GAZİ ÜNİVERSİTESİ

Gazi

1926

İKİ ROBOT KOLU YARDIMIYLA SIVI TRANSFERİNİN KONTROLÜ

Babak NASERI SOUFIANI

DOKTORA TEZİ

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

GAZİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ŞUBAT 2021

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

……..

Babak NASERI SOUFIANI

12/02/2021

İKİ ROBOT KOLU YARDIMIYLA SIVI TRANSFERİNİN KONTROLÜ

(Doktora Tezi)

Babak NASERI SOUFIANI

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Şubat 2021

ÖZET

Günümüzde robotların günlük yaşamdaki kullanım alanları ve üstlendikleri roller hızla artmakta ve çeşitlilik göstermektedir. Robotlar ile sıvı taşıma işlemi de son zamanlarda üzerinde çalışma yapılmaya başlanan konular arasındadır. Bu tezde, içi sıvı dolu bir kabın iki robot kolu işbirliğiyle çalkalanmadan ve dökülmeden taşınması incelenmiştir. İki robot kol herhangi bir nesneyi birlikte hareket ettirdiğinde, kinematik olarak kapalı bir zincir oluşur ve bu durum, ele alınan sistemin matematiksel olarak karmaşıklığını artıran bir dizi kısıtlamaların ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Bu kısıt denklemleri elde edilerek iki robot kolun arasındaki konum, hız ve ivme ilişkisi elde edilmiştir. Bu çalışmada Lagrange-Euler yöntemini kullanılarak, sıvı çalkalanmasının doğrusal olmayan dinamiği, iki boyutlu ve üç boyutlu olarak modellenmiştir. Daha sonra, iki boyutlu sıvı çalkalanma dinamiğinin doğrusal modeli Genişletilmiş Taylor Serisi fonksiyonları ile elde edilmiştir. Robotların kinematik ve dinamik modellenmesinde ise sırasıyla "Denavit-Hartenberg" ve "Newton-Euler" yöntemleri kullanılmıştır. Bu tez kapsamında, çalkalanma ve dökülmeyi engellemek ve hızlı sıvı taşınımın gerçekleşmesi için "Empedans kontrol", "Kutup yerleştirme", "Doğrusal karesel düzenleyici (LQR)" ve "SDRE" kontrol yöntemleri kullanılmıştır. Empedans kontrol yöntemi, çoklu robot etkileşimlerin kontrolünde verimli sonuçlar sağlamaktadır. Ancak geleneksel empedans kontrolü, sıvı taşıma sırasında çalkalanmayı önleyememektedir. Bu nedenle, sıvı kabın taşınması sırasında çalkalanmayı başarılı bir şekilde engellemesi için empedans kontrolüne sıvı çalkalanma önleme terimi ekleyerek genişletilmiştir. Önerilen kontrolörün etkinliği, benzetimlerde gösterilmiştir. Önerilen tüm kontrol yöntemlerin sonuçları, yapılan benzetimlerde birbirleriyle teknik olarak karşılaştırılmıştır.

Bilim Kodu	:	91430
Anahtar kelimeler	:	Kooperatif robot, Sıvı çalkalanma dinamiği, Kapalı kinematik, Empedans kontrolü, SDRE kontrolü, LQR, Kutup yerleştirme kontrolü
Sayfa Adedi	:	157
Danışman	:	Prof. Dr. Mehmet Arif ADLI

CONTROL OF LIQUID TRANSFER BY DUAL-ARM ROBOT

(Ph. D. Thesis)

Babak NASERI SOUFIANI

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

February 2021

ABSTRACT

Nowadays, the use of robots has been rapidly increasing in daily life and take the roles in the various applications. The transport of liquids by robot arms without causing any slosh is one of such applications which has recently taken the attention of researchers. In this thesis, the transportation of a liquid-filled container without slosh or spilling by dual-arm cooperative robot was investigated. When a dual-arm cooperative robot grasps an object, a closed kinematic chain is formed and a set of constraints that increase the mathematical complexity of the system appear during the motion. By obtaining these constraint equations, the relationship between the position, velocity and acceleration of the dual-arm robot is provided. In this study, the nonlinear dynamics of liquid slosh (2D and 3D) is modeled by using the Lagrange-Euler equation. Then the nonlinear dynamic of 2D liquid slosh is linearized by Expanded Taylor Series functions. “Denavit-Hartenberg” and “Newton-Euler” methods are used in the kinematic and dynamic modeling of the robots, respectively. Within the scope of this thesis, "Impedance control", "Pole placement", "Linear quadratic regulator (LQR)" and "SDRE" control methods were used to prevent slosh and spilling of liquid in high-speed transportation. Impedance control method is very efficient in controlling multiple robot interactions. However, conventional impedance control cannot prevent slosh during liquid transportation. Therefore, it has been expanded by adding the anti-slosh term for suppressing slosh during transportation of the liquid container. Finally, the results of all proposed control methods were compared with each other using simulations.

Science Code	:	91430
Key Words	:	Cooperative robot, Liquid slosh dynamics, Closed-chain kinematics, Impedance control, SDRE control, LQR, Pole placement control
Page Number	:	157
Supervisor	:	Prof. Dr. Mehmet Arif ADLI

TEŞEKKÜR

Bu konu üzerinde çalışma fırsatı vererek, çalışmalarım boyunca, kıymetli bilgi, zaman ve desteklerini esirgemeyen ve her zaman değerli tecrübelerini paylaşan ve uyarıları ile yol gösteren saygıdeğer tez danışman hocam Prof. Dr. Mehmet Arif ADLI ’ya sonsuz teşekkürlerimi sunar, şükranlarımı arz ederim. Ayrıca tez çalışmalarımda katkı, tavsiye ve yönlendirmelerde bulunan tez izleme komite üyeleri Prof. Dr. Metin U. SALAMCI ve Prof. Dr. Arif ANKARALI ’ya teşekkür ederim.

Bu tez çalışmasını hayatım boyunca beni sabır ve şefkatle destekleyen sevgili Anne ve Babama ve doktora sürecinde beni sürekli motive eden ve büyük fedakârlıklarla daima yanımda olan ve asla benden yardımını esirgemeyen sevgili eşim Vafa AFSHAR ’a armağan ediyorum.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET ... iv

ABSTRACT ... v

TEŞEKKÜR ... vi

İÇİNDEKİLER ... vii

ÇİZELGELERİN LİSTESİ ... x

ŞEKİLLERİN LİSTESİ ... xi

SİMGELER VE KISALTMALAR ... xviii

1. GİRİŞ ... 1

2. SIVI ÇALKALANMA DİNAMİĞİ, “EMPEDANS” VE “SDRE” KONTROL YÖNTEMLERİNİN TEORİK ARKAPLANI ... 13

2.1. Sıvı Çalkalanma Dinamiği ... 13

2.1.1. Kütle-Yay- Damper modeli ... 13

2.1.2. Sarkaç modeli ... 16

2.2. Kontrol Yöntemleri ... 19

2.2.1. Empedans kontrolü ... 19

2.2.2. Durum-bağımlı Riccati denklem (SDRE) kontrolü ... 25

3. İKİ ROBOT KOLU İLE SIVI DOLU KAP TAŞINIM SİSTEMİNİN KİNEMATİĞİ ... 29

3.1. İleri Kinematik ... 30

3.1.1. Düzlemsel iki robotun ileri kinematiği ... 30

3.1.2. Altı serbestlik dereceli robotun ileri kinematiği ... 32

3.2. Ters Kinematik ... 35

3.2.1. Düzlemsel iki robotun ters kinematiği ... 36

3.2.2. Altı serbestlik dereceli robotun ters kinematiği ... 38

3.3. Jakobiyen Matrisi ve Kinematik Kısıt Denklemleri ... 41

Sayfa

3.3.1. Düzlemsel yapıdaki iki robotun Jakobiyen matrisi ve kısıt denklemleri .. 41
3.3.2. Altı serbestlik dereceli robotun Jakobiyen matrisi ve kısıt denklemleri ... 43
4. İKİ ROBOT KOLU İLE SIVI DOLU KAP TAŞINIM SİSTEMİNİN DİNAMİĞİ 47
4.1. Manipülatör Dinamiği 47
4.2. Sıvı Çalkalanma Dinamiği 49
4.2.1. Düzlemsel sıvı çalkalanması 49
4.2.2. Üç boyutlu sıvı çalkalanması 55
5. KONTROLCÜ TASARIMI 59
5.1. Genişletilmiş Empedans Kontrolü 59
5.2. Kutup Yerleştirme Kontrolü 60
5.3. LQR Kontrolü 62
5.4. SDRE Kontrolü 63
6. BENZETİMLER 65
6.1. Düzlemsel Sıvı Taşınımı 65
6.1.1. Kontrol uygulanmadan sıvı taşınımı 65
6.1.2. Genişletilmiş empedans kontrolü 70
6.1.3. SDRE kontrolü 76
6.1.4. Kutup yerleştirme kontrolü 88
6.1.5. LQR kontrolü 94
6.1.6. Tasarlanan kontrolcülerin karşılaştırılması 106
6.2. Üç Boyutlu Sıvı Taşınımı 112
6.2.1. Kontrol uygulanmadan üç boyutlu sıvı taşınımı 113
6.2.2. Genişletilmiş empedans kontrolü 117
7. SONUÇ VE ÖNERİLER 125
KAYNAKLAR 131

Sayfa

EKLER.. 141

EK-1. Birinci robotun (soldaki robot) ileri kinematiği:... 142

EK-2. İkinci robotun (sağdaki robot) ileri kinematiği:.. 144

EK-3. Endüstriyel robotun Jakobiyen matrisi (KUKA KR 6 R 900)............................ 146

EK-4. Doğrusallaştırılmış sistemin A ve B matrislerinin elemanları 150

EK-5. Üç boyutlu sıvı dinamiğinin denklemleri.. 153

ÖZGEÇMİŞ 156

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge **Sayfa**

Çizelge 2.1. Silindirik tank için sıvı parametreleri 19

Çizelge 3.1. D-H parametreleri 30

Çizelge 3.2. Robot kollarının D-H parametreleri 33

Çizelge 4.1. Sistem parametreleri 50

Çizelge 4.2. Sistem parametreleri 56

Çizelge 6.1. Sistem parametreleri 65

Çizelge 6.2. İstenilen hareketin parametre değerleri 68

Çizelge 6.3. Kontrol parametreleri 106

Çizelge 6.4. Sistem parametreleri 112

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil **Sayfa**

Şekil 1.1. EPSON çift-kol Robot 8

Şekil 1.2. Motoman çift-kol Robot 8

Şekil 1.3. ABB Yumi Robot 9

Şekil 1.4. Sıvı dolu kabı taşıyan kooperatif iki robot kol 11

Şekil 2.1. Eşdeğer kütle-yay-damper mekanik modeli 14

Şekil 2.2. Sarkaç modeli 17

Şekil 2.3. Bir serbestlik dereceli sistemin aktif empedans kontrolü 20

Şekil 2.4. Sabit bir cisim ile temas 21

Şekil 2.5. Aktif empedans yöntemi. (a) geri bildirim kontrol sistemi. (b) mekanik empedansı (a)'dan gerçekleştirilmektedir. 24

Şekil 2.6. Empedans kontrol blok diyagram 25

Şekil 3.1. Düzlemsel iki robot kol ve birlikte taşıdıkları sıvı dolu kabın şematik gösterimi 29

Şekil 3.2. Altı serbestlik dereceli iki robot kol ve birlikte taşıdıkları sıvı dolu kabın şematik gösterimi 30

Şekil 3.3. İki düzlemsel robot 31

Şekil 3.4. KUKA KR6 R900'ün link yapısı 32

Şekil 3.5. İki KUKA KR6 R900 robot kolların eksen takımlarının gösterimi 33

Şekil 3.6. İki düzlemsel kooperatif robot, sıvı kap ve kısıtlama vektörlerinin şematiği. 42

Şekil 3.7. İki kooperatif robot, sıvı kap ve kısıtlama vektörlerinin şematiği 43

Şekil 4.1. Linklere etkileyen kuvvet ve momentler 48

Şekil 4.2. Sıvı çalkalanmasının sarkaç modeli 49

Şekil 4.3. Üç boyutlu çalkalanma: sarkaç modeli 55

Şekil 5.1. Geri beslemeli kutup yerleştirme kontrol blok diyagramı 62

Şekil 6.1. Katı kütlenin ağırlık merkezinin izlenmesi istenen yörüngenin konum-ivme profili 66

Şekil **Sayfa**

Şekil 6.2. Çalkalanmanın büyüklüğü (Sarkacın açısı) 67

Şekil 6.3. Kabın açısı 67

Şekil 6.4. Kabın konumu 68

Şekil 6.5. Üç parçalı doğrusal hareket 68

Şekil 6.6. Katı kütlenin ağırlık merkezinin izlenmesi istenen çoklu hareket profili....... 69

Şekil 6.7. Çalkalanmanın büyüklüğü (Sarkacın açısı) 69

Şekil 6.8. Kabın açısı 70

Şekil 6.9. Kabın konumu 70

Şekil 6.10. Empedans kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I) 71

Şekil 6.11. Empedans kontrol yönteminde sıvı kabın açısı (yörünge I) 72

Şekil 6.12. Empedans kontrol yönteminde katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge I) 72

Şekil 6.13. Empedans kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge I).. 73

Şekil 6.14. Empedans kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I) ... 73

Şekil 6.15. Empedans kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)..... 74

Şekil 6.16. Empedans kontrol yönteminde kap açısı (yörünge II) 74

Şekil 6.17. Empedans kontrol yönteminde katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge II) 75

Şekil 6.18. Empedans kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge II) 75

Şekil 6.19. Empedans kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II).. 75

Şekil 6.20. SDRE kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I) 77

Şekil 6.21. SDRE kontrol yönteminde kabın açısı (yörünge I) 77

Şekil 6.22. SDRE kontrol yönteminde katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge I) 78

Şekil 6.23. SDRE kontrol yönteminde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I) 78

Şekil 6.24. SDRE kontrol yönteminde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I) 78

Şekil **Sayfa**

Şekil 6.25. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge I) 79

Şekil 6.26. SDRE kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I) 79

Şekil 6.27. SDRE kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I) 80

Şekil 6.28. SDRE kontrol yönteminde sıvı kabın açısı (yörünge I)............................... 80

Şekil 6.29. SDRE kontrol yönteminde katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge I)... 81

Şekil 6.30. SDRE kontrol yönteminde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I) 81

Şekil 6.31. SDRE kontrol yönteminde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I) 81

Şekil 6.32. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge I) 82

Şekil 6.33. SDRE kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I) 82

Şekil 6.34. SDRE kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II) 83

Şekil 6.35. SDRE kontrol yönteminde kabın açısı (yörünge II) 84

Şekil 6.36. SDRE kontrol yönteminde kabın konumu (yörünge II) 84

Şekil 6.37. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun kaba uyguladığı kuvvetler 84

Şekil 6.38. SDRE kontrol yönteminde ikinci robotun kaba uyguladığı kuvvetler (yörünge II) 85

Şekil 6.39. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge II)....... 85

Şekil 6.40. SDRE kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II) 85

Şekil 6.41. SDRE kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II) 86

Şekil 6.42. SDRE kontrol yönteminde kabın açısı (yörünge II) 86

Şekil 6.43. SDRE kontrol yönteminde kabın konumu (yörünge II) 86

Şekil 6.44. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun kaba uyguladığı kuvvetler (yörünge II) 87

Şekil 6.45. SDRE kontrol yönteminde ikinci robotun kaba uyguladığı kuvvetler (yörünge II) 87

Şekil 6.46. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge II)....... 87

Şekil 6.47. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge II)....... 88

Şekil **Sayfa**

Şekil 6.48. Kutup yerleştirme tekniğinde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I) 89

Şekil 6.49. Kutup yerleştirme tekniğinde kabın açısı (yörünge I) 89

Şekil 6.50. Kutup yerleştirme tekniğinde kabın konumu (yörünge I) 90

Şekil 6.51. Kutup yerleştirme tekniğinde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I) 90

Şekil 6.52. Kutup yerleştirme tekniğinde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I) 90

Şekil 6.53. Kutup yerleştirme tekniğinde birinci robotun eklem torkları (yörünge I).... 91

Şekil 6.54. Kutup yerleştirme tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I) 91

Şekil 6.55. Kutup yerleştirme tekniğinde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)....... 92

Şekil 6.56. Kutup yerleştirme tekniğinde kabın açısı (yörünge II)................................ 92

Şekil 6.57. Kutup yerleştirme tekniğinde sıvı kabın konumu (yörünge II) 92

Şekil 6.58. Kutup yerleştirme tekniğinde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge II) 93

Şekil 6.59. Kutup yerleştirme tekniğinde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge II) 93

Şekil 6.60. Kutup yerleştirme tekniğinde birinci robotun eklem torkları (yörünge II)... 93

Şekil 6.61. Kutup yerleştirme tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II).... 94

Şekil 6.62. LQR tekniğinde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I) 95

Şekil 6.63. LQR tekniğinde sıvı kabın açısı (yörünge I) 95

Şekil 6.64. LQR tekniğinde kabın konumu (yörünge I) 96

Şekil 6.65. LQR tekniğinde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I).. 96

Şekil 6.66. LQR tekniğinde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I).. 96

Şekil 6.67. LQR tekniğinde birinci robotun eklem torkları (yörünge I)........................ 97

Şekil 6.68. LQR tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I) 97

Şekil 6.69. LQR tekniğinde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I) 98

Şekil 6.70. LQR tekniğinde sıvı kabın açısı (yörünge I) 98

Şekil **Sayfa**

Şekil 6.71. LQR tekniğinde kabın konumu (yörünge I) 99

Şekil 6.72. LQR tekniğinde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I) 99

Şekil 6.73. LQR tekniğinde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I) 99

Şekil 6.74. LQR tekniğinde birinci robotun eklem torkları (yörünge I)......................... 100

Şekil 6.75. LQR tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I) 100

Şekil 6.76. LQR tekniğinde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)........................... 101

Şekil 6.77. LQR tekniğinde kabın açısı (yörünge II).. 102

Şekil 6.78. LQR tekniğinde sıvı kabın konumu (yörünge II) 102

Şekil 6.79. LQR tekniğinde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge II) 102

Şekil 6.80. LQR tekniğinde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge II) 103

Şekil 6.81. LQR tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II)........................ 103

Şekil 6.82. LQR tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II)........................ 103

Şekil 6.83. LQR tekniğinde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)........................... 104

Şekil 6.84. LQR tekniğinde kabın açısı (yörünge II).. 104

Şekil 6.85. LQR tekniğinde sıvı kabın konumu (yörünge II) 104

Şekil 6.86. LQR tekniğinde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge II) 105

Şekil 6.87. LQR tekniğinde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge II) 105

Şekil 6.88. LQR tekniğinde birinci robotun eklem torkları (yörünge II)....................... 105

Şekil 6.89. LQR tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II)........................ 106

Şekil 6.90. Sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I) 107

Şekil 6.91. Kabın açısı (yörünge I) 108

Şekil 6.92. Katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge I)................................ 108

Şekil 6.93. Birinci robot kolun eklem torkları (yörünge I) 108

Şekil **Sayfa**

Şekil 6.94. İkinci robot kolun eklem torkları (yörünge I).. 109

Şekil 6.95. SDRE ve LQR yöntemlerinin maliyet fonksiyonu (yörünge I).................. 109

Şekil 6.96. Sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II) 110

Şekil 6.97. Kabın açısı (yörünge II)... 110

Şekil 6.98. Katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge II) 111

Şekil 6.99. Birinci robot kolun eklem torkları (yörünge II).. 111

Şekil 6.100. İkinci robot kolun eklem torkları (yörünge II) 111

Şekil 6.101. SDRE ve LQR yöntemlerinin maliyet fonksiyonu (yörünge II) 112

Şekil 6.102. İki KUKA KR 6 R900 robot kolu ile sıvı dolu silindirik kabın taşınımı ... 113

Şekil 6.103. Katı kütlenin ağırlık merkezinin izlenmesi istenen hareket profilleri 114

Şekil 6.104. Sıvı çalkalanmanın büyüklüğü (yörünge I) 114

Şekil 6.105.Katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge I)................................ 115

Şekil 6.106. Katı kütlenin oryantasyonu (yörünge I)... 115

Şekil 6.107. Katı kütlenin ağırlık merkezinin izlenmesi istenen çoklu hareket profili... 116

Şekil 6.108. Sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II) 116

Şekil 6.109. Katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge II) 117

Şekil 6.110. Katı kütlenin oryantasyonu (yörünge II) 117

Şekil 6.111. Empedans kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I).... 119

Şekil 6.112. Empedans kontrol yönteminde katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge I).. 119

Şekil 6.113. Empedans kontrol yönteminde kabın oryantasyonu (yörünge I)................ 119

Şekil 6.114. Empedans kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge I) 120

Şekil 6.115. Empedans kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I). 120

Şekil 6.116. Empedans kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)... 121

Şekil 6.117. Empedans kontrol yönteminde katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge II) 122

Şekil 6.118. Empedans kontrol yönteminde kabın oryantasyonu (yörünge II) 122

Şekil **Sayfa**

Şekil 6.119. Empedans kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge II) 122

Şekil 6.120. Empedans kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II) 123

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	**Açıklamalar**
$\forall$	Bütün değerler için
$\in$	Elemanıdır
$\lvert \ldots \rvert$	Determinant
$\sum$	Eksen takımı
${}^{i-1}_{i}\mathbf{T}$	Dönüşüm matrisi
${}^{i-1}_{i}\mathbf{R}$	Rotasyon matrisi
$\boldsymbol{\Phi}_i$	Kısıt denklemlerin vektörü
$\mathbf{J}$	Jakobiyen matrisi
$\mathbf{J}\#$	Jakobiyen matrisin Moore–Penrose tersi
$\mathbf{P}_\times$	Vektörel çarpımı
$\mathbf{r}$	Konum ve yönelim vektörü
$\mathbf{q}$	Robot kolların eklem konum vektörü
$\mathbf{X}$	Konum ve yönelim vektörü
$\mathbf{v}$	Doğrusal hız vektörü
$\boldsymbol{\omega}$	Açısal hız vektörü
$\mathbf{M}$	Kütle ve atalet matrisi
$\mathbf{C}$	Koriyolis ve doğrusal olmayan terimlerin vektörü
$\mathbf{G}$	Yerçekimi kuvvet vektörü
$\boldsymbol{\tau}$	Robot eklemlerin tork vektörü
$\mathbf{F}$	Kuvvet vektörü
$\mathbf{M}_d$	İstenilen atalet matrisi
$\mathbf{D}_d$	İstenilen sönümleme matrisi

Simgeler	Açıklamalar
$\mathbf{K}_d$	İstenilen rijitlik matrisi
$\mathbf{K}_{d\psi}$	Çalkalanan sıvı için istenilen sıvı rijitlik matrisi
A	Sistem matrisi
B	Kontrol matrisi
u	Kontrol giriş vektörü
Q	Simetrik, pozitif veya pozitif yarı tanımlı matris
R	Simetrik, pozitif tanımlı matris

Kısaltmalar	Açıklamalar
2D	İki boyutlu
3D	Üç boyutlu
DOF	Serbestlik derecesi
LQI	Doğrusal-karesel-integral düzenleyici
LQR	Doğrusal karesel düzenleyici
LTI	Doğrusal-zamanla değişmeyen
SÇÖT	Sıvı Çalkalanma Önleme Terimi
SDC	Durum bağımlı katsayı
SDRE	Durum bağımlı Riccati denklemi

1. GİRİŞ

Günümüzde robotların günlük yaşamdaki kullanım alanları hızla artmakta ve üstlendikleri rollerde çeşitlenmektedir. Yakın gelecekte ise yeni nesil robotların, insanların günlük olağan yaşam çevresinde hiçbir ek düzenlemeye gereksinim duymadan, bağımsız veya insan ile etkileşim içinde çalışacağı öngörülmektedir. Bu kapsamda pek çok Ar-Ge çalışması yapılmaktadır. Bu alanda son on yılda ağırlıklı olarak, insanın denge ve yürüme becerilerini taklit edebilen robotlar ve yapay zeka konuları çalışılmıştır. Önümüzdeki on yılda ise, robotların, insanın daha ince motor becerilerini taklit etme üzerine geliştirilecekleri beklenmektedir. Robotların insan sağlığı için tehlikeli işlerde, insan kadar ustaca çalışabilmesi bu alanda hedeflenen çalışmalar arasında yer almaktadır. Özellikle, insan için tehlikeli kimyasal ya da radyoaktif madde içeren sıvı atıkların çevreye saçılıp dökülmeden robotlar tarafından taşınabilmesi, bu alanda çözülmeye değer problemlerin arasında yer almaktadır.

Bu tez kapsamında iki kooperatif robot kolu ile farklı viskoziteye sahip akışkan nesnelerin, çalkalanmadan ve dökülmeden taşınması ve manipülasyonu ele alınmaktadır. Robot kolu ile akışkan nesnelerin taşınması ve manipülasyonuna ilişkin çalışmalar henüz oldukça yeni olup bu konuda yapılan çalışmalar halihazırda tek robot kolu kullanarak yapılan az sayıdaki araştırmalarla sınırlıdır. Oysa insanın doğal yaşamsal çevresinde sıklıkla, önceden belirlenemeyen olağan dışı tehlikeli durumlar ortaya çıkabilmektedir. Bu tür olağan dışı durumlarda çevredeki robotların kooperatif olarak bulundukları ortamın ve insanın güvenliğini ön planda tutacak yetenekte çalışması beklenmelidir. Tek kol yerine iki robot kolunun kullanılması, daha ağır yüklerin taşınmasına olanak sağlamanın yanı sıra, taşınan nesne üzerine çift yönlü kuvvetlerin de uygulanmasına olanak verdiğinden daha kararlı ve dolayısıyla daha fazla manevra kabiliyeti sağlamakta bu nedenle buna ilişkin çalışmalar robotik araştırmaları arasında önemli bir yer tutmaktadır. Tek robot kolu ile yapılan işlerin aksine iki robot kolu ile birlikte yapılan işlerde robotların birbirleriyle hem konum hem de kuvvet etkileşimleri söz konusu olduğundan yapılan işin içeriğine bağlı olarak kullanılacak kontrol algoritmaları son derece karmaşık olabilmektedir. Katı ve esnek cisimlerin iki robot kolu ile koordineli taşınması ve/veya manipüle edilmesi konusunda çok çeşitli çalışmalar mevcuttur. Ancak kontrol mimarisi açısından çok daha karmaşık olan akışkan nesnelerin taşınımına yönelik literatürde ulaşılabilen çalışmalar arasında iki robot kolu ile yapılan herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Çalkalanma dinamiği ve çift robot kolu kontrolünün karmaşıklığı bir araya geldiğinde bu alanda çalışma olmaması anlaşılır olmaktadır. Ancak, yeni nesil robotlar için çizilen robot-robot, robot-insan işbirliği ve insan güvenliğini tehdit eden işlerin robotlara yaptırılması hedefi kapsamında, akışkan nesnelerin taşınmasına yönelik araştırmaların yapılması gereklilik olarak görülmektedir. Bu tez, zorluğu nedeniyle bakir kalmış bir probleme çözüm bulmayı hedeflemektedir. Alanındaki ilk çalışmalardan olması nedeniyle, özellikle yeni nesil robot uygulamaları kapsamındaki bilimsel araştırmalara katkı sağlayacak potansiyel taşımaktadır.

Tez kapsamında geliştirilen yöntem ve kontrol mimarisi sadece robotların koordineli olarak akışkan nesneleri taşımasında değil aynı zamanda kimya sanayii ve döküm endüstrisi gibi insanların çalışması için uygun olmayan sektörlerde ve tehlikeli sıvılar ve yakıtların tankerlerle ya da gemilerle daha emniyetli taşınmasında da kullanılabilecektir.

Sıvı dolu bir kabın transferi sırasında, hızlanma ve yavaşlamadan dolayı, sıvının serbest yüzeyinde çalkalanma veya dökülme meydana gelir. Bu nedenle, asit, erimiş metal, yakıt ve diğer patlayıcı akışkanlar gibi tehlikeli sıvılar taşınma sırasında tehlikeli sonuçlara sebep olabilir. Ayrıca, sıvının çalkalanması ve dökülmesi, istenmeyen kuvvetler ve momentler oluşturarak sıvı transfer sisteminin performansını etkilemekte ve düşürmektedir. Dolayısıyla, yüksek hızlı sıvı taşınımında sıvının çalkalanmasının ve dökülmesinin engellenmesi gerekmektedir. Bu tez kapsamında, çalkalanma ve dökülmeyi engellemek ve hızlı sıvı taşınımın gerçekleşmesi için “Empedans kontrol”, “Kutup yerleştirme”, “Doğrusal karesel düzenleyici (LQR)” ve “SDRE” kontrol yöntemleri kullanılmakta ve karşılaştırılmaktadır.

<u>Literatür taraması</u>

Literatürde sıvı çalkalanmasını önlemek amacıyla kullanılan yöntemler aktif ve pasif olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Pasif yöntemler, sıvı tabanına enerji kırıcı bir perdenin (baffle) yerleştirilmesi ile sıvının hareketinin ve dolayısıyla oluşacak olan kinetik enerjinin sönümlenmesi prensibine dayanmaktadır [1-4]. Ancak, yapılan deneysel çalışmalar göstermektedir ki uygulama biçimi ve şekilleri uygun olarak seçilse bile enerji sönümleyici perdeler, sıvının kinetik enerjisini azaltmakta fakat tamamen sönümleyememektedir. Bu durumda, sıvıdaki çalkalanma miktarının azaldığı ancak tamamen engellenemediği gözlenmiştir. Bu dezavantaj, araştırmacıları aktif yöntemler konusunda çalışmaya yöneltmiştir. Literatürde çok sayıda aktif yöntem modeli bulmak mümkündür ancak en sık kullanılan modeller "sarkaç" ve "çoklu kütle yay modeli" ismi verilen modellerdir [5-10]. Sarkaç modeli kullanılarak, çalkalanmanın daha gerçekçi mekanik benzetimi için sonsuz sayıda sarkaç modelinin toplam etkisinin modellenmesi gerekmektedir. Görece sonsuz sayıdaki sarkaç kullanımı ile sarkacın ucunda kullanılan kütlenin boyutu arasında ters ilişki vardır. Yani, sarkaç sayısına bağlı olarak mod sayıları artarken kütle miktarları düşmektedir. Bu ilişki nedeniyle, ilk temel moda karşılık gelen sıvının çalkalanan kısmı, tek bir kütle şeklinde modellenebilmektedir [11]. Bu, mühendislikte sıkça kullanılan küçük etkilerin ihmal edilebilirliği ilkesi uyarınca, sıvı çalkalanmasının basit bir ters sarkaç sistemi olarak kabul edilebilmesini sağlamaktadır. Geriye kalan sıvının çalkalanmayan kısmı ve tank kütlesi ise tek bir rijit kütle gibi modellenmektedir. Sıvı çalkalanmasının modellenmesinde, sarkaç modeli sıkça kullanılan bir yöntem olagelmiştir [5, 6, 8, 12-17]. Bir diğer sıkça başvurulan modelleme yöntemi ise çoklu kütle-yay modelleridir [9, 18-21]. Bu çalışmalarda, kütle ve yayın salınım frekansı, sıvı çalkalanmasının baskın çalkalanma modunu temsil etmektedir.

Akışkan nesnelerin, kooperatif çalışan iki robot kol ile taşınması için sıvı çalkalanma modelleri temelli yapılan ve yukarıda özeti verilen literatür çalışması tek başına yeterli değildir. Ek olarak, birlikte etkileşimli çalışan robot kolların kinematik ve dinamik modellenmesine ilişkin çalışmaların da detaylı olarak gözden geçirilmeleri gerekmektedir. En başta ifade edilmesi gereken, çalışmanın temel zorluğudur. Bu zorluk şu şekilde ifade edilebilir; kooperatif çalışan robotlar kapalı kinematik zincir oluşturduğundan seri robotlara göre modellenmeleri oldukça karmaşıktır. Bu tür durumlarda, eyletimsel artıksıllık (redundant actuation) ortaya çıkmakta ve taşınan cisim üzerinde iç kuvvetler oluşmaktadır [22-24]. Robotların birlikte taşıdıkları cismin rijit ya da esnek olmasına bağlı olarak kinematik ve dinamik model tamamen değişmektedir. Literatürde, genel olarak kooperatif çalışan robotların, katı ve yarı esnek nesnelerin taşınma ve manipülasyonuna yönelik çalışmalar yaygındır [25-29]. Ancak iki robot kol ile sıvı taşınmasına ilişkin, literatürde herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Literatürde sıvı taşınmasına ilişkin çok sayıda çalışma bulmak mümkündür, tek robot kol ile sıvı taşınması ise görece daha az çalışmanın konusu olmuştur [9, 12, 19, 30]. Bu çalışmalar, birbirlerinden farklı kontrol modelleri kullanarak sıvıdaki çalkalanmayı baskılamayı hedeflemişlerdir. Kullanılan kontrol modelleri şu şekildedir; PID (Proportional-Integral-

Derivative) kontrol [30], PD (Proportional-Derivative) kontrol [31], LQI optimal kontrol [32], H_∞ geri besleme kontrol [6, 13, 16], Lyapunov tabanlı geri besleme kontrolcüleri [19], İntegral Kayan Kip Kontrol (ISMC) [14], Kayan Kip Kontrol (SMC) [5, 11, 33, 34], giriş şekillendirici kontrol [12]. Adı geçen çalışmalardaki kontrol modelleri, çalkalanmanın bastırılması için ya sıvı seviyesini ya da sıvı tankının açısını belirli bir düzeyde tutmayı hedeflemişlerdir. Bu çalışmalarda geliştirilen kontrolcülerde, konum kontrolü esas alınmakta olup; herhangi bir kuvvet kontrolcüsü tasarlanmasına gereksinim duyulmamıştır.

Empedans kontrol üzerine yapılan ilk çalışmalardan [35-37] bu yana, bu alana gürbüz (robust) empedans kontrolü [38] ve hibrit kuvvet/hareket empedans kontrolü [39] de dahil olmak üzere farklı araştırmalar ile birçok katkı sağlanmıştır. Özellikle insan-robot etkileşimi başta olmak üzere aralarında kuvvet etkileşimi olan sistemlerin kontrol edilmesinde oldukça verimli sonuçlar sunan “Empedans Kontrol” yöntemi birçok robotik uygulamada kullanılmaktadır. Örneğin insan robot etkileşiminin kaçınılmaz olduğu rehabilitasyon robotlarında empedans kontrolün yaygın olarak kullanıldığı ifade edilebilir [40-43]. Ayrıca haptik sistemlerde ve fiziksel insan-robot etkileşimleri için farklı tiplerde empedans kontrolörleri tasarlanmış ve değerlendirilmiştir [44, 45]. Buna ek olarak, uyarlamalı empedans kontrol, robot ve çevrenin hassas matematiksel modellemesi ihtiyacını azaltma avantajını sağlamıştır [46-48].

Empedans Kontrol, robot kolunun etkileşim içinde bulunduğu ya da taşıdığı nesnelerin doğrusal olmayan dinamiğini dikkate alarak, kuvvet ya da konumu doğrudan kontrol etmek yerine kuvvet ile “konum-hız-ivme” arasındaki ilişkiyi düzenleyen robotun dinamik bir çevre ile etkileşim içinde olduğu durumlarda canlıların davranışına oldukça yakınlık gösteren bir kontrol yöntemidir. Kuvvet ve konum arasındaki ilişkiyi düzenleyen empedans kontrol yöntemi [49-53] tez kapsamında hedeflenen, çift robot kolla sıvının çalkalanmadan taşınması için en uygun kontrol yöntemi olarak öngörülmektedir.

Geliştirilen kontrol sisteminin henüz üzerinde pek fazla çalışılmayan kooperatif robotlarla sıvı taşınımı konusunda, bilimsel ve teknolojik çalışmalara önemli bir katkıda bulunması beklenmektedir. Geliştirilen kontrol sisteminden, robotların yanı sıra tehlikeli sıvılar taşıyan araçların kontrolünde de yararlanılabilecektir.

Son yıllarda teknolojideki hızlı gelişmeler ve talepler doğrultusunda doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü de hızla gelişmektedir. Doğrusal olmayan optimal kontrol için Pearson [54] 1962'de ikinci dereceden performans endeksine göre optimize edilmiş doğrusal olmayan sisteme, Duruma-Bağımlı Riccati Denklem (SDRE) yaklaşımını uygulamıştır ve bu yaklaşım 1975 yılında Wernli ve Cook tarafından geliştirilmiştir [55]. Ardından Mracek ve Cloutier tarafından SDRE geri besleme yaklaşımının lokal asimptotik olarak optimal ve lokal asimptotik kararlılık özellikleri incelenmiştir [56]. Kısa sürede SDRE yaklaşımı araştırmacıların doğrusal olmayan denetleyicilerin sistematik tasarımı için dikkatlerini çeker hale gelmiştir. Bu yöntem, doğrusal olmayan sistemlerin dinamiği, matris değerli fonksiyon ve durum vektör çarpanlarının ayrılmasına dayalıdır [55, 56]. Böylece, SDRE algoritması sistemin doğrusal olmayan özelliklerini içererek, doğrusal olmayan sistemi duruma-bağlı katsayı (SDC) matrisleri ile doğrusala benzer bir yapıya dönüştürür ve karesele benzer bir yapısıyla ikinci dereceden olmayan bir performans indeksini en aza indirir [57-59]. SDC matrislerini içeren Riccati denklemi, alt optimum kontrol kuralları elde edilmek üzere çevrimiçi olarak çözülür. Riccati denkleminin katsayıları durum uzayındaki her noktaya göre değişmektedir. Bu nedenle algoritmada, durum uzayında belirli bir noktada noktasal kararlılık için her zaman adımında cebirsel durum-bağımlı Riccati denklemi çözülür ve SDRE doğrusal olmayan geri-besleme kontrol kuralı elde edilir.

SDRE sadece mevcut durum değişkenlerine bağlı olduğundan, hesaplama işlemi çevrimiçi olarak gerçekleştirilmekte ve durum yörüngesi boyunca tanımlanmaktadır. SDRE tekniği tasarım esnekliği gibi birçok önemli avantajlar sağlamaktadır. SDRE'nin kontrol tasarımcısına sunduğu birincil avantaj, SDC'yi ayarlayarak kontrol çabası ve durum hataları arasında denge kurma imkanını sağlamasıdır [60]. SDRE yöntemi birçok farklı alanda ve uygulamalarda kullanılmaktadır. SDRE tekniği doğrusal olmayan sistemler için model referans uyarlamalı kontrol algoritması [61], tekerlekli mobil kooperatif manipülatörlerin kontrolü [62], otopilot kontrolü [63, 64], uydu ve uzay aracı kontrolü [65-67], helikopter kontrolü [68, 69], füze kontrolü [70-72], insansız hava aracı kontrolü [73], tekerlekli mobil robotlar kontrolü [62, 74, 75], ters sarkacın kontrolü [76], robot kontrolü [77] ve senkron motor kontrolü [78, 79] gibi uygulamalarda kullanılmıştır.

Modern kontrol sistemlerindeki tasarım tekniklerinin büyük bir kısmı durum geribesleme kavramına dayanmaktadır. Bu tasarım yönteminde denetleyicinin işlevi durum değişkenlerini sabit kazançlarla geri beslemektir.

Doğrusal karesel düzenleyici (LQR) tekniği, dinamik bir sistemin minimum maliyetle çalıştırılmasını sağlamaktadır. LQR, otomatik olarak uygun bir geri besleme kazanç değeri bularak maliyet fonksiyonunun minimum şekilde elde edilmesini sağlar. Maliyet fonksiyonu iki ağırlık matrisi, durum vektör ve sistem giriş olmak üzere parametrelendirilir. LQR yöntemi durum-uzay modeline dayanır ve cebirsel Riccati denklemini çözerek optimum kontrol girdisi elde etmeye çalışır. Doğrusal olmayan sistemlerde de denge noktası etrafında genişletilmiş Taylor serisi ile doğrusallaştırıldıktan sonra LQR yöntemi ile kararlı hale getirilir. LQR tekniği ile tasarlanan kontrolcüler, sistemlerin optimizasyonu, zamanla değişen sistemlerin kontrolü, çoklu giriş çoklu çıkış (MIMO) sistemlerin kontrolü gibi birçok avantajı kapsamaktadır.

Literatürde LQR tekniği ile ilgili çok sayıda çalışma yapılmıştır. Uydudaki yakıt çalkalanmasını engelleme [80], taşıt süspansiyon sisteminin aktif titreşim kontrolü [81], ters sarkacın konum kontrolü [82, 83], insansız hava aracı kontrolü [84], sıvı tankın çalkalanma kontrolü [85], Hibrit elektrikli aracın batarya şarjı [86], hexacopter uçuşunun stabilize edilmesi [87], insansı robotun dengeleme ve yürüyüşü [88] ve çift tekerli robot kontrolü [89] gibi uygulamalarda LQR tekniği kullanılmıştır.

Doğrusal bir sistemin dinamik cevabını değiştirmek için en popüler yöntemlerden birisi kutup yerleştirme yöntemidir. Kutup yerleştirme tekniği, kapalı döngü sistemlerindeki kutupları kompleks düzlem üzerinde belirlenen yerlere yerleştirerek sistemin istenen şekilde davranmasını sağlar. Doğrusal sistemlerde kutupların, sistemin kararlılığı, sistemin kararlı durum ve geçici cevabı üzerinde önemli etkisi vardır. Bu yöntemde durum-uzay formunda modellenmiş sistemin kontrol edilebilirlik matrisinin rankı sistemin mertebesine eşit olması gerekmektedir. Bu durumda zamanla değişmeyen doğrusal sistemler için kutup yerleştirme işleminin kontrol edilebilirliğinin standart formda gerçekleştirilmesi son derece kolaydır. Ancak, verilen sistem kontrol edilebilir formda değilse, bir dönüşüm matrisi yardımıyla kontrol edilebilir standart biçime dönüştürülebilir. Böyle bir dönüşüm matrisinin varlığı için gerekli ve yeterli tek şart, yukarıda da belirtmiş olduğumuz gibi sistemin bütünü ile kontrol edilebilir olmasıdır.

1972’de Ackermann, tek girişli doğrusal-zamanla değişmeyen sistemler (LTI) için açık bir formül sunmuştur [90]. Daha sonra tek girişli ve çok girişli sistemlerin kutup yerleştirme problemi ile çözülmesi için Ackermann’ın formülü Valasek ve Olgac tarafından genelleştirilmiştir [91, 92]. Yang ve Orsi statik çıkışlı geri bildirim yoluyla kutup yerleştirme tekniğini genelleştirmişlerdir [93]. Konigorski sabit çıkış geri beslemesi ile kutup yerleştirme tekniğine yeni bir analitik çözüm sunmuştur [94].

Kutup yerleştirme tekniği, çift tekerlekli robotlar [95, 96], ters sarkaç [97, 98], uzay aracı (spacecraft) [99], otonom helikopter [100], esnek bir kirişin aktif titreşim kontrolü [101], kısmen sıvı dolu tankın içindeki sıvı çalkalanmasında meydana gelen titreşimin aktif kontrolü [102], döner ters sarkaç sistemi [103], Duffing osilatörünün çatallanma kontrolü [104] ve ayrık kalman filtresine bağlı lineer kaynak robot kontrolü [105] gibi sistemlerin kontrol edilmesinde kullanılmıştır.

Daha önce de söz edildiği gibi, robot kol ile sıvı (akışkan nesneler) taşınması ve manipulasyonu oldukça yeni bir çalışma konusudur ve bu konudaki çalışmalar sınırlıdır [9, 12, 30, 106]. Robotik çalışmalarında, genel eğilim görece daha kolay olan tek kol uygulamalarının ardından eğer gerekli ise iki robot kol için de çalışılması şeklindedir. Örneğin, iki robot kolun işbirliği ile katı cisimlerin manipülasyonu çalışmaları, tek robot kolu ile ilgili çalışmalardan bir süre sonra başlamıştır [25, 29, 107-109]. Ardından çalışmalardaki gelişmeleri takiben, bir ileri aşama olarak, iki robot kol ile esnek cisimlerin manipülasyonuna ilişkin çalışmalar yoğunluk kazanmıştır [110-112]. Alandaki, doğal bilimsel gelişim akışının geldiği yer, iki robot kolu ile ya da robot-insan işbirliği ile akışkan nesnelerin taşınması probleminin çözülmesi gerekliliğidir.

Yakın gelecekte, yeni nesil robotların insanların yapmakta olduğu pek çok rutin işi devralması beklenmektedir, özellikle biyomedikal robotlarında önemli gelişmeler kaydedilmiştir. İnsanların günlük pek çok eyleminde olduğu gibi, robotların da pek çok iş için iki kollarını koordineli olarak kullanmaları kaçınılmazdır. Bu kapsamda, akışkan nesnelerin taşınmasında da iki robot kol ya da robot insan işbirliğine yönelik çalışmalara gereksinim vardır. Son zamanlarda, özellikle endüstriyel alanda, insan gibi davranabilen ve koordineli çalışan, iki kollu robot manipülatörler görülmeye başlanmıştır. ABB, MOTOMAN, Epson gibi birçok robot üreticisi firma bu konuda çalışmalar yapmaktadır [113-115]. ABB firmasının son ürünlerinden olan Yumi [113] robotu bu konudaki en çarpıcı örneklerdendir.

Şekil 1.1. EPSON çift-kol Robot

Şekil 1.2. Motoman çift-kol Robot

Şekil 1.3. ABB Yumi Robot

Amaç ve önem

Tezin amacı, farklı viskozite değerlerine sahip akışkan nesnelerin iki robot kolun koordinasyonu ile çalkalanmadan ve dökülmeden taşınması ve manipülasyonuna yönelik hassas bir kontrolcü geliştirmektir. Tezin amaçları aşağıdaki şekilde listelenmiştir:

- İki robot kol ile kooperatif şekilde sıvı dolu kap taşınım sisteminin kinematik ve dinamik modellerinin çıkarılması,
- İki robot kol ile sıvı dolu kabın taşınması ve manipülasyonu esnasında, sıvı taşıma sisteminin doğrusal olmayan dinamiği dikkate alınarak, empedans kontrol yöntemi ile sıvı çalkalanmasından kaynaklanan bozucu etkilerin yok edilerek sıvı kabın istenilen yörüngelerde taşınması,
- Sıvı çalkalanmasından kaynaklanan bozucu etkileri yok etmek için “SDRE” doğrusal olmayan optimal kontrol yönteminin kullanılması, böylece, minimum maliyet ile sıvı dolu kabın istenilen yörüngelerde çalkalanmadan ve dökülmeden taşınmasının gerçekleştirilmesi,
- Doğrusal olmayan sıvı çalkalanma dinamiğini doğrusallaştırarak, modern kontrol yöntemlerinden “LQR” ve “kutup yerleştirme” teknikleri ile sıvı kabın taşınması.

Geliştirilen bu kontrol sistemleri ile üzerinde henüz pek fazla çalışılmayan “robotlarla akışkan nesne taşınımı ve manipülasyonu” konusundaki bilimsel ve teknolojik çalışmalara katkıda bulunulması hedeflenmiştir. Böylelikle, robotların günlük yaşamımızdaki pek çok farklı kullanım alanının yanı sıra, özellikle dökümhane, kimyasal ve ilaç üretim tesisleri gibi insan sağlığı açısından tehlike oluşturan işlerin otomasyonla yapılmasını sağlanabilecektir.

