Teknik Asb. Hızlım. Lisesi / Balıkesir	1991

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2013 - Halen	MSB	Mühendis
2013-2013	Vestel Sav.San.AŞ.	Mühendis.
1992 – 2013	TSK.	BS Tekns.Asb.

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

-

Hobiler

Spor, Satranç, Sinema, Edebiyat,



GAZİ GELECEKTİR..