Robotik çalışmalarında tek kol yerine beraber çalışan iki kolun kullanılması, hem daha ağır yüklerin taşınmasına hem de taşınan nesne üzerine çift yönlü kuvvetlerin uygulanmasına olanak sağlamaktadır. Bu çift yönlü kuvvetler, modellenen sistemin daha kararlı olmasını sağlayarak sisteme hızlı manevra kabiliyeti kazandırmaktadır. Bu avantajlar sebebi ile bu konuya ilişkin çalışmalar robotik araştırmaları arasında önemli bir yer tutmaktadır.

Tezin yapısı

Yukarıda belirtildiği üzere, tez çalışmasının temel hedefi değişik viskoziteye sahip akışkan nesnelerin koordineli çalışan iki robot kolu ile hızlı ve güvenli bir şekilde manipüle edilmesi ve çalkalanmadan taşınmasını sağlayacak bir kontrolcü tasarımıdır.

Bu tez kapsamında robotlar ile sıvı taşınımı iki farklı senaryoda incelenmektedir: (1) kooperatif iki düzlemsel robot kol ile sıvı taşınımı, (2) kooperatif iki altı serbestlik dereceli robot kol ile sıvı taşınımı, ayrıca doğrusal olmayan sıvı çalkalanma dinamiğin matematik modeli de iki ve üç boyutlu olarak çıkarılmaktadır. Sıvı taşınması esnasında çalkalanma/dökülme olmaması ve sıvı transferinin hızlı gerçekleşebilmesi için dört farklı kontrol yöntemi kullanılmıştır. Tezin konu ve kapsamı doğrultusunda aşağıdaki çalışmalar geliştirilmiştir.

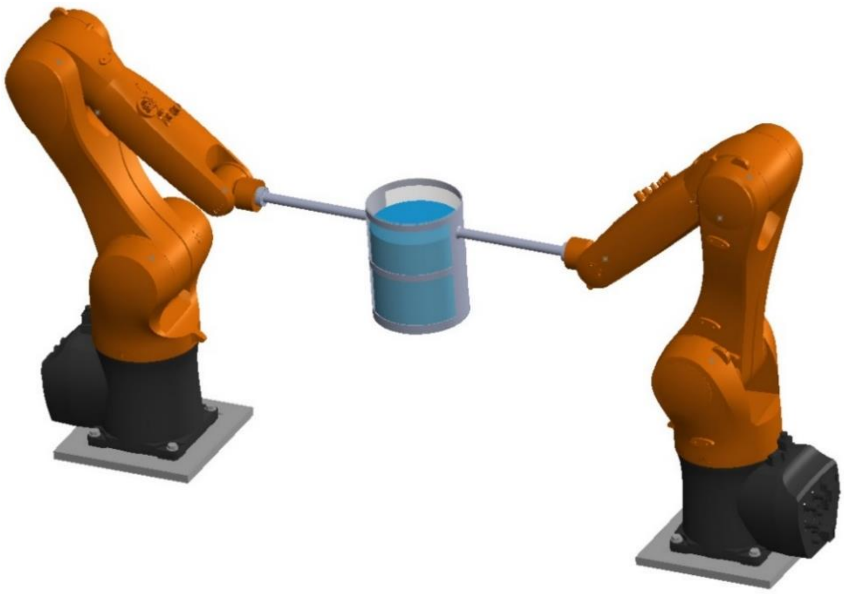
Tezin ikinci bölümünde, sıvı dinamiğinin mekanik modellenmesi ile ilgili genel bilgiler sunulmuştur. Mekanik modelleme iki yöntemle yapılmıştır: 1) kütle-yay-damper serisi, 2) sarkaç dizileri. Ayrıca çalkalanmadan sıvı kabın taşıması için kullanılan kontrol yöntemlerinin tanımları yapılmıştır.

Üçüncü bölümde, kooperatif iki robot kol ile akışkan nesnelerin taşınması kinematiğinin matematik modeli çıkarılmıştır. Bu bölümde, ilk olarak robotların ileri kinematik eşitlikleri elde edilmiştir. Ardından, bu ileri kinematik denklemlerin kullanılmasıyla, sistemin ters kinematik ifadeleri analitik olarak çıkarılmıştır. Bu amaçla robot uç işlevcisi ve robot kolların arasındaki hız ilişkisini tanımlayan Jakobiyen matrisi elde edilerek, kooperatif çalışan robotların oluşturduğu kapalı kinematik zincir denklemleri elde edilmiştir.

Dördüncü bölümde, sıvı kap ve sıvı çalkalanma dinamiğinin matematik denklemleri iki ve üç boyutlu olarak çıkarılmıştır. Sıvı çalkalanmasının gerçekçi mekanik benzetimi için sarkaç sistemi ile modellenmiştir. Lagrange denklemleri kullanılarak bu modelleme gerçekleştirilmiştir. Doğrusal olmayan iki boyutlu sıvı çalkalanma dinamiğinin, durum-uzay formunda elde edilmesi için duruma bağlı Katsayılar (SDC) matrisleri kullanılmıştır. Ardından, genişletilmiş Taylor serisi fonksiyonları ile doğrusal olmayan sıvı çalkalanma dinamiği doğrusallaştırılmıştır. Robot kolların dinamik modellenmesinde ise Newton-Euler yöntemi kullanılmıştır.

Beşinci bölümde, ilk iki bölümde oluşturulan model kullanılarak empedans kontrol algoritması geliştirilmiştir. Bu çalışmada, geleneksel empedans kontrol sıvı çalkalanma önlenmesinde başarısız olduğundan dolayı, sıvı çalkalanma önleme terimi kontrol kuralına eklenmiştir. Böylece sıvının çalkalanması nedeniyle oluşan bozucu kuvvetler ve momentler yok edilmektedir. Ayrıca bu bölümde, sıvı çalkalanma önlenmesinde kullanılan optimal kontrol yöntemlerinden SDRE ve LQR yöntemleri anlatılmaktadır. Son olarak, sıvının çalkalanmasının önlenmesi için kutup yerleştirme tekniği uygulanmıştır.

Altıncı bölümde, ilk olarak herhangi bir kontrol algoritması uygulanmadan iki robot kol ile sıvı taşınımın benzetimi MATLAB/Simulink ortamında gerçekleştirilmiştir. Ardından, tasarlanan çeşitli kontrolörlerin benzetimleri farklı yörüngeler için gösterilmiştir. Son olarak elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 1.4. Sıvı dolu kabı taşıyan kooperatif iki robot kol

2. SIVI ÇALKALANMA DİNAMİĞİ, "EMPEDANS" VE "SDRE" KONTROL YÖNTEMLERİNİN TEORİK ARKAPLANI

2.1. Sıvı Çalkalanma Dinamiği

Genelde, rijit kaplardaki sıvının hidrodinamik basıncının iki ayrı bileşenden oluştuğu kabul edilmektedir. Birinci bileşen, sıvının çalkalanmayan kısmının kütlesi ve tank kütlesini içerir. Bu bileşen için tankın ve sıvının birlikte hareket ettiği düşünülür. İkinci bileşen ise, sıvının serbest yüzeyinde çalkalanmaya neden olan ve "konvektif" basınç olarak isimlendirilen etmendir. Doğrusal düzlemde sıvı hareketi, çoğunlukla ya kütle-yay-damper serisi olarak ya da basit sarkaç dizileri şeklinde modellenmektedir. Doğrusal olmayan çalkalanma ise, genellikle küresel veya bileşik sarkaç şeklinde modellenmektedir [116]. Bu bölümde [116]'te yer alan bilgiler esas alınarak sıvı çalkalanma modeli özetlenmiştir.

Sözü edilen mekanik modellerin oluşturulması için gerekli kabuller aşağıdaki gibi listelenebilir [116]:

1. Eşdeğer kütleler ve atalet momentleri korunmalıdır.
2. Ağırlık merkezi, küçük salınımlar için aynı kalmalıdır.
3. Sistemin modu, salınımların (çalkalanma) modu ile aynı olmalı ve aynı sönüm kuvvetlerini üretmelidir.
4. Belirli bir uyarım altında üretilen kuvvet ve moment bileşenleri gerçek sistem tarafından üretilenler ile eşdeğer olmalıdır.

2.1.1. Kütle-Yay- Damper modeli

Şekil 2.1'de suyun çalkalanmasının modellenmesi üzerine geliştirilmiş eşdeğer bir mekanik modelinin şematik diyagramı gösterilmektedir. Burada m_0 tank ile birlikte hareket eden sıvının kütlesidir. Sıvının çalkalanan kısmı ise birden sonsuza kadar her biri bir çalkalanma moduna denk gelecek şekilde bir dizi kütle yay damper modeli ile modellenmektedir. Burada m_n kütlelerinin $(n = 1,2,3 \ldots \infty)$ toplamı, çalkalanan sıvının toplam kütlesidir. Her bir m_n modal kütlesi, k_n gibi bir yay ve c_n gibi bir damper tarafından kısıtlanmaktadır [116]. Bu durumda eşdeğer mekanik model aşağıdaki koşulları sağlamalıdır:

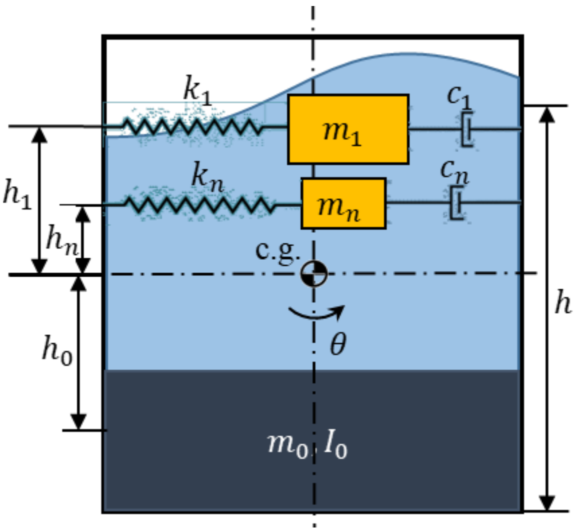
Akışkanın toplam kütlesi

$$m_F = m_0 + \sum_{n=1}^{\infty} m_n \tag{2.1}$$

Burada m_F sıvının toplam kütlesidir.

Akışkanın atalet momenti: Katı gibi davrandığı kabul edilen m_0 kütlesinin merkezinden geçen y-ekseni etrafındaki atalet momenti aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$I_f = I_0 + m_0 h_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} m_n h_n^2 \tag{2.2}$$



Şekil 2.1. Eşdeğer kütle-yay-damper mekanik modeli

Kütle merkezinin korunması için Eş. 2.3 sağlanmalıdır.

$$m_0 h_0 - \sum_{n=1}^{\infty} m_n h_n = 0 \tag{2.3}$$

Yay sabitleri K_n doğal frekans tanımından elde edilebilir. Örneğin, bir silindir tank için

$$\omega_n^2 = \frac{K_n}{m_n} = \left(\frac{g\xi_{1n}}{R}\right) \tanh\left(\frac{h\xi_{1n}}{R}\right) \tag{2.4}$$

Burada, g yerçekimi sabiti, R silindir yarıçapı, h sıvı yüksekliği ve ξ_n n'inci çalkalanma modunun birinci türden Bessel fonksiyonunun türevinin köküdür. İlk temel mod için, ξ_1= 1.841 [116].

n sayıda farklı kütlenin kap duvarına göre bağıl yer değişimi x_n olarak ifade edilmektedir. Kabın yer değişimi x ve Şekil 2.1'de gösterilen ve ağırlık merkezinden geçen y-ekseni etrafındaki dönme hareketi ψ'dir. Lagrange denklemi kullanarak eşdeğer modelin hareket denklemleri şu şekilde elde edilebilir:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} L\right) + \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} D - \frac{\partial}{\partial q_i} L = Q_i \tag{2.5}$$

Burada Lagrange $L = T - V$'dir, q_i genelleştirilmiş koordinatlar, Q_i genelleştirilmiş kuvvetler, D sistemin Rayleigh dağılım enerji fonksiyonu, T ve V sırasıyla sistemin kinetik ve potansiyel enerjileridir.

Kinetik enerji:

$$T = \frac{1}{2} m_0 \left(\dot{x} - h_0 \dot{\theta}\right)^2 + \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} m_n \left(\dot{x}_n + \dot{x} + h_n \dot{\theta}\right)^2 \tag{2.6}$$

Potansiyel enerjisi:

$$V = \frac{1}{2} g \theta^2 m_0 h_0 - \frac{1}{2} g \theta^2 \sum_{n=1}^{\infty} m_n h_n - g\theta \sum_{n=1}^{\infty} m_n x_n + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} k_n x_n^2 \tag{2.7}$$

Rayleigh dağılım enerjisi

$$D = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \dot{x}_n^2 = \sum_{n=1}^{\infty} m_n \omega_n \zeta_n \dot{x}_n^2 \tag{2.8}$$

$C_n = 2 m_n \omega_n \zeta_n$, ve ζ_n eşdeğer damperin sönüm faktördür. Genelleştirilmiş koordinatlar q_i, ve genelleştirilmiş kuvvetler Q_i, aşağıdaki vektörler tarafından verilmektedir:

$\{q_i\} = \{x\ x_n \theta\ \gamma\}^T, \qquad \{Q_i\} = \{-F_x\ 0\ M_y\ 0\}$

Lagrange denklemi uygulanarak hareket denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir.

Kuvvet denklemi

$$m_0(\ddot{x} - h_0\ddot{\theta}) + \sum_{n=1}^{\infty} m_n(\ddot{x}_n + \ddot{x} + h_n\ddot{\theta}) = -F_x \tag{2.9}$$

n'inci modun çalkalanma denklemi

$$m_n(\ddot{x} + \ddot{x}_n + h_n\ddot{\theta}) + K_n x_n + 2m_n\omega_n\zeta_n\dot{x}_n - m_n g\theta = 0 \tag{2.10}$$

Moment denklemi

$$I_0\ddot{\theta} + m_0 h_0(\ddot{x} - h_0\ddot{\theta}) - g\sum_{n=1}^{\infty} m_n x_n + \sum_{n=1}^{\infty} m_n h_n(\ddot{x}_n + \ddot{x} + h_n\ddot{\theta}) = M_y \tag{2.11}$$

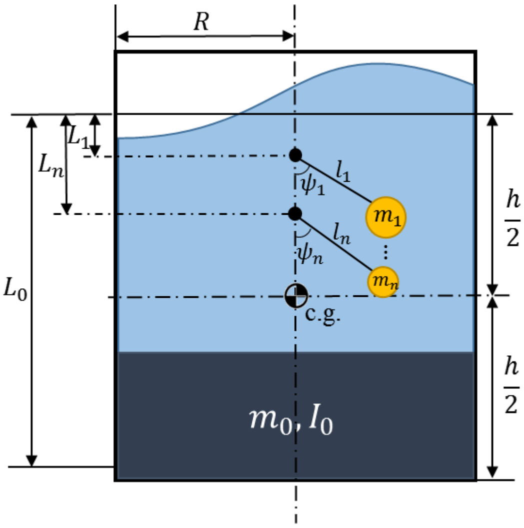
Eş. 2.9-2.11 sıvının taşınım ve çalkalanmasını tam olarak ifade eden eşdeğer bir modeldir. Moment denkleminden, sıvının, katı bir cisme eşdeğer kütlesinin atalet momenti aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$I_{rigid} = I_0 + m_0 h_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} m_n h_n^2 \tag{2.12}$$

2.1.2. Sarkaç modeli

Şekil 2.2'de gösterildiği gibi sıvı çalkalanmasının sarkaç modeli m_n kütle dizisinden, l_n uzunluğundan ve m_0 katı kütlesinden oluşmaktadır. Kütle korunması için Eş. 2.13'ün sağlanması gerekir.

$$m_F = m_0 + \sum_{n=1}^{\infty} m_n \tag{2.13}$$



Şekil 2.2. Sarkaç modeli [116]

Silindirik ve dikdörtgen tanklarda n'inci çalkalanma modunun doğal frekansı $\omega_n = \sqrt{g/l_n}$ şeklinde elde edilmekte ve sarkacın uzunlukları aşağıdaki formülerden hesaplanmaktadır [116].

Silindirik tank için

$$l_n = \frac{R}{\xi_{1n}} \tanh\left(\frac{\xi_{1n} h}{R}\right) \tag{2.14}$$

Lagrange denklemini kullanarak modelin hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} T \approx \frac{1}{2} m_0 \left[\dot{x} + \left(\frac{h}{2} - L_0\right)\dot{\theta}\right]^2 + \frac{1}{2} I_0 \dot{\theta}^2 \\ + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} m_n \left[\left(\frac{h}{2} - L_n - l_n\right)\dot{\theta} + l_n \dot{\psi}_n + \dot{x}\right]^2 \end{aligned} \tag{2.15}$$

$$V = -m_0 g L_0 \cos\theta - \sum_{n=1}^{\infty} m_n g [L_n \cos\theta + l_n \cos(\theta + \psi_n)] \tag{2.16}$$

Genelleştirilmiş koordinatlar q_i ve genelleştirilmiş kuvvetler Q_i aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

$$\{q_i\} = \{x\ \theta\ \psi_n\}^T, \qquad \{Q_i\} = \{-F_x\ M_y\ 0\}^T$$

Kuvvet denklemi

$$-F_x = m_0\left[\ddot{x} + \left(\frac{h}{2} - L_0\right)\ddot{\theta}\right] + \sum_{n=1}^{\infty} m_n\left[\left(\frac{h}{2} - L_n - l_n\right)\ddot{\theta} + l_n\ddot{\psi}_n + \ddot{x}\right] \tag{2.17}$$

Kütle merkezi içinden geçen y-eksenin etrafındaki moment

$$M_y = m_0\left[\ddot{x} + \left(\tfrac{h}{2} - L_0\right)\ddot{\theta}\right]\left(\tfrac{h}{2} - L_0\right) + I_0\ddot{\theta} + \textstyle\sum_{n=1}^{\infty} m_n\left[\left(\tfrac{h}{2} - L_n - l_n\right)\ddot{\theta} + l_n\ddot{\psi}_n + \ddot{x}\right] l_n + \textstyle\sum_{n=1}^{\infty} m_n g[L_n\theta + l_n(\theta + \psi_n)] \tag{2.18}$$

Çalkalanma denklemi

$$\sum_{n=1}^{\infty} m_n\left[\left(\frac{h}{2} - L_n - l_n\right)\ddot{\theta} + l_n\ddot{\psi}_n + \ddot{x}\right] l_n + \sum_{n=1}^{\infty} m_n g l_n(\theta + \psi_n) = 0 \tag{2.19}$$

Silindir kap için mekanik parametreler:

$$L_n = -\frac{2R}{\xi_{1n}\sinh(\xi_{1n}h/R)} \tag{2.20}$$

$$L_0 = -\left[\frac{h}{2} + \frac{1}{m_0}\sum_{n=1}^{\infty} m_n\left(\frac{h}{2} - L_n - l_n\right)\right] \tag{2.21}$$

$$\begin{aligned}\frac{I_0}{m_F h^2} = \frac{1}{12} + \frac{R^2}{4h^2} - \frac{m_0}{m_F}\left(\frac{h}{2} - L_0\right)^2 \\ - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{m_n}{m_F}\left(\frac{h}{2} - L_n\right)^2 \\ + \frac{R^2}{h^2}\left[\frac{2R}{h}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{-4 + 5\cosh(\xi_{1n}h/R)}{\xi_{1n}^3(\xi_{1n}^2 - 1)\sinh(\xi_{1n}h/R)} - \frac{3}{4}\right]\end{aligned} \tag{2.22}$$

Çizelge 2.1 silindirik tank için sarkaç modelinin parametrelerini göstermektedir. Modelin atalet momenti her zaman sıvının yüksekliğinin silindir çapına oranına bağlı olan atalet momentinin bir yansımasıdır [116, 117].

Çizelge 2.1. Silindirik tank için sıvı parametreleri

Çalkalanma kütlesi, m_n	$m_F\left[\frac{d\tanh(2\xi_n h/d)}{\xi_n(\xi_n^2-1)h}\right]$
Sarkac uzunluğu, l_n	$\frac{R}{\xi_{1n}}\tanh\left(\frac{\xi_{1n}h}{R}\right)$
Sarkaç eklem konumu, L_n	$\frac{2R}{\xi_{1n}\sinh(\xi_{1n}h/R)}$
Hareket etmediği varsayılan sıvının kütlesi, m_0	$m_F-\sum m_n\approx m_F\left[1-\frac{d\tanh(2\xi_n h/d)}{\xi_n(\xi_n^2-1)h}\right]$
Hareket etmediği varsayılan sıvının konumu, L_0	$\left[\frac{h}{2}+\frac{1}{m_0}\sum_{n=1}^{\infty}m_n\left(\frac{h}{2}-L_n-l_n\right)\right]$

Burada $m_F=(\pi/4)\,\rho d^2 h,\ \xi_1=1.841, \xi_2=5.329, \xi_3=8.531, \xi_n\approx\xi_{n-1}+\pi$’dir.

2.2. Kontrol Yöntemleri

2.2.1. Empedans kontrolü

Robotlar tarafından manipüle edilen görevlerin birçoğunda, sadece pozisyon kontrolü yeterli değildir, ayrıca uç işlevci tarafından nesneye uygulanan kuvvetin de kontrol edilmesi gerekmektedir. Kuvvet kontrolü için iki yöntem geliştirilmiştir: Empedans kontrol ve Hibrid kontrol. Hogan tarafından önerilen empedans kontrol yöntemi, manipülatörün uç işlevcisinin çevre ile temasından kaynaklanan etki kuvvetlerinin uç işlevci üzerindeki mekanik empedanslarını ayarlayarak, kuvvet ve pozisyonu kontrol etmeyi amaçlamaktadır [35, 36]. Bir başka deyişle, bir yandan kuvvet ile konum ilişkisini ayarlarken diğer yandan hız ve ivme arasındaki ilişkiyi de yani mekanizmanın empedansını da ayarlamaktadır. Giriş olarak bir konum-hız-ivmeye ihtiyaç olmakta ve çıkış olarak da bir sonuç kuvveti oluşturmaktadır.

Elektriksel empedans benzetimi kullanılarak, mekanik empedansın kuvvet çıkışının hareket girişine oranı şeklinde ifade edilebilir. Bir manipülatörün empedansı kontrol edildiğinde, çevre tarafından uygulanan dış hareketlere karşı direnç gücü kontrol edilmiş olur.

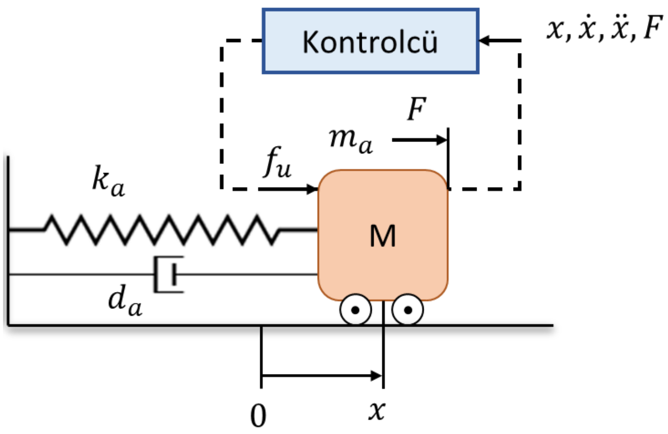
Empedans kontrol, aktif ve pasif empedans yöntemleri olmak üzere ikiye ayrılmıştır. Pasif empedans yönteminde, uç işlevcide istenen mekanik empedans, sadece yay ve damper gibi mekanik elemanlar kullanılarak elde edilir. Aktif empedans kontrol yönteminde ise, istenen mekanik empedans, uç işlevcinin konum, hız, kuvvet ölçümüne bağlı olarak, geri besleme kontrolcü kullanarak eyleyici sürücüler ile elde edilir [118]. Bu bölümde [118]'de yer alan bilgiler esas alınarak Empedans kontrol yöntemi özetlenmiştir.

Aktif empedans

Şekil 2.3'te gösterilen serbestlik dereceli mekanik sistemin dinamik denkleminin Eş. 2.23'teki şekilde verildiğini varsayalım:

$$m_a\ddot{x} + d_a\dot{x} + k_a x = f_u + F \tag{2.23}$$

Burada, m_a kütle, F dış kuvvet, f_u uygulanan kontrol kuvveti, k_a yay sabiti, d_a sönümleme katsayısı ve x yer değiştirmedir (denge noktası $F = f_u = 0$).



Şekil 2.3. Bir serbestlik dereceli sistemin aktif empedans kontrolü [118]

Dış kuvvet uygulandığında kütle için istenen mekanik empedans Eş. 2.24'teki gibi ifade edilebilir:

$$m_d\ddot{x} + d_d(\dot{x} - \dot{x}_d) + k_d(x - x_d) = F \tag{2.24}$$

Burada m_d, d_d ve k_d sırasıyla arzu edilen kütle, sönümleme katsayısı ve yay sabitleridir ve x_d istenen konumdur. Konum x, hız $\dot{x}$ ve ivme $\ddot{x}$ ölçülebilir olduğunda, kontrol kuralı, Eş. 2.24, Eş. 2.23'te yerleştirildiğinde aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$f_u = (m_a - m_d)\ddot{x} + (d_a - d_d)\dot{x} + (k_a - k_d)x + d_d\dot{x}_d + k_d x_d \tag{2.25}$$

Eğer dış kuvvet ölçülebilir ise f_u kuvveti aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$f_u = (d_a - m_a m_d^{-1} d_d)\dot{x} + (k_a - m_a m_d^{-1} k_d)x - (1 - m_a m_d^{-1})F + m_a m_d^{-1}(d_d \dot{x}_d + k_d x_d) \tag{2.26}$$

m_a ve m_d birbirine eşit olduğunda geri besleme kuralı Eş. 2.27'deki şekilde elde edilir:

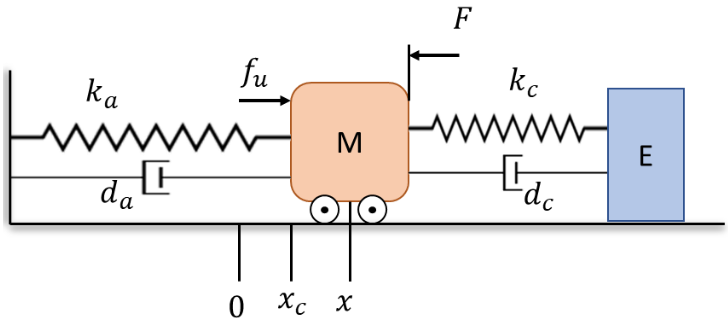
$$f_u = (d_a - d_d)\dot{x} + (k_a - k_d)x + d_d \dot{x}_d + k_d x_d \tag{2.27}$$

Sistemin kararlılığını sağlamak için geliştirilen empedans kontrolün m_d, k_d ve d_d katsayılarının hesaplanması gerekmektedir. Sistemin çevre ile temasta bulunmadığı ve m_a ve m_d'nin birbirine eşit olduğu kabul edilirse doğal frekans ve sönümleme oranı aşağıdaki denklemlerden hesaplanır:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{k_d}{m_d}} \tag{2.28}$$

$$\zeta = \frac{d_d}{2\sqrt{m_d k_d}} \tag{2.29}$$

Daha iyi geçici cevap için doğal frekans mümkün olduğu kadar büyük ve sönümleme katsayısı 0.7-1.0 civarında olmalıdır. m_d, d_d ve k_d pozitif olduğu sürece, kararlı durumun konum hatası ve hız hatası, istenen herhangi bir x_d yörüngesi için sıfıra yakınsar.



Şekil 2.4. Sabit bir cisim ile temas

M kütlesinin sabit bir E cismi ile temas halinde olduğu durumu göz önünde bulunduralım. Temasta olunan yerlerin etkileşimi Şekil 2.4'teki gibi modellenebilmektedir.

$$d_c \dot{x} + k_c(x - x_c) = -F \tag{2.30}$$

Burada x_c, denge noktasıdır ($F = 0$). M ya da E cisimlerinin temas yüzeyi elastik ise k_c değeri küçük, katı ise, k_c değeri büyüktür. d_c değeri ise iki cismin malzemelerine bağlıdır.

Eş. 2.30, Eş. 2.24'te yerine koyulduğunda:

$$m_d\ddot{x} + (d_d + d_c)\dot{x} + (k_d + k_c)x = d_d\dot{x}_d + k_d x_d + k_c x_c \tag{2.31}$$

elde edilir. Sistemin doğal frekansı ve sönümleme oranı aşağıdaki denklemlerden elde edilir.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{k_d + k_c}{m_d}} \tag{2.32}$$

$$\zeta = \frac{d_d + d_c}{2\sqrt{m_d(k_d + k_c)}} \tag{2.33}$$

k_c ve d_c biliniyorsa m_d, k_d ve d_d hesaplanabilir. Fakat k_c ve d_c'nin kesin değerleri genelde bilinmemektedir. Özellikle, k_c'nin gerçek değeri tahmin edilenden daha büyük ise ve d_c'nin değeri daha küçük ise, bu durumda Eş. 2.33 ile sistemin sönümleme oranı hesaplanamayabilir. Bu nedenle, oldukça büyük bir d_d değeri seçilmelidir. Daha küçük k_d ve m_d katsayısı seçilirse, aşırı büyük temas kuvvet olasılığı düşük olur ve M gövdesi, E gövdesi tarafından verilen kısıtlamalara daha iyi uyacaktır. Aktif empedans kontrol yönteminin avantajı, m_d, k_d ve d_d değerlerinin ayarlanması ile arzu edilen empedans değerinin elde edilebilmesidir.

<u>Genel Aktif empedans</u>

Hogan'a göre empedans kontrolün temel felsefesi, robotların kontrol sisteminin sadece hareket yörüngesine göre tasarlanmaması gerektiğidir. Empedans kontrol yönteminde, robot kolu uç noktası mekanik empedansının ayarlanması yolu ile kuvvet ve konum kontrolü gerçekleştirilir. Hız $\dot{\text{Y}}_e$ ve uygulanan kuvvet F arasındaki ilişki, mekanik empedansı Z_m, verir. Frekans alanı içinde istenen empedans aşağıdaki denklemle ifade edilmektedir [119].

$$\mathbf{Z}_m(s) = \frac{\mathbf{F}(s)}{\dot{\mathbf{Y}}_e(s)} \tag{2.34}$$

Eş. 2.34 ilişkisi, konum Y(s) ifadesi ile aşağıdaki şekilde olur:

$$s\mathbf{Z}_m(s) = \frac{\mathbf{F}(s)}{\mathbf{Y}_e(s)} \tag{2.35}$$

Doğrusal durumlarda, istenen empedans aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$s\mathbf{Z}_m(s) \ = \ \mathbf{M}_d s^2 + \mathbf{D}_d s + \mathbf{K}_d \tag{2.36}$$

Burada, M_d, D_d ve K_d sırasıyla arzu edilen atalet, sönümleme ve rijitlik matrisleridir. Bu anlamda empedans, ikinci derece doğrusal sistemin (kütle-yay-damper) dinamiğini taklit etmektedir. Formülde belirtildiği gibi empedans kontrolünün amacı kontrol sisteminin davranışını garanti altına almaktır.

Eş. 2.35'teki Y_e, gerçek konum vektörü Y ile hedeflenen konum vektörü Y_d arasındaki farktır.

$$\mathbf{Y}_e(s) = \mathbf{Y}(\mathrm{s}) - \mathbf{Y}_d(s) \tag{2.37}$$

Eş. 2.36 ve Eş. 2.37, Eş. 2.35'e yerleştirildiğinde:

$$\mathbf{F}(s) = (\mathbf{M}_d s^2 + \mathbf{D}_d s + \mathbf{K}_d)\big(\mathbf{Y}(s) – \mathbf{Y}_d(s)\big) \tag{2.38}$$

Ters Laplace dönüşümü ve denklemin yeniden düzenlenmesinden sonra, mekanik empedans ilişkisinin, zaman alanındaki diferansiyel denklemi Eş. 2.39 ile ifade edilebilir:

$$\mathbf{M}_d(\ddot{\mathbf{y}} - \ddot{\mathbf{y}}_d) + \mathbf{D}_d(\dot{\mathbf{y}} - \dot{\mathbf{y}}_d) + \mathbf{K}_d(\mathbf{y} - \mathbf{y}_d) = \mathbf{F}(t) \tag{2.39}$$

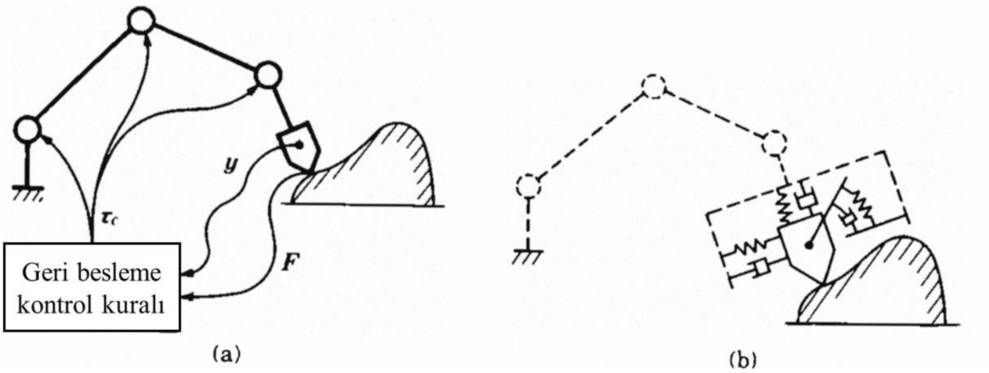
Şekil 2.5 (a) da aktif empedans yöntemi gösterilmektedir [118]. Burada, uç işlevci üzerine etki eden F dış kuvveti ve y manipülasyon vektörü ölçümleri bir geri besleme kontrol kuralı aracılığıyla eklemlerdeki eyleyicileri sürmek için kullanılmaktadır. Bu şekilde uygun bir geri besleme kontrol kuralı seçimi ile herhangi bir dış güç tarafından etkilenmeden hedeflenen yörüngeyi mükemmel şekilde takip edecek ideal bir robot kol sistemi oluşturmak mümkündür. Böylelikle uç işlevci, Şekil 2.5 (b)'de görülen mekanik empedans desteğiyle sağlanan etki gibi davranabilmektedir.

Altı linkli manipülatörün uç işlevcisi için istenen mekanik empedansın Eş. 2.40'ta ifade edildiği gibi tanımlandığı varsayılırsa [118]

$$\mathbf{M}_d\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{D}_d\dot{\mathbf{y}}_e + \mathbf{K}_d\mathbf{y}_e = \mathbf{F} \qquad (2.40)$$

elde edilir.

y'nin tipik bir örneği, uç işlevcinin konum ve yönünü ifade eden altı-boyutlu bir r vektörüdür. Eş. 2.40'taki F vektörü y'ye karşılık gelen genelleştirilmiş altı-boyutlu kuvveti temsil eder. Fiziksel olarak F vektörü çevre tarafından uç işlevci üzerine uygulanan dış kuvvettir. Burada M_d atalet, D_d sönümleme katsayı ve K_d rijitlik matrisleri 6×6 simetrik ve pozitiftir.



Şekil 2.5. Aktif empedans yöntemi. (a) geri bildirim kontrol sistemi. (b) mekanik empedansı (a)'dan gerçekleştirilmektedir [118].

Manipülatörün dinamik denkleminin aşağıdaki gibi bir denklem olduğunu varsayarsak:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}_N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{J}_y^T(\mathbf{q})\mathbf{F} \qquad (2.41)$$

Belli bir bölgede herhangi bir q için $\mathrm{J}_y(\mathrm{q})$ tekil değilse, çevresi ile temasta olan robot kolunun Kartezyen uzayındaki dinamik denklemi Eş. 2.42'deki şekilde olur:

$$\mathbf{M}_y(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{h}_{Ny}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{J}_y^{-T}(\mathbf{q})\boldsymbol{\tau} + \mathbf{F} \qquad (2.42)$$

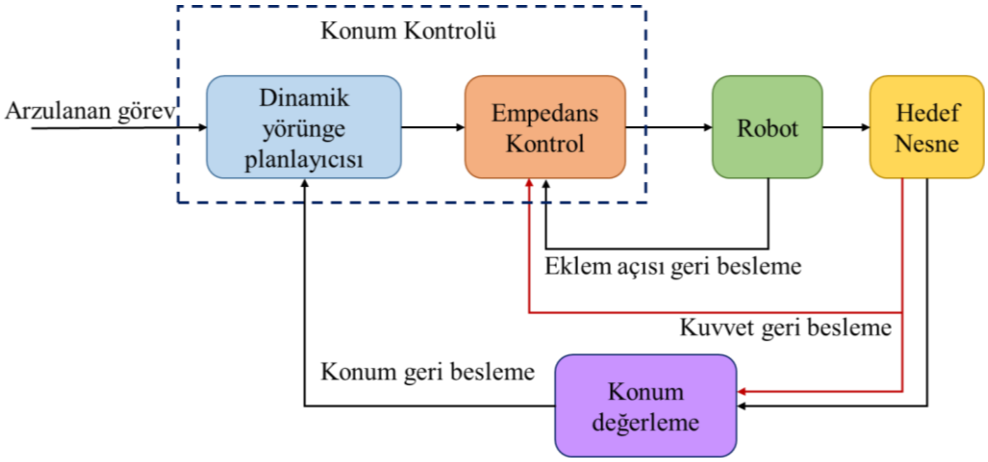
$$\mathbf{M}_y(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_y^{-T}(\mathbf{q})\mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{J}_y^{-1}(\mathbf{q}) \qquad (2.43)$$

$$\mathbf{h}_{Ny}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{J}_y^{-T}(\mathbf{q})\mathbf{h}_N(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{M}_y(\mathbf{q})\dot{\mathbf{J}}_y(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \qquad (2.44)$$

Doğrusal olmayan geri besleme kuralı uygulanırsa:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}_y^T(\mathbf{q})\{\mathbf{h}_{Ny}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{M}_y(\mathbf{q})\mathbf{M}_d^{-1}(\mathbf{D}_d\dot{\mathbf{y}}_e + \mathbf{K}_d\mathbf{y}_e) + [\mathbf{M}_y(\mathbf{q})\mathbf{M}_d^{-1} - \mathbf{I}]\mathbf{F}\} \tag{2.45}$$

elde edilir. Şekil 2.6 empedans kontrol blok diyagramını göstermektedir.



Şekil 2.6. Empedans kontrol blok diyagram

2.2.2. Durum-bağımlı Riccati denklem (SDRE) kontrolü

Araştırmacılar tarafından doğrusal olmayan sistemler için çok sayıda kontrol tekniği geliştirilmiştir. Doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinden biri duruma-bağlı Riccati denklemi (SDRE) yöntemidir. SDRE yöntemi, doğrusal olmayan dinamikleri durum vektör ve durum değişkenlerine bağlı olan matris fonksiyon çarpanlar şekline getirmektedir. Böylece, SDRE algoritması sistemin doğrusal olmayan yapılarını, duruma bağlı Katsayılar (SDC) matrisleri ile doğrusal-benzeri bir yapıya getirir ve karesel olmayan performans indeksini karesele benzer bir yapıya minimize eder. Daha sonra en optimuma yakın kontrol kuralı elde edilmesi için SDC matrisleri içeren Riccati denklemi çözülür. Bu denklemin katsayıları durum uzayında verilen noktaya göre değişir. Dolayısıyla algoritma ile durum uzayında belirli bir noktada, cebirsel duruma bağlı Riccati denkleminin (SDRE) çözülmesini içeren doğrusal olmayan bir geri besleme SDRE kontrol kuralı elde edilir [59].

<u>SDRE metodolojisi</u>

Zamana göre sürekli, deterministik, tam-durum gözlemlenebilir, doğrusal olmayan otonom bir sistem ele alınsın:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t), \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \tag{2.46}$$

Burada $\mathrm{x} \in \mathcal{R}^n$ sistemin durum değişkenleri vektörü, $\mathrm{u} \in \mathcal{R}^r$ kontrol giriş vektörü ve $t \in [0, \infty)$ zaman vektörüdür. Ek olarak, $\mathrm{f} \in \mathcal{R}^n$, $\mathrm{B} \in \mathcal{R}^{n \times r}$, $\mathrm{B(x)} \neq 0$ $\forall \mathrm{x}$ ve orijin kontrol olmadan, doğrusal olmayan sistemin denge noktası olarak sayılmaktadır $\mathrm{f}\,(0) = 0$. Doğrusal olmayan sonsuz-zamanlı bir sistem, optimal düzenleyici problem açısından formüle edildiğinde, maliyet fonksiyonunun minimize edilmesi hedeflenmektedir. Durum değişkenlerine göre karesel olmayan ve kontrol girişine göre karesel olan sonsuz-zamanlı maliyet fonksiyonu Eş. 2.47'de verilmektedir.

$$J\big(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}(\cdot)\big) = \frac{1}{2}\int_0^\infty \{\mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t)\}\, dt \tag{2.47}$$

Burada, $\mathrm{Q(x)} \in \mathcal{R}^{n \times n}$ simetrik pozitif yarı tanımlı ($\mathrm{Q(x)} \geq 0$) durum ağırlık matrisi ve $\mathrm{R(x)} \in \mathcal{R}^{r \times r}$, simetrik pozitif tanımlı ($\mathrm{R(x)} > 0$) giriş ağırlık matrisleridir. Belirtilen koşullar altında bir geri-besleme kararlılık kontrol kuralı

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\mathbf{K}(\mathbf{x})\mathbf{x}, \qquad \mathbf{k}(\mathbf{0}) = \mathbf{0} \tag{2.48}$$

şeklinde kabul edilsin. Bu kontrol kuralı maliyet fonksiyonunu, doğrusal olmayan sisteme göre minimize eder. Ayrıca sistemi başlangıç koşulundan, orijine götürür ve sistemi kararlı hale getirir ($\lim_{t \to \infty} \mathrm{x}(t) = 0$). Doğrusal olmayan sistemi kararlı yapacak ve maliyet fonksiyonunu minimize edecek kontrol kuralının hesaplanması SDRE yönteminin temelini oluşturmaktadır.

<u>Duruma-bağlı katsayılar formu</u>

Doğrusal olmayan bir sistem, duruma-bağlı katsayılar (SDC) ile doğrusal bir sistem şeklinde temsil edilebilir. $\mathrm{f}(0) = 0$ ve $\mathrm{f}(\cdot) \in \mathcal{R}^n$ varsayımlar altında Eş. 2.46'daki $\mathrm{f(x)}$ vektörü aşağıdaki şekilde ifade edilebilmektedir.

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} \tag{2.49}$$

Burada, $\mathrm{A(x)} \in \mathcal{R}^{n \times n}$ sürekli, doğrusal olmayan bir matristir. $n > 1$ için sonsuz sayıda farklı $\mathrm{A(x)}$ matrisi elde edilebilir. Eş. 2.46'daki doğrusal olmayan sistem, Eş. 2.50'deki SDC formunda yazılabilir.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t), \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \tag{2.50}$$

Eş. 2.50'deki sistem, SDC matrisleri $\big(\mathrm{A}(\mathrm{x}), \mathrm{B}(\mathrm{x})\big)$ ile doğrusal bir yapıya sahiptir.

2.2.1. Tanım

Eğer tüm durum değişkenleri için, $\{\mathrm{A}(\mathrm{x}), \mathrm{C}(\mathrm{x})\}$ çifti noktasal olarak gözlenebilir ise, SDC matrisleri ile ifade edilen doğrusal olmayan sistem gözlenebilir.

2.2.2 Tanım

Eğer tüm durum değişkenleri için, $\{\mathrm{A}(\mathrm{x}), \mathrm{B}(\mathrm{x})\}$ çifti noktasal olarak kontrol edilebilir ise, SDC matrisleri ile ifade edilen doğrusal olmayan sistem kontrol edilebilir.

2.2.3. Tanım

Eğer tüm durum değişkenleri için $\mathrm{A}(\mathrm{x})$ matrisinin özdeğerleri sol yarı düzlemde $\mathrm{Re}(s) < 0$ (yani negatif reel kısma sahip) ise, $\mathrm{A}(\mathrm{x})$ matrisi noktasal olarak Hurwitz'tir.

SDRE kontrolörün yapısı

Durum-bağlı Riccati denklemi (SDRE) teknikleri, doğrusal olmayan geri besleme kontrolörler ve tahmin edicilerinin genel tasarım ve sentez yöntemleri olarak geniş bir doğrusal olmayan regülatör problemler sınıfı için hızla ortaya çıkmıştır. Genişletilmiş doğrusallaştırma, doğrusal olmayan optimal kontrol probleminin formüle edilmesinde anahtar tasarım konsepti olarak kullanılmaktadır. Doğrusal sistemlerde, LQR yönteminde cebirsel Riccati denklemi çözülerek, sistemin kazanç katsayısı elde edilir. SDRE geri-besleme kontrolünde ise, genişletilmiş doğrusallaştırma kontrol yöntemi olarak, LQR yöntemi ile doğrusal olmayan sistem ve maliyet fonksiyonun kararlılık probleminin çözümüne olanak sağlamaktadır.

SDRE kontrol tasarımında aşağıda listelenen kriterler sağlanmalıdır:

- $\mathrm{f}\,(\mathrm{x})$, $\mathrm{x}(t)$'ye bağımlı vektör-değerli ve sürekli türevlenebilir bir fonksiyondur.
- Sistemin kontrolü sıfır olduğunda $\mathrm{u}(t) = 0$, orijin $\mathrm{x} = 0$ sistemin bir denge noktasıdır.
- $\mathrm{Q}(\mathrm{x})$ simetrik pozitif yarı tanımlı ve $\mathrm{R}(\mathrm{x})$ simetrik pozitif tanımlı matrislerdir.
- Sistemin kontrol edilebilirlik matrisi M_c tam ranka sahip olması gerekmektedir (yani $rank(\mathrm{M}_c) = n$, burada n durum değişkenlerinin sayısıdır).
  $\mathbf{M}_c = [\,\mathbf{B}(\mathbf{x}) \quad | \quad \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x}) \quad | \quad \cdots \quad | \quad \mathbf{A}^{n-1}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\,]$
- Sistemin gözlenebilirlik matrisi M_o tam ranka sahip olması gerekmektedir (yani $rank(\mathrm{M}_o) = n$, burada n durum değişkenlerinin sayısıdır).
  $\mathbf{M}_o = [\,\mathbf{C}(\mathbf{x}) \quad | \quad \mathbf{C}(\mathbf{x})\mathbf{A}(\mathbf{x}) \quad | \quad \cdots \quad | \quad \mathbf{C}(\mathbf{x})\mathbf{A}^{n-1}(\mathbf{x})\,]$

LQR formülasyonunu taklit ederek, SDRE durum geri besleme kontrolörü aşağıdaki formda elde edilir.

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\mathbf{K}(\mathbf{x})\mathbf{x} = -\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x} \tag{2.51}$$

Burada, $\mathrm{K}(\mathrm{x}) \in \mathcal{R}^{r\times n}$ durum bağımlı geri-besleme kazanç katsayı matrisidir ve her zaman sistemin lokal kararlığını ve maliyet fonksiyonunun minimum olmasını sağlayacaktır. $\mathrm{P}(\mathrm{x})$ matrisi ise, simetrik, pozitif tanımlı ve aşağıdaki Riccati denklemin tek çözümüdür.

$$\mathbf{A}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x}) + \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x}) + \mathbf{Q}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \tag{2.52}$$

Sistemin dinamiği SDRE kontrol ile aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x})]\mathbf{x}(t) \tag{2.53}$$

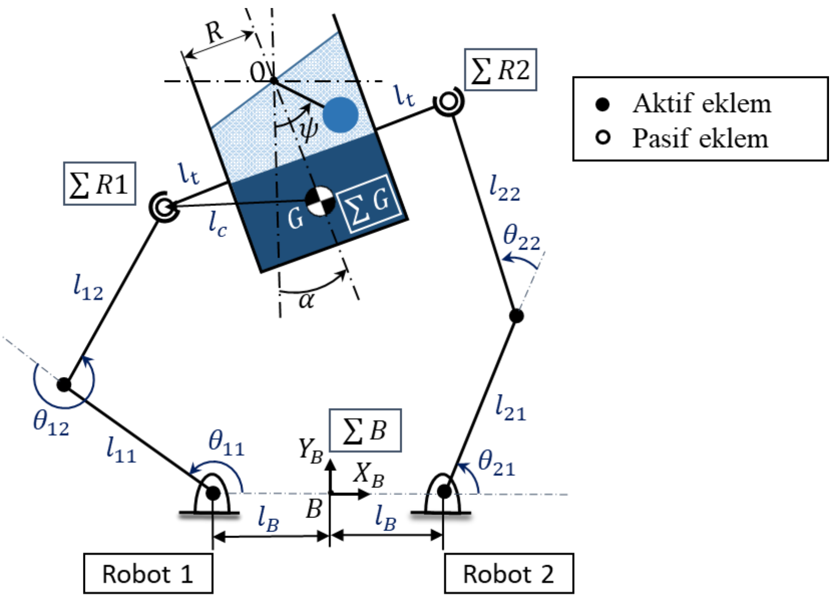
SDRE yönteminde, SDC matrisleri ve aynı zamanda $\mathrm{Q}(\mathrm{x})$ ve $\mathrm{R}(\mathrm{x})$ ağırlık matrisleri, seçilen her bir zaman aralığında o andaki durum değişkenleri ile değerlendirilerek sabit matrisler olarak ele alınmaktadır. Böylece, doğrusal olmayan kararlılık problemi bir LQR optimum kontrol problemine dönüştürülmektedir.

3. İKİ ROBOT KOLU İLE SIVI DOLU KAP TAŞINIM SİSTEMİNİN KİNEMATİĞİ

Sıvı dolu silindirik bir kabı kooperatif olarak iki boyutlu (2D) (bkz. Şekil 3.1) düzlem ve üç boyutlu (3D) uzay (bkz. Şekil 3.2) ortamlarında taşıyan seri kinematik yapıdaki iki robot kolun kinematik modeli bu bölümde verilmektedir.

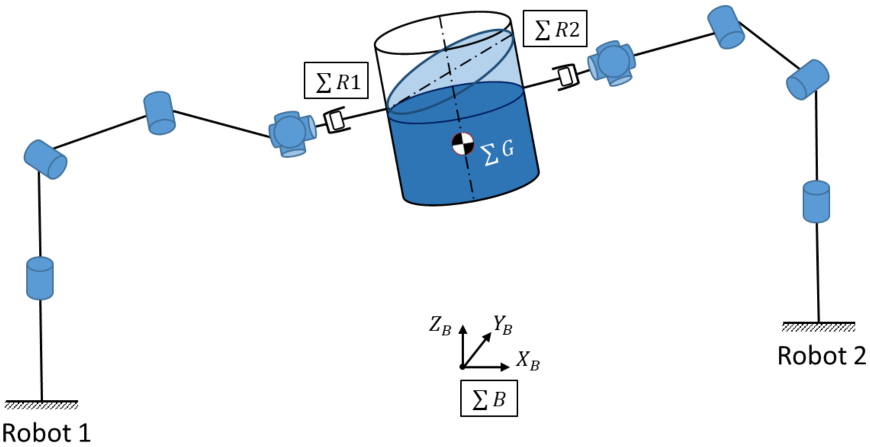
İleri ve ters olarak ikiye ayrılan kinematik analizde; robotların ileri kinematik modellenmesinde yaygın olarak Denavit-Hartenberg yöntemi kullanılmaktadır. Bu sistemin görev uzayındaki istenilen konumu için uygun eklem değerleri hesaplama yöntemi olan ters kinematik problemi ise bu çalışmada analitik yaklaşım yöntemiyle elde edilmektedir. Kooperatif iki robot kol, herhangi bir nesneyi beraber hareket ettirdiğinde; kinematik olarak kapalı bir zincir oluşur ve bu iki kolun açısal konum, hız ve ivme değerleri belirli kısıtlamalar ile sağlanmaktadır. Bu ilişki, kısıt denklemlerinin elde edilmesi ile belirlenmektedir.

Bu doktora tez çalışmasında, matematiksel modeli ve kontrolü gerçekleştirilen düzlemsel iki kooperatif robot kolun sıvı dolu bir silindirik kabı taşıdığı sistemin şematik çizimi, Şekil 3.1'de verilmiştir. Çalışmada, robotik kolların uç işlevcileri ile silindirik yapıdaki kabın kolların arasındaki bağlantı, pasif mafsal bağlantısı olarak modellenmiştir. Kollar, eklemlere yerleştirilen eyleyiciler tarafından tahrik edilmektedir. Bu eyleyiciler, Şekil 3.1'de içi dolu daireler (aktif eklemler) ile gösterilmektedir.



Şekil 3.1. Düzlemsel iki robot kol ve birlikte taşıdıkları sıvı dolu kabın şematik gösterimi

Sistemin kooperatif çalışan iki robot kol ile sıvı taşınım modellenmesinin şematik şekli Şekil 3.2'de bulunmaktadır. Bu sistemde robotların tüm eklemleri aktif olup, iki robot kol içinde sıvı bulunan kabı sıkıca tutmaktadır.



Şekil 3.2. Altı serbestlik dereceli iki robot kol ve birlikte taşıdıkları sıvı dolu kabın şematik gösterimi

Burada, $\sum B$ ana eksen takımı, $\sum R1$ ve $\sum R2$ sırasıyla Robot 1 ve Robot 2'nin uç işlevcisinin eksen takımlarını temsil etmektedir. $\sum G$, katı kütlenin ağırlık merkezindeki (silindirik kap ve içindeki sıvının çalkalanmayan kısmı) nesne eksen takımını göstermektedir.

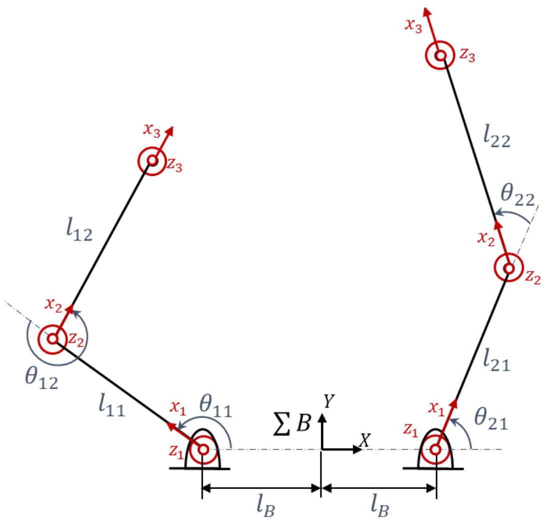
3.1. İleri Kinematik

3.1.1. Düzlemsel iki robotun ileri kinematiği

Düzlemsel iki robotun ileri kinematiğini elde etmek için kolların her bir eklemine Şekil 3.3'te gösterildiği gibi eksen takımı yerleştirilir. Daha sonra sistemin D-H parametreleri belirlenir. Bu parametreler, Çizelge 3.1'de verilmektedir.

Çizelge 3.1. D-H parametreleri

Robot 1					Robot 2				
i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	$-L_B$	0	θ_{11}	1	0	L_B	0	θ_{21}
2	0	l_{11}	0	θ_{12}	2	0	l_{21}	0	θ_{22}
3	0	l_{12}	0	0	3	0	l_{22}	0	0



Şekil 3.3. İki düzlemsel robot

Çizelge 3.1'de bulunan parametreler ve genel homojen dönüşüm matrisi kullanılarak; her bir eklem için ilgili dönüşüm matrisleri elde edilir. Bu matrislerin birbiri ardı sıra çarpımıyla, ana eksen takımından ($\sum B$) uç işlevcisine doğru yönelim ve konum bilgisini veren uç işlevci dönüşüm matrisi elde edilir. İleri kinematiğe karşılık gelen dönüşüm matrisi ${}^{B}_{3}\mathrm{T}$ her robot için aşağıdaki gibi elde edilir.

Birinci robotun ileri kinematiği:

$$
{}^{B}_{1}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{11}) & -\sin(\theta_{11}) & 0 & -l_B \\ \sin(\theta_{11}) & \cos(\theta_{11}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
{}^{1}_{2}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{12}) & -\sin(\theta_{12}) & 0 & l_{11} \\ \sin(\theta_{12}) & \cos(\theta_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
{}^{2}_{3}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_{12} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
{}^{B}_{3}\mathbf{T} = {}^{B}_{1}\mathbf{T}\,{}^{1}_{2}\mathbf{T}\,{}^{2}_{3}\mathbf{T} =
$$

$$
\begin{bmatrix} \cos(\theta_{11}+\theta_{12}) & -\sin(\theta_{11}+\theta_{12}) & 0 & -l_B + l_{12}\cos(\theta_{11}+\theta_{12}) + l_{11}\cos(\theta_{11}) \\ \sin(\theta_{11}+\theta_{12}) & \cos(\theta_{11}+\theta_{12}) & 0 & l_{12}\sin(\theta_{11}+\theta_{12}) + l_{11}\sin(\theta_{11}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.1}
$$

İkinci robotun ileri kinematiği:

$$ {}^{B}_{1}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{21}) & -\sin(\theta_{21}) & 0 & l_B \\ \sin(\theta_{21}) & \cos(\theta_{21}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

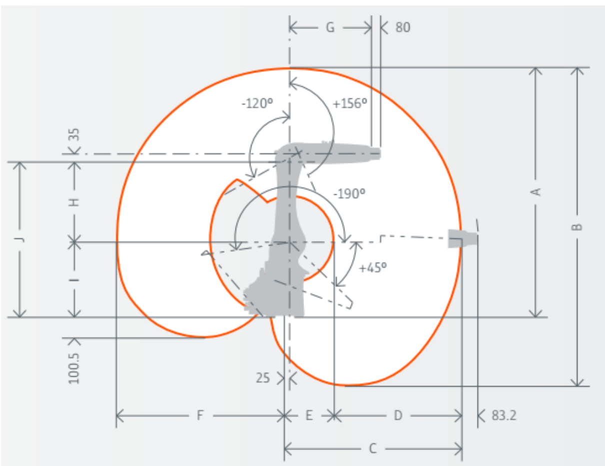
$$ {}^{1}_{2}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{22}) & -\sin(\theta_{22}) & 0 & l_{21} \\ \sin(\theta_{22}) & \cos(\theta_{22}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{2}_{3}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_{22} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

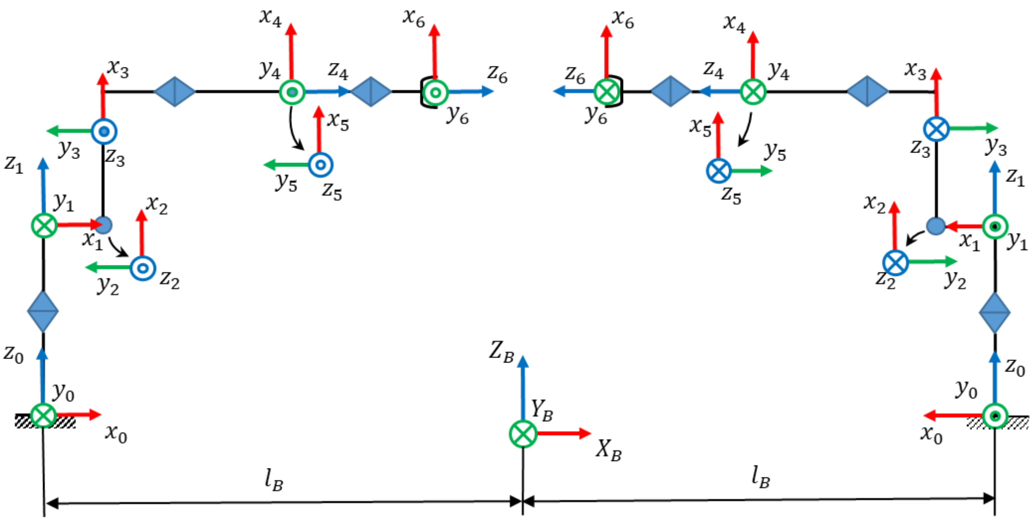
$$ {}^{B}_{3}\mathbf{T} = {}^{B}_{1}\mathbf{T}\,{}^{1}_{2}\mathbf{T}\,{}^{2}_{3}\mathbf{T} $$
$$ = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{21}+\theta_{22}) & -\sin(\theta_{21}+\theta_{22}) & 0 & l_B + l_{22}\cos(\theta_{21}+\theta_{22}) + l_{21}\cos(\theta_{21}) \\ \sin(\theta_{21}+\theta_{22}) & \cos(\theta_{21}+\theta_{22}) & 0 & l_{22}\sin(\theta_{21}+\theta_{22}) + l_{21}\sin(\theta_{21}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2) $$

3.1.2. Altı serbestlik dereceli robotun ileri kinematiği

Şekil 3.4 ve Şekil 3.5'te, bu çalışmada kullanılan KUKA KR6 R900 robotunun link uzunlukları ve link yapısı gösterilmektedir. Robotun ileri kinematiğinin elde edilebilmesi için tüm eklemlere Şekil 3.5'te gösterildiği gibi eksen takımları yerleştirilir. Ardından D-H parametreleri belirlenir. Bu robot kolları için D-H parametreleri Çizelge 3.2'de verilmiştir.



Şekil 3.4. KUKA KR6 R900'ün link yapısı



Şekil 3.5. İki KUKA KR6 R900 robot kolların eksen takımlarının gösterimi

Çizelge 3.2. Robot kollarının D-H parametreleri

Robot 1					Robot 2				
i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
B	0	$-l_B$	0	0	B	0	l_B	0	π
1	0	0	d_1	θ_{11}	1	0	0	d_1	θ_{21}
2	$\frac{\pi}{2}$	a_1	0	$\theta_{12}+\frac{\pi}{2}$	2	$\frac{\pi}{2}$	a_1	0	$\theta_{22}+\frac{\pi}{2}$
3	0	a_2	0	θ_{13}	3	0	a_2	0	θ_{23}
4	$\frac{\pi}{2}$	a_3	d_4	θ_{14}	4	$\frac{\pi}{2}$	a_3	d_4	θ_{24}
5	$-\frac{\pi}{2}$	0	0	θ_{15}	5	$-\frac{\pi}{2}$	0	0	θ_{25}
6	$\frac{\pi}{2}$	0	d_6	θ_{16}	6	$\frac{\pi}{2}$	0	d_6	θ_{26}
$a_1=25\,mm,\ a_2=455\,mm,\ a_3=35\,mm,\ d_1=400\,mm,\ d_4=420\,mm,\ d_6=80\,mm$									

Çizelge 3.2'deki parametreler ve genel dönüşüm matrisi kullanılarak her bir eklem için dönüşüm matrisi elde edilir. Bu matrislerin çarpılması ile ana eksen takımından uç işlevcisine doğru ${}^{B}_{6}T$ ileri robot kinematiği aşağıdaki şekilde elde edilir.

Birinci robot (soldaki robot) kolunun ileri kinematiği:

$$
{}^{B}_{0}\mathbf{T}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -l_B\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}
$$

$$ {}^{0}_{1}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{11} & -\sin\theta_{11} & 0 & 0 \\ \sin\theta_{11} & \cos\theta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{1}_{2}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -\sin\theta_{12} & -\cos\theta_{12} & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \cos\theta_{12} & -\sin\theta_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{2}_{3}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{13} & -\sin\theta_{13} & 0 & a_2 \\ \sin\theta_{13} & \cos\theta_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{3}_{4}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{14} & -\sin\theta_{14} & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & -1 & -d_4 \\ \sin\theta_{14} & \cos\theta_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{4}_{5}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{15} & -\sin\theta_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_{15} & -\cos\theta_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{5}_{6}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{16} & -\sin\theta_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_6 \\ \sin\theta_{16} & \cos\theta_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{B}_{6}\mathbf{T} = {}^{B}_{0}\mathbf{T}\,{}^{0}_{1}\mathbf{T}\,{}^{1}_{2}\mathbf{T}\,{}^{2}_{3}\mathbf{T}\,{}^{3}_{4}\mathbf{T}\,{}^{4}_{5}\mathbf{T}\,{}^{5}_{6}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

İkinci robot (sağdaki robot) kolunun ileri kinematiği:

$$ {}^{B}_{0}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & l_B \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{0}_{1}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{21} & -\sin\theta_{21} & 0 & 0 \\ \sin\theta_{21} & \cos\theta_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{1}_{2}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -\sin\theta_{22} & -\cos\theta_{22} & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \cos\theta_{22} & -\sin\theta_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{2}_{3}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{23} & -\sin\theta_{23} & 0 & a_2 \\ \sin\theta_{23} & \cos\theta_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{3}_{4}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{24} & -\sin\theta_{24} & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & -1 & -d_4 \\ \sin\theta_{24} & \cos\theta_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{4}_{5}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{25} & -\sin\theta_{25} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_{25} & -\cos\theta_{25} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{5}_{6}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{16} & -\sin\theta_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_6 \\ \sin\theta_{16} & \cos\theta_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{B}_{6}\mathbf{T} = {}^{B}_{0}\mathbf{T}\,{}^{0}_{1}\mathbf{T}\,{}^{1}_{2}\mathbf{T}\,{}^{2}_{3}\mathbf{T}\,{}^{3}_{4}\mathbf{T}\,{}^{4}_{5}\mathbf{T}\,{}^{5}_{6}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Her iki robot için dönüşüm matris elemanları EK-1 ve EK-2’de verilmektedir.

3.2. Ters Kinematik

Ters kinematik analizi, Kartezyen uzayda bulunan robot uç işlevcisinin sabit referans koordinat sistemine göre belirlenen konumuna ulaşılması için gereken uygun eklem değerlerinin hesaplanmasıdır. Bir başka ifade ile ters kinematik analizi, Kartezyen uzaydan eklem uzayına geçişi; ileri kinematik analizi ise eklem uzayından Kartezyen uzayına geçişi temsil etmektedir. Doğrusal olmayan ters kinematik problemi, analitik ve sayısal yaklaşım şeklinde iki farklı yöntem ile çözülebilir. Genellikle bu yaklaşımlardan öncelik olarak analitik yaklaşım tercih edilir. Ters kinematik probleminde analitik çözüm mümkün olmadığında sayısal olarak çözülmesi gerekir. Yalnız sayısal çözüm yönteminde, robot kolun açıları iteratif olarak çözüldüğü için bilgisayar ortamında analitik çözüme göre oldukça çok daha yavaştır. Bu yüzden, bu çalışmada robot kolların ters kinematik problem çözümü analitik olarak elde edilmiştir.

3.2.1. Düzlemsel iki robotun ters kinematiği

İki düzlemsel robotun ters kinematik denklemleri aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

Birinci robotun ters kinematiği:

$$({}^{B}_{1}\mathbf{T})^{-1}\,{}^{B}_{3}\mathbf{T} = {}^{1}_{2}\mathbf{T}\;{}^{2}_{3}\mathbf{T} \tag{3.3}$$

$${}^{B}_{3}T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

$$({}^{B}_{1}\mathbf{T})^{-1}\,{}^{B}_{3}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{11} & \sin\theta_{11} & 0 & L_B\cos\theta_{11} \\ \sin\theta_{11} & \cos\theta_{11} & 0 & -L_B\sin\theta_{11} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} r_{11}\cos(\theta_{11}) + r_{21}\sin(\theta_{11}) & r_{12}\cos(\theta_{11}) + r_{22}\sin(\theta_{11}) & r_{13}\cos(\theta_{11}) + r_{23}\sin(\theta_{11}) & \cdots \\ r_{21}\cos(\theta_{11}) - r_{11}\sin(\theta_{11}) & r_{22}\cos(\theta_{11}) - r_{12}\sin(\theta_{11}) & r_{23}\cos(\theta_{11}) - r_{13}\sin(\theta_{11}) & \cdots \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} \cdots \\ \cdots \\ \cdots \\ \cdots \end{matrix} \begin{matrix} l_B\cos(\theta_{11}) + p_x\cos(\theta_{11}) + p_y\sin(\theta_{11}) \\ p_y\cos(\theta_{11}) - L_B\sin(\theta_{11}) - p_x\sin(\theta_{11}) \\ p_z \\ 1 \end{matrix} \Bigg] \tag{3.5}$$

$${}^{1}_{2}\mathbf{T}\,{}^{2}_{3}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{12}) & -\sin(\theta_{12}) & 0 & l_{11} + l_{12}\cos(\theta_{12}) \\ \sin(\theta_{12}) & \cos(\theta_{12}) & 0 & l_{12}\sin(\theta_{12}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

Eş. 3.5 ve Eş. 3.6 matrislerinin son sütun elemanlarını birbirine eşitlersek:

$$(l_B + p_x)\cos(\theta_{11}) + p_y \sin(\theta_{11}) = l_{11} + l_{12}\cos(\theta_{12}) \tag{3.7}$$

$$p_y \cos(\theta_{11}) - (l_B + p_x)\sin(\theta_{11}) = l_{12}\sin(\theta_{12}) \tag{3.8}$$

$$p_z = 0 \tag{3.9}$$

Eş 3.7 ve Eş. 3.8'in her iki tarafın karelerini alıp toplarsak:

$$L_B^2 + \ 2\, l_B p_x + \ p_x^2 + \ p_y^2 = l_{11}^2 + \ 2\cos(\theta_{12})\, l_{11} l_{12} + l_{12}^2 \tag{3.10}$$

$$\cos(\theta_{12}) = \frac{l_B^2 + \ 2\, l_B p_x + \ p_x^2 + \ p_y^2 - l_{11}^2 - l_{12}^2}{2 l_{11} l_{12}} \tag{3.11}$$

Eğer $\cos\theta = a$ ise $\theta = \mathrm{Atan2}\left(\pm\sqrt{1 - a^2}\,,\ a\right)$, o zaman θ_{12} eklem açısı eşittir:

$$\theta_{12} = \mathrm{Atan2}\left(\pm\sqrt{1 - \left(\frac{l_B^2 + \ 2\, l_B p_x + \ p_x^2 + \ p_y^2 - l_{11}^2 - l_{12}^2}{2 l_{11} l_{12}}\right)^2}\ ,\ \frac{l_B^2 + \ 2\, l_B p_x + \ p_x^2 + \ p_y^2 - l_{11}^2 - l_{12}^2}{2 l_{11} l_{12}} \right) \tag{3.12}$$

θ_{12} elde edildiğine göre Eş. 3.7'yi kullanarak θ_{11} açısı aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\theta_{11} = \mathrm{Atan2}\left(p_y, (l_B + p_x)\right) \pm \mathrm{Atan2}\left(\pm\sqrt{p_y^2 + (l_B + p_x)^2 - (l_{11} + l_{12}\cos\theta_{12})^2}\ ,\ l_{11} + l_{12}\cos\theta_{12}\right) \tag{3.13}$$

İkinci robot için yukarıdaki işlemlerin aynısını tekrarlayarak θ_{21} ve θ_{22} aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\theta_{22} = \mathrm{Atan2}\left(\pm\sqrt{1 - \left(\frac{l_B^2 - \ 2\, l_B p_x + \ p_x^2 + \ p_y^2 - l_{21}^2 - l_{22}^2}{2 l_{21} l_{22}}\right)^2}\ ,\ \frac{l_B^2 - \ 2\, l_B p_x + \ p_x^2 + \ p_y^2 - l_{21}^2 - l_{22}^2}{2 l_{21} l_{22}} \right) \tag{3.14}$$

$$\theta_{21} = \mathrm{Atan2}\left(p_y, (p_x - l_B)\right) \pm \mathrm{Atan2}\left(\pm\sqrt{p_y^2 + (p_x - l_B)^2 - (l_{21} + l_{22}\cos\theta_{22})^2}\,,\; l_{21} + l_{22}\cos\theta_{22}\right) \tag{3.15}$$

3.2.2. Altı serbestlik dereceli robotun ters kinematiği

İki KUKA KR6 R900 robotunun ters kinematik denklemleri, aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

<u>Birinci robotun ters kinematiği:</u>

Aşağıdaki denklemi kullanarak robotun ilk üç eksenin açıları elde edilir.

$$({}^{B}_{0}\mathbf{T}\ {}^{0}_{1}\mathbf{T}\ {}^{1}_{2}\mathbf{T})^{-1}\ {}^{B}_{6}\mathbf{T}(\ {}^{5}_{6}\mathbf{T}\ )^{-1} = {}^{2}_{3}\mathbf{T}\ {}^{3}_{4}\mathbf{T}\ {}^{4}_{5}\mathbf{T}$$

$$\theta_{11} = \mathrm{Atan2}(B_1, A_1)$$

$$A_1 = p_x + l_B - d_6 r_{13}$$

$$B_1 = p_y - d_6 r_{23}$$

$$\theta_{13} = \mathrm{Atan2}\ (A_2, B_2) \pm \mathrm{Atan2}\ \left(\sqrt{A_2^2 + B_2^2 - C_2^2}, C_2\right)$$

$$A_2 = 2a_2 d_4$$

$$B_2 = 2a_2 a_3$$

$$C_2 = K(\theta_{11}) - a_2^2 - a_3^2 - d_4^2$$

$$\begin{aligned} K(\theta_{11}) = {} & a_1^2 + d_1^2 + p_y^2 + p_z^2 + d_6^2 r_{23}^2 + d_6^2 r_{33}^2 - 2\,d_1 p_z + 2\,d_1 d_6 r_{33} - 2\,d_6 p_y r_{23} - \\ & 2\,d_6 p_z r_{33} + \cos^2\theta_{11}\ \left(l_B^2 + p_x^2 - p_y^2 + d_6^2 r_{13}^2 - d_6^2 r_{23}^2 + 2\,l_B p_x - 2\,d_6 l_B r_{13} - \right. \\ & \left. 2 d_6 p_x r_{13} + 2 d_6 p_y r_{23}\right) + \sin(2\,\theta_{11})\left(l_B p_y + p_x p_y + d_6^2 r_{13} r_{23} - d_6 l_B r_{23} - \right. \\ & \left. d_6 p_x r_{23} - d_6 p_y r_{13}\right) + \cos(\theta_{11})\,(2a_1 d_6 r_{13} - 2\,a_1 l_B - 2a_1 p_x) + \\ & \sin(\theta_{11})\left(2a_1 d_6 r_{23} - 2a_1 p_y\right) \end{aligned}$$

$$\theta_{12} = \text{Atan2}\,(A_3, B_3) \pm \text{Atan2}\left(\sqrt{A_3^2 + B_3^2 - C_3^2}, C_3\right)$$

$$A_3 = a_1 + (d_6 r_{13} - l_B - p_x)\cos\theta_{11} + \left(d_6 r_{23} - p_y\right)\sin\theta_{11}$$

$$B_3 = p_z - d_1 - d_6 r_{33}$$

$$C_3 = a_2 + a_3\cos\theta_{13} + d_4\sin\theta_{13}$$

Robotun son üç eksenin açıları aşağıdaki denklemden elde edilir.

$$({}^{B}_{0}\mathbf{T}\ {}^{0}_{1}\mathbf{T}\ {}^{1}_{2}\mathbf{T}\ {}^{2}_{3}\mathbf{T})^{-1}\ {}^{B}_{6}\mathbf{T} = {}^{3}_{4}\mathbf{T}\ {}^{4}_{5}\mathbf{T}\ {}^{5}_{6}\mathbf{T}$$

$$\theta_{15} = \text{Atan2}\left(\pm\sqrt{1 - A_4^2}, A_4\right)$$

$$A_4 = r_{33}\sin(\theta_{12} + \theta_{13}) + (r_{13}\cos\theta_{11} + r_{23}\sin\theta_{11})\cos(\theta_{12} + \theta_{13})$$

$$\theta_{14} = \text{Atan2}\,(B_5, A_5)$$

$$A_5 = (r_{13}\cos\theta_{11} + r_{23}\sin\theta_{11})\sin(\theta_{12} + \theta_{13}) - r_{33}\cos(\theta_{12} + \theta_{13})$$

$$B_5 = r_{23}\cos\theta_{11} - r_{13}\sin\theta_{11}$$

$$\theta_{16} = \text{Atan2}\,(-B_6, A_6)$$

$$A_6 = r_{31}\sin(\theta_{12} + \theta_{13}) + (r_{11}\cos\theta_{11} + r_{21}\sin\theta_{11})\cos(\theta_{12} + \theta_{13})$$

$$B_6 = r_{32}\sin(\theta_{12} + \theta_{13}) + (r_{12}\cos\theta_{11} + r_{22}\sin\theta_{11})\cos(\theta_{12} + \theta_{13})$$

İkinci robotun ters kinematiği:

Yukarıda yapılan işlemleri tekrarlayarak ikinci robotun kol açıları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\theta_{21} = \text{Atan2}(B_1, A_1)$$

$$A_1 = p_x - l_B - d_6 r_{13}$$

$$B_1 = p_y - d_6 r_{23}$$

$$\theta_{23} = \text{Atan2}\,(A_2, B_2) \pm \text{Atan2}\left(\sqrt{A_2^2 + B_2^2 - C_2^2}, C_2\right)$$

$$A_2 = 2a_2 d_4$$

$$B_2 = 2a_2 a_3$$

$$C_2 = K(\theta_{11}) - a_2^2 - a_3^2 - d_4^2$$

$$K(\theta_{21}) = a_1^2 + d_1^2 + p_y^2 + p_z^2 + d_6^2 r_{23}^2 + d_6^2 r_{33}^2 - 2\,d_1 p_z + 2\,d_1 d_6 r_{33} - 2\,d_6 p_y r_{23} - 2\,d_6 p_z r_{33} + \left(l_B^2 + p_x^2 - p_y^2 + d_6^2 r_{13}^2 - d_6^2 r_{23}^2 - 2 l_B p_x + 2 d_6 l_B r_{13} - 2 d_6 p_x r_{13} + 2 d_6 p_y r_{23}\right)\cos^2\theta_{21} + \left(p_x p_y - l_B p_y + d_6 l_B r_{23} - d_6 p_x r_{23} - d_6 p_y r_{13} + d_6^2 r_{13} r_{23}\right)\sin(2\,\theta_{21}) + (\,2a_1 p_x - 2a_1 l_B - 2a_1 d_6 r_{13})\cos(\theta_{21}) + \left(\,2a_1 p_y - 2a_1 d_6 r_{23}\right)\sin(\theta_{21})$$

$$\theta_{22} = \text{Atan2}\,(A_3, B_3) \pm \text{Atan2}\left(\sqrt{A_3^2 + B_3^2 - C_3^2}, C_3\right)$$

$$A_3 = a_1 + (p_x - l_B - d_6 r_{13})\cos\theta_{21} + \left(p_y - d_6 r_{23}\right)\sin\theta_{21}$$

$$B_3 = p_z - d_1 - d_6 r_{33}$$

$$C_3 = a_2 + a_3\cos\theta_{23} + d_4\sin\theta_{23}$$

$$\theta_{25} = \text{Atan2}\left(\pm\sqrt{1 - A_4^2}, A_4\right)$$

$$A_4 = r_{33}\sin(\theta_{22} + \theta_{23}) - (r_{13}\cos\theta_{21} + r_{23}\sin\theta_{21})\cos(\theta_{22} + \theta_{23})$$

$$\theta_{24} = \text{Atan2}\,(B_5, A_5)$$

$A_5 = (r_{13}\cos\theta_{21} + r_{23}\sin\theta_{21})\sin(\theta_{22}+\theta_{23}) + r_{33}\cos(\theta_{22}+\theta_{23})$

$B_5 = r_{23}\cos\theta_{21} - r_{13}\sin\theta_{21}$

$\theta_{26} = \mathrm{Atan2}\,(-B_6, A_6)$

$A_6 = r_{31}\sin(\theta_{22}+\theta_{23}) - (r_{11}\cos\theta_{21} + r_{21}\sin\theta_{21})\cos(\theta_{22}+\theta_{23})$

$B_6 = r_{32}\sin(\theta_{22}+\theta_{23}) - (r_{12}\cos\theta_{21} + r_{22}\sin\theta_{21})\cos(\theta_{22}+\theta_{23})$

3.3. Jakobiyen Matrisi ve Kinematik Kısıt Denklemleri

Önceki bölümlerde düzlemsel ve üç boyutlu uzayda çalışabilen robotların ileri ve ters kinematiğinin matematiksel modelleri elde edilerek robotların ana eksen takımı ile uç işlevci eksen takımı arasındaki ilişkiler elde edildi. Bu bölüm, robotların eklem uzayındaki hızlarıyla Kartezyen uzayındaki hızlarını birbiriyle ilişkilendiren Jakobiyen matrisinin elde edilmesi üzerinedir. Jakobiyen matrisi ayrıca eklem torkları ile uç işlevcisine uygulanan kuvvet ve tork arasındaki ilişkiyi de sağlar. Daha önce de belirtildiği gibi, iki robot kolu bir nesneyi beraber hareket ettirdiğinde kapalı kinematik zincir oluşur ve bu iki kolun, konum, hız ve ivme değerleri belirli kısıt denklemleri ile elde edilmesi gerekir.

3.3.1. Düzlemsel yapıdaki iki robotun Jakobiyen matrisi ve kısıt denklemleri

İki düzlemsel robot kol tarafından oluşturulan kapalı kinematik zincir modeli, Şekil 3.6'da gösterilmektedir. Modellenen sistem için elde edilen kısıt denklemlerinin genel formu Eş. 3.16'da ve kısıt denklemlerinin seti Eş. 3.17'de yer almaktadır.

$$\boldsymbol{\phi}_j(\mathbf{r}, \mathbf{q}_j) = \mathbf{r}_G + {}^{B}_{G}\mathbf{R}\mathbf{P}_j - \mathbf{r}_j = \mathbf{0} \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= x + l_B - l_{11}\cos\theta_{11} - l_{12}\cos(\theta_{11}+\theta_{12}) - l_c\cos(\beta-\alpha)\\
\phi_2 &= y - l_{11}\sin\theta_{11} - l_{12}\sin(\theta_{11}+\theta_{12}) + l_c\sin(\beta-\alpha)\\
\phi_3 &= x - l_B - l_{21}\cos\theta_{21} - l_{22}\cos(\theta_{21}+\theta_{22}) + l_c\cos(\beta-\alpha)\\
\phi_4 &= y - l_{21}\sin\theta_{21} - l_{22}\sin(\theta_{21}+\theta_{21}) + l_c\sin(\beta-\alpha)
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Burada, $\mathrm{r} = [x \quad y \quad \alpha]^T$, x ve y kap ve sıvının çalkalanmayan katı kısmının ağırlık merkezinin konum bileşenleri, α kabın düşey eksenine göre yaptığı açı ve $\mathrm{q}_i = [\theta_{11} \quad \theta_{12} \quad \theta_{21} \quad \theta_{22}]^T$ robot kolların eklem değerleridir. Eş. 3.16'nın zamana göre türevi alındığında eklem hızları $\dot{\mathrm{q}}_i$ $(i = 1{,}2)$ ile kabın ağırlık merkezinin hızları $\dot{\mathrm{r}}$ arasındaki ilişkiyi veren aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\dot{\boldsymbol{\Phi}}_j = \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}_j}{\partial \mathbf{r}} \dot{\mathbf{r}} + \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}_j}{\partial \mathbf{q}_j} \dot{\mathbf{q}}_j = \mathbf{0} \tag{3.18}$$

$$\dot{\mathbf{q}}_j = -\left(\frac{\partial \boldsymbol{\Phi}_j}{\partial \mathbf{q}_j}\right)^{-1} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\Phi}_j}{\partial \mathbf{r}}\right) \dot{\mathbf{r}} \tag{3.19}$$

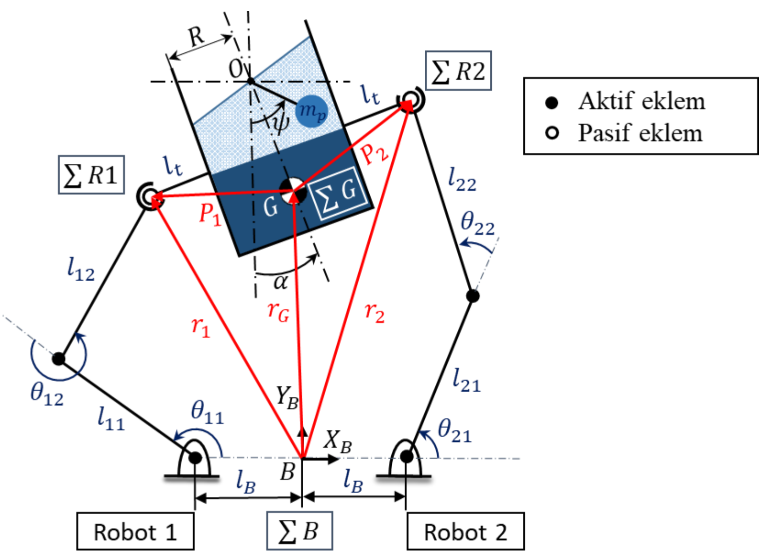
$$\mathbf{J}_j = \mathbf{J}_{aj}^{-1} \mathbf{J}_{oj} \tag{3.20}$$

Burada, $\mathrm{J}_{aj} = -\left(\frac{\partial \Phi_j}{\partial \mathrm{q}_j}\right)$, $\mathrm{J}_{oj} = \left(\frac{\partial \Phi_j}{\partial \mathrm{r}}\right)$ ve J_j Jakobiyen matrisleridir. Eklem hızlarının vektörü, nesne hızının fonksiyonu olarak şu şekilde ifade edilebilir.

$$\dot{\mathbf{q}}_j = \mathbf{J}_j \dot{\mathbf{r}} \tag{3.21}$$

Eklemlerin ivmeleri ise Eş. 3.21'in türevi alınarak elde edilir.

$$\ddot{\mathbf{q}}_j = \mathbf{J}_j \ddot{\mathbf{r}} + \dot{\mathbf{J}}_j \dot{\mathbf{r}} \tag{3.22}$$



Şekil 3.6. İki düzlemsel kooperatif robot, sıvı kap ve kısıtlama vektörlerinin şematiği

Yukarıdaki denklemlerde bulunan J_{aj} ve J_{oj} sırasıyla robot kollarının ve nesnenin Jakobiyen matrislerini temsil etmekte ve bu matrisler Eş. 3.23-3.26 arasında verilmiştir.

$$\mathbf{J}_{a1} = \begin{bmatrix} -l_{12}\sin(\theta_{11} + \theta_{12}) - l_{11}\sin(\theta_{11}) & -l_{12}sin(\theta_{11} + \theta_{12}) \\ l_{12}\cos(\theta_{11} + \theta_{12}) + l_{11}\cos(\theta_{11}) & l_{12}\cos(\theta_{11} + \theta_{12}) \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

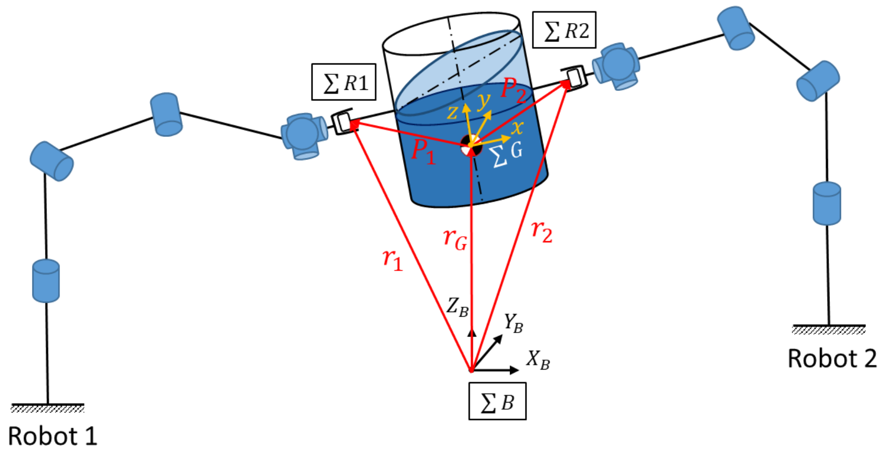
$$\mathbf{J}_{a2} = \begin{bmatrix} -l_{22}\sin(\theta_{21} + \theta_{22}) - l_{21}\sin(\theta_{21}) & -l_{22}\sin(\theta_{21} + \theta_{22}) \\ l_{22}\cos(\theta_{21} + \theta_{22}) + l_{21}\cos(\theta_{21}) & l_{22}\cos(\theta_{21} + \theta_{22}) \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

$$\mathbf{J}_{o1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & l_c\sin(\alpha - \beta) \\ 0 & 1 & -l_c\cos(\alpha - \beta) \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

$$\mathbf{J}_{o2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_c\sin(\alpha + \beta) \\ 0 & 1 & l_c\cos(\alpha + \beta) \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

3.3.2. Altı serbestlik dereceli robotun Jakobiyen matrisi ve kısıt denklemleri

Altı serbestlik dereceli iki robot kol, içinde sıvı bulunan bir kabı beraber sıkıca tutması sırasında oluşan genel kapalı kinematik modeli Şekil 3.7'de gösterilmektedir. İki robot kol bir nesneyi beraber sıkıca tuttuğunda bu iki kolun konum, hız ve ivme değerleri belirli kısıtlamalar ile sağlanır. Manipülatörlerin ve nesnenin tutulma noktaları arasındaki konumlar ve yönelimler değişmediğinden, $\sum R1$, $\sum R2$ ve $\sum G$ arasındaki konum ve yönelim sabittir.



Şekil 3.7. İki kooperatif robot, sıvı kap ve kısıtlama vektörlerinin şematiği

Tutma (grasp) matrisinin tanımına göre, hız denklemleri aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$$\dot{\mathbf{X}}_e = \mathbf{J}_{aj}\dot{\mathbf{q}}_j \tag{3.27}$$

$$\dot{\mathbf{X}}_e = \mathbf{J}_{oj}\dot{\mathbf{X}}_r \tag{3.28}$$

Yukarıdaki iki denklem birbirine eşitlenirse:

$$\mathbf{J}_{aj}\dot{\mathbf{q}}_j = \mathbf{J}_{oj}\dot{\mathbf{X}}_r \tag{3.29}$$

Eş. 3.29'dan $\dot{\mathrm{q}}_j$ elde edilip türevi alınırsa:

$$\dot{\mathbf{q}}_j = \mathbf{J}_{aj}^{-1}\mathbf{J}_{oj}\dot{\mathbf{X}}_r = \mathbf{J}_j\dot{\mathbf{X}}_r \tag{3.30}$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_j = \mathbf{J}_j\ddot{\mathbf{X}}_r + \dot{\mathbf{J}}_j\dot{\mathbf{X}}_r \tag{3.31}$$

Burada, $\dot{\mathrm{X}}_r = \begin{bmatrix}\dot{x} & \dot{y} & \dot{z} & \dot{\theta}_x & \dot{\theta}_y & \dot{\theta}_z\end{bmatrix}^T$ kap ve çalkalanmayan sıvının ağırlık merkezinin hızı, $\dot{\mathrm{X}}_e \in \mathcal{R}^{6\times1}$ robotların uç işlevcisinin hızı, $\dot{\mathrm{q}}_j \in \mathcal{R}^{6\times1}$ robot kolların hızı, $\mathrm{J}_j = \mathrm{J}_{aj}^{-1}\mathrm{J}_{oj}$ sistemin Jakobiyen matrisi, $\mathrm{J}_{aj} \in \mathcal{R}^{6\times6}$ ve $\mathrm{J}_{oj} \in \mathcal{R}^{6\times6}$ sırasıyla robot kollarının ve nesnenin Jakobiyen matrisleridir. Nesnenin Jakobiyen matrisi aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

$$\mathbf{J}_{oj} = \begin{bmatrix}\mathbf{I}_{3\times3}\,{}^{G}_{R_j}\mathbf{R} & \mathbf{P}_j \times {}^{G}_{R_j}\mathbf{R} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{I}_{3\times3}\,{}^{G}_{R_j}\mathbf{R}\end{bmatrix}$$

Burada, ${}^{G}_{R_j}\mathrm{R}$, $\sum Rj$ ve $\sum G$ arasındaki sabit rotasyon matrisidir. P_j nesne kütlesinin merkezinden robotun uç işlevcisine olan konum vektörüdür. J_{oj} içinde yer alan $\mathrm{P}_j \times$ şu şekilde tanımlanmış bir matristir:

$$\mathbf{P}_j \times = \begin{bmatrix}0 & p_{jz} & -p_{jy} \\ -p_{jz} & 0 & p_{jx} \\ p_{jy} & -p_{jx} & 0\end{bmatrix}$$

<u>Robot kolların Jakobiyen matrisi</u>

n-linkli bir manipülatörün uç işlevci eksen takımının ana eksen takımına göre dönüşüm matrisi aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$ {}_{n}^{0}\mathbf{T}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} {}_{n}^{0}\mathbf{R}(\mathbf{q}) & {}_{n}^{0}\mathbf{P}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \tag{3.32} $$

Burada, $\mathrm{q} = [q_1 \quad q_2 \quad \cdots \quad q_n]^T$ robot kolların eklem değişkenleri, ${}_{n}^{0}\mathrm{R}(\mathrm{q})$, ${}_{n}^{0}\mathrm{P}(\mathrm{q})$ sırasıyla robot uç işlevci eksen takımın, ana eksen takımına göre rotasyon matrisi ve konum vektörüdür. Uç işlevcisinin açısal hız vektörü ${}^{0}\omega_n$ ve doğrusal hız vektörü ${}^{0}v_n$ sırasıyla Eş. 3.33 ve Eş. 3.34'te ifade edilebilir:

$$ {}^{0}\boldsymbol{v}_n = {}_{n}^{0}\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{J}_v \dot{\mathbf{q}} \tag{3.33} $$

$$ {}^{0}\boldsymbol{\omega}_n = \mathbf{J}_\omega \dot{\mathbf{q}} \tag{3.34} $$

Burada, $\mathrm{J}_v \in \mathcal{R}^{3\times n}$ doğrusal hareket Jakobiyen matrisi, $\mathrm{J}_\omega \in \mathcal{R}^{3\times n}$ açısal hareket Jakobiyen matrisi ve $\dot{\mathrm{q}} \in \mathcal{R}^{n}$ eklem hızlarıdır. Jakobiyen matrisi $\mathrm{J} = [\mathrm{J}_v^T \quad \mathrm{J}_\omega^T]^T \in \mathcal{R}^{6\times n}$ şeklinde tanımlanırsa robot uç işlevcisinin hızı Eş. 3.35'teki gibi ifade edilebilir:

$$ \dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} {}^{0}\boldsymbol{v}_n \\ {}^{0}\boldsymbol{\omega}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v \\ \mathbf{J}_\omega \end{bmatrix} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} \tag{3.35} $$

Doğrusal hareket Jakobiyen matrisi J_v, uç işlevci konumunun ${}_{n}^{0}\mathrm{P}(\mathrm{q})$ kısmi türevinden elde edilebilir:

$$ \mathbf{J}_v = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial\, {}_{n}^{0}\mathbf{P}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}_1} & \dfrac{\partial\, {}_{n}^{0}\mathbf{P}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}_2} & \cdots & \dfrac{\partial\, {}_{n}^{0}\mathbf{P}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}_n} \end{bmatrix} \tag{3.36} $$

Açısal hareket Jakobiyen matrisi J_ω ise aşağıdaki formülden elde edilir:

$$ \mathbf{J}_\omega = [\rho_1 {}^{0}\mathbf{Z}_1 \quad \rho_2 {}^{0}\mathbf{Z}_2 \quad \dots \quad \rho_n {}^{0}\mathbf{Z}_n] \tag{3.37} $$

Burada, ${}^{0}\mathrm{Z}_i = {}_{i}^{0}\mathrm{R}\,{}^{i}\mathrm{Z}_i$ ve ${}^{i}\mathrm{Z}_i = [0 \quad 0 \quad 1]^T$'dir. Dönel eklemler için $\rho_i = 1$ ve kayar eklemler için $\rho_i = 0$'dır.

Elde edilen Jakobiyen matrisi EK-3'te verilmektedir.

4. İKİ ROBOT KOLU İLE SIVI DOLU KAP TAŞINIM SİSTEMİNİN DİNAMİĞİ

4.1. Manipülatör Dinamiği

Kinematik denklemlerde, harekete sebep olan kuvvet ve torklar dikkate alınmaksızın robotun hareketi tarif edilirken, dinamik denklemlerde kuvvet ve hareket arasındaki ilişki açıkça tanımlanır.

Robot kolunun dinamik analizi, eklemlere tahrik elemanları tarafından uygulanan moment ve kuvvet büyükleri ile robot kolunun zamana göre konum, hız ve ivmesi arasındaki ilişkilerinin incelemesi olarak tanımlanabilir. Manipülatörün dinamik özelliklerinin analizi, manipülatör hareketlerini kontrol ve benzetim çalışmalarının yapılması için gereklidir. Robot kollarının dinamik modellenmesi genel olarak "Lagrange-Euler" ve "Newton-Euler" yöntemleriyle elde edilmektedir. Bu tez çalışmasında robot kolların dinamiği Newton-Euler yöntemi ile elde edilmiştir.

Newton-Euler formülasyonu içe dönük ve dışa dönük döngüler olarak tanımlanan iki döngüden oluşur. Dışa dönük döngüde; eklemlerin açısal hız-ivme ve doğrusal hız-ivme değerlerinden eklemlerin istenilen hareketini sağlamak için linklerin kütle merkezine uygulanması gereken ${}^{i+1}\mathrm{F}_{i+1}$ kuvvet ve ${}^{i+1}\mathrm{N}_{i+1}$ moment değerleri hesaplanır. Bu açıdan dışa dönük hesaplamalar için eklemlerin yer değişim, hız ve ivme değerlerine ihtiyaç vardır. Aşağıdaki formülasyon, dönel eklemli herhangi bir robota uygulanabilir.

$$ {}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}_{i}\mathbf{R}\,{}^{i}\boldsymbol{\omega}_i + \dot{\boldsymbol{\theta}}_{i+1}\,{}^{i+1}\mathbf{Z}_{i+1} $$

$$ {}^{i+1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} = {}^{i+1}_{i}\mathbf{R}\,{}^{i}\dot{\boldsymbol{\omega}}_i + {}^{i+1}_{i}\mathbf{R}\,{}^{i}\boldsymbol{\omega}_i \times \dot{\boldsymbol{\theta}}_{i+1}\,{}^{i}\mathbf{Z}_i + \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{i+1}\,{}^{i+1}\mathbf{Z}_{i+1} $$

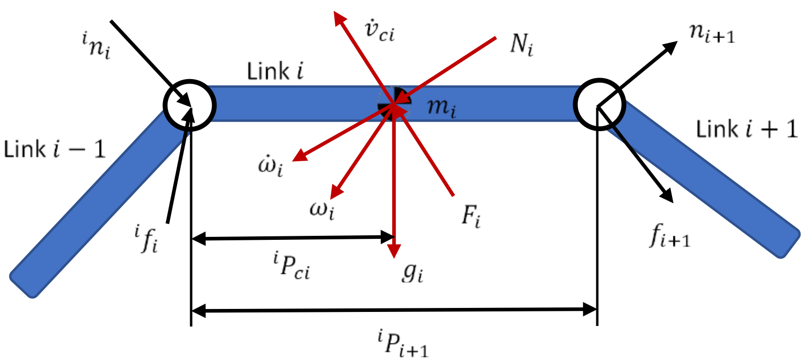
$$ {}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{i+1} = {}^{i+1}_{i}\mathbf{R}\left({}^{i}\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^{i}\mathbf{P}_{i+1} + {}^{i}\boldsymbol{\omega}_i \times \left({}^{i}\boldsymbol{\omega}_i \times {}^{i}\mathbf{P}_{i+1}\right) + {}^{i}\dot{\mathbf{v}}_i\right) $$

$$ {}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{C_{i+1}} = {}^{i+1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} \times {}^{i+1}\mathbf{P}_{C_{i+1}} + {}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} \times \left({}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} \times {}^{i+1}\mathbf{P}_{C_{i+1}}\right) + {}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{i+1} $$

$$ {}^{i+1}\mathbf{F}_{i+1} = \mathbf{m}_{i+1}\,{}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{C_{i+1}} $$

$$ {}^{i+1}\mathbf{N}_{i+1} = {}^{C_{i+1}}\mathbf{I}_{i+1}\,{}^{i+1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} + {}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} \times {}^{C_{i+1}}\mathbf{I}_{i+1}\,{}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} $$

Burada, ${}^{i+1}\mathrm{Z}_{i+1} = [0\ 0\ 1]^T$, ${}^{i+1}_{i}\mathrm{R}$ iki link arasındaki dönme matrisi, ${}^{i+1}\dot{\mathrm{v}}_{C_{i+1}}$ linkin kütle merkezinin doğrusal ivmesi, ${}^{i+1}\mathrm{P}_{C_{i+1}}$ linkin kütle merkezinin konumu ve ${}^{C_{i+1}}\mathrm{I}_{i+1}$ linkin kendi kütle merkezine göre atalet tensörüdür. Aşağıdaki şekilde linke etkileyen kuvvet ve momentler gösterilmektedir.



Şekil 4.1. Linklere etkileyen kuvvet ve momentler

İçe dönük döngüde son linkten başlayarak geriye doğru eklemlerdeki kuvvet ve moment değerleri elde edilir. Bu kuvvet ve momentler aşağıdaki denklemlerden hesaplanır.

$${}^{i}\mathbf{f}_i = {}^{i}_{i+1}\mathbf{R}\ {}^{i+1}\mathbf{f}_{i+1} + {}^{i}\mathbf{F}_i$$

$${}^{i}\mathbf{n}_i = {}^{i}\mathbf{N}_i + {}^{i}_{i+1}\mathbf{R}\ {}^{i+1}\mathbf{n}_{i+1} + {}^{i}\mathbf{P}_{C_i} \times {}^{i}\mathbf{F}_i + {}^{i}\mathbf{P}_{i+1} \times {}^{i}_{i+1}\mathbf{R}\ {}^{i+1}\mathbf{f}_{i+1}$$

$$\boldsymbol{\tau}_i = {}^{i}\mathbf{n}_i^T\ {}^{i}\mathbf{Z}_i$$

j robot kolunun dinamik denklemleri Eş. 4.1'deki genel denklemdeki gibi eklem uzayında ifade edilir.

$$\mathbf{M}_j(\mathbf{q}_j)\ddot{\mathbf{q}}_j + \mathbf{C}_j(\mathbf{q}_j, \dot{\mathbf{q}}_j) + \mathbf{G}_j(\mathbf{q}_j) = \boldsymbol{\tau}_j - \mathbf{J}_{aj}^T\mathbf{F}_j, \qquad j = 1{,}2 \tag{4.1}$$

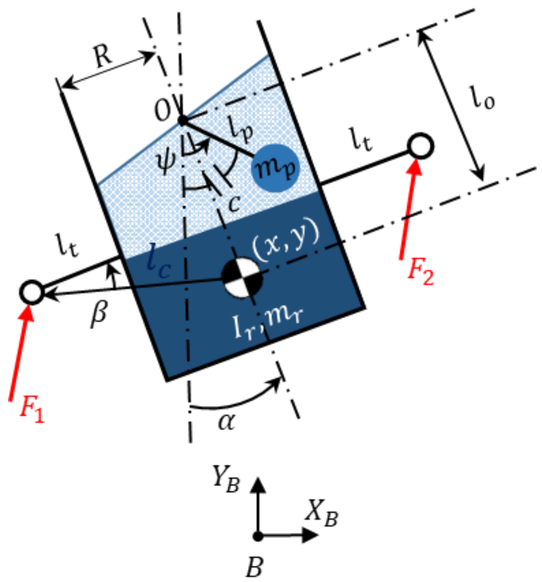
Burada, M_j atalet matrisi, C_j Koriyolis ve doğrusal olmayan terimlerin vektörü, G_j yerçekimi kuvvet vektörü, J_{aj} Jakobiyen matrisi, τ_j tork vektörü, F_j robotun uç işlevcisinden nesneye uygulanan kuvvet ve moment vektörüdür. Ayrıca $\mathrm{q}_j, \dot{\mathrm{q}}_j, \ddot{\mathrm{q}}_j$ eklemlerin konum, hız ve ivme vektörleridir.

4.2. Sıvı Çalkalanma Dinamiği

Silindirik bir kap içerisindeki sıvının çalkalanma modeli, sarkaç sistemi ile temsil edilebilmektedir. Sarkaç modeli kullanılarak, çalkalanmanın daha gerçekçi mekanik benzetimi için sonsuz sayıda sarkaç modelinin toplam etkisinin modellenmesi gerekmektedir. Görece sonsuz sayıdaki sarkaç kullanımı ile sarkacın ucunda kullanılan kütlenin boyutu arasında ters ilişki vardır. Yani, sarkaç sayısına bağlı olarak mod sayıları artarken kütle miktarları düşmektedir. Bu ilişki nedeniyle, ilk temel moda karşılık gelen sıvının çalkalanan kısmı, tek bir kütle şeklinde modellenebilmektedir. Bu, mühendislikte sıkça kullanılan küçük etkilerin ihmal edilebilirliği ilkesi uyarınca, sıvı çalkalanmasının basit bir ters sarkaç sistemi olarak kabul edilebilmesini sağlamaktadır. Geriye kalan sıvının çalkalanmayan kısmı ve tank kütlesi ise tek bir rijit kütle gibi modellenmektedir. Bu bölümde kap ve sıvı çalkalanmasının doğrusal olmayan dinamiği, düzlemsel ve üç boyutlu uzayda modellenmektedir.

4.2.1. Düzlemsel sıvı çalkalanması

Şekil 4.2'de silindirik bir kabın içindeki sıvı çalkalanması, katı bir kütle ve sarkaç sistemi olarak gösterilmektedir. Sıvı çalkalanması ile kap cidarındaki viskozite ve sürtünme, sabit sönümleme katsayısı ile tanımlanmaktadır. Sistem parametreleri Çizelge 4.1'de verilmektedir.



Şekil 4.2. Sıvı çalkalanmasının sarkaç modeli

Çizelge 4.1. Sistem parametreleri

Parametre	Açıklama	Birim
m_r	Kap ve sıvının çalkalanmayan kısmının toplam kütlesi	kg
I_r	Kap ve sıvının çalkalanmayan kısmının toplam atalet momenti	kg.m^2
m_p	Sıvının çalkalanan kısmının kütlesi (sarkacın kütlesi)	kg
c	Sıvı viskozitesi	kg.m^2/s
l_p	Sarkaç uzunluğu	m
l_o	Katı kütle (kap ile sıvının çalkalanmayan kısmı) merkezi ile O noktası arasındaki mesafe	m
l_t	Kap kolunun uzunluğu	m
R	Silindirin yarıçapı	m
β	Kap kolu ile katı kütle arasındaki açı	rad
F_i	Robotlar tarafından kap kollarına uygulanan kuvvet vektörü	N
x	Katı kütlenin ana eksen takımına göre yatay yönündeki konumu	m
y	Katı kütlenin ana eksen takımına göre düşey yönündeki konumu	m
α	Kabın düşey yönüne göre açısı	rad
ψ	Çalkalanma açısı veya sarkaç açısı	rad

Çalkalanan sıvı kütlesinin (m_p) ağırlık merkezi konum vektörü Eş. 4.2'de verilmektedir.

$$\begin{cases} x_p = x - l_o \sin\alpha + l_p \sin\psi \\ y_p = y + l_o \cos\alpha - l_p \cos\psi \end{cases} \tag{4.2}$$

Çalkalanan sıvının kinetik enerjisi (T_p) ve sıvının çalkalanmayan kısmı ile kabın (T_r) kinetik enerjisi aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$T_r = \frac{1}{2} m_r (\dot{x} + \dot{y})^2 + \frac{1}{2} I_r \dot{\alpha}^2$$

$$T_p = \frac{1}{2} m_p \left(\dot{x}_p + \dot{y}_p\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} m_p \big(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + l_o^2 \dot{\alpha}^2 + l_p^2 \dot{\psi}^2 + 2 l_p \sin\psi\, \dot{y}\dot{\psi} + 2 l_p \cos\psi\, \dot{x}\dot{\psi}$$
$$- 2 l_o \cos\alpha\, \dot{x}\dot{\alpha} - 2\, l_o \sin\alpha\, \dot{y}\dot{\alpha} - 2 l_o l_p \cos(\alpha - \psi)\, \dot{\alpha}\dot{\psi}\big)$$

Çalkalanan sıvı ve çalkalanmayan sıvı ile kabın sönümleme ve potansiyel enerjisi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$D = \frac{1}{2}c\left(\dot{\psi} - \dot{\alpha}\right)^2$$

$$U_r = m_r g y$$

$$U_p = m_p g\left(y + l_o \cos\alpha - l_p \cos\psi\right)$$

Lagrange formülü ile nesnenin hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$T = T_r + T_p$$

$$U = U_r + U_p$$

$$L = T - U$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = Q_k$$

Sıvının çalkalanmayan kısmı ile kabın denklemi:

$$\left(m_r + m_p\right)\ddot{x} - m_p l_o \cos\alpha\ \ddot{\alpha} + m_p l_P \cos\psi\ \ddot{\psi} + m_p l_o \sin\alpha\ \dot{\alpha}^2 - m_p l_p \sin\psi\ \dot{\psi}^2 = f_{x1} + f_{x2}$$

$$\left(m_r + m_p\right)\ddot{y} - m_p l_o \sin\alpha\ \ddot{\alpha} + m_p l_P \sin\psi\ \ddot{\psi} - m_p l_o \cos\alpha\ \dot{\alpha}^2 + m_p l_p \cos\psi\ \dot{\psi}^2 + \left(m_r + m_p\right)g = f_{y1} + f_{y2}$$

$$\left(I_r + m_p l_o^2\right)\ddot{\alpha} - m_p l_o \cos\alpha\ \ddot{x} - m_p l_o \sin\alpha\ \ddot{y} - m_p l_o l_P \cos(\alpha - \psi)\ \ddot{\psi} - m_p l_o l_p \sin(\alpha - \psi)\ \dot{\psi}^2 + c\left(\dot{\alpha} - \dot{\psi}\right) - m_p l_o g sin\,\alpha = \tau_{c1} + \tau_{c2}$$

Sıvının çalkalanan kısmının denklemi:

$$m_p l_p^2 \ddot{\psi} + m_p l_p \cos\psi\ \ddot{x} + m_p l_p \sin\psi\ \ddot{y} - m_p l_o l_P \cos(\alpha - \psi)\ \ddot{\alpha} + m_p l_o l_p \sin(\alpha - \psi)\ \dot{\alpha}^2 - c\left(\dot{\alpha} - \dot{\psi}\right) + m_p l_p g \sin\psi = 0$$

Burada, $\tau_{c1} = l_c \sin(\alpha - \beta)\, f_{x1} - l_c \cos(\alpha - \beta)\, f_{y1}$ ve $\tau_{c2} = -l_c \sin(\alpha + \beta)\, f_{x2} + l_c \cos(\alpha + \beta)\, f_{y2}$'dir. Çalkalanmanın genel dinamik denklemi Eş. 4.3'te verilmiştir.

$$\mathbf{M}_o(\mathbf{X}_o)\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}_o\big(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o\big) + \mathbf{G}_o(\mathbf{X}_o) = \sum_{j=1}^{2} \mathbf{J}_{oj}^{\mathrm{T}}\, \mathbf{F}_j \tag{4.3}$$

Burada, M_o atalet matrisi, C_o Koriyolis ve doğrusal olmayan kuvvet vektörü, G_o yerçekimi kuvveti, J_{oj} Jakobiyen matrisi, $\mathrm{X}_o = [x \quad y \quad \alpha \quad \psi]^T$ genelleştirilmiş koordinatlar, $\mathrm{F}_j = [f_{xj} \quad f_{yj}\,]^T$ robotun uç işlevcisinden nesneye uygulanan kuvvet ve moment vektörleridir. Ayrıca $\mathrm{X}_o, \dot{\mathrm{X}}_o, \ddot{\mathrm{X}}_o$ genelleştirilmiş koordinatların konum, hız ve ivme vektörleridir.

Kabın denklemlerinden kuvvetler ve momentleri F_j elde edilip; robot dinamiğinde yerine koyulduğunda, iki robot kolun dinamikleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}_1 = {} & \mathbf{M}_1(\mathbf{q}_1)\ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{C}_1(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1) + \mathbf{G}_1(\mathbf{q}_1) \\ & + \mathbf{J}_{a1}^T(\mathbf{J}_{o1}^T)^{-1}\big(\mathbf{M}_o(\mathbf{X}_o)\ddot{\mathbf{X}}_o + \mathbf{C}_o\big(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o\big) + \mathbf{G}_o\mathbf{X}_o + \mathbf{J}_{o2}^T\mathbf{F}_2\big)\end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}_2 = {} & \mathbf{M}_2(\mathbf{q}_2)\ddot{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{C}_2(\mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_2) + \mathbf{G}_2(\mathbf{q}_2) \\ & + \mathbf{J}_{a2}^T(\mathbf{J}_{o2}^T)^{-1}\big(\mathbf{M}_o(\mathbf{X}_o)\ddot{\mathbf{X}}_o + \mathbf{C}_o\big(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o\big) + \mathbf{G}_o\mathbf{X}_o + \mathbf{J}_{o1}^T\mathbf{F}_1\big)\end{aligned} \tag{4.5}$$

Burada, sıvı dinamiğinden elde edilen M_o atalet matrisi, C_o Koriyolis ve doğrusal olmayan kuvvet vektörü, G_o yerçekimi kuvveti aşağıda verilmiştir:

$$\mathbf{M}_o = \begin{bmatrix} m_r + m_p & 0 & -m_p l_o \cos(\alpha) & m_p l_p \cos(\psi) \\ 0 & m_r + m_p & -m_p l_o \sin(\alpha) & m_p l_p \sin(\psi) \\ -m_p l_o \cos(\alpha) & -m_p l_o \sin(\alpha) & I_r + m_p l_o^2 & -m_p l_o l_p \cos(\alpha - \psi) \\ m_p l_p \cos(\psi) & m_p l_p \sin(\psi) & -m_p l_o l_p \cos(\alpha - \psi) & I_p + m_p l_p^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_o = \begin{bmatrix} m_p l_o \sin(\alpha)(\dot{\alpha})^2 - m_p l_p \sin(\psi)(\dot{\psi})^2 \\ -m_p l_o \cos(\alpha)(\dot{\alpha})^2 + m_p l_p \cos(\psi)(\dot{\psi})^2 \\ c\,(\dot{\alpha} - \dot{\psi}) - m_p l_o l_p \sin(\alpha - \psi)\,(\dot{\psi})^2 \\ -c\,(\dot{\alpha} - \dot{\psi}) + m_p l_o l_p \sin(\alpha - \psi)\,(\dot{\alpha})^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ (m_r + m_p)g \\ -m_p l_o g \sin(\alpha) \\ m_p l_p g \sin(\alpha) \end{bmatrix}$$

Elde edilen matrisleri kullanarak, sıvı çalkalanmasının doğrusal olmayan dinamiğinin durum uzay formu Eş. 4.6'dan elde edilir:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \tag{4.6}$$

Burada,

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{4\times4} & \mathbf{I}_{4\times4} \\ -\mathbf{M}_o^{-1}\mathbf{G}_{SD} & -\mathbf{M}_o^{-1}\mathbf{C}_o \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{4\times4} \\ \mathbf{M}_o^{-1}\mathbf{J}_o^T \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{G}_{SD} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{(m_r + m_p)g}{y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\dfrac{m_p l_o g \sin\alpha}{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dfrac{m_p l_p g \sin\psi}{\psi} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_o^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ l_c \sin(\alpha - \beta) & -l_c \cos(\alpha - \beta) & -l_c \sin(\alpha + \beta) & l_c \cos(\alpha + \beta) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = [x \quad y \quad \alpha \quad \psi \quad \dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{\alpha} \quad \dot{\psi}]^T$$

$$\mathbf{u} = [\mathbf{F}_1 \quad \mathbf{F}_2]^T = [f_{x1} \quad f_{y1} \quad f_{x2} \quad f_{y2}]^T$$

Doğrusal olmayan çalkalanma dinamiğinin doğrusallaştırılması

Sıvı dolu kabın doğrusal olmayan çalkalanma dinamiği, Genişletilmiş Taylor Serisi (Taylor Series Expansion) fonksiyonları kullanılarak doğrusallaştırılmıştır [120]. Doğrusal olmayan çoklu giriş ve çoklu çıkış için aşağıdaki gibi genel bir model dikkate alınsın:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u}) \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c} \dot{x}_1 = f_1(x_1,\dots,x_n,u_1,\dots,u_m) \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f_n(x_1,\dots,x_n,u_1,\dots,u_m) \end{array}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x},\mathbf{u}) \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c} y_1 = g_1(x_1,\dots,x_n,u_1,\dots,u_m) \\ \vdots \\ y_n = g_n(x_1,\dots,x_n,u_1,\dots,u_m) \end{array}$$

Denge noktalarının $\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_n,\bar{u}_1,\bar{u}_2,\cdots,\bar{u}_m$ olduğu varsayılırsa:

$$f_i(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_n,\bar{u}_1,\bar{u}_2,\cdots,\bar{u}_m) = 0 \;\; \forall i \in \{1,2,\cdots,n\}$$

Denge noktalarında, tüm f_i fonksiyonları sıfıra eşitlendiğinden dolayı, sistem denge noktasına ulaştığında hareket etmeyi durdurur. f_i fonksiyonlarının denge noktası etrafındaki doğrusallaştırılması Eş. 4.7'den elde edilir.

$$\begin{aligned} f_i(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_n,\bar{u}_1,\bar{u}_2,\cdots,\bar{u}_m) \\ \approx f_i(\bar{x},\bar{u}) + \sum_{j=1}^{n} \left.\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right|_{x_j=\bar{x}_j} \left(x_j - \bar{x}_j\right) + \sum_{j=1}^{m} \left.\frac{\partial f_i}{\partial u_j}\right|_{u_j=\bar{u}_j} \left(u - \bar{u}_j\right) \\ + \text{yüksek dereceli terimler} \end{aligned} \tag{4.7}$$

Burada, $f_i(\bar{x},\bar{u}) = 0$. Eğer $\delta x_j = x_j - \bar{x}_j$ (for $1 \le j \le n$) ve $\delta u_j = u_j - \bar{u}_j$ (for $1 \le j \le m$) ise, x_i durumun doğrusal dinamiği Eş. 4.8'den bulunur:

$$\delta \dot{x}_i = \sum_{j=1}^{n} \left.\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right|_{x_j=\bar{x}_j} \delta x_j + \sum_{j=1}^{m} \left.\frac{\partial f_i}{\partial u_j}\right|_{u_j=\bar{u}_j} \delta u_j \tag{4.8}$$

Doğrusallaştırılmış sistemin matris formu aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$$

Burada, $a_{ij} = \left.\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right|_{\substack{x=\bar{x}\\u=\bar{u}}}$ ve $b_{ij} = \left.\frac{\partial f_i}{\partial u_j}\right|_{\substack{x=\bar{x}\\u=\bar{u}}}$, A ve B matrislerinin elemanları, sistemin denge noktaları $\bar{\mathrm{x}} = [\bar{x} \quad \bar{y} \quad 0 \quad 0]^T$ ($\bar{x}$ ve $\bar{y}$ herhangi bir nokta olabilir) ve $\bar{\mathrm{u}} = \left[0 \quad (m_p + m_r)g/2 \quad 0 \quad (m_p + m_r)g/2\right]^T$'dir. A ve B matrislerinin elemanlarının denklemleri EK-4'te verilmektedir.

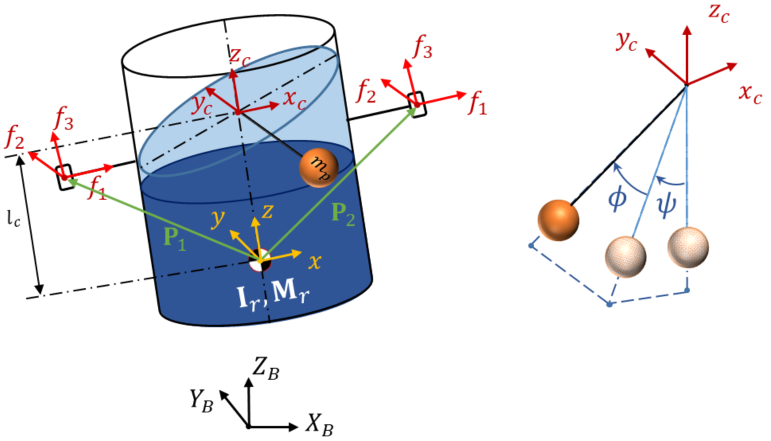
Eklem uzayında iki robotun dinamik modeli aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{J}^T\mathbf{u} \tag{4.9}$$

Burada, $\mathrm{M} = \mathrm{diag}[\mathrm{M}_1 \quad \mathrm{M}_2]$ atalet matrisi, $\mathrm{C} = [\mathrm{C}_1 \quad \mathrm{C}_2]^T$ doğrusal olmayan terimlerin vektörü, $\mathrm{G} = [\mathrm{G}_1 \quad \mathrm{G}_2]^T$ yerçekimi kuvveti, $\mathrm{J} = \mathrm{diag}[\mathrm{J}_{a1} \quad \mathrm{J}_{a2}]$ Jakobiyen matrisi, τ tork vektörü, u robotun uç işlevcisinden kaba uygulanan kuvvet ve moment vektörüdür. Ayrıca $\mathrm{q}, \dot{\mathrm{q}}, \ddot{\mathrm{q}}$ sırasıyla eklemlerin konum, hız ve ivme vektörleridir.

4.2.2. Üç boyutlu sıvı çalkalanması

Bir önceki bölümde silindirik bir kap içerisindeki sıvının çalkalanma modeli ve sıvı çalkalanma dinamiği sarkaç sistemi ile düzlemsel boyutta modellenmiştir. Bu bölümde ise içi sıvı dolu bir silindirik kabın dinamiği üç boyutlu olarak modellenmektedir. Şekil 4.3'te bulunan çalkalanma sarkaç modeli, m_p kütlesinden, l_p uzunluğundan ve m_r (çalkalanmayan sıvı ve kap kütlesi) katı kütlesinden oluşmaktadır.



Şekil 4.3. Üç boyutlu çalkalanma: sarkaç modeli

Çizelge 4.2. Sistem parametreleri

Parametreler	Açıklama	Birim
M_r	Kap ve sıvının çalkalanmayan kısmının toplam kütlesi	kg
I_r	Kap ve sıvının çalkalanmayan kısmının toplam atalet momenti	$kg.m^2$
m_p	Sıvının çalkalanan kısmının kütlesi (sarkacın kütlesi)	kg
c	Sıvı viskozitesi	$kg.m^2/s$
l_p	Sarkaç uzunluğu	m
l_c	Katı kütle merkezi (kap ve sıvının çalkalanmayan kısmının ortak kütle merkezi) ile C noktası arasındaki mesafe	m
l_t	Kap kolunun uzunluğu	m
R	Silindirik kabın yarıçapı	m
P_i	Kap kolu ile katı kütle ağırlık merkezinin arasındaki mesafe	m
F_i	Robotlar tarafından kap kollarına uygulanan kuvvet vektörü	N
X_r	Katı kütlenin ana koordinat çerçevesine göre konumu	m
Θ_r	Kabın ana koordinat çerçevesine göre yönelimi	rad
ψ	Sarkacın y_c eksenine göre açısı	Rad
ϕ	Sarkacın x_c eksenine göre açısı	Rad

Çalkalanan sıvı kütlesinin m_p ağırlık merkezinin konum vektörü aşağıda verilmektedir.

$$x_p = x + l_c \sin(\theta_y) - l_p \sin(\psi)$$

$$y_p = y - l_c \cos(\theta_y) \sin(\theta_x) + l_p \sin(\phi) \cos(\psi)$$

$$z_p = z + l_c \cos(\theta_x) \cos(\theta_y) - l_p \cos(\psi) \cos(\phi)$$

Sarkaç kütlesinin hızı:

$$\dot{x}_p = (\dot{x}) - l_p \cos(\psi)\,(\dot{\psi}) + l_c \cos(\theta_y)\,(\dot{\theta}_y)$$

$$\dot{y}_p = (\dot{y}) + l_p \cos(\phi) \cos(\psi)\,(\dot{\phi}) - l_c \cos(\theta_x) \cos(\theta_y)\,(\dot{\theta}_x) - l_p \sin(\phi) \sin(\psi)\,(\dot{\psi}) \\ + l_c \sin(\theta_x) \sin(\theta_y)\,(\dot{\theta}_y)$$

$$\dot{z}_p = (\dot{z}) + l_p \cos(\psi) \sin(\phi)\,(\dot{\phi}) + l_p \cos(\phi) \sin(\psi)\,(\dot{\psi}) - l_c \cos(\theta_y) \sin(\theta_x)\,(\dot{\theta}_x) \\ - l_c \cos(\theta_x) \sin(\theta_y)\,(\dot{\theta}_y)$$

Çalkalanan sıvının kinetik enerjisi (T_p) ve sıvının çalkalanmayan kısmı ile kabın (T_r) kinetik enerjisi aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$T_r = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{X}}_r^T \mathbf{M}_r \dot{\mathbf{X}}_r + \frac{1}{2}\dot{\mathbf{\Theta}}_r^T \mathbf{I}_r \dot{\mathbf{\Theta}}_r$$

$$T_p = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{X}}_p^T \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{X}}_p$$

Burada, $\dot{\mathrm{X}}_r = \begin{bmatrix}\dot{x} & \dot{y} & \dot{z} & \dot{\theta}_x & \dot{\theta}_y & \dot{\theta}_z\end{bmatrix}^T$ ve $\dot{\mathrm{X}}_p = [\dot{x}_p \quad \dot{y}_p \quad \dot{z}_p]^T$. Çalkalanan sıvı ve çalkalanmayan sıvı ile kabın sönümleme ve potansiyel enerjisi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$D = \frac{1}{2} c l_p^2 \left(\dot{\psi}^2 + \sin^2\psi \ \dot{\phi}^2\right)$$

$$U_r = m_r g z$$

$$U_p = m_p g\left(z + l_o \cos\theta_y \cos\theta_x - l_p \cos\psi\right)$$

Lagrange formülü ile nesnenin hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$T = T_r + T_p$$

$$U = U_r + U_p$$

$$L = T - U$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = Q_k$$

Silindirik kap ve sıvı çalkalanmasının üç boyutlu dinamiği EK-5’te verilmektedir. Çalkalanmanın ve kabın genel dinamik denklemi aşağıdaki şekilde yazılmaktadır.

$$\mathbf{M}_o(\mathbf{X}_o)\mathbf{X}_o + \mathbf{C}_o\left(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o\right) + \mathbf{G}_o(\mathbf{X}_o) = \sum_{j=1}^{2} \mathbf{J}_{oj}^T \mathbf{F}_j$$

Burada, M_o atalet matrisi, C_o Koriyolis ve doğrusal olmayan kuvvetler vektörü, G_o yerçekimi kuvveti, J_{oj} Jakobiyen matrisi, F_j $(j = 1, 2)$ robotun uç işlevcisinden nesneye uygulanan kuvvet ve moment vektörleridir. Ayrıca $X_o, \dot{X}_o, \ddot{X}_o$ genel koordinatların konum, hız ve ivme vektörleridir.

$$\mathbf{X}_o = [x \quad y \quad z \quad \theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z \quad \psi \quad \phi]^T$$

$$\mathbf{F}_j = [f_{j1} \quad f_{j2} \quad f_{j3} \quad \tau_{j1} \quad \tau_{j2} \quad \tau_{j3}]^T, \qquad j = 1{,}2$$

Çalkalanmayan sıvı ve kabın denklemlerinden elde edilen kuvvetler F_j, robot dinamiğinde yerine koyulduğunda, iki robot kolun dinamikleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}_1 = {} & \mathbf{M}_1(\mathbf{q}_1)\ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{C}_1(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1) + \mathbf{G}_1(\mathbf{q}_1) \\ & + \mathbf{J}_{a1}^T(\mathbf{J}_{o1}^T)^{-1}\big(\mathbf{M}_o(\mathbf{X}_o)\ddot{\mathbf{X}}_o + \mathbf{C}_o\big(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o\big) + \mathbf{G}_o\mathbf{X}_o + \mathbf{J}_{o2}^T\mathbf{F}_2\big)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}_2 = {} & \mathbf{M}_2(\mathbf{q}_2)\ddot{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{C}_2(\mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_2) + \mathbf{G}_2(\mathbf{q}_2) \\ & + \mathbf{J}_{a2}^T(\mathbf{J}_{o2}^T)^{-1}\big(\mathbf{M}_o(\mathbf{X}_o)\ddot{\mathbf{X}}_o + \mathbf{C}_o\big(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o\big) + \mathbf{G}_o\mathbf{X}_o + \mathbf{J}_{o1}^T\mathbf{F}_1\big)\end{aligned}$$

5. KONTROLCÜ TASARIMI

Bu bölümde, birlikte çalışan iki robot kolu yardımı ile çalkalanmadan ve dökülmeden sıvı dolu bir silindirik kabın farklı kontrolcüler kullanılarak taşınması incelenmiştir. Çalışmada tasarlanan kontrolcüler aşağıda listelenmiştir:

- Genişletilmiş empedans kontrolü
- Kutup yerleştirme kontrolü
- Doğrusal karesel düzenleyici (LQR) kontrolü
- SDRE kontrolü

5.1. Genişletilmiş Empedans Kontrolü

Empedans kontrol, manipülatörün uç işlevcisinin çevre ile temasından kaynaklanan etki kuvvetlerinin uç işlevci üzerindeki mekanik empedanslarını ayarlayarak, kuvvet ve konumunu kontrol etmeyi amaçlar. Empedans kontrol ile ilgili bilgi bölüm 2.2.1'de verilmiştir.

Bu çalışmada, sıvı çalkalanmasından dolayı ortaya çıkan kuvvet ve momentler, kabın üzerine uygulanan dış kuvvet olarak kabul edilmiştir. Çalkalanmayı önlemek için empedans kontrol kuralına, sıvı çalkalanma önleme terimi $\mathrm{K}_{d\psi}(\Psi - \Psi_d)$ eklenmiştir. Sözü geçen terim, çalkalanmayı hızlı bir şekilde yok ederek, kap ve sıvının birlikte rijit bir nesne olarak hareket etmesini sağlar.

Kap için istenen mekanik empedans Eş. 5.1'de ifade edildiği gibi tanımlanmaktadır:

$$\mathbf{M}_{dj}\left(\ddot{\mathbf{X}}_o - \ddot{\mathbf{X}}_{od}\right) + \mathbf{D}_{dj}\left(\dot{\mathbf{X}}_o - \dot{\mathbf{X}}_{od}\right) + \mathbf{K}_{dj}(\mathbf{X}_o - \mathbf{X}_{od}) - \mathbf{K}_{d\psi}(\boldsymbol{\Psi} - \boldsymbol{\Psi}_d) = \mathbf{J}_{oj}^T\mathbf{F}_j \tag{5.1}$$

Burada, M_{dj}, D_{dj} ve K_{dj} sırasıyla, istenen atalet, sönümleme ve rijitlik matrisleridir. Bunlar (6 + 2n) × (6 + 2n) simetrik ve pozitif matrislerdir. $\mathrm{K}_{d\psi}$ ise (6 + 2n) × (2n) çalkalanan sıvı için istenen rijitlik matrisidir.

Ψ_d, X_{od}, $\dot{\mathrm{X}}_{od}$ ve $\ddot{\mathrm{X}}_{od}$ istenilen konum, hız ve ivme vektörleridir, Ψ sarkacın konumu ve F_j robot kollarından kaba uygulanan kuvvetlerdir. M_{dj}, D_{dj}, K_{dj} ve $\mathrm{K}_{d\psi}$ değerleri sistemin sönümleme oranına göre seçilir. Eş. 5.1'in ilk üç terimi, kap ve sıvının rijit kısmı için istenilen mekanik empedanstır, dördüncü terim ise sıvı çalkalanmasını engellemek için kullanılmaktadır. Eş. 5.1'den $\ddot{\mathrm{X}}_o$ elde edilip, nesnenin dinamik denkleminde (Eş. 4.3) yerine koyulduğunda F_1 ve F_2 kuvvetleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_1 = \mathbf{J}_{o1}^{T\#}\{&\mathbf{M}_o\ddot{\mathbf{X}}_{od} + \mathbf{M}_o\mathbf{M}_{d1}^{-1}\left[\mathbf{D}_{d1}\left(\dot{\mathbf{X}}_{od} - \dot{\mathbf{X}}_o\right) + \mathbf{K}_{d1}(\mathbf{X}_{od} - \mathbf{X}_o) - \mathbf{K}_{d\psi}(\mathbf{\Psi}_d - \mathbf{\Psi})\right] \\ &+ (\mathbf{M}_o\mathbf{M}_{d1}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{J}_{o2}^T\mathbf{F}_2 + \mathbf{C}_o\left(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o\right) + \mathbf{G}_o(\mathbf{X}_o)\}\end{aligned} \tag{5.2}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_2 = \mathbf{J}_{o2}^{T\#}\{&\mathbf{M}_o\ddot{\mathbf{X}}_{od} + \mathbf{M}_o\mathbf{M}_{d2}^{-1}\left[\mathbf{D}_{d2}\left(\dot{\mathbf{X}}_{od} - \dot{\mathbf{X}}_o\right) + \mathbf{K}_{d2}(\mathbf{X}_{od} - \mathbf{X}_o) - \mathbf{K}_{d\psi}(\mathbf{\Psi}_d - \mathbf{\Psi})\right] \\ &+ (\mathbf{M}_o\mathbf{M}_{d2}^{-1} - \mathbf{I})\mathbf{J}_{o1}^T\mathbf{F}_1 + \mathbf{C}_o\left(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o\right) + \mathbf{G}_o(\mathbf{X}_o)\}\end{aligned} \tag{5.3}$$

Burada, $\mathrm{J}_{oj}^{T\#}$, Moore-Penrose'un kare olmayan Jakobiyen matris J_{oj}^{T}'nin tersini belirtir ve $\mathrm{J}_{oj}^{T\#} = \left(\mathrm{J}_{oj}\,\mathrm{J}_{oj}^{T}\right)^{-1}\mathrm{J}_{oj}$ olarak elde edilir. Eş. 5.2 ve Eş. 5.3'ü robot dinamik denkleminde yerine koyulduğunda robotların eklem torkları aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}_1 = \mathbf{M}_1(\mathbf{q}_1)\ddot{\mathbf{q}}_1 + \mathbf{C}_1(\mathbf{q}_1, \dot{\mathbf{q}}_1) + \mathbf{G}_1(\mathbf{q}_1) + \mathbf{J}_{a1}^{\mathbf{T}}\big(\mathbf{J}_{o1}^{T\#}\{&\mathbf{M}_o\ddot{\mathbf{X}}_{od} + \mathbf{M}_o\mathbf{M}_{d1}^{-1}\left[\mathbf{D}_{d1}\left(\dot{\mathbf{X}}_{od} - \dot{\mathbf{X}}_o\right) + \right. \\ \left. \mathbf{K}_{d1}(\mathbf{X}_{od} - \mathbf{X}_o) - \mathbf{K}_{d\psi}(\mathbf{\Psi}_d - \mathbf{\Psi})\right] &+ \left(\mathbf{M}_o\mathbf{M}_{d1}^{-1} - \mathbf{I}\right)\mathbf{J}_{o2}^T\mathbf{F}_2 + \mathbf{C}_o\left(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o\right) + \mathbf{G}_o(\mathbf{X}_o)\}\big)\end{aligned} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}_2 = \mathbf{M}_2(\mathbf{q}_2)\ddot{\mathbf{q}}_2 + \mathbf{C}_2(\mathbf{q}_2, \dot{\mathbf{q}}_2) + \mathbf{G}_2(\mathbf{q}_2) + \mathbf{J}_{a2}^{\mathbf{T}}\big(\mathbf{J}_{o2}^{T\#}\{&\mathbf{M}_o\ddot{\mathbf{X}}_{od} + \mathbf{M}_o\mathbf{M}_{d2}^{-1}\left[\mathbf{D}_{d2}\left(\dot{\mathbf{X}}_{od} - \dot{\mathbf{X}}_o\right) + \right. \\ \left. \mathbf{K}_{d2}(\mathbf{X}_{od} - \mathbf{X}_o) - \mathbf{K}_{d\psi}(\mathbf{\Psi}_d - \mathbf{\Psi})\right] &+ \left(\mathbf{M}_o\mathbf{M}_{d2}^{-1} - \mathbf{I}\right)\mathbf{J}_{o1}^T\mathbf{F}_1 + \mathbf{C}_o\left(\mathbf{X}_o, \dot{\mathbf{X}}_o\right) + \mathbf{G}_o(\mathbf{X}_o)\}\big)\end{aligned} \tag{5.5}$$

5.2. Kutup Yerleştirme Kontrolü

Kutup yerleştirme tasarımına geçmeden önce sistemin tüm durumlarının kontrol edilebilirliği analiz edilir. Bundan sonra kapalı döngü sistemin kutupları uygun bir durum geri besleme kazanç matrisi yoluyla istenen herhangi bir yere yerleştirilir.

Kutup Yerleştirme tekniğinin tasarımı için bir durum uzay sistemi dikkate alınsın:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}\end{aligned} \tag{5.6}$$

Burada, $\mathrm{x} \in R^n$ durum vektörü, $\mathrm{y} \in R^m$ çıkış vektörü, $\mathrm{A} \in R^{n\times n}$, $\mathrm{B} \in R^{n\times r}$ ve $\mathrm{C} \in R^{m\times n}$ sabit matrislerdir. Bir LTI sisteminin sadece kontrol edilebilirlik matrisi M_c tam ranka sahip olması durumunda sistem kontrol edilebilir (yani $rank(\mathrm{M}_c) = n$, burada n durum değişkenlerinin sayısıdır).

$$\mathbf{M}_c = [\,\mathbf{B} \quad | \quad \mathbf{AB} \quad | \quad \cdots \quad | \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\,] \tag{5.7}$$

Kontrol vektörü u aşağıdaki durum geri besleme formunda tasarlanır:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{Kx} \tag{5.8}$$

Burada, $\mathrm{K} \in R^{r\times n}$ durum geri besleme kazanç matrisidir. Eş. 5.8'i, Eş. 5.6'da yerine koyulduğunda Eş. 5.9 elde edilir:

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{x} \tag{5.9}$$

Kazanç matrisi K aşağıdaki adımlarla elde edilir [121]:

Adım 1: A matrisinin karakteristik polinomdan $a_1, a_2, \ldots, a_n$ değerleri belirlenir. Bu karakteristik polinom Eş. 5.10'daki şekildedir:

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n \tag{5.10}$$

Adım 2: Sistem durum denklemini kontrol edilebilir kanonik forma dönüştüren dönüşüm matrisi T belirlenir. Dönüşüm matris T Eş. 5.11'den elde edilir.

$$\mathbf{T} = \mathbf{M}_c\mathbf{W} \tag{5.11}$$

Burada, M_c matrisi Eş. 5.7'de verilmiştir ve

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \ldots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \ldots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & \ldots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

Adım 3: Arzulanan kapalı döngü kutupları kullanılarak arzulanan karakteristik polinom elde edilir:

$$(s-\mu_1)(s-\mu_2)\cdots(s-\mu_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \cdots + \alpha_{n-1}s + \alpha_n \tag{5.12}$$

Burada, $\mu_1, \dots, \mu_n$ arzulanan kutupların konumudur. Eş. 5.12'den $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ değerleri bulunur.

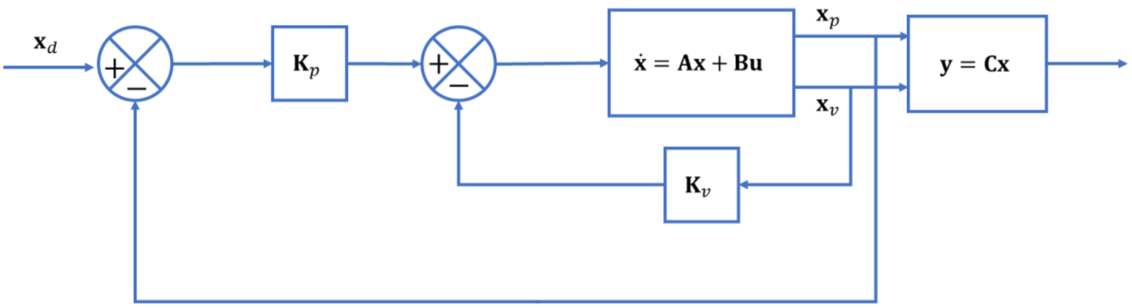
Adım 4: Arzulanan durum geri besleme kazanç matrisi K, Eş. 5.13'ten elde edilir:

$$\mathbf{K} = [\alpha_n - a_n \quad \alpha_{n-1} - a_{n-1} \quad \dots \quad \alpha_2 - a_2 \quad \alpha_1 - a_1]\mathbf{T}^{-1} \tag{5.13}$$

Arzulanan konumun x_d takip edilebilmesi için kontrol kuralı girdisi

$$\mathbf{u} = -[\mathbf{K}_p \quad \mathbf{K}_v]\begin{bmatrix}\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_d \\ \mathbf{x}_v\end{bmatrix} + \bar{\mathbf{u}} \tag{5.14}$$

şeklindedir. Durum değişkenleri ve geri besleme kazancı sırasıyla $\mathrm{x} = [\mathrm{x}_p \ \mathrm{x}_v]^T$, $\mathrm{K} = [\mathrm{K}_p \quad \mathrm{K}_v]$ olarak ayrıştırılmıştır. Burada, $\mathrm{x}_p = [x \quad y \quad \alpha \quad \psi]^T$, $\mathrm{x}_v = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{\alpha} \quad \dot{\psi}]^T$, $\bar{\mathrm{u}} = [0 \quad (m_p + m_r)g/2 \quad 0 \quad (m_p + m_r)g/2]^T$'dir.



Şekil 5.1. Geri beslemeli kutup yerleştirme kontrol blok diyagramı

5.3. LQR Kontrolü

Aşağıdaki şekilde doğrusal bir sistem ele alınsın:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{5.15}$$

Burada, $\mathrm{x} \in R^n$ durum vektörü, $\mathrm{u} \in R^r$ kontrol vektörü, $\mathrm{A} \in R^{n\times n}$ ve $\mathrm{B} \in R^{n\times r}$ sabit matrislerdir. Burada minimize edilecek performans indeksi J şu şekilde tanımlanır:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty (\mathbf{x}^\mathbf{T}\mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^\mathbf{T}\mathbf{R}\mathbf{u})\,dt \tag{5.16}$$

Burada, Q, bir pozitif-tanımlı veya pozitif-yarı-sonlu reel simetrik ve R, pozitif-tanımlı reel simetrik matrislerdir. Performans indeksindeki $x^{T}Qx$ kontrolün hızını, $u^{T}Ru$ ise kontrol çabasını ifade etmektedir. Maliyet fonksiyonunun minimize eden geri besleme kontrol kuralı [121] şu şekildedir:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{T}\mathbf{P}\,\mathbf{x} \tag{5.17}$$

P matrisi

$$\mathbf{A}^{T}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{T}\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \tag{5.18}$$

ifadesiyle verilen Riccati denkleminin çözümü olup simetrik ve pozitif tanımlıdır. Buradaki kontrol probleminde durum değişkenlerini sıfır denge noktasına yaklaştırmak regülatör (düzenleyici) problemini temsil eder. Bu yüzden bu optimizasyon problemi doğrusal karesel regülatör olarak tanımlanmaktadır.

Eş. 5.17'ni Eş. 5.15'te yerine koyulduğunda Eş. 5.19 elde edilir:

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^{T}\mathbf{P})\mathbf{x} \tag{5.19}$$

Burada, $(\mathrm{A} - \mathrm{BK})$ matrisi kararlıdır, yani $(\mathrm{A} - \mathrm{BK})$ matrisinin öz değerlerinin reel kısmı negatiftir. Arzulanan konumun x_d takip edilmesi için kontrol kuralı girdisi şu şekildedir:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_d \\ \mathbf{x}_v\end{bmatrix} + \bar{\mathbf{u}} = -\mathbf{R}^{-1}\,\mathbf{B}^{T}\,\mathbf{P}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_d \\ \mathbf{x}_v\end{bmatrix} + \bar{\mathbf{u}} \tag{5.20}$$

Burada, $\bar{\mathrm{u}} = \begin{bmatrix}0 & (m_p + m_r)g/2 & 0 & (m_p + m_r)g/2\end{bmatrix}^{T}$, $\mathrm{x}_p = [x \quad y \quad \alpha \quad \psi]^{T}$, $\mathrm{x}_v = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{\alpha} \quad \dot{\psi}]^{T}$'dir.

5.4. SDRE Kontrolü

SDC formunda doğrusal olmayan bir sistem ele alınsın:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t), \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \tag{5.21}$$

Bu durumda, doğrusal olmayan ikinci dereceden maliyet fonksiyonu ile ilişkili, duruma bağlı cebirsel Riccati denklemi Eş. 5.22 şekilde olur:

$$\mathbf{A}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x}) + \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x}) + \mathbf{Q}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \tag{5.22}$$

Burada, P(x) matrisi simetrik ve pozitif tanımlıdır. P(x) mevcut ise, SDRE durum geri besleme kontrolörü aşağıdaki formda elde edilir.

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = -\mathbf{K}(\mathbf{x})\mathbf{x} = -\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x})\mathbf{x} \tag{5.23}$$

Burada, $\mathrm{K}(\mathrm{x}) \in \mathcal{R}^{r\times n}$ durum bağımlı geri-besleme kazanç katsayı matrisidir ve her zaman sistemin lokal kararlığını ve maliyet fonksiyonunun minimum olmasını sağlayacaktır.

Sistemin dinamiği SDRE kontrol ile aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x})]\ \mathbf{x}(t) \tag{5.24}$$

Sıvı taşınımında arzulanan konumun ($\mathbf{x}_d$) takip edilebilmesi için SDRE kontrol kural girdisi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_d \\ \mathbf{x}_v\end{bmatrix} + \bar{\mathbf{u}} = -\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x})\begin{bmatrix}\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_d \\ \mathbf{x}_v\end{bmatrix} + \bar{\mathbf{u}} \tag{5.25}$$

Durum değişkenleri ve geri besleme kazanç matrisleri, sırasıyla $\mathrm{x} = \left[\mathrm{x}_p \ \ \mathrm{x}_v\right]^T$, $\mathrm{K} = [\mathrm{K}_p \quad \mathrm{K}_v]$ olarak ayrıştırılmıştır. Burada,

$$\mathbf{x}_p = [x \quad y \quad \alpha \quad \psi]^T$$

$$\mathbf{x}_v = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{\alpha} \quad \dot{\psi}]^T$$

$$\mathbf{u} = [\mathbf{u_1} \quad \mathbf{u_2}]^T = [f_{x1} \quad f_{y1} \quad f_{x2} \quad f_{y2}]^T$$

$$\bar{\mathbf{u}} = \left[0 \quad \left(m_p + m_r\right)g/2 \quad 0 \quad \left(m_p + m_r\right)g/2\right]^T$$

Elde edilen kontrol girdisi (Eş. 5.25) robot dinamiğinde yerine koyulduğunda, sistemin kontrol kuralı Eş. 5.26'daki gibi elde edilir:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}^T\left(-\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{B}^T(\mathbf{x})\mathbf{P}(\mathbf{x})\begin{bmatrix}\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_d \\ \mathbf{x}_v\end{bmatrix} + \bar{\mathbf{u}}\right) \tag{5.26}$$

6. BENZETİMLER

Bu bölümde, önceki bölümlerde iki ve üç boyutlu sıvı taşınımı için elde edilen kinematik, dinamik ve kontrol algoritmalarının benzetimleri farklı yörüngelere göre yapılmaktadır. Benzetimlerde, sıvı çalkalanmasının sistem üzerindeki etkisi, sisteme herhangi bir kontrol uygulanmadan ve önceki bölümlerde tasarlanan kontrolcüler uygulandıktan sonraki durumları incelenmektedir. Bu bölümdeki benzetimler MATLAB yazılımı ortamında gerçekleştirilmiştir.

6.1. Düzlemsel Sıvı Taşınımı

Düzlemsel sıvı taşınımı benzetimlerinde, kontrol uygulanmadan hem doğrusal olmayan hem de doğrusallaştırılmış sıvı çalkalanma kinematiği ve dinamiği incelenmekte ve bunlar birbirleriyle karşılaştırılmaktadır. Daha sonra beşinci bölümde geliştirilen kontrol algoritmaları, iki robot kol yardımı ile düzlemsel sıvı taşınımına uygulanmakta ve sonuçları karşılaştırılmaktadır. Sıvı özellikleri [34]'den alınmış ve benzetimde kullanılan sistem parametreleri Çizelge 6.1'de listelenmektedir.

Çizelge 6.1. Sistem parametreleri

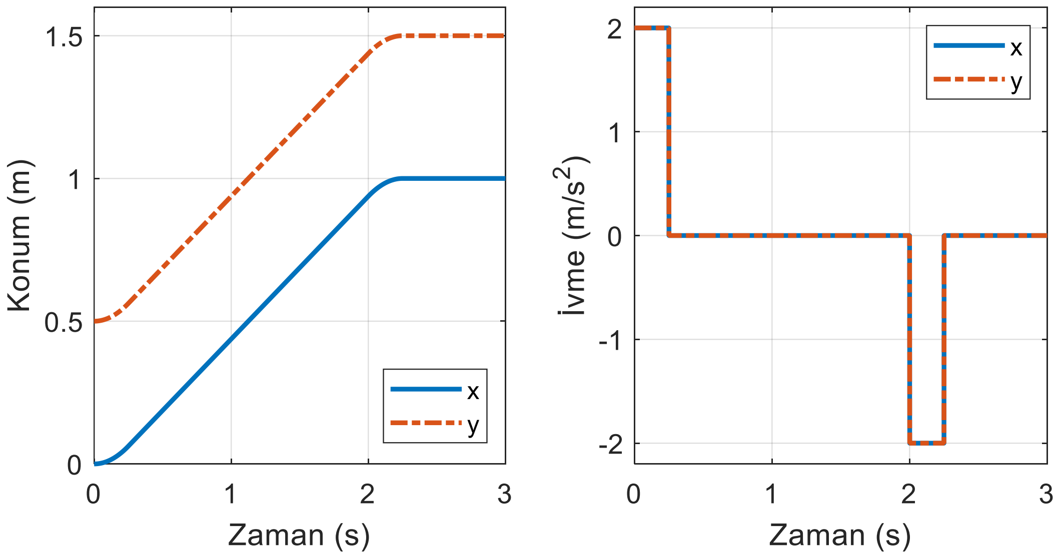
Parametreler	Değer	Birim	Parametreler	Değer	Birim
m_{ij}	10	kg	m_p	1,32	kg
l_{ij}	1,2	m	m_r	6	kg
I_{ij}	2	$kg.m^2$	c	$3{,}049\times10^{-4}$	$kg.m^2/s$
l_B	0,5	m	l_o	0,1261	m
l_t	0,3	m	l_p	0,052126	m
I_r	0,0259	$kg.m^2$	β	$\pi/20$	m
R	0,1	m	g	9,81	m/s^2

6.1.1. Kontrol uygulanmadan sıvı taşınımı

Sıvı taşınımı esnasında kapta hızlanma ve yavaşlama nedeniyle sıvıda çalkalanma meydana gelmektedir. Sıvı çalkalanması, sistemi kararsızlığa ulaştıran kuvvetler ve momentleri oluşturarak hızlı sıvı taşınımının performansını düşürmektedir. Bu bölümde, sisteme herhangi bir kontrolcü uygulanmadan, sıvı taşınımı ve sıvı çalkalanmasının sistem üzerindeki etkisi farklı yörüngelere göre incelenmektedir.

Yörünge I: Doğrusal hareket

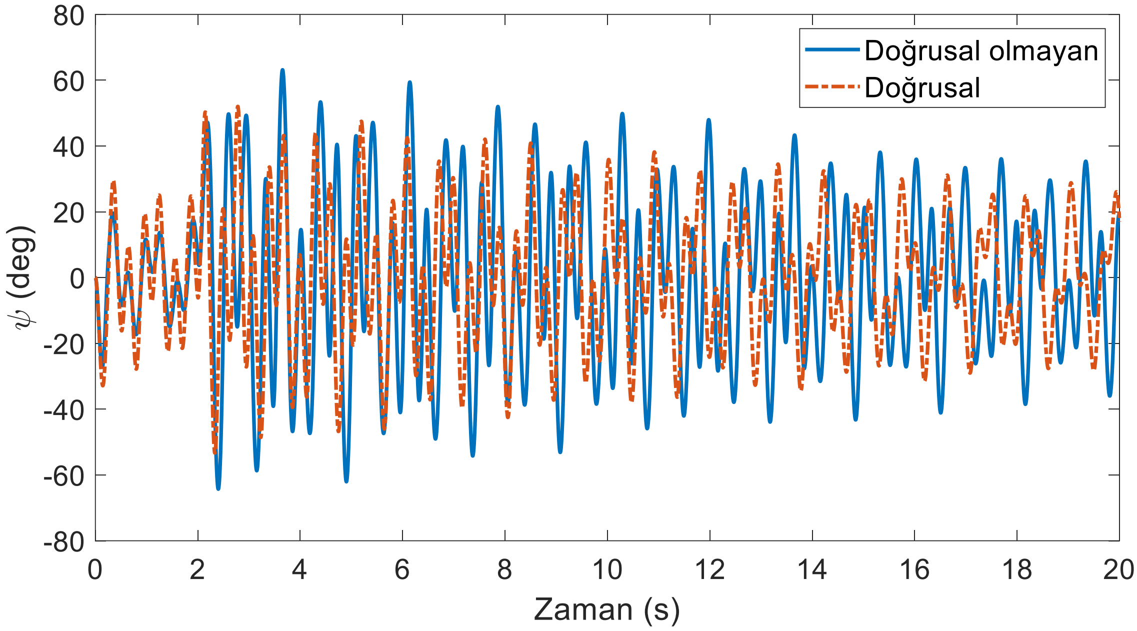
Şekil 6.1'de sıvının çalkalanmayan katı kütle merkezinin izlenmesi istenen yörüngenin konum ve ivme profilleri gösterilmektedir. Şekilde görüldüğü gibi katı kütle merkezi G, (0, 0,5) konumundan (1, 1,5) konumuna 2,25 saniyede ulaşması istenmektedir. Toplamda 2,25 saniye süren hareketin ilk 0,25 saniyede 2 m/s^2 pozitif ivme oluştuğu, 0,25-2 saniye arasında 0.5 m/s sabit hızın olduğu ve 2-2,25 saniye arasında 2 m/s^2'lik negatif ivmelenmenin olduğu görülmektedir. Bu yörünge tezin doğrusal hareket (yörünge I) bölümlerinin benzetimlerinde kullanılmaktadır.



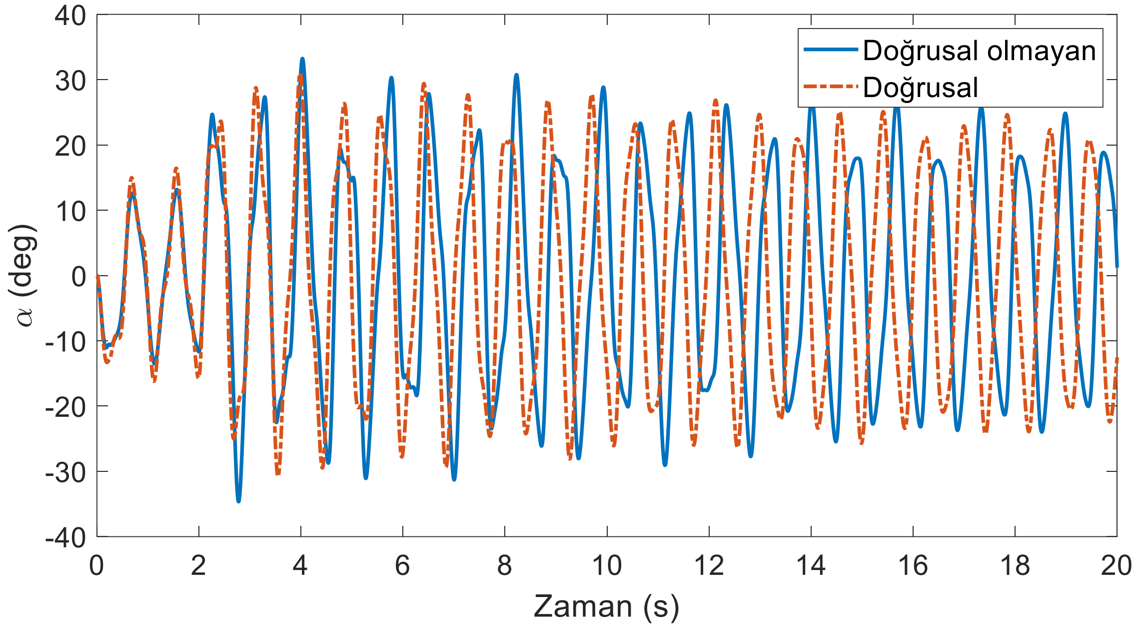
Şekil 6.1. Katı kütlenin ağırlık merkezinin izlenmesi istenen yörüngenin konum-ivme profili

Şekil 6.2'den Şekil 6.4'de kadar kontrol uygulanmadan kap ve sıvı çalkalanma dinamiğinin doğrusal ve doğrusal olmayan modellerinin taşınma esnasındaki sonuçları karşılaştırılmaktadır. Şekillerde doğrusal olmayan sıvı çalkalanmasının dinamiğinin doğrusallaştırılması sürecinde ihmal edilen terimlerin etkileri de görülmektedir.

Şekil 6.2 sarkacın düşey eksenle yaptığı açıyı temsil etmektedir. Şekilde görüldüğü gibi, her iki durumda (doğrusal ve doğrusal olmayan durumlar) sisteme x-yönünde pozitif ivme verildiğinde, sıvı ivmenin tersi yönünde hareket etmekte, sabit hız aralığında ise sıvı çalkalanması gittikçe azalmakta ve negatif ivmenin etkisiyle yeniden sıvı çalkalanması artmaktadır. Şekil 6.3 kabın açısını ve sıvı çalkalanmasının kap açısı üzerindeki etkisini göstermektedir. Sıvı çalkalanması nedeniyle kap düşey eksenin etrafında salınım yapmaktadır.



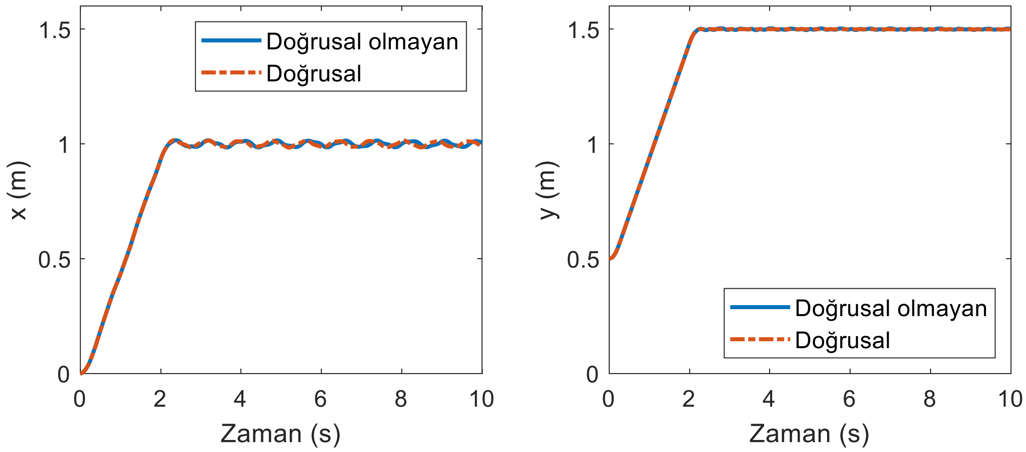
Şekil 6.2. Çalkalanmanın büyüklüğü (Sarkacın açısı)



Şekil 6.3. Kabın açısı

Şekil 6.4 kabın ağırlık merkezinin konumunu göstermektedir. Şekilde görüldüğü gibi sıvı çalkalanması yatay yönde (x-yönünde) daha etkili olduğundan kabın ulaştığı konumun etrafında salınım olmaktadır.

Şekillerde görüldüğü gibi kontrol uygulanmadan sıvı taşınımında, kabın hızlanma veya yavaşlamasından dolayı sıvıda çalkalanma oluşmaktadır. Bu çalkalanma, kabın düşey eksen etrafında salınımına yol açmaktadır. Ayrıca sıvı çalkalanması sistemi kararsız yapan kuvvetler ve momentler oluşturarak hızlı sıvı taşınımının performansını düşürmektedir. Dolayısıyla çalkalanmadan kaynaklanan bu bozucu etkiler yok edilmelidir.



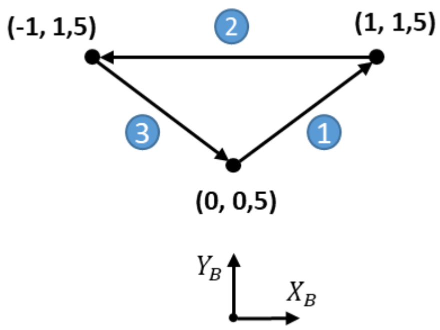
Şekil 6.4. Kabın konumu

Yörünge II: Çoklu hareket

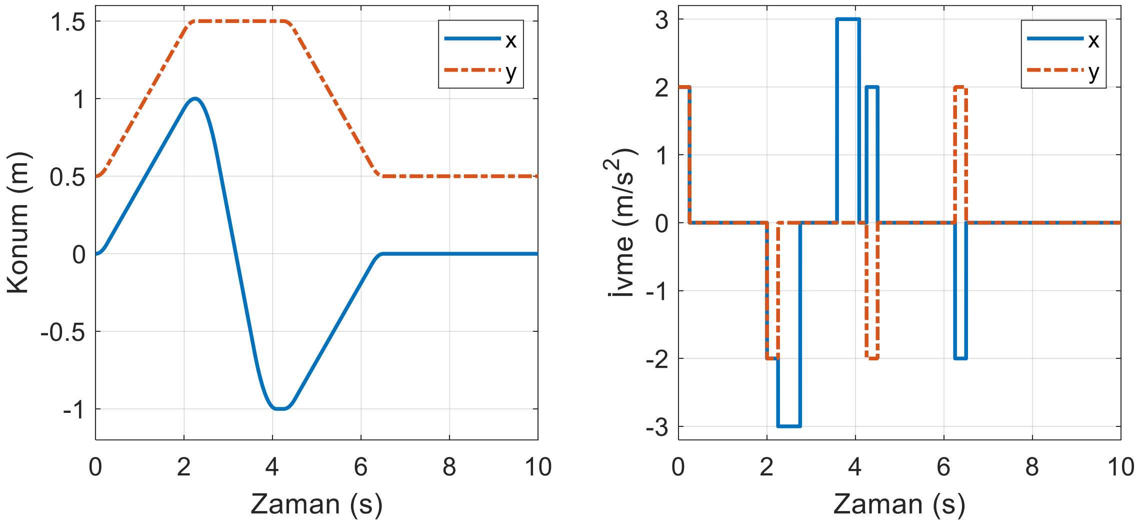
Pratikte, sıvı taşınımı genel olarak çoklu hareketlerden oluşur. Şekil 6.5'te gösterildiği gibi, kabın yörüngesi üç doğrusal hareketten oluşmaktadır. İkinci kısım diğer kısımlara göre farklı hız ve ivmeye sahiptir. İstenilen hareketin her bölümünün ivme, maksimum hız ve hareketin başlama zamanının değerleri Çizelge 6.2'de verilmektedir. Bu yörünge tezin çoklu hareket bölümlerinin benzetimlerinde kullanılmaktadır.

Çizelge 6.2. İstenilen hareketin parametre değerleri

Yol	İvme $(\mathrm{m/s^2})$	Maksimum hız $(\mathrm{m/s})$	Başlama zamanı (s)
1	2	0.6	0
2	3	1.5	2.14
3	2	0.6	5



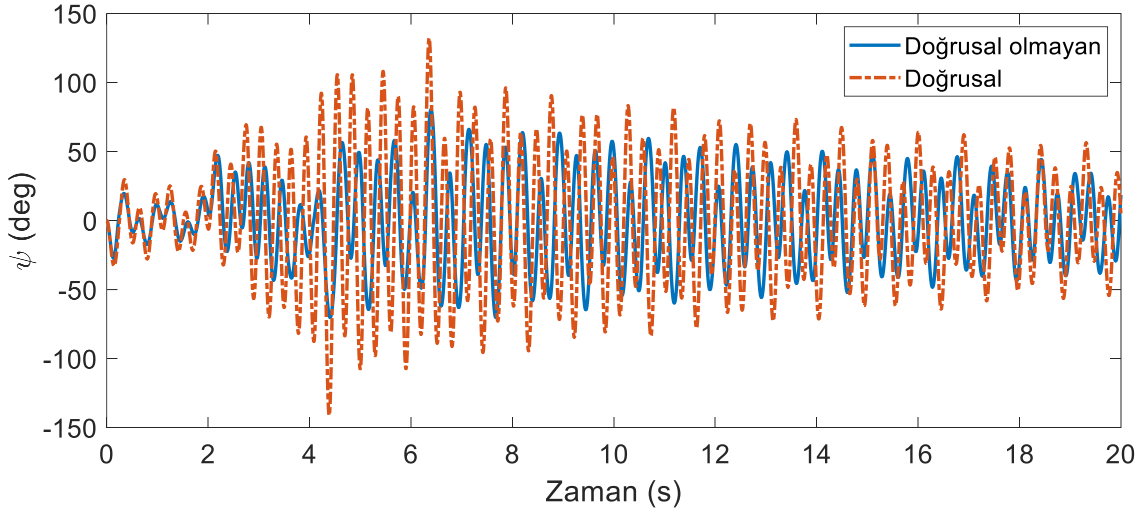
Şekil 6.5. Üç parçalı doğrusal hareket



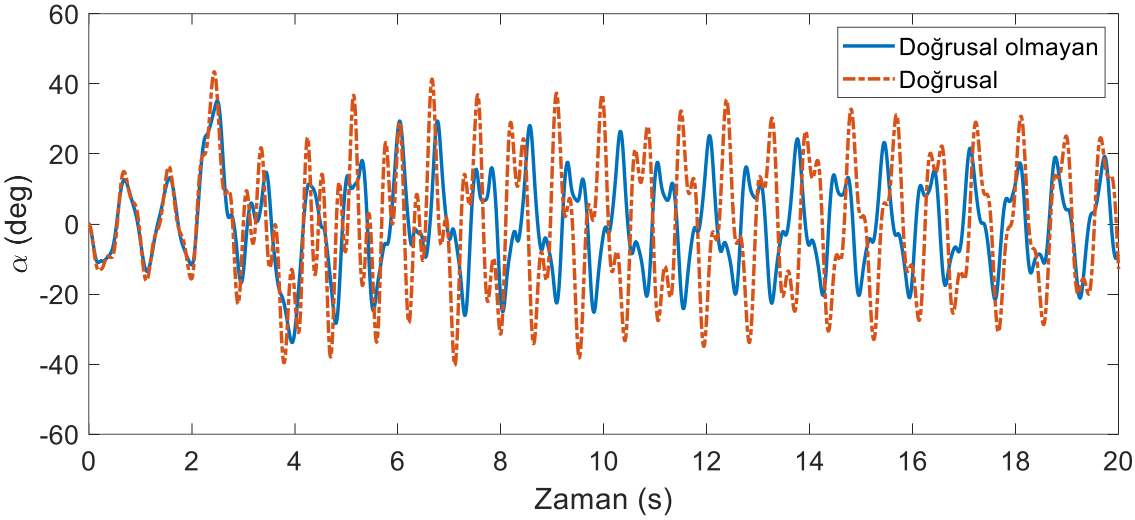
Şekil 6.6. Katı kütlenin ağırlık merkezinin izlenmesi istenen çoklu hareket profili

Şekil 6.7 ve Şekil 6.8 sırasıyla sarkaç ve sıvı kabın dikey eksenle yaptığı açıyı temsil etmektedir. Bir öncedeki bölümde anlatılan durum, bu şekillerde de görülmektedir. Yani, x-yönünde sisteme pozitif ivme verildiğinde sıvı ivmenin tersi yönünde hareket etmekte, sabit hız aralığında ise sıvı çalkalanması gittikçe azalmakta ve negatif ivmenin etkisiyle sıvı çalkalanması yeniden artmaktadır.

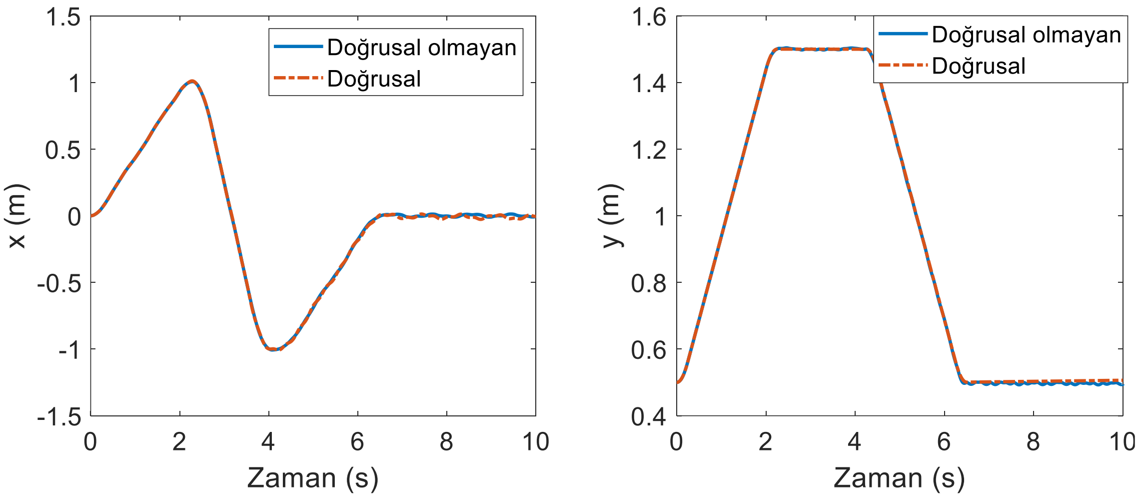
Sonuçlardan da görülebileceği gibi, kabın hızlanma ve yavaşlaması, sıvı çalkalanma büyüklüğünü doğrudan etkilemektedir. Hareketin ikinci bölümünde, beklendiği gibi yüksek hızlanma ve yavaşlamadan dolayı sıvıda daha fazla çalkalanma oluşmaktadır. Ayrıca, çalkalama nedeniyle kabın konum ve yöneliminde salınımlar meydana gelmektedir (Şekil 6.8 ve Şekil 6.9).



Şekil 6.7. Çalkalanmanın büyüklüğü (Sarkacın açısı)



Şekil 6.8. Kabın açısı



Şekil 6.9. Kabın konumu

6.1.2. Genişletilmiş empedans kontrolü

Bu bölümde genişletilmiş empedans kontrol algoritması iki boyutlu sıvı taşınımı için uygulanmış ve benzetimleri MATLAB yazılımı ile gerçekleştirilmiştir. Yapılan benzetimler iki farklı yörüngeye göre yapılmış ve sıvı dolu bir kabın taşınım sonuçları iki durumda karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalarda *Sıvı Çalkalanma Önleme Terimin* (SÇÖT) etkisi gösterilmiştir. Bu durumlar;

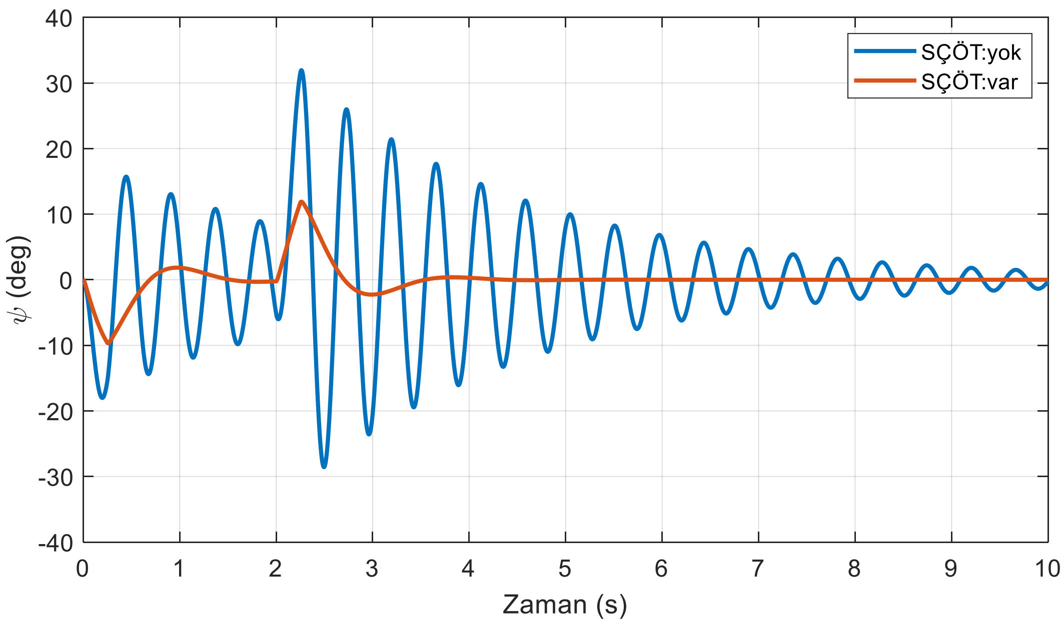
- Durum 1: *Sıvı Çalkalanma Önleme Terimi* (SÇÖT) olmadan geleneksel empedans kontrolü
- Durum 2: *Sıvı Çalkalanma Önleme Terimli* (SÇÖT) genişletilmiş empedans kontrolü

Sistemin sönümleme oranı $0.7 < \zeta < 1$ arasında alındığında, empedans kontrolörünün parametreleri $M_{di} = M_o$, $D_{di} = \mathrm{diag}[500,\ 150,\ 50, 0]$ ve $K_{di} = \mathrm{diag}[2000,\ 800,\ 300, 0]$ olarak seçilmiştir. Düzlemsel harekette, sıvı çalkanma etkisi çoğunlukla x yönünde meydana geldiğinden dolayı, $K_{d\psi} = [1000\ \ 0\ \ 0\ \ 0]^T$ olarak belirlenmiştir.

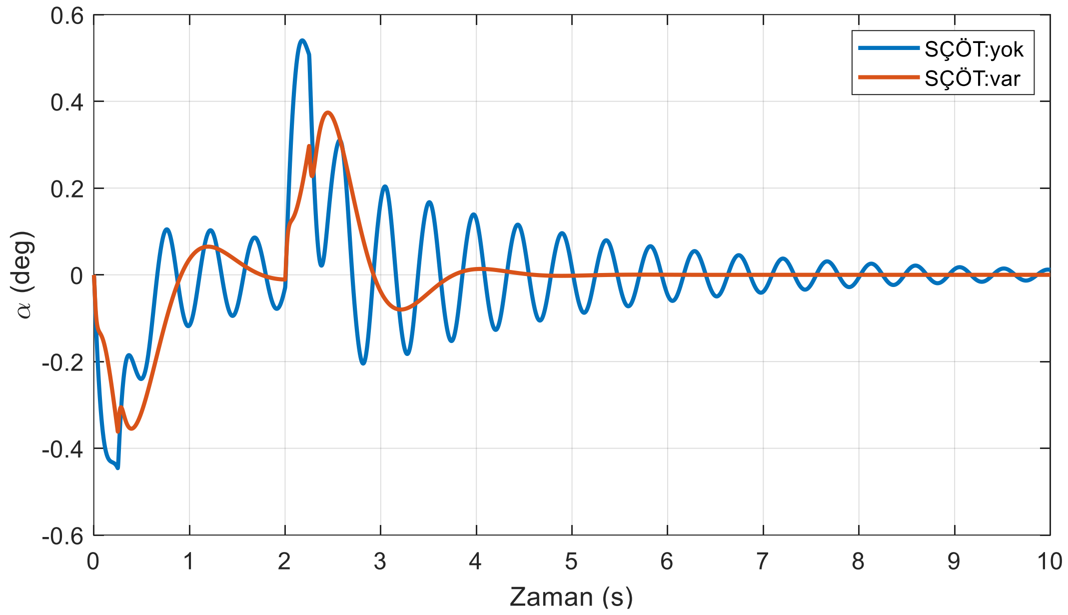
Yörünge I: Doğrusal hareket

Doğrusal harekette *Sıvı Çalkalanma Önleme Terimin* (SÇÖT) etkisi yapılan benzetimlerde karşılaştırılmıştır. Şekillerde görüldüğü gibi (Şekil 6.10, Şekil 6.11 ve Şekil 6.12), geleneksel empedans kontrolü (sıvı çalkalma terimi içermeyen empedans kontrolü) sıvı çalkalanmasını önlemde başarısız olurken kabın açısı ve konum kontrolünde başarılı olduğu gözlemlenmiştir.

Genişletilmiş empedans kontrolünde (sıvı çalkalanma terimi içeren empedans kontrolü) sıvının kap içindeki hareketi bir kontrol parametresi olarak alınmaktadır. Bu nedenle sıvı çalkalanmasının engellenmesi çok kısa sürede başarılı şekilde gerçekleştirilmektedir. Her iki durumun sıvı çalkalanma büyüklüğü Şekil 6.10'da karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada sıvı çalkalanma büyüklüğünün genişletilmiş empedans kontrolünde geleneksel empedans kontrolüne göre daha düşük olduğu ve sıvıda salınım olmadığı gözlemlenmektedir. Benzer sonuçlar kap açısında da görülmektedir (Şekil 6.11).



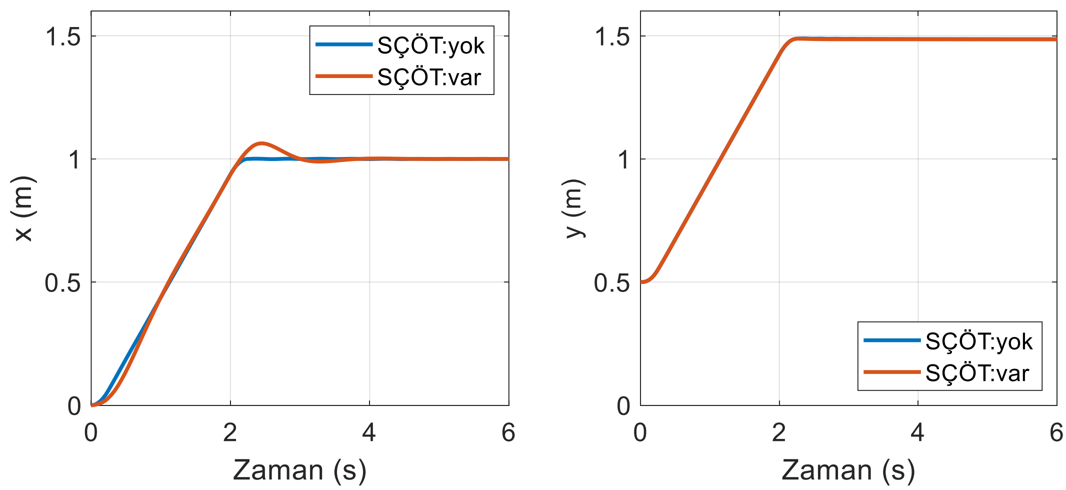
Şekil 6.10. Empedans kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I)



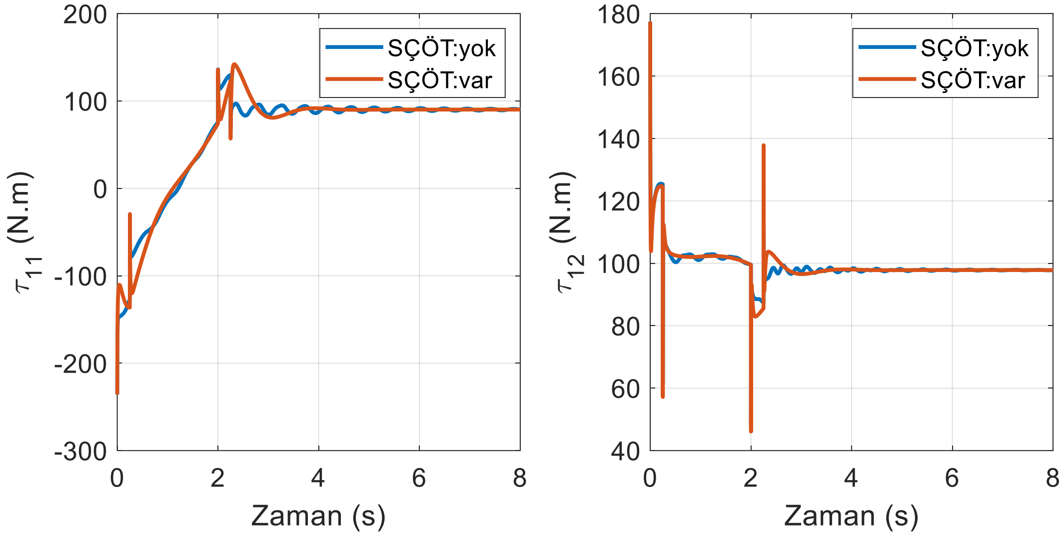
Şekil 6.11. Empedans kontrol yönteminde sıvı kabın açısı (yörünge I)

Kabın ağırlık merkezinin konumuna ilişkin, her iki durum için benzetim sonuçları Şekil 6.12'de yer almaktadır. Şekilde görüldüğü gibi, çalkalanmanın y yönündeki etkisi x yönüne göre oldukça düşüktür. Her iki durumda kap konumunun kontrolü başarılı olarak gerçekleştirilmiştir. Ancak, çalkalanmayı önlemek için Durum 2'de (Sıvı Çalkalama Önleme Terimli (SÇÖT)) genişletilmiş empedans kontrolü), kap x-yönünde küçük bir aşmadan (overshoot) sonra referans konumuna geri dönmektedir.

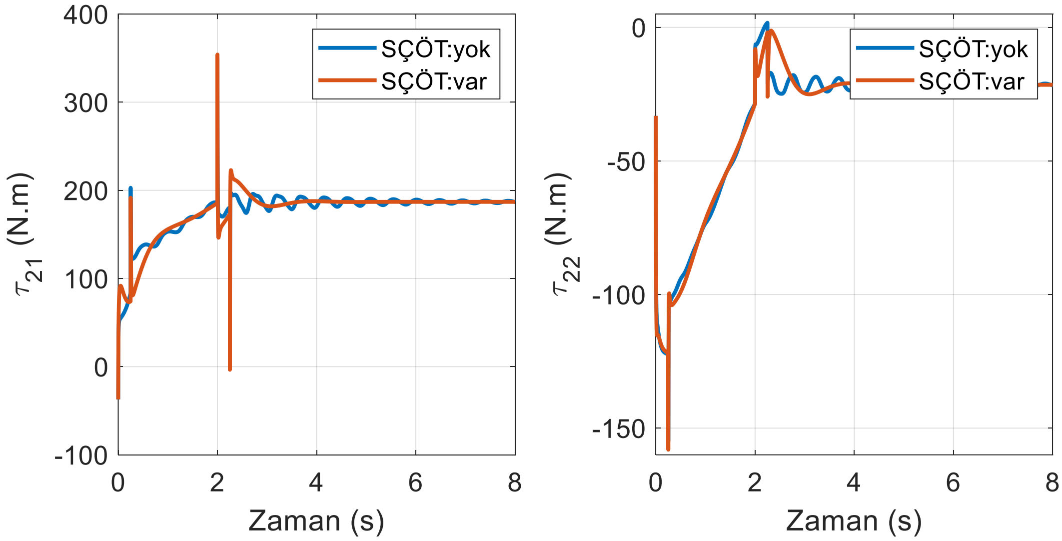
Şekil 6.13 ve Şekil 6.14'te her iki durumda sıvı kaba uygulanan kuvvetlerin, robot kolların eklem torklarındaki etkileri gösterilmektedir.



Şekil 6.12. Empedans kontrol yönteminde katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge I)



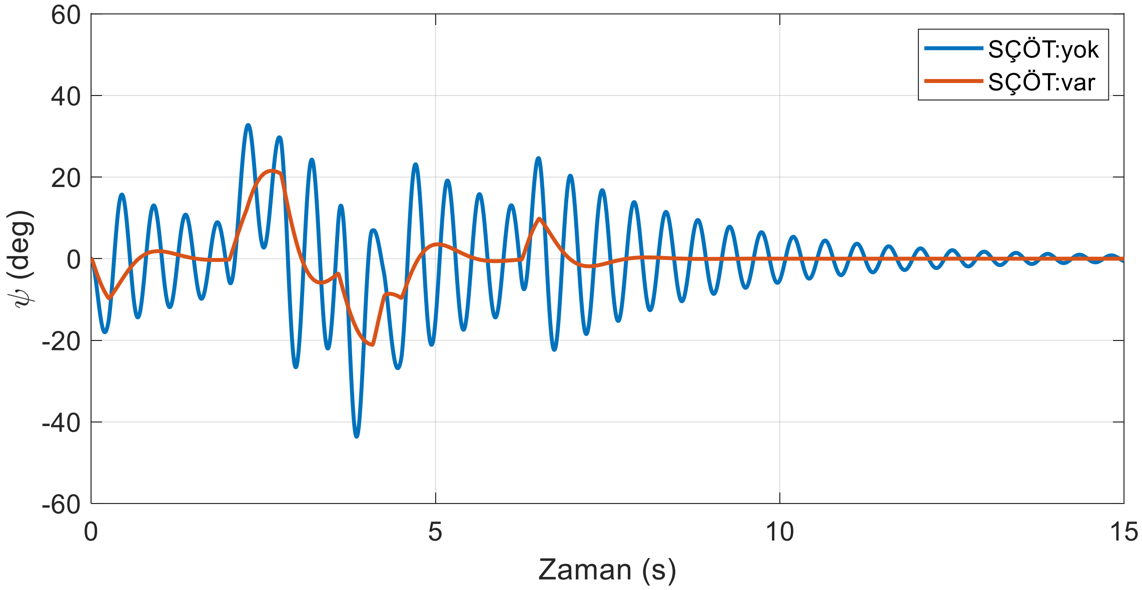
Şekil 6.13. Empedans kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge I)



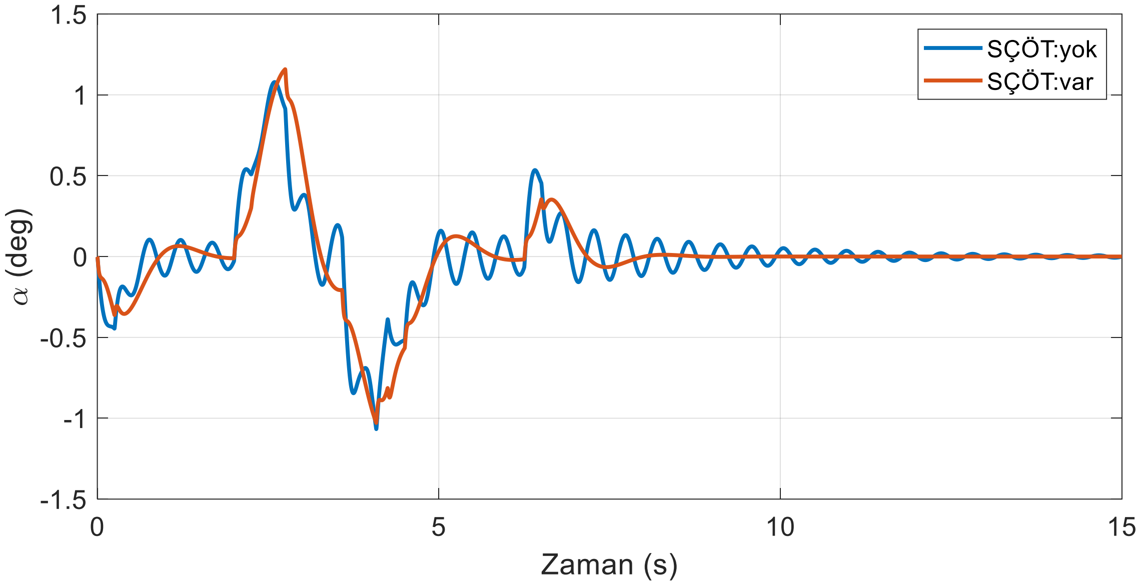
Şekil 6.14. Empedans kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I)

Yörünge II: Çoklu hareket

Çoklu hareket senaryosunda genişletilmiş empedans kontrolünün performansı gösterilmektedir. Benzetimlerde 5.1.2. bölümünde anlatılan iki Durum karşılaştırılmaktadır. Sonuçlardan da görülebileceği gibi, kabın hızlanması ve yavaşlaması doğrudan sıvı çalkalanma büyüklüğünü etkilemektedir. Beklendiği gibi yörüngenin ikinci kısmında, yüksek hızlanma ve yavaşlama oranı daha fazla çalkalanmaya neden olmaktadır (Şekil 6.15). Genişletilmiş empedans kontrolü, geleneksel empedans kontrolüne göre sıvı çalkalanma önlenmesinde daha başarılı bir performans göstermektedir. Benzer şekilde bu performans sıvı kap açısından da gözlemlenmektedir (Şekil 6.16).

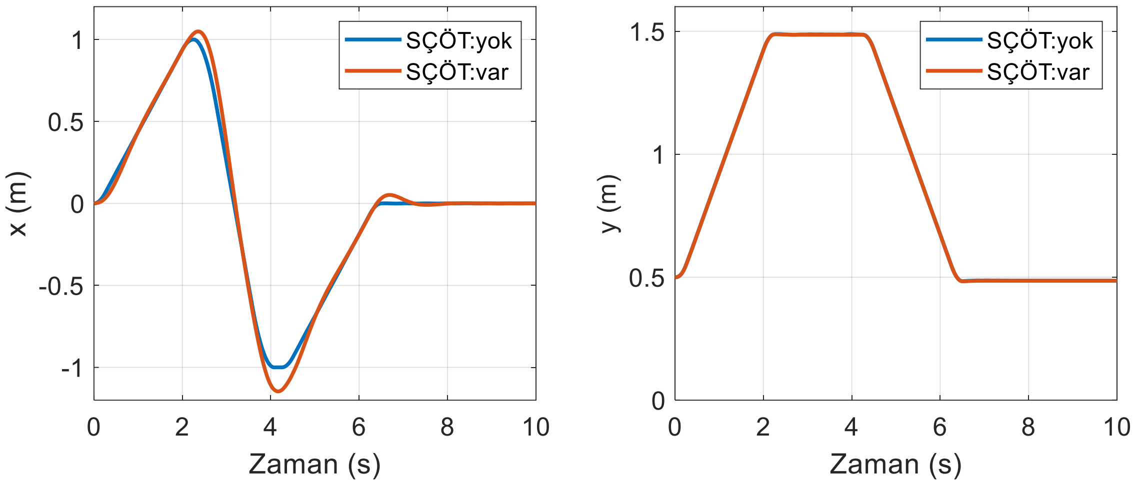


Şekil 6.15. Empedans kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)

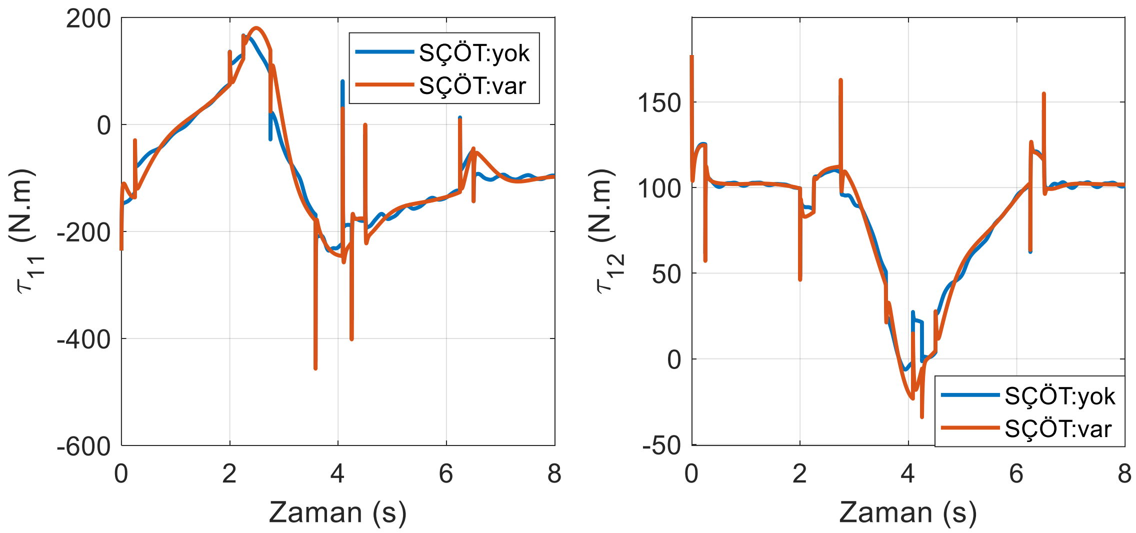


Şekil 6.16. Empedans kontrol yönteminde kap açısı (yörünge II)

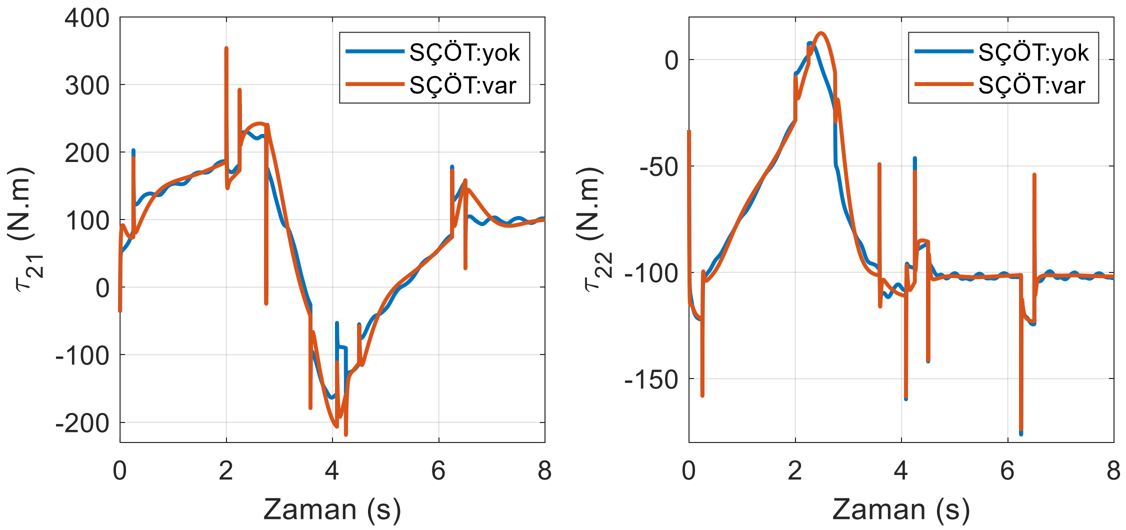
Çoklu hareket benzetimindeki kabın ağırlık merkezinin konumu Şekil 6.17'de sergilenmektedir. Şekilde görüldüğü gibi, sıvı çalkalanması büyük oranda yatay yönünde etki göstermektedir. Doğrusal harekete ait benzetimin benzer şekli burada da görülmektedir. Yani, her iki durumda kap konumu kontrol edilmektedir. Ancak, genişletilmiş empedans kontrolcüsü tarafından çalkalanma yok edilirken, kabın yöneliminde ve konumunda bazı küçük aşmalar (overshoot) meydana gelmektedir. Fakat bu hatalar kontrolcü tarafından hızlı bir şekilde sıfıra getirilmektedir. Hareket sırasında eklemlerin tork değişimleri Şekil 6.18 ve Şekil 6.19'da gösterilmektedir.



Şekil 6.17. Empedans kontrol yönteminde katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge II)



Şekil 6.18. Empedans kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge II)



Şekil 6.19. Empedans kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II)

6.1.3. SDRE kontrolü

Bu bölümde iki düzlemsel robot kolu ile çalkalanmadan sıvı taşınımı için tasarlanan SDRE kontrol benzetimleri sergilenmektedir. İki farklı yörünge kullanılarak, farklı Q ve R matris değerlerine göre SDRE kontrol yöntemi ile sıvı taşınımının benzetimleri gerçekleştirilmiş ve sonuçlar birbirileri ile karşılaştırılmıştır.

Yörünge I: Doğrusal hareket

Şekil 6.20'den Şekil 6.26'ya kadar, yapılan benzetimlerde R matrisinin etkisi gösterilmektedir. Benzetimlerde iki farklı R matrisi ve bir Q matrisi aşağıdaki şekilde seçilmiştir:

$$\mathbf{Q} = \mathrm{diag}[500 \quad 500 \quad 100 \quad 100 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

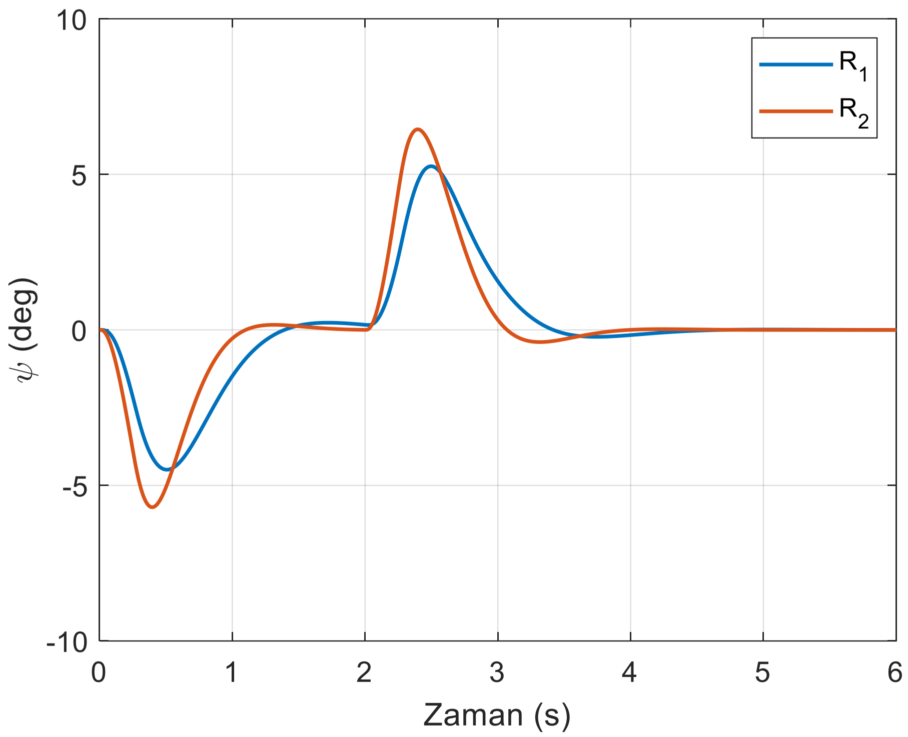
$$\mathbf{R}_1 = \mathrm{diag}[0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1]$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathrm{diag}[0{,}001 \quad 0{,}001 \quad 0{,}001 \quad 0{,}001]$$

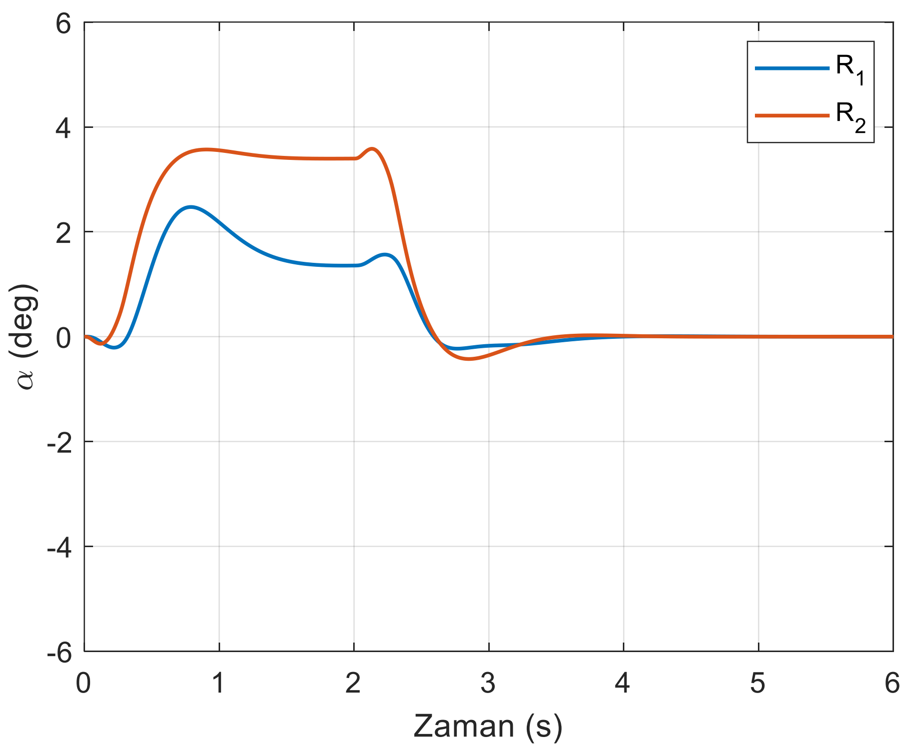
Şekil 6.20'de SDRE kontrolcüsünün iki farklı R matris değerlerine göre sıvı çalkalanma benzetim sonuçları sergilenmektedir. Şekilde görüldüğü gibi, R matris değerlerinin küçülmesi ile sıvı çalkalanma engellenmesi daha hızlı şekilde gerçekleştirilmektedir. Ancak sıvı çalkalanma büyüklüğü açısından tam tersi bir durum oluşmaktadır. Benzer sonuçlar sıvı kap açısında da görülmektedir (Şekil 6.21).

Kap ağırlık merkezinin konumunda ise R matris değerlerin düşmesi ile kabın konumu daha hızlı şekilde kontrol edilmektedir (Şekil 6.22). Şekil 6.23 ve Şekil 6.24 robot kolları tarafından silindirik kaba uygulan kuvvetleri göstermektedir. Burada R_2 matrisinde robotlar tarafından kaba uygulanan kuvvetler R_1'e göre daha yüksektir. Bundan dolayı robot eklem torklarında da aynı sonuçlar görülmektedir (Şekil 6.25 ve Şekil 6.26).

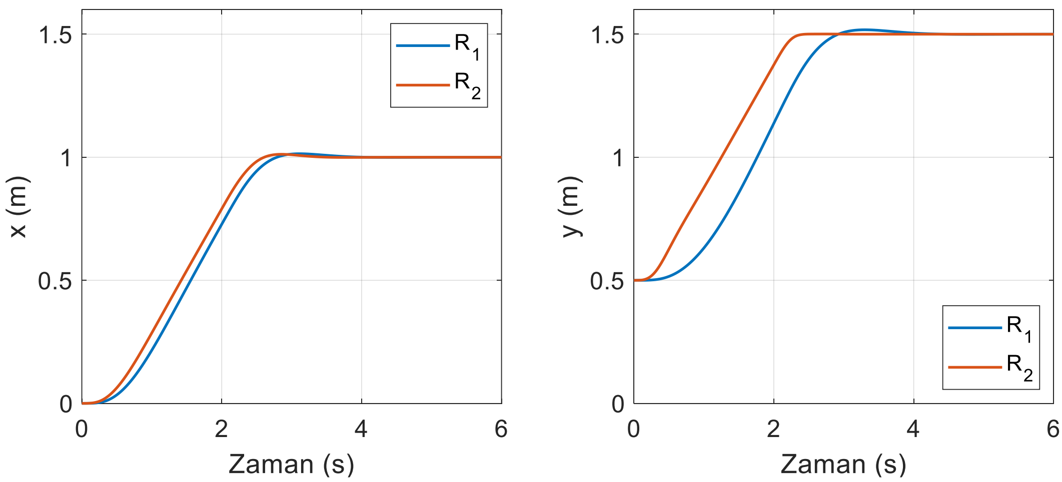
Bu karşılaştırmada görüldüğü üzere, SDRE kontrol yönteminde R matrisinin değerinin azalması ile, kontrolcü sistemi hızlı kontrol etmede daha başarılı olmaktadır. Fakat sıvı çalkalanması, kap açısı ve enerji harcamasında daha düşük performans sergilemektedir.



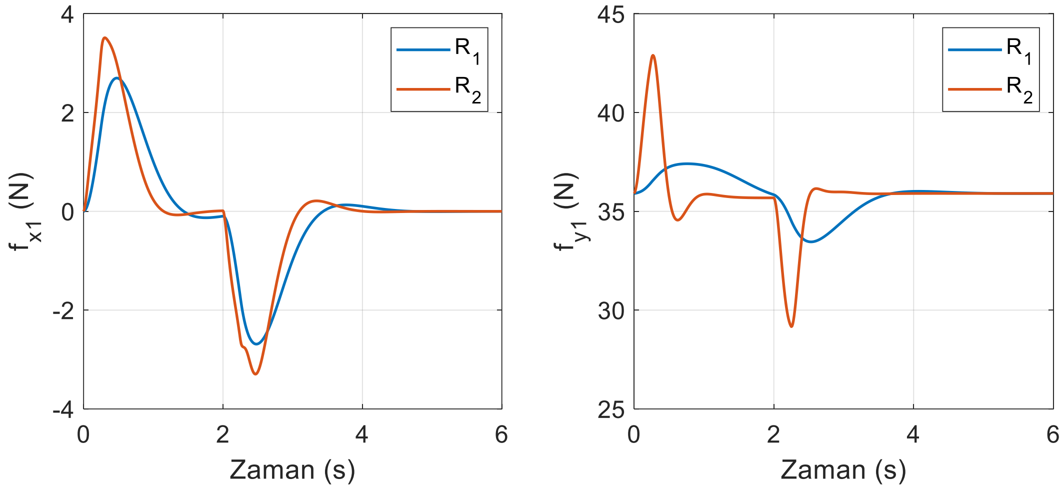
Şekil 6.20. SDRE kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I)



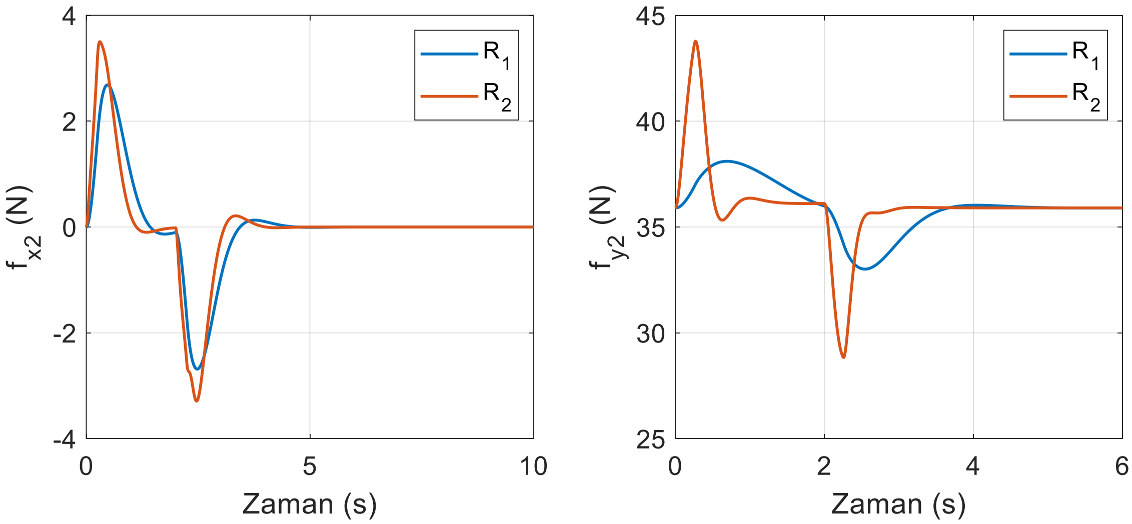
Şekil 6.21. SDRE kontrol yönteminde kabın açısı (yörünge I)



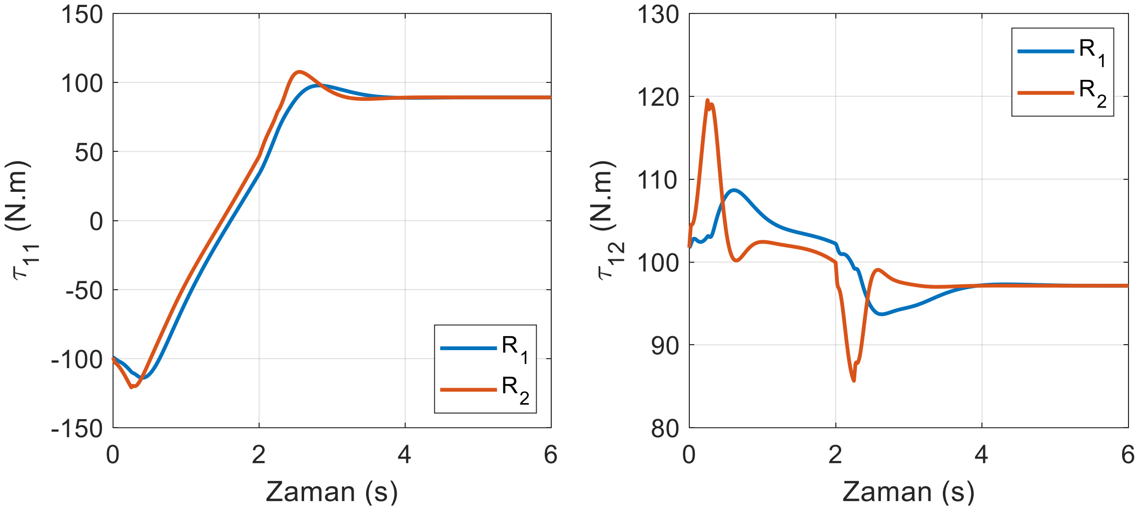
Şekil 6.22. SDRE kontrol yönteminde katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge I)



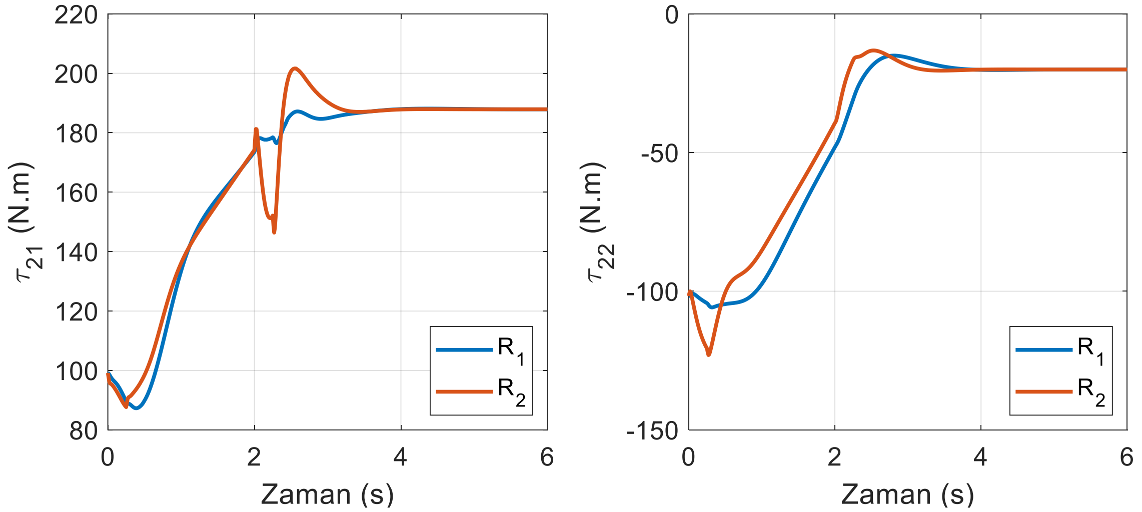
Şekil 6.23. SDRE kontrol yönteminde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I)



Şekil 6.24. SDRE kontrol yönteminde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I)



Şekil 6.25. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge I)



Şekil 6.26. SDRE kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I)

SDRE kontrol yönteminde Q matrisinin etkisini incelemek için bir R matrisi ve iki farklı Q matrisi aşağıdaki şekilde seçilmiştir:

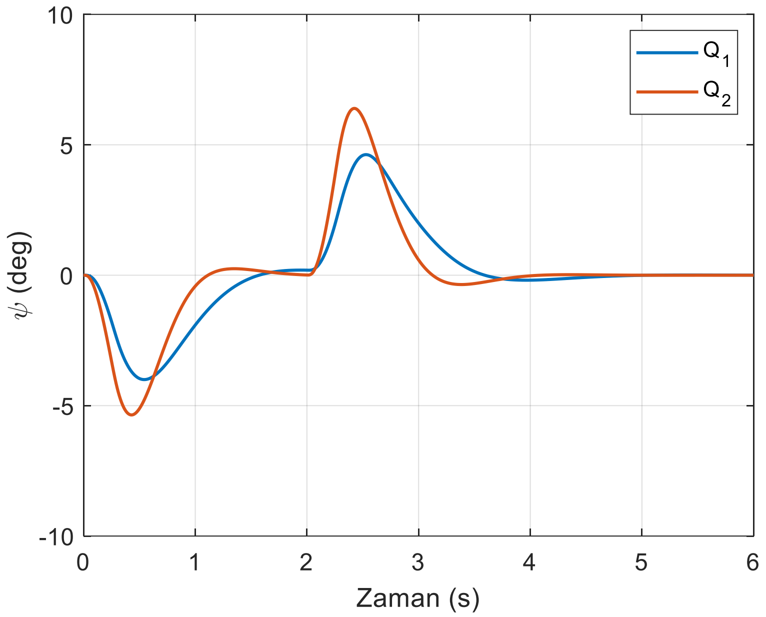
$$\mathbf{R} = \text{diag}[0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1]$$

$$\mathbf{Q}_1 = \text{diag}[300 \quad 300 \quad 100 \quad 100 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

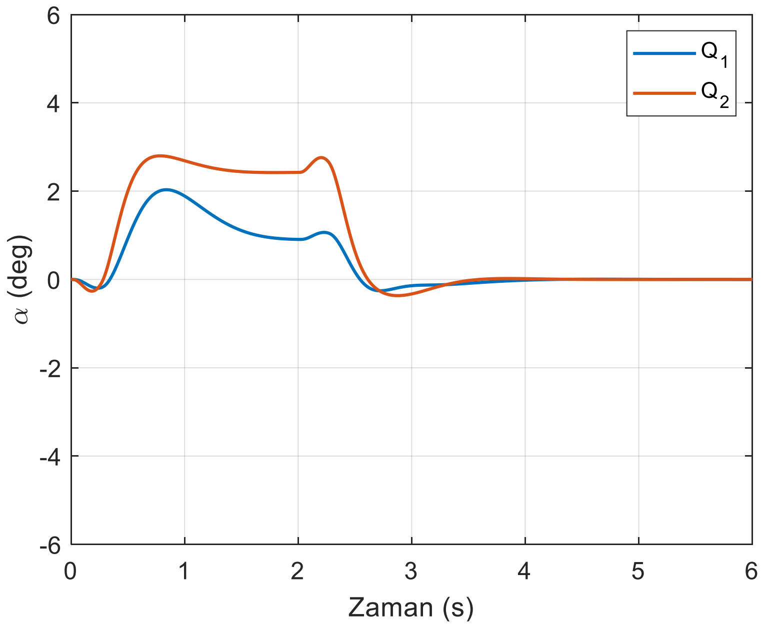
$$\mathbf{Q}_2 = \text{diag}[5000 \quad 5000 \quad 1000 \quad 1000 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

SDRE kontrol yönteminde Q matrisinin değerlerinin sıvı çalkalanma ve kap açısının üzerindeki etkisi Şekil 6.27 ve Şekil 6.28’de karşılaştırılmaktadır. Karşılaştırmada Q_2 matrisini içeren SDRE kontrolcü, sıvı çalkalanma ve kap açısını hızlı kontrol etmede başarılı olduğu görülmüştür. Ancak sözü geçen değişkenlerin büyüklüğünde yükselme olduğu görülmektedir. Kap konumunun kontrolünde ise Q_2 matrisini kullanan kontrolcü Q_1 matrisini kullanan kontrolcüye göre daha iyi performans göstermektedir (Şekil 6.29).

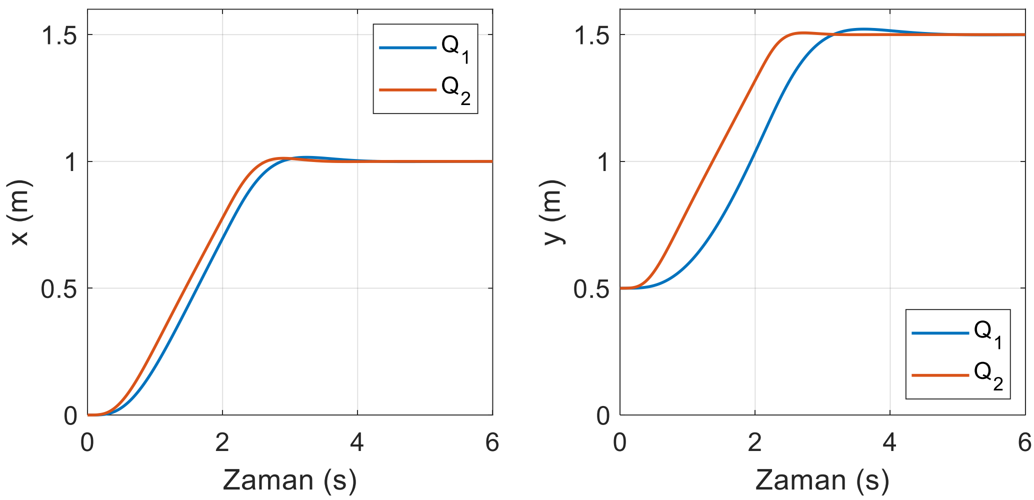
SDRE kontrol yönteminde robotlar tarafından kaba uygulanan kuvvetler Şekil 6.30 ve Şekil 6.31'de sunulmaktadır. Sonuçlardan anlaşıldığı gibi, Q matris elemanların büyüklüğü kaba uygulanan kuvvetlerin büyüklüğünü doğrudan etkilemektedir. Benzer etkiler robot eklem torklarında da görülmektedir (Şekil 6.32 ve Şekil 6.33).



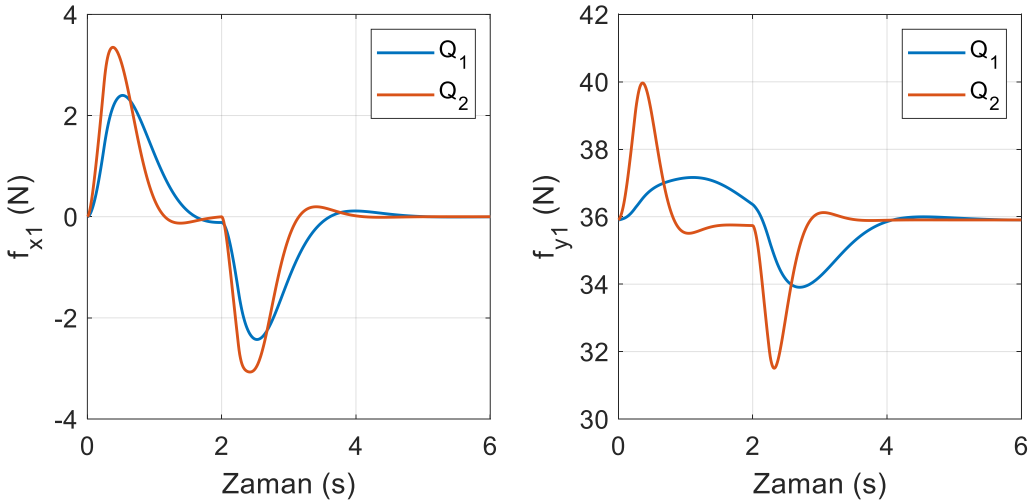
Şekil 6.27. SDRE kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I)



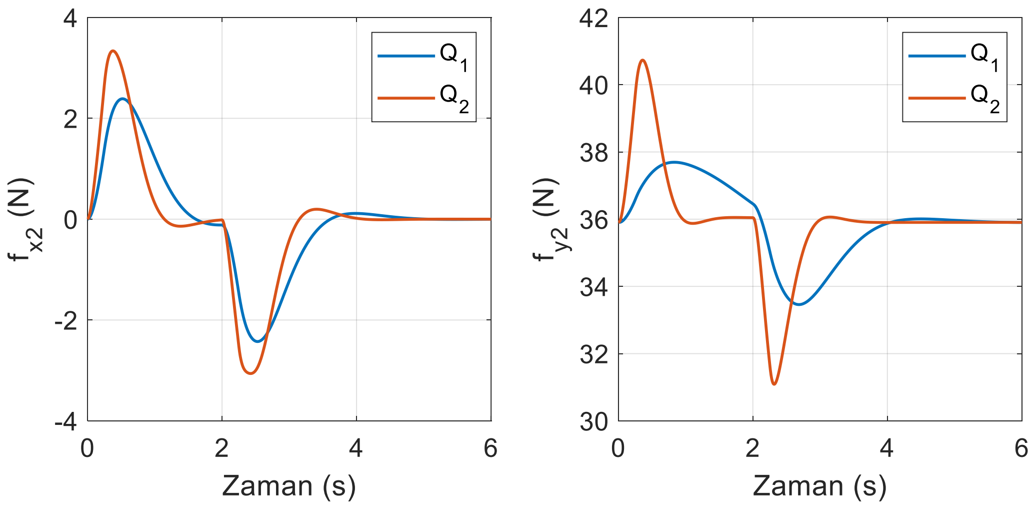
Şekil 6.28. SDRE kontrol yönteminde sıvı kabın açısı (yörünge I)



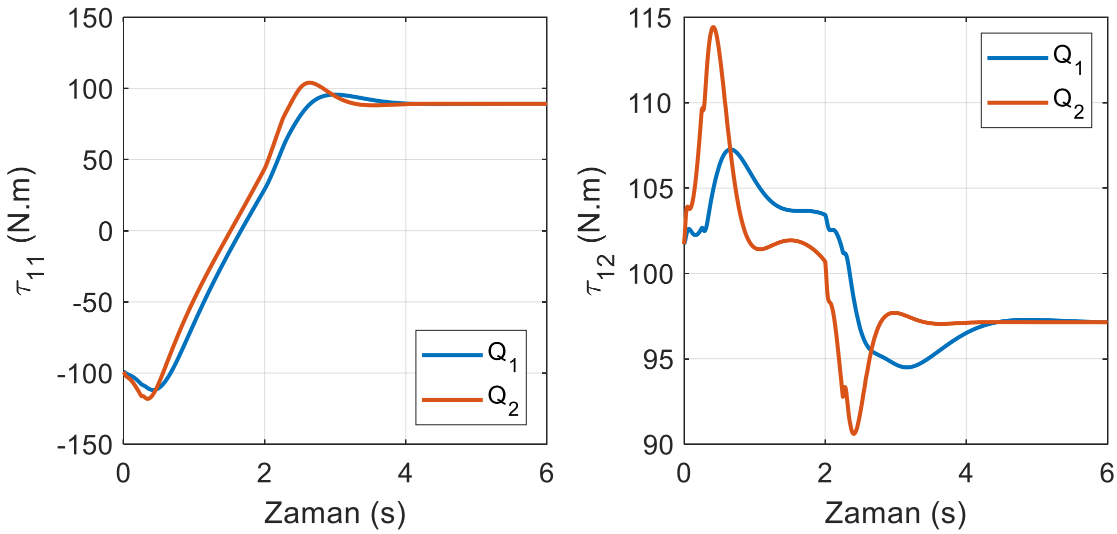
Şekil 6.29. SDRE kontrol yönteminde katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge I)



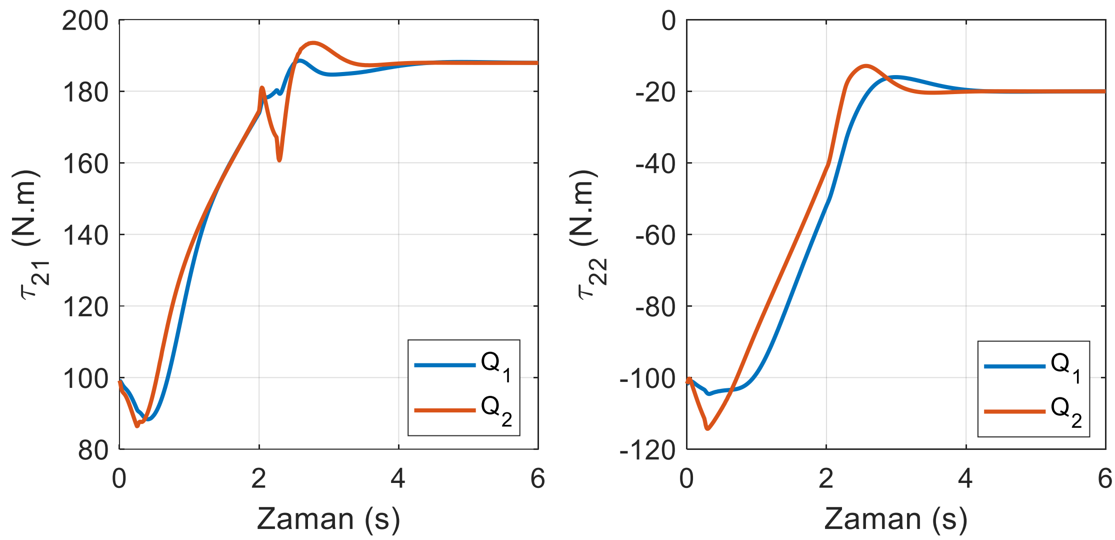
Şekil 6.30. SDRE kontrol yönteminde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I)



Şekil 6.31. SDRE kontrol yönteminde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I)



Şekil 6.32. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge I)



Şekil 6.33. SDRE kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I)

<u>Yörünge II: Çoklu hareket</u>

Çoklu hareket benzetimlerinde Şekil 6.6'da görülen yörünge kullanılmaktadır. Daha önce anlatıldığı gibi yörüngenin ikinci kısmında hızlanma ve yavaşlama değerleri diğer kısımlara göre daha yüksektir. Bu yükseklik sistem değişkenlerini, özellikle sıvı çalkalanma büyüklüğünü doğrudan etkilemektedir. Benzetim sonuçlarından bu değişikler görülmektedir. Benzetimlerde farklı Q ve R matris değerlerine göre sonuçlar birbirileri ile karşılaştırılmıştır. Şekil 6.34-Şekil 6.40 arasındaki benzetimlerde aşağıdaki matrisler kullanılmıştır:

$$\mathbf{Q} = \mathrm{diag}[500 \quad 500 \quad 100 \quad 100 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$\mathbf{R}_1 = \mathrm{diag}[0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1]$

$\mathbf{R}_2 = \mathrm{diag}[0{,}001 \quad 0{,}001 \quad 0{,}001 \quad 0{,}001]$

Şekil 6.41'den Şekil 6.47'ye kadar Q matris değerlerindeki değişimin benzetim sonuçlarındaki etkisi karşılaştırılmaktadır. Bu benzetimlerde kullanılan matrisler

$\mathbf{R} = \mathrm{diag}[0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1]$

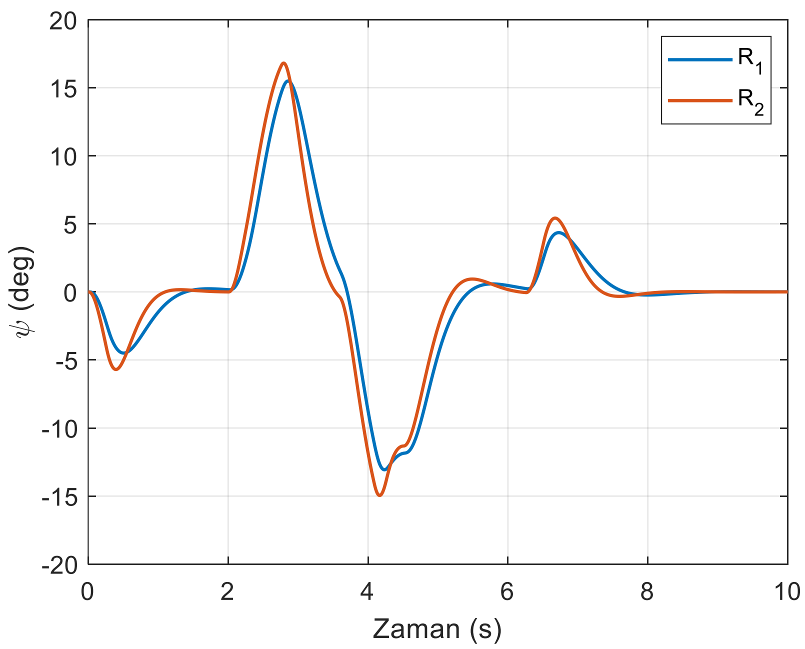
$\mathbf{Q}_1 = \mathrm{diag}[300 \quad 300 \quad 100 \quad 100 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$

$\mathbf{Q}_2 = \mathrm{diag}[5000 \quad 5000 \quad 1000 \quad 1000 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$

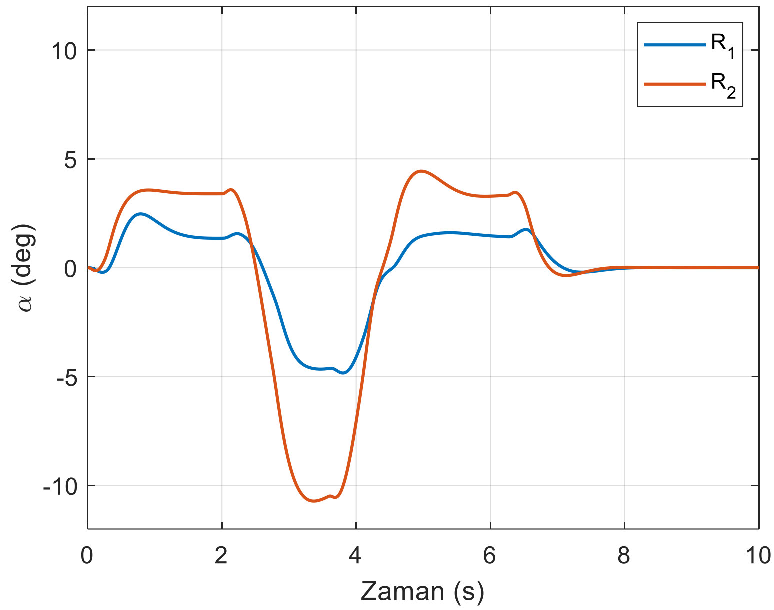
şeklinde seçilmiştir.

Yörüngenin ikinci kısmındaki yüksek hızlanma ve yavaşlama etkisi tüm benzetimlerde görülmektedir. İvmedeki değişiklik daha fazla çalkalanmaya, kap açısında artışa, kap konumda aşmaya ve kontrolcü tarafından daha fazla enerji harcamaya yol açmaktadır.

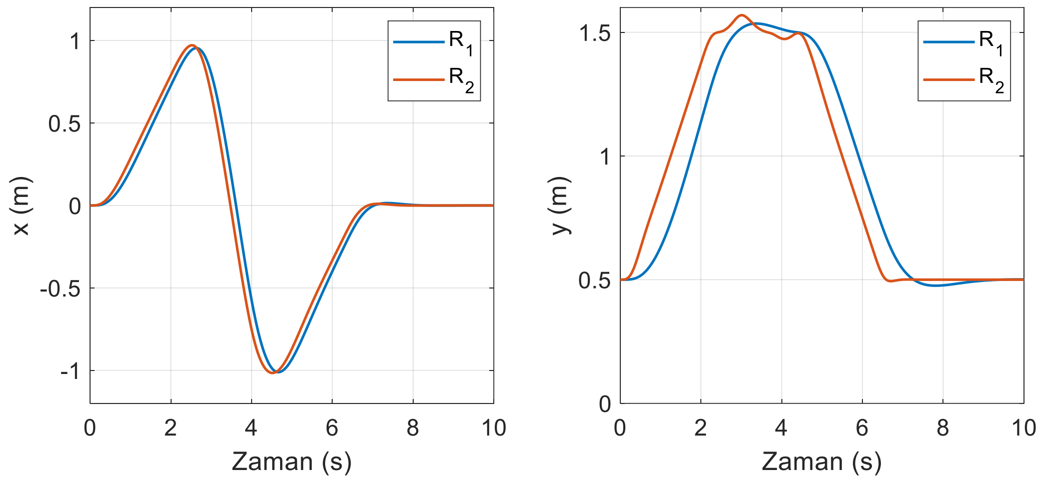
SDRE kontrolünün Yörünge I bölümündeki R ve Q matris değerlerindeki değişimin benzer etkisi çoklu hareket yörüngesi sırasında da görülmektedir.



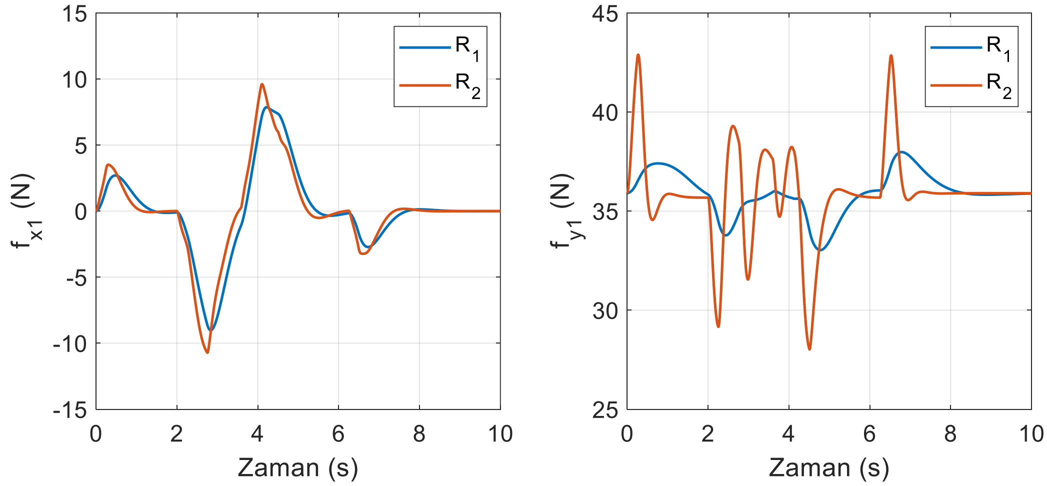
Şekil 6.34. SDRE kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)



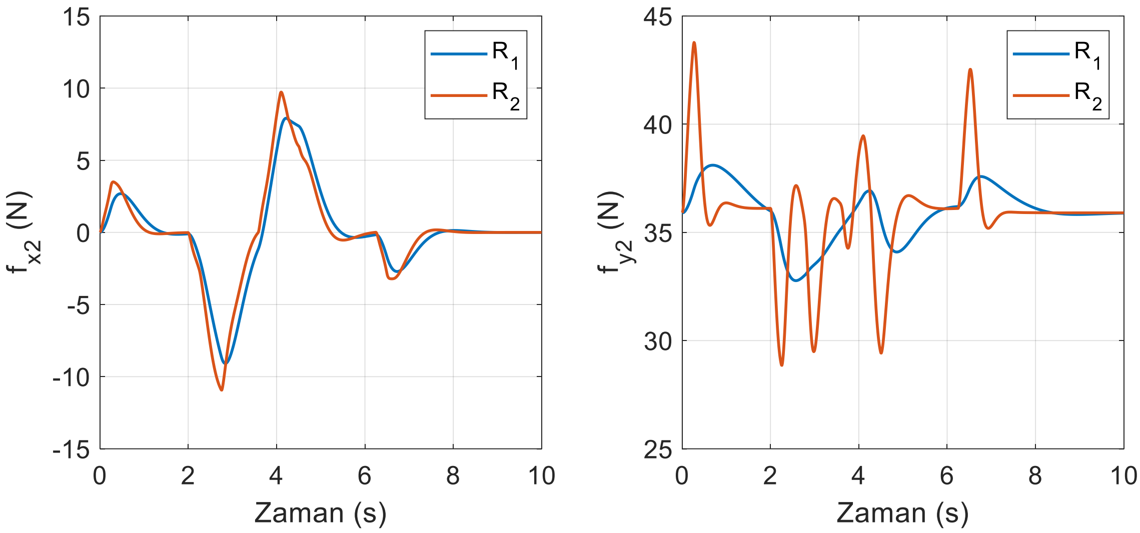
Şekil 6.35. SDRE kontrol yönteminde kabın açısı (yörünge II)



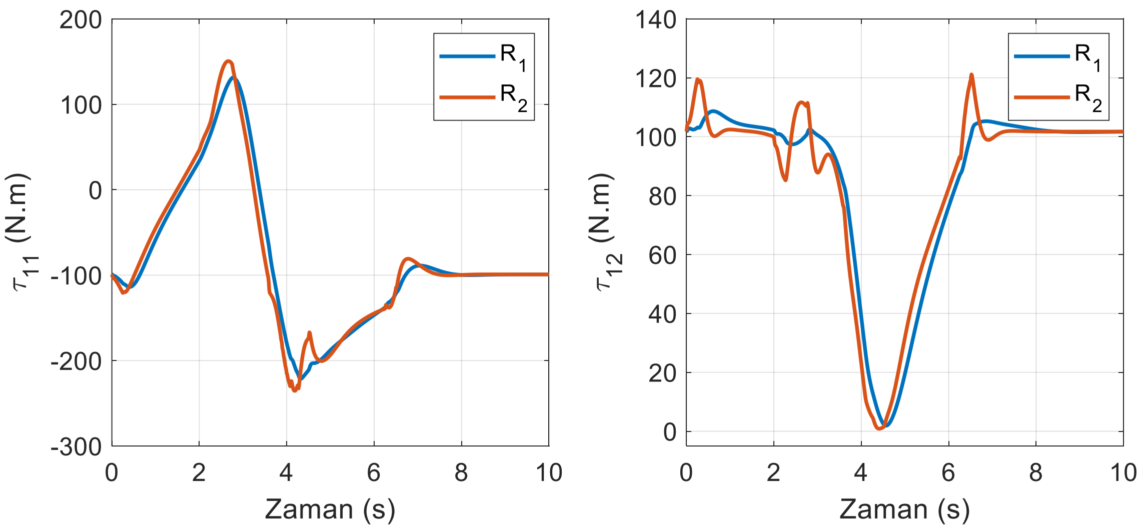
Şekil 6.36. SDRE kontrol yönteminde kabın konumu (yörünge II)



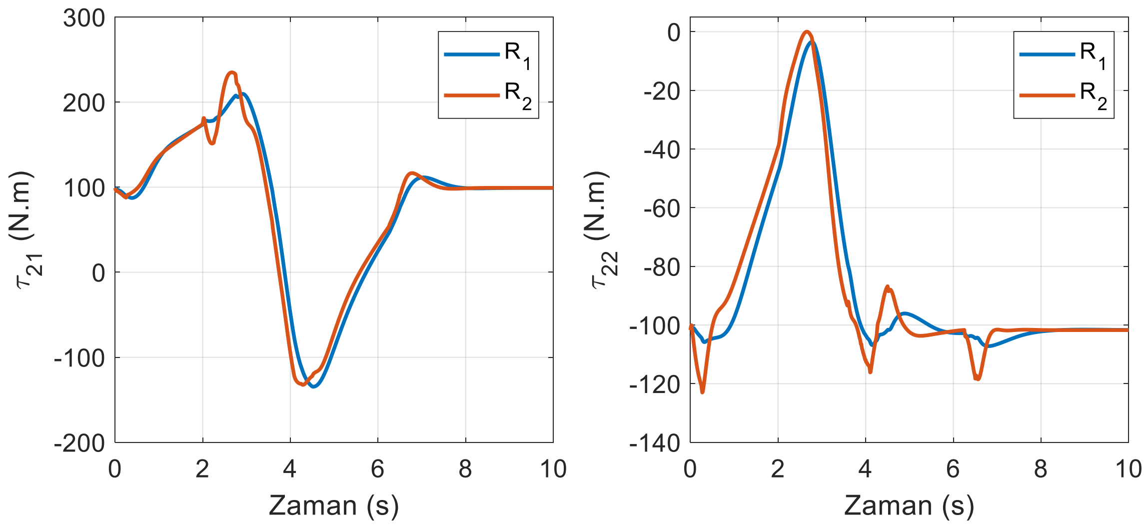
Şekil 6.37. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun kaba uyguladığı kuvvetler (yörünge II)



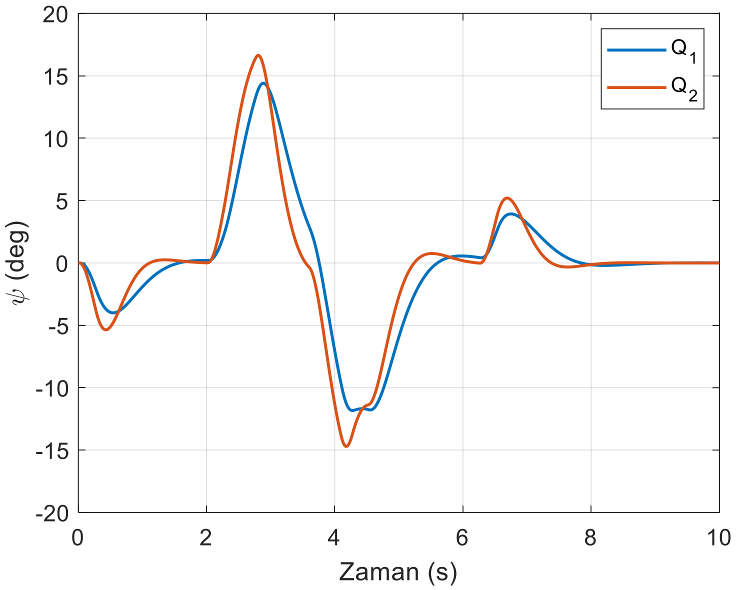
Şekil 6.38. SDRE kontrol yönteminde ikinci robotun kaba uyguladığı kuvvetler (yörünge II)



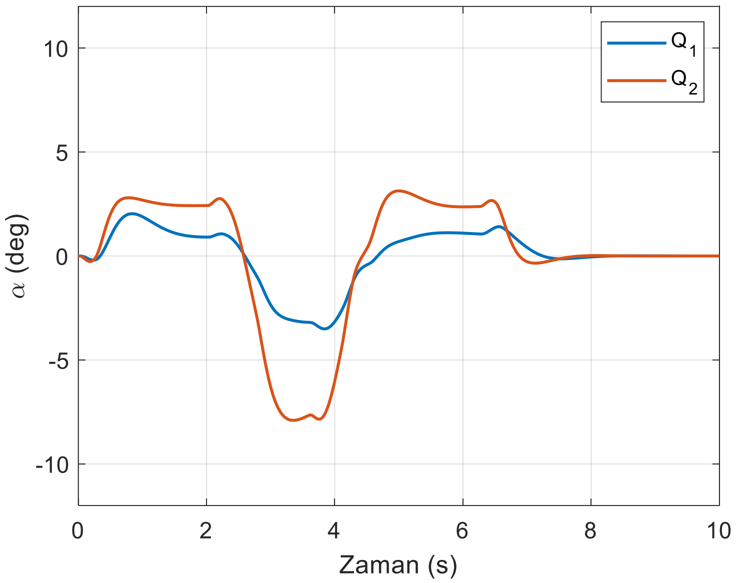
Şekil 6.39. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge II)



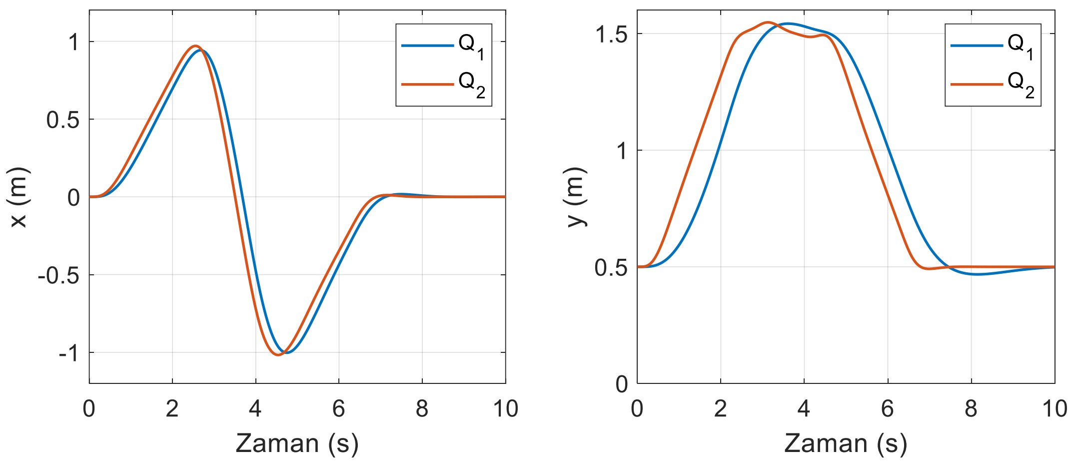
Şekil 6.40. SDRE kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II)



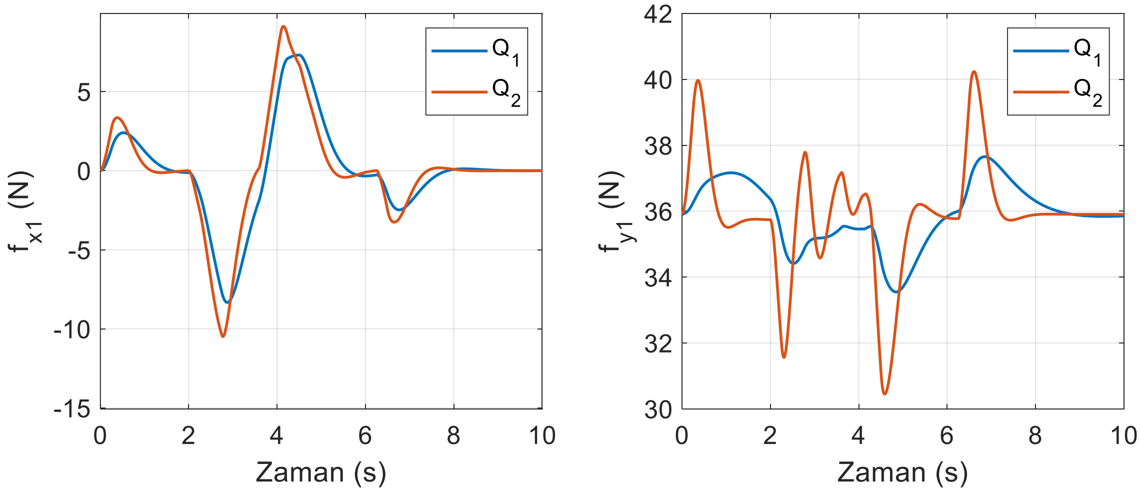
Şekil 6.41. SDRE kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)



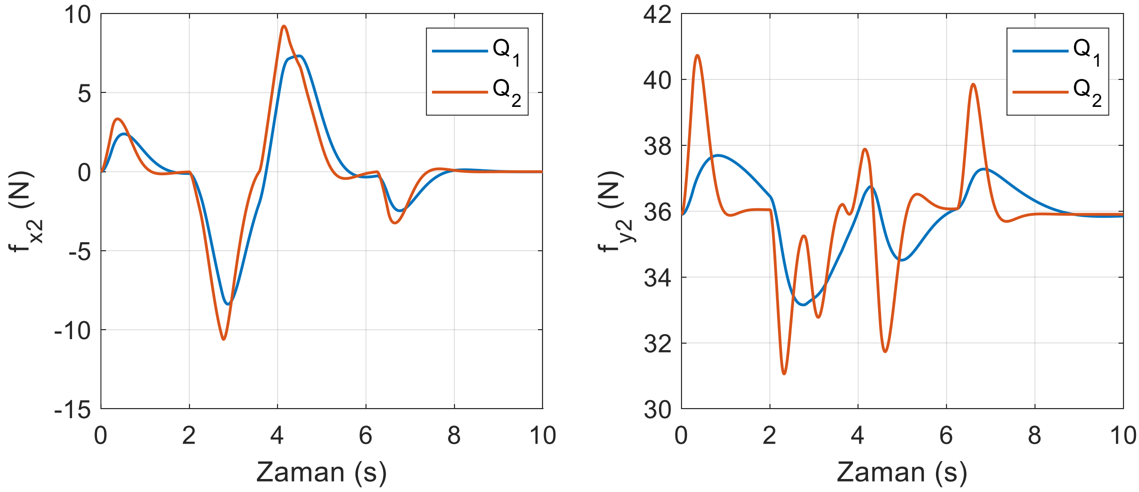
Şekil 6.42. SDRE kontrol yönteminde kabın açısı (yörünge II)



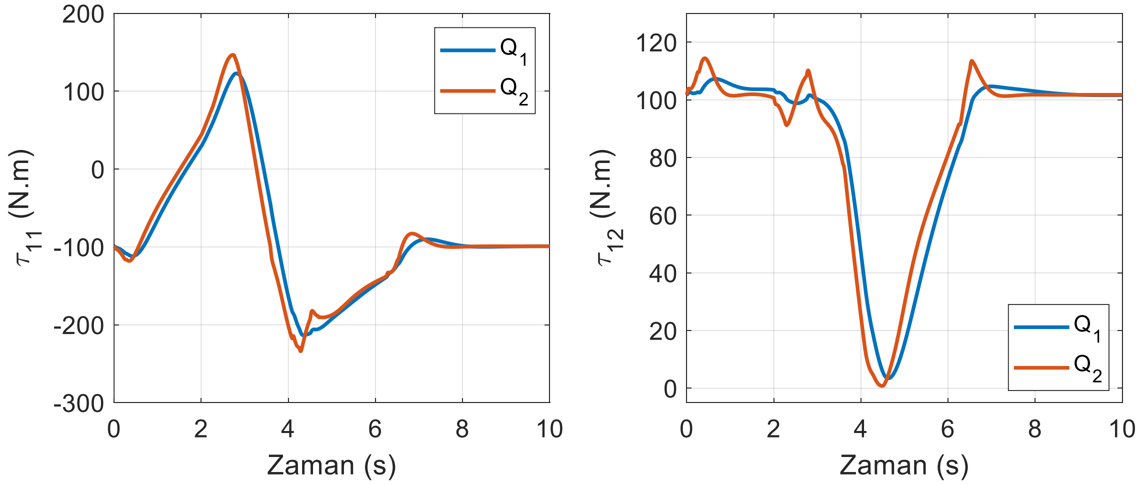
Şekil 6.43. SDRE kontrol yönteminde kabın konumu (yörünge II)



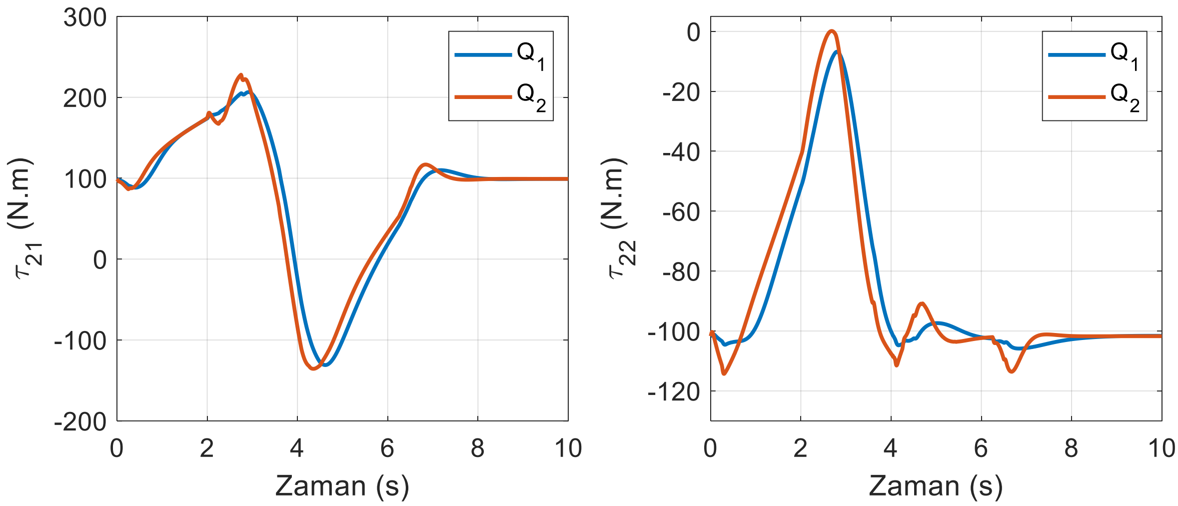
Şekil 6.44. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun kaba uyguladığı kuvvetler (yörünge II)



Şekil 6.45. SDRE kontrol yönteminde ikinci robotun kaba uyguladığı kuvvetler (yörünge II)



Şekil 6.46. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge II)



Şekil 6.47. SDRE kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge II)

6.1.4. Kutup yerleştirme kontrolü

Kontrollü sıvı taşınımında, kutup yerleştirme tekniğinde sistemin arzulanan kutuplara göre benzetim sonuçları aşağıda sunulmaktadır. Bu teknikte sönümleme oranı ζ=1 alınarak, iki farklı arzulanan kutup vektörü aşağıdaki şekilde seçilmiştir.

$$\mathbf{P}_1 = [-60 \quad -30 \quad -30 \quad -30 \quad -20 \quad -20 \quad -5 \quad -5]$$

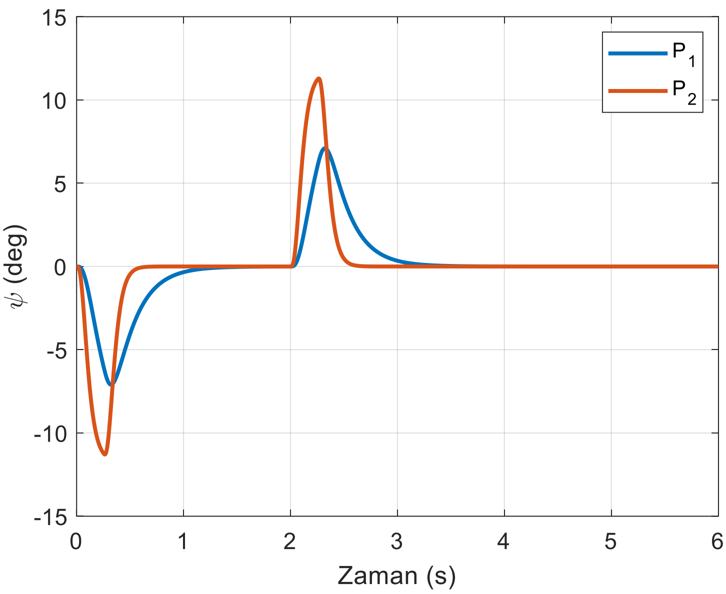
$$\mathbf{P}_2 = [-80 \quad -60 \quad -30 \quad -30 \quad -50 \quad -50 \quad -20 \quad -20]$$

Kontrollü sıvı taşınım benzetimlerinde her iki kutup vektörü iki farklı yörüngeye göre birbiri ile karşılaştırılmıştır.

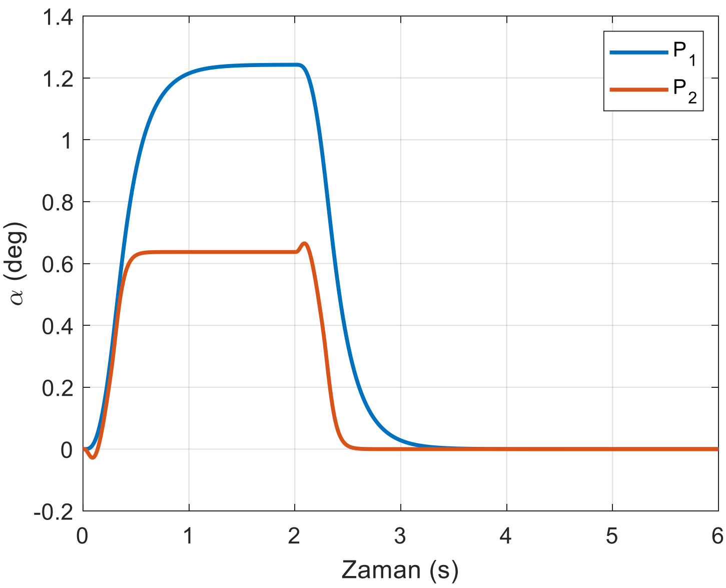
Yörünge I: Doğrusal hareket

Şekil 6.48'de kutup yerleştirme tekniğinde P_1 ve P_2 kutuplarının sıvı çalkalanma sonuçları karşılaştırılmıştır. Şekilde gösterildiği üzere, kutup yerleştirme tekniğinde P_2 kutupları kullanıldığı zaman sıvı çalkalanma kontrolü P_1 kutuplarının kullanıldığı duruma göre daha hızlı gerçekleştirilmektedir. Ancak P_2 kutuplarında sıvı çalkalanma seviyesi P_1 kutuplarına göre daha yüksektir. Kap açısı kontrolünde ise P_2 kutupları P_1 kutuplarına göre, kabın açısını daha hızlı ve daha düşük büyüklükte kontrol etmesini başarmıştır (Şekil 6.49). Şekil 6.50'de sıvı kabın ağırlık merkezinin konumunu gösterilmektedir. Şekilde görüldüğü gibi P_2 kutupları P_1 kutuplarına göre kabın konumunu daha hızlı kontrol etmektedir. Dolayısıyla, kutup yerleştirme tekniğinde arzulanan kutuplar sanal eksenden uzak konumlara yerleştirildiğinde daha iyi performans sergilemektedir.

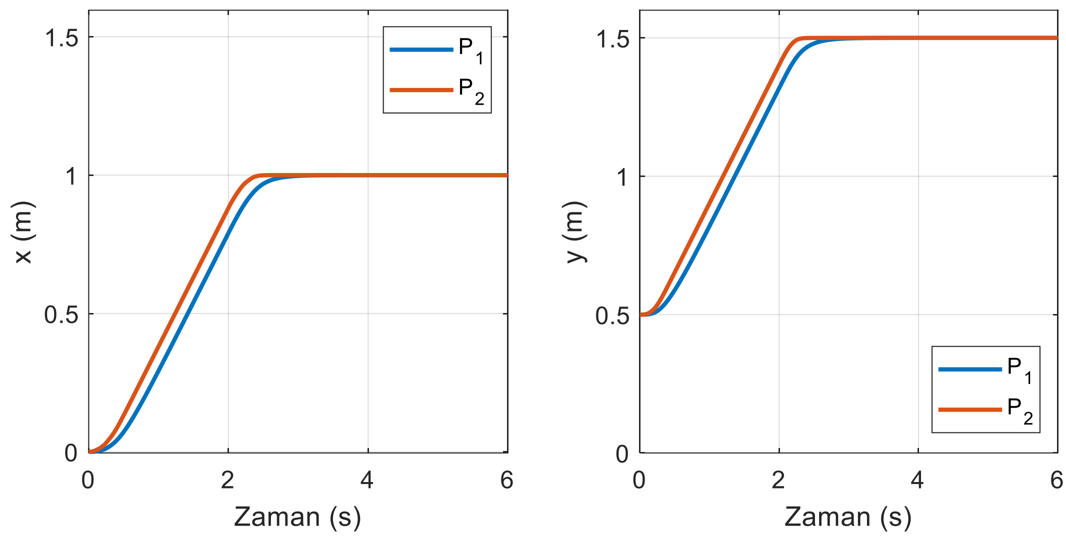
Şekil 6.51 ve Şekil 6.52 robot kolları tarafından silindirik kaba uygulanan kuvvetleri göstermektedir. Bu kuvvetler, kutup yerleştirme tekniği vasıtasıyla kaba uygulanmaktadır. Şekillerden görüldüğü gibi, kutup yerleştirme tekniğinde P_2 kutupları P_1 kutuplarına göre daha fazla enerji harcamaktadır. Şekil 6.53 ve Şekil 6.54'te kutup yerleştirme tekniği tarafından sıvı kaba uygulanan kuvvetlerin, robot kolların eklem torklarındaki etkileri gösterilmektedir.



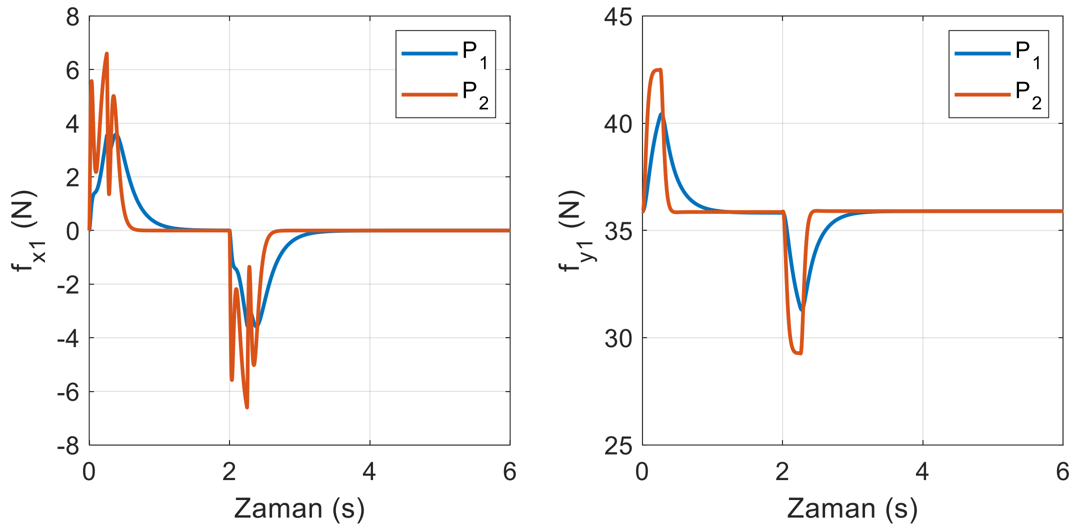
Şekil 6.48. Kutup yerleştirme tekniğinde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I)



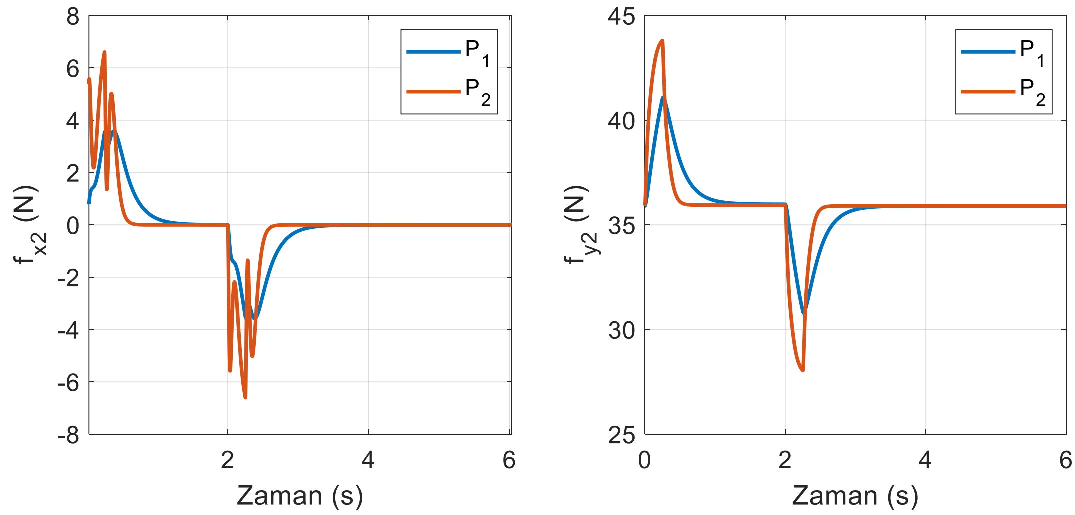
Şekil 6.49. Kutup yerleştirme tekniğinde kabın açısı (yörünge I)



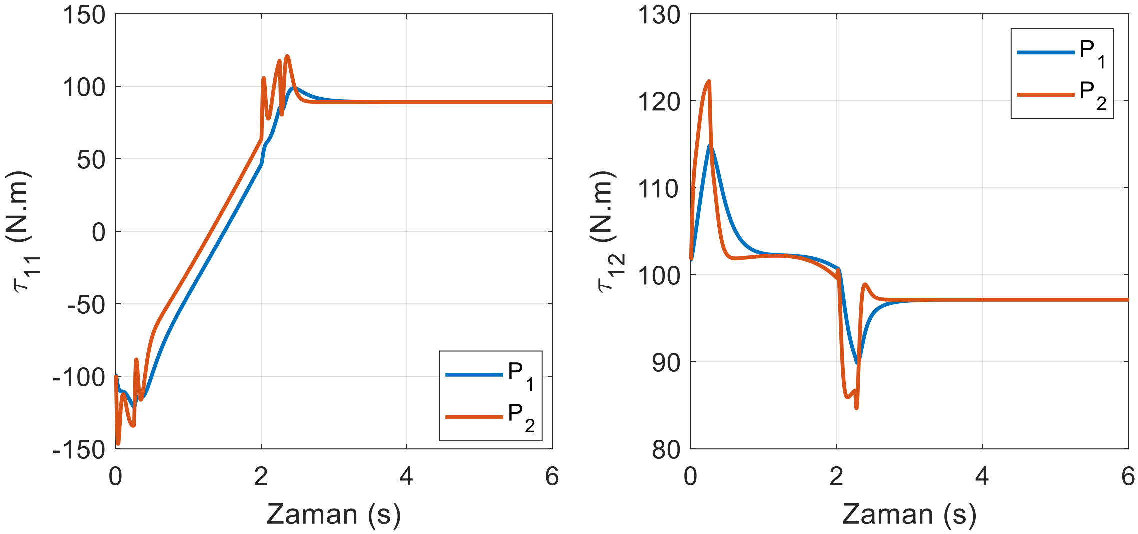
Şekil 6.50. Kutup yerleştirme tekniğinde kabın konumu (yörünge I)



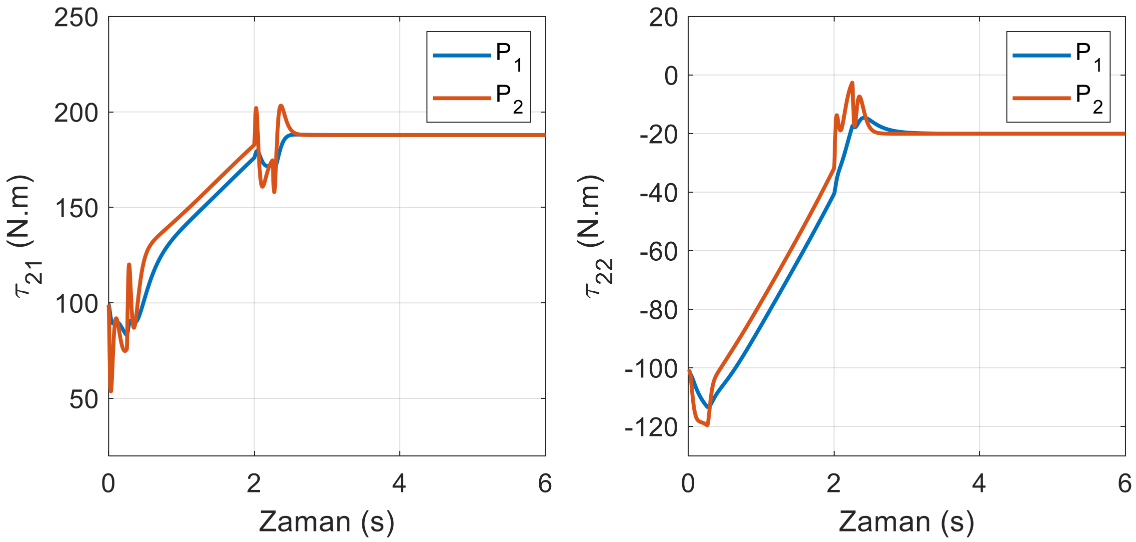
Şekil 6.51. Kutup yerleştirme tekniğinde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I)



Şekil 6.52. Kutup yerleştirme tekniğinde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I)



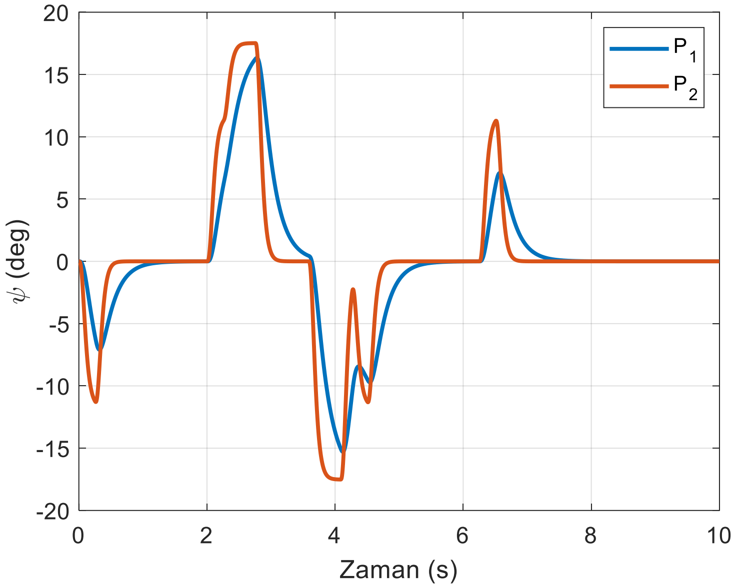
Şekil 6.53. Kutup yerleştirme tekniğinde birinci robotun eklem torkları (yörünge I)



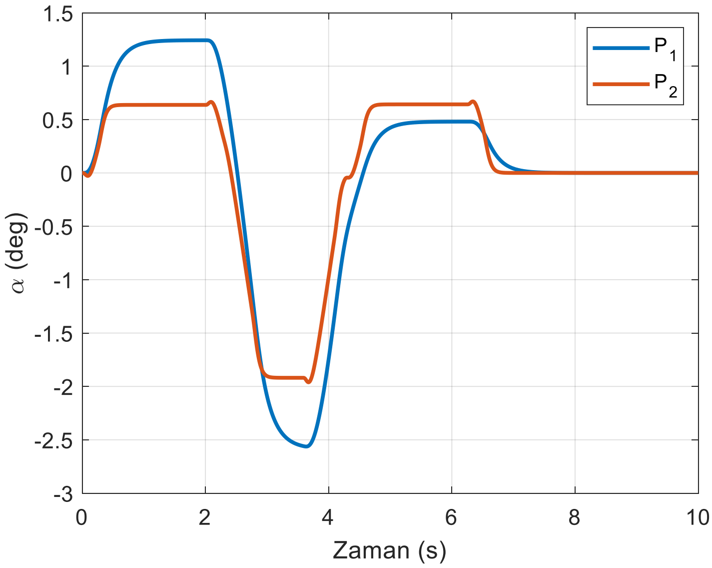
Şekil 6.54. Kutup yerleştirme tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I)

<u>Yörünge II: Çoklu hareket</u>

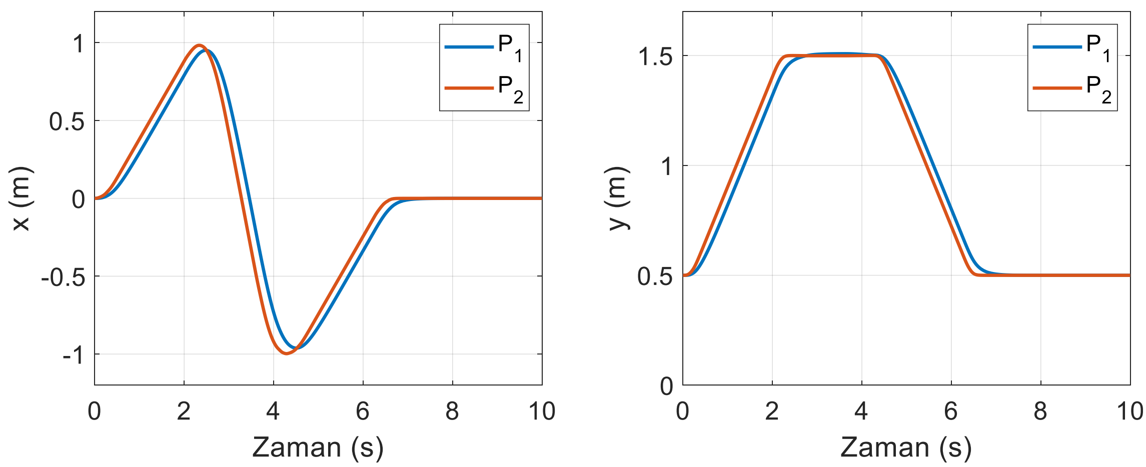
Kutup yerleştirme tekniği ile çoklu hareket yörünge izleme benzetim sonuçları Şekil 6.55-Şekil 6.61 arasındaki şekillerde yer almaktadır. Benzetim sonuçları kutup yerleştirme tekniği yörünge I bölümündeki sonuçlara benzer davranış sergilemektedir. Yörüngenin ikinci kısmında yüksek hızlanma ve yavaşlamadan dolayı sıvı çalkalanması ve kap açısının büyüklüğü artmaktadır (Şekil 6.55 ve Şekil 6.56). Kap konumunda da P_2 kutuplarını kullanan kutup yerleştirme tekniği, P_1 kutuplarını kullanan kutup yerleştirme tekniğine göre daha yüksek performans göstermektedir (Şekil 6.57). Dolayısıyla robot kolları tarafından kaba uygulanan kuvvetleri ve robot eklemlerindeki torklarını doğrudan etkilemektedir.



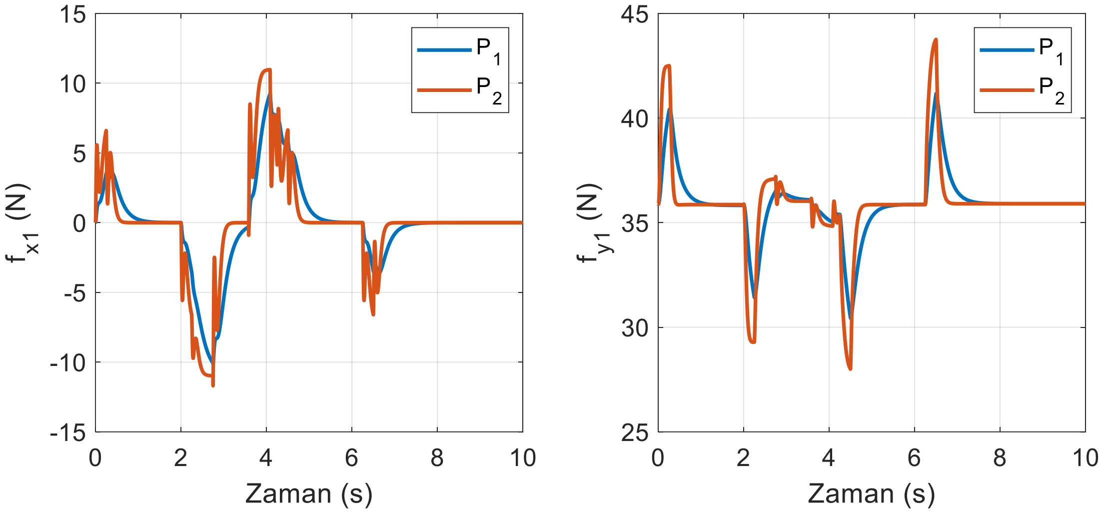
Şekil 6.55. Kutup yerleştirme tekniğinde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)



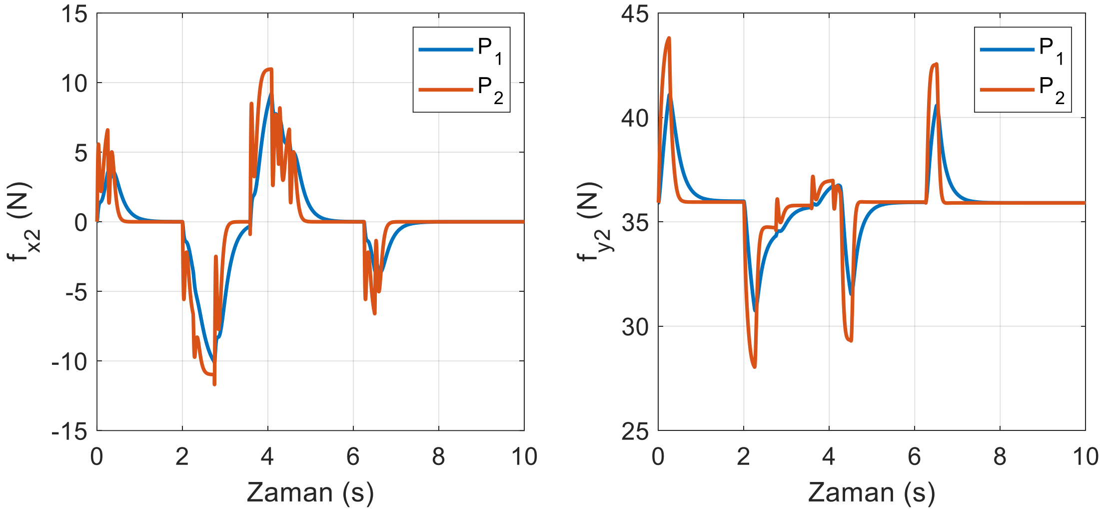
Şekil 6.56. Kutup yerleştirme tekniğinde kabın açısı (yörünge II)



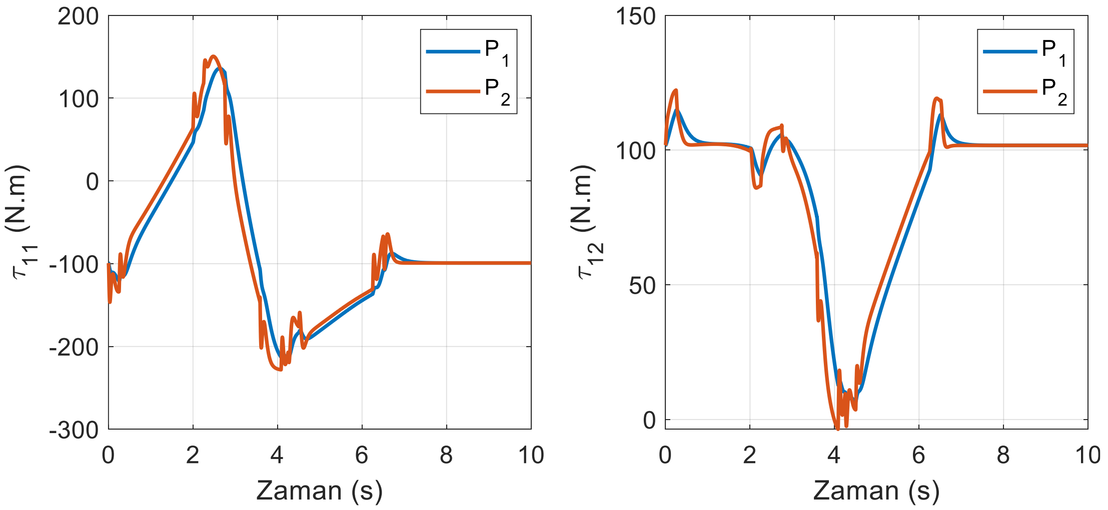
Şekil 6.57. Kutup yerleştirme tekniğinde sıvı kabın konumu (yörünge II)



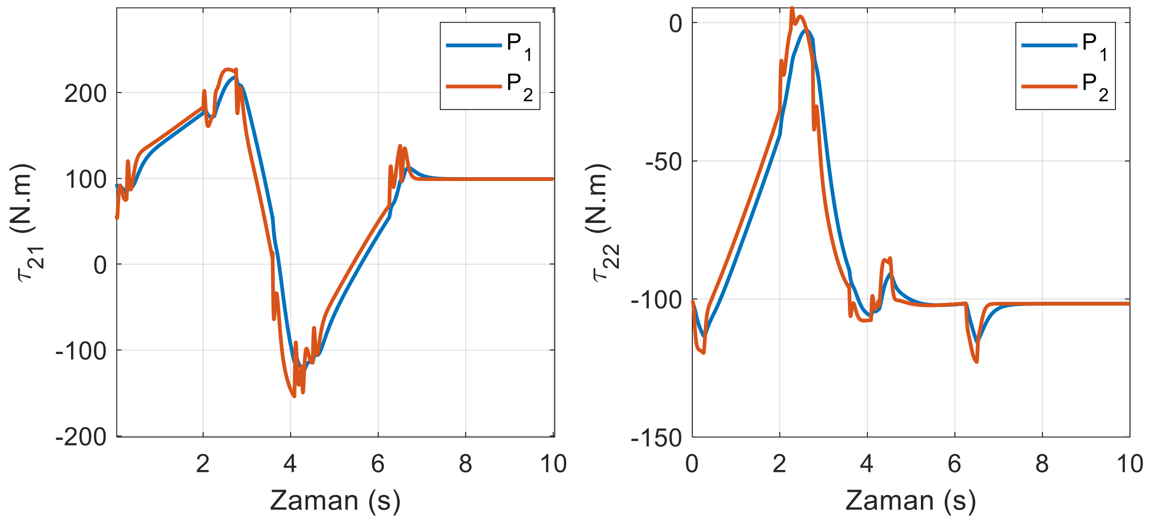
Şekil 6.58. Kutup yerleştirme tekniğinde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge II)



Şekil 6.59. Kutup yerleştirme tekniğinde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge II)



Şekil 6.60. Kutup yerleştirme tekniğinde birinci robotun eklem torkları (yörünge II)



Şekil 6.61. Kutup yerleştirme tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II)

6.1.5. LQR kontrolü

Bu bölümde, LQR kontrol tekniği iki robot kol yardımı ile sıvı taşınımı için uygulanmıştır. Benzetimlerde farklı yörüngeler kullanılarak, LQR kontrol tekniğinde R ve Q matrislerinin etkisi incelenmiştir.

<u>Yörünge I: Doğrusal hareket</u>

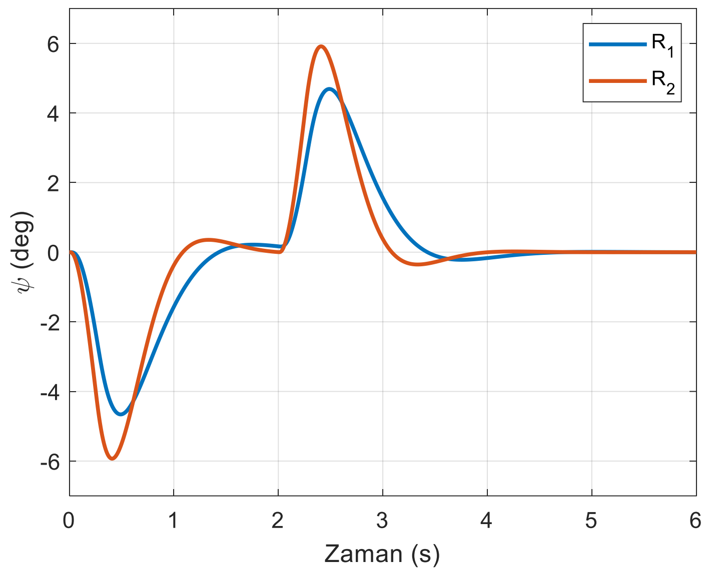
LQR tekniğinde R matrisinin etkisini göstermek için aşağıdaki şekilde iki farklı R matrisi ve bir Q matrisi seçilmiştir:

$$\mathbf{Q} = \mathrm{diag}[500 \quad 500 \quad 100 \quad 100 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

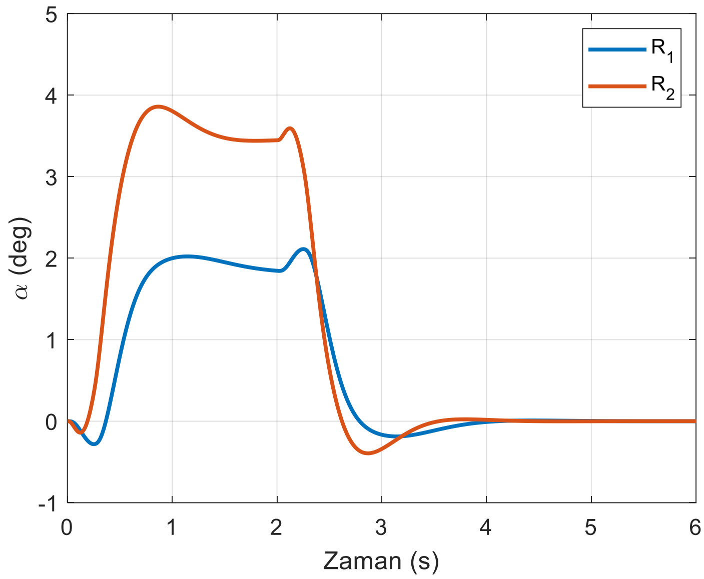
$$\mathbf{R}_1 = \mathrm{diag}[0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1]$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathrm{diag}[0{,}001 \quad 0{,}001 \quad 0{,}001 \quad 0{,}001]$$

Şekil 6.62 ve Şekil 6.63’te her iki matris için sıvı çalkalanma ve sıvı kabın açı değerleri karşılaştırılmıştır. Şekillerde görüldüğü üzere, LQR tekniğinde R_2 matrisi sıvı çalkalanmasını ve sıvı kabın açısını R_1 matrisine göre daha hızlı şekilde kontrol etmektedir. Ancak bu değişkenlerin büyüklüğünde ise R_1 matrisi R_2 matrisine göre daha iyi performans göstermektedir.



Şekil 6.62. LQR tekniğinde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I)

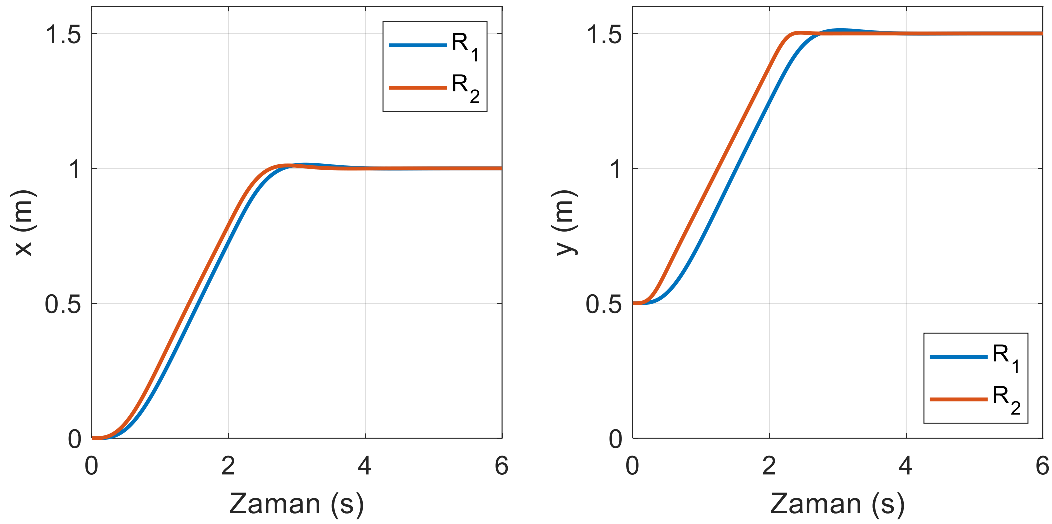


Şekil 6.63. LQR tekniğinde sıvı kabın açısı (yörünge I)

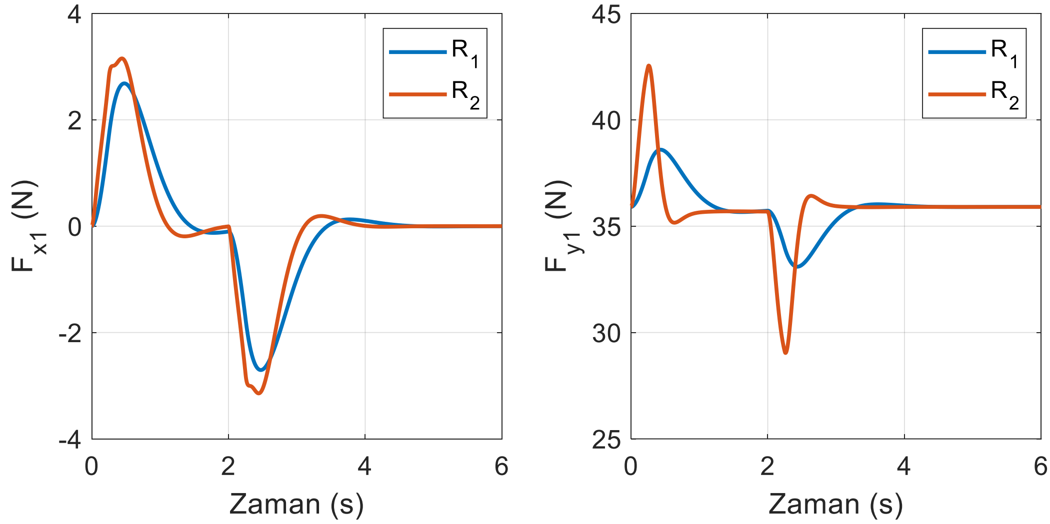
Kabın ağırlık merkezinin konumu Şekil 6.64'te sunulmaktadır. Şekilde R_2 matrisi R_1 matrisine göre kap konumunu hızlı kontrol etmede daha başarılı olmuştur.

Şekil 6.65 ve Şekil 6.66 robot kolları tarafından silindirik kaba uygulan kuvvetleri göstermektedir. Şekillerden görüldüğü üzere, LQR tekniğinde R_2 matris performansı R_1 matrisine göre daha iyidir. Ancak, enerji harcama konusunda ise tam tersi bir durum oluşmaktadır.

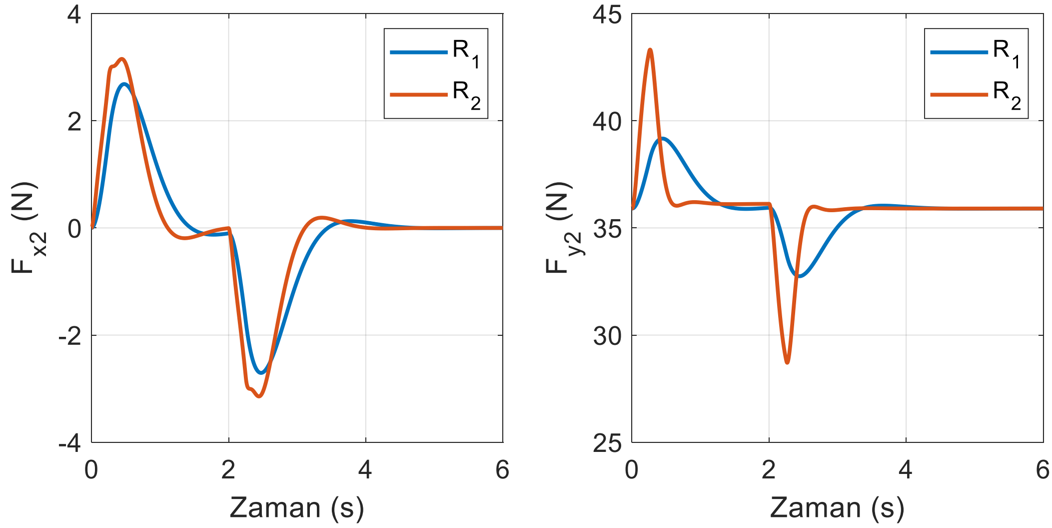
Şekil 6.67 ve Şekil 6.68'de LQR tekniği tarafından sıvı kaba uygulanan kuvvetlerin, robot kolların eklem torklarındaki etkileri gösterilmektedir.



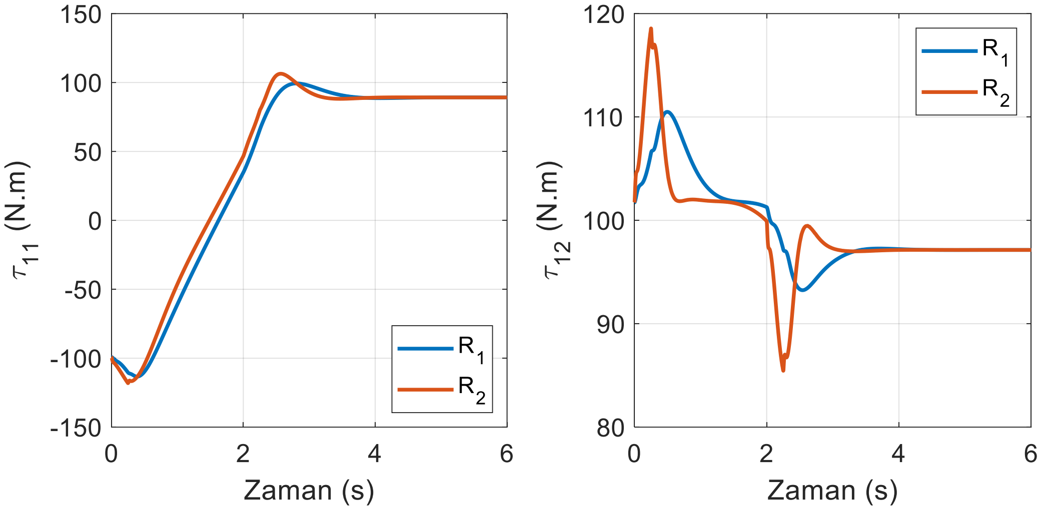
Şekil 6.64. LQR tekniğinde kabın konumu (yörünge I)



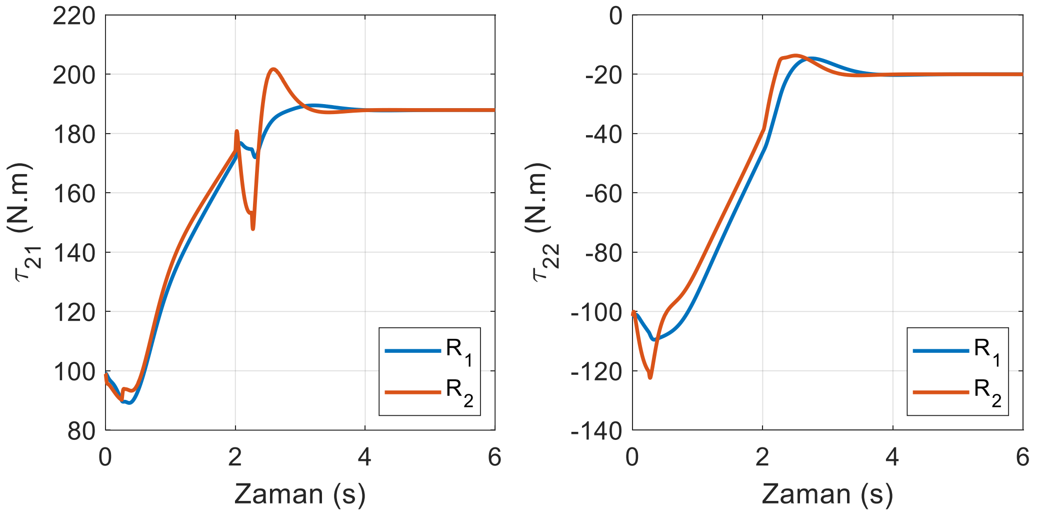
Şekil 6.65. LQR tekniğinde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I)



Şekil 6.66. LQR tekniğinde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I)



Şekil 6.67. LQR tekniğinde birinci robotun eklem torkları (yörünge I)



Şekil 6.68. LQR tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I)

LQR kontrol yönteminde Q matrisinin değişiminin iki robot kol yardımı ile sıvı taşıma üzerindeki etkisi Şekil 6.69-Şekil 6.75 arasında sunulmaktadır. Burada LQR kontrol yönteminde bir R matrisi ve iki farklı Q matrisi aşağıdaki şekilde seçilmiştir:

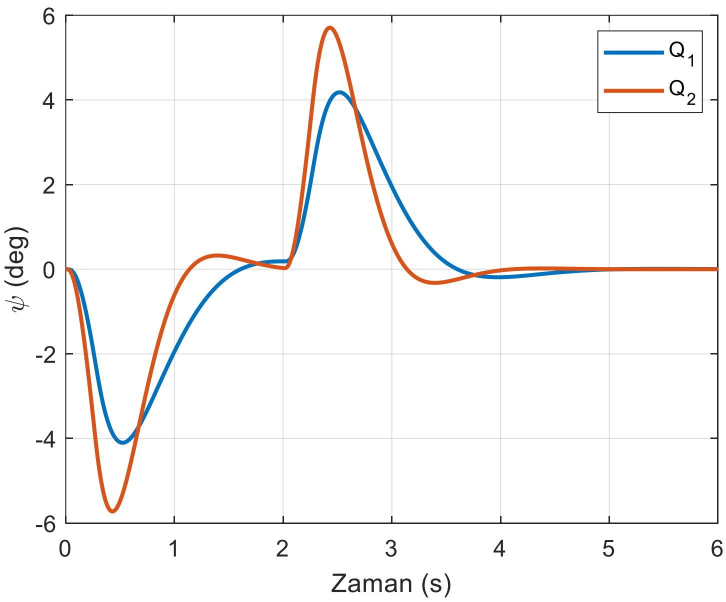
$$\mathbf{R} = \mathrm{diag}[0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1]$$

$$\mathbf{Q}_1 = \mathrm{diag}[300 \quad 300 \quad 100 \quad 100 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

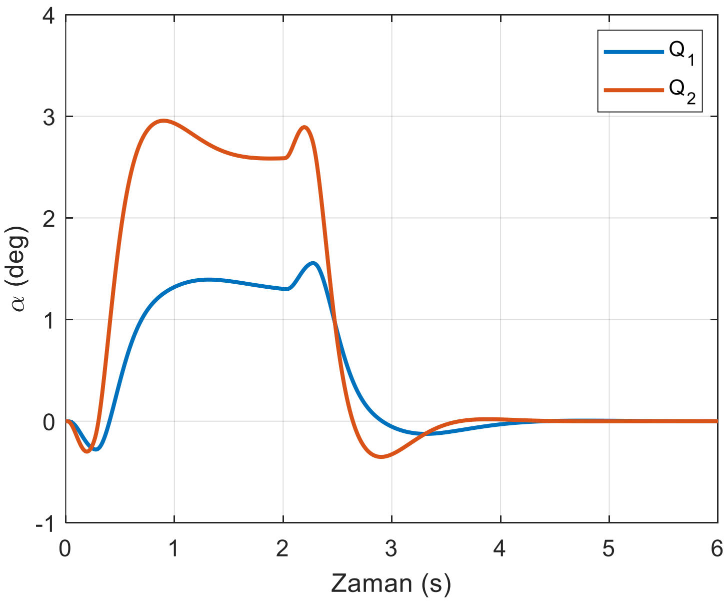
$$\mathbf{Q}_2 = \mathrm{diag}[5000 \quad 5000 \quad 1000 \quad 1000 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Şekil 6.69 ve Şekil 6.70'te sırasıyla sıvı çalkalanma büyüklüğü ve sıvı kabın açısı gösterilmektedir. Şekillerde görüldüğü üzere, büyük değerler içeren Q_2 matrisi sıvı çalkalanmasını ve kap açısını hızlı kontrol ederken değişkenlerin büyüklüğünün yükselmesine neden olmaktadır. Kabın ağırlık merkezinin konumu Şekil 6.71'de yer almaktadır. Bu şekilde Q_2 matrisini içeren LQR kontrolcüsü kabın konumunu hızlı kontrol etmede daha başarılı olmuştur.

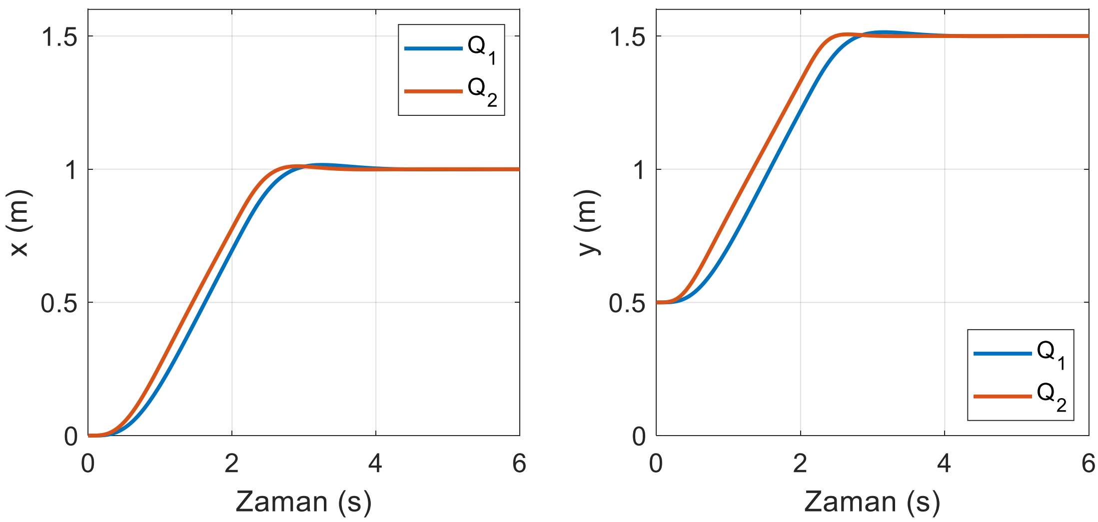
LQR tekniğinde farklı Q matris değerlerine göre robot kolları tarafından kaba uygulanan kuvvetler Şekil 6.72 ve Şekil 6.73'te sergilenmektedir. Kaba uygulanan kuvvetlerin, robot kolların eklem torklarındaki etkileri Şekil 6.74 ve Şekil 6.75'de gösterilmektedir.



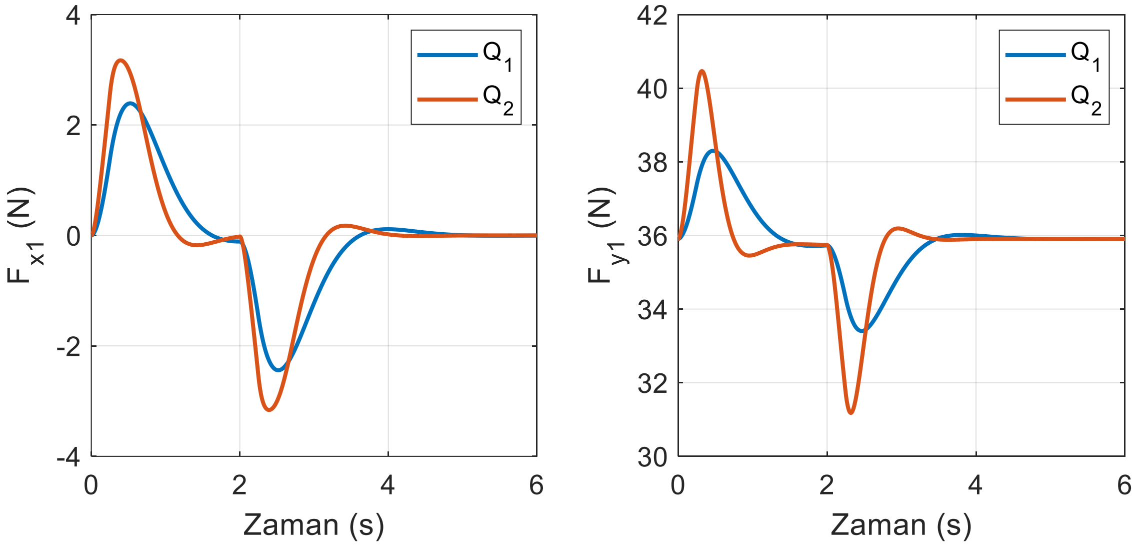
Şekil 6.69. LQR tekniğinde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I)



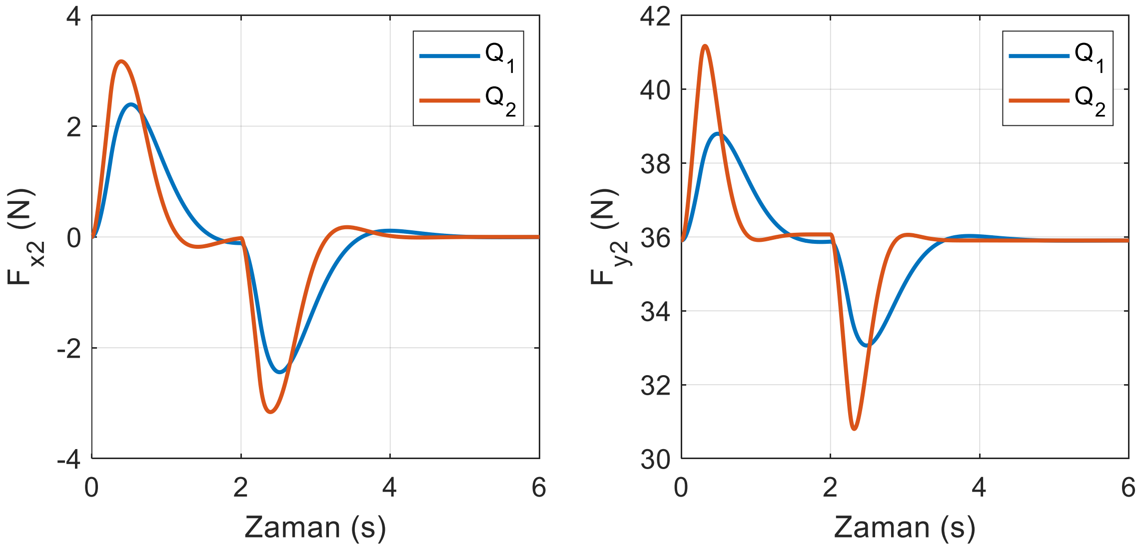
Şekil 6.70. LQR tekniğinde sıvı kabın açısı (yörünge I)



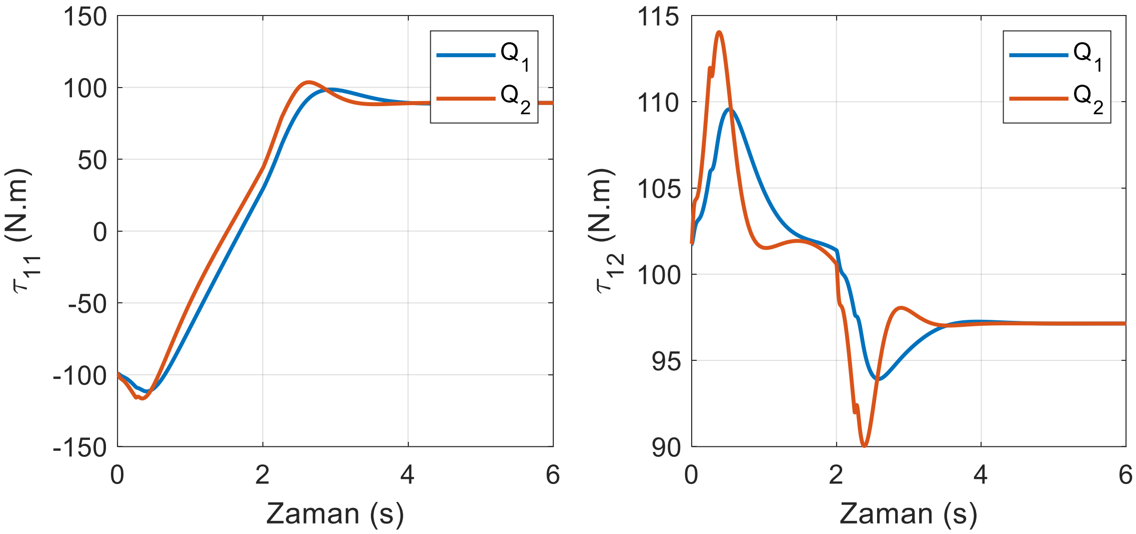
Şekil 6.71. LQR tekniğinde kabın konumu (yörünge I)



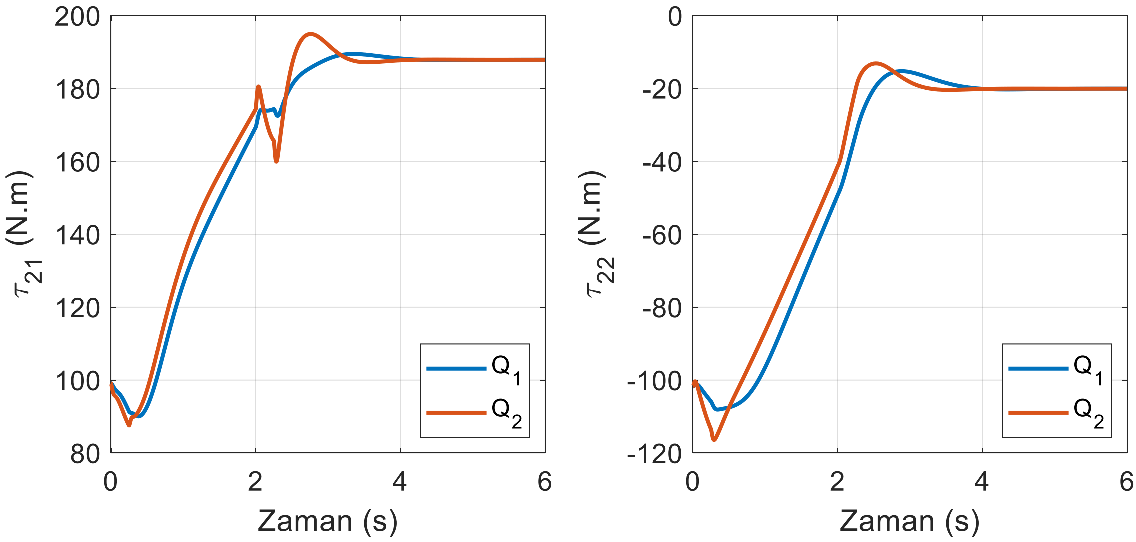
Şekil 6.72. LQR tekniğinde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I)



Şekil 6.73. LQR tekniğinde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge I)



Şekil 6.74. LQR tekniğinde birinci robotun eklem torkları (yörünge I)



Şekil 6.75. LQR tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I)

<u>Yörünge II: Çoklu hareket</u>

Çoklu hareket yörüngesi farklı hız ve ivme değerleri içeren kısımlardan oluşmaktadır (Şekil 6.6). Bu bölümde LQR tekniğinin çoklu hareketteki performansı incelenmektedir. İvmedeki değişikliğin sıvı taşıma sisteminin değişkenleri üzerindeki etkileri benzetimlerde sunulmaktadır.

Benzetimlerde farklı Q ve R matris değerlerine göre sonuçlar birbiri ile karşılaştırılmıştır. Şekil 6.76-Şekil 6.82 arasındaki benzetimlerinde aşağıdaki matrisler kullanılmaktadır:

$$\mathbf{Q} = \mathrm{diag}[500 \quad 500 \quad 100 \quad 100 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$\mathbf{R}_1 = \mathrm{diag}[0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1]$

$\mathbf{R}_2 = \mathrm{diag}[0{,}001 \quad 0{,}001 \quad 0{,}001 \quad 0{,}001]$

Şekil 6.83’ten Şekil 6.89’a kadar Q matris değerlerindeki değişimin benzetim sonuçları üzerindeki etkisi karşılaştırılmaktadır. Bu benzetimlerde kullanılan matrisler

$\mathbf{R} = \mathrm{diag}[0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1 \quad 0{,}1]$

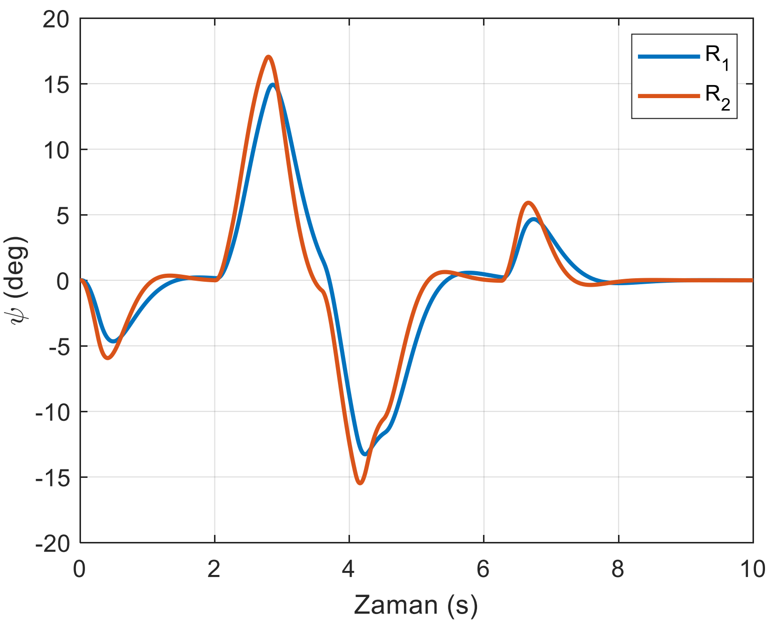
$\mathbf{Q}_1 = \mathrm{diag}[300 \quad 300 \quad 100 \quad 100 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$

$\mathbf{Q}_2 = \mathrm{diag}[5000 \quad 5000 \quad 1000 \quad 1000 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$

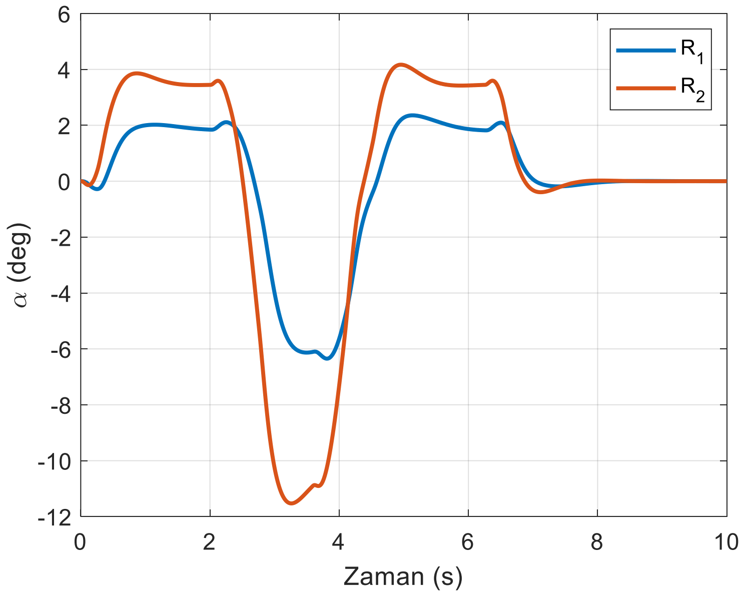
şeklinde seçilmiştir.

Yörüngenin ikinci kısmında yüksek hızlanma ve yavaşlama etkisi tüm benzetimlerde görülmektedir. İvmedeki değişiklik daha fazla çalkalanmaya, kap açısında artışa, kap konumda aşmaya ve kontrolcü tarafından daha fazla enerji harcanmasına yol açmaktadır.

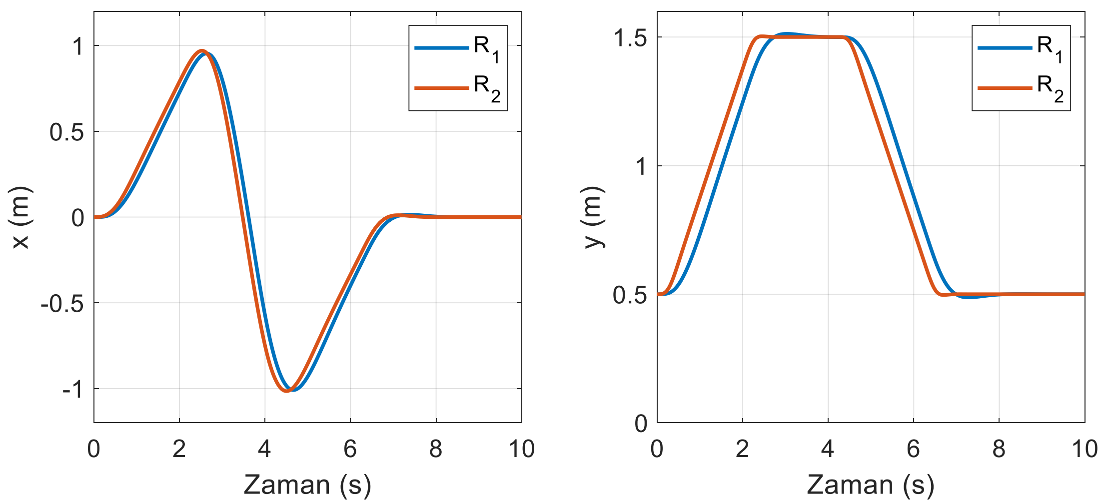
LQR kontrol tekniğinde, Yörünge I bölümündeki R ve Q matris değerlerinin değişiminin benzer etkisi çoklu hareket yörünge bölümünde de görülmektedir.



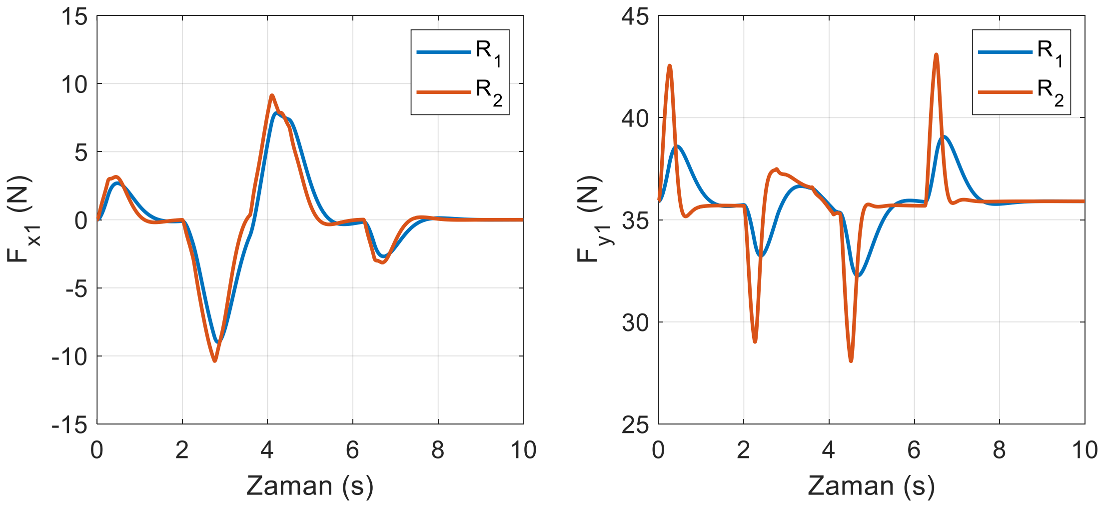
Şekil 6.76. LQR tekniğinde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)



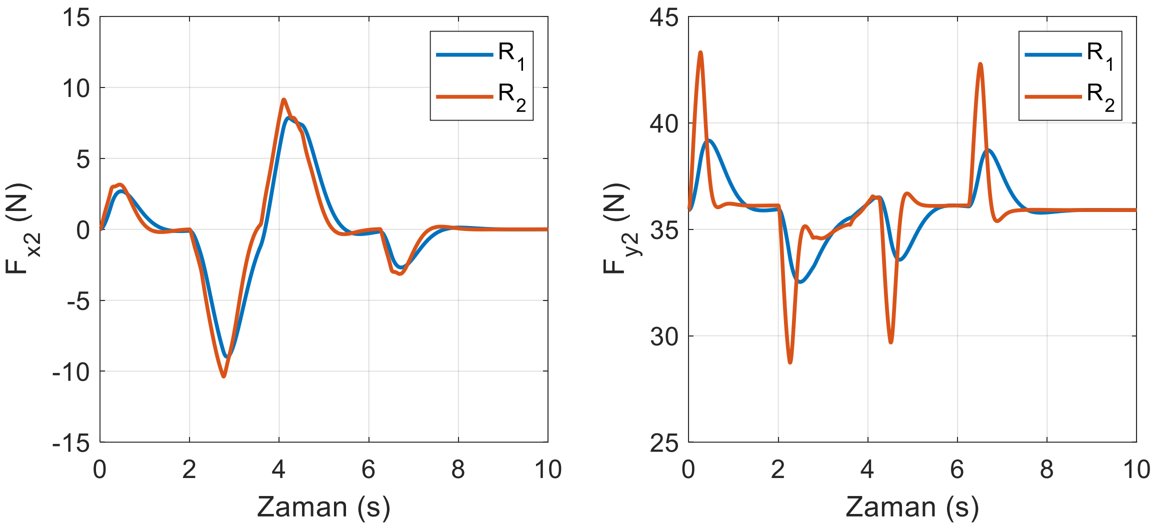
Şekil 6.77. LQR tekniğinde kabın açısı (yörünge II)



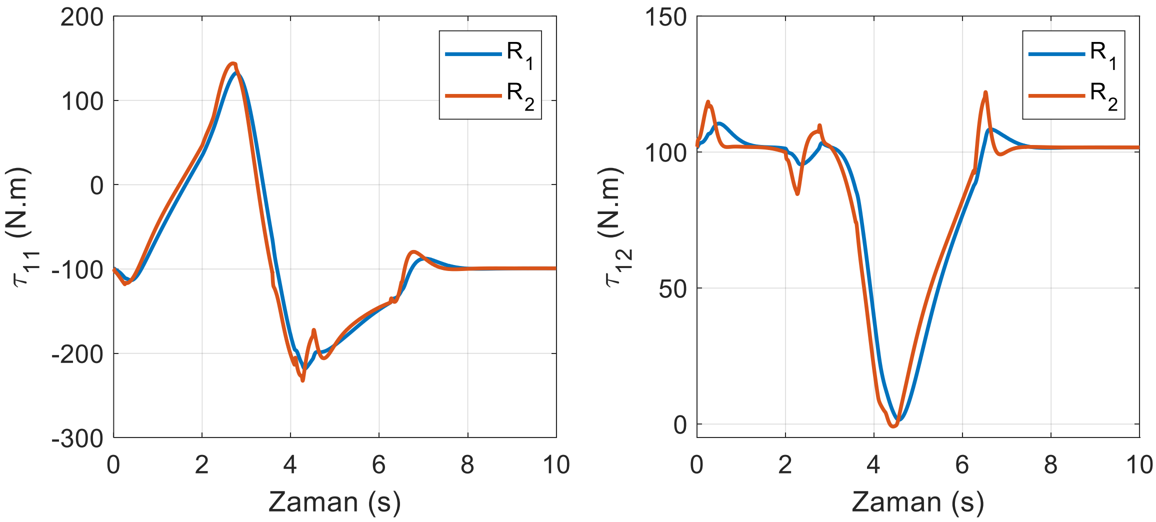
Şekil 6.78. LQR tekniğinde sıvı kabın konumu (yörünge II)



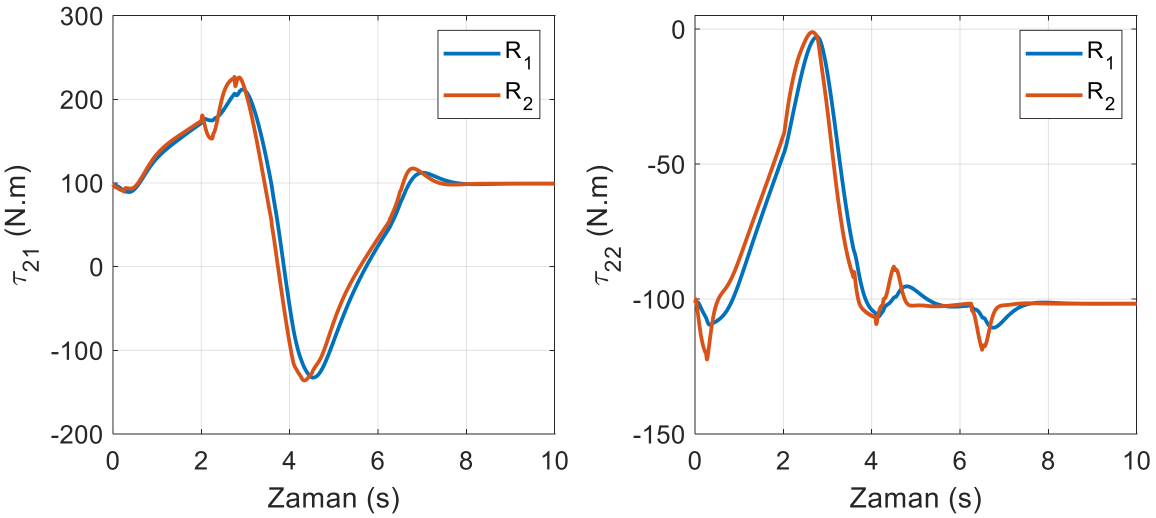
Şekil 6.79. LQR tekniğinde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge II)



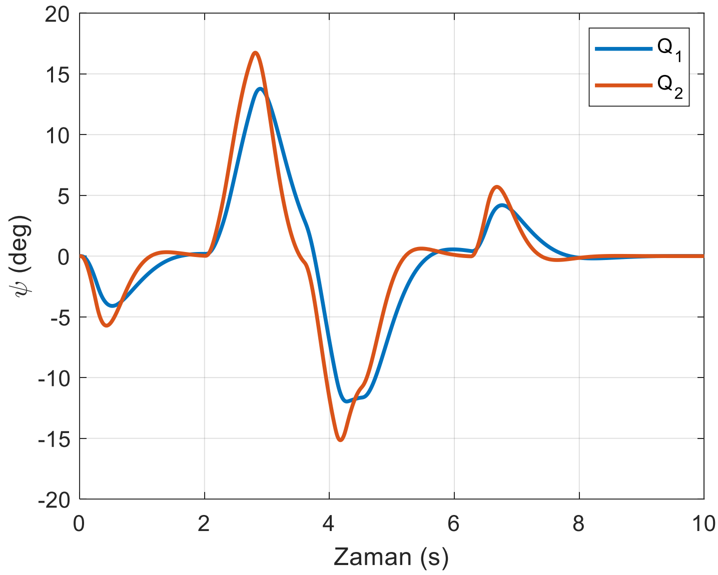
Şekil 6.80. LQR tekniğinde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge II)



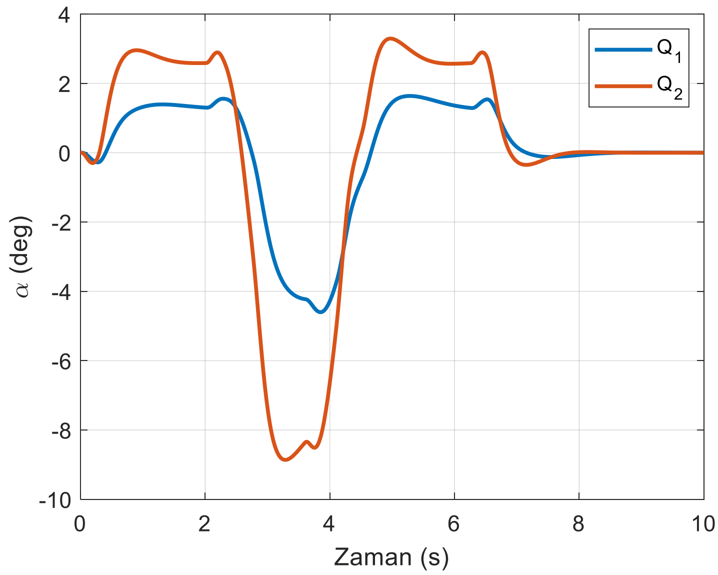
Şekil 6.81. LQR tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II)



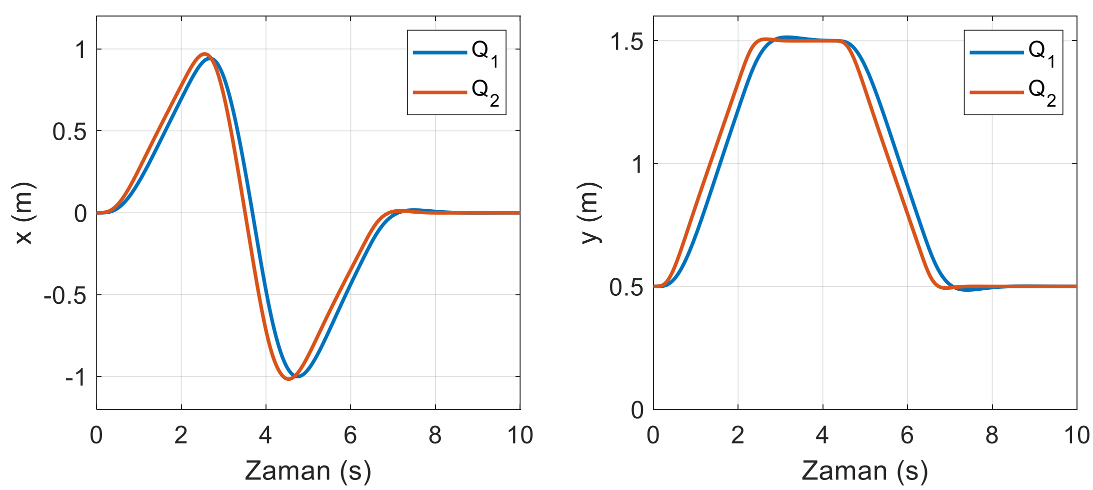
Şekil 6.82. LQR tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II)



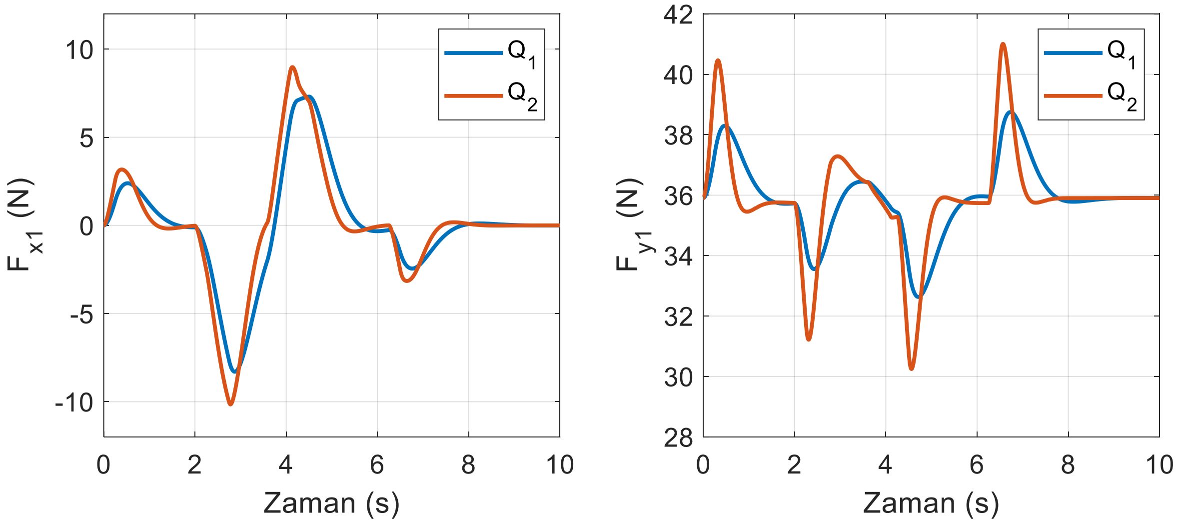
Şekil 6.83. LQR tekniğinde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)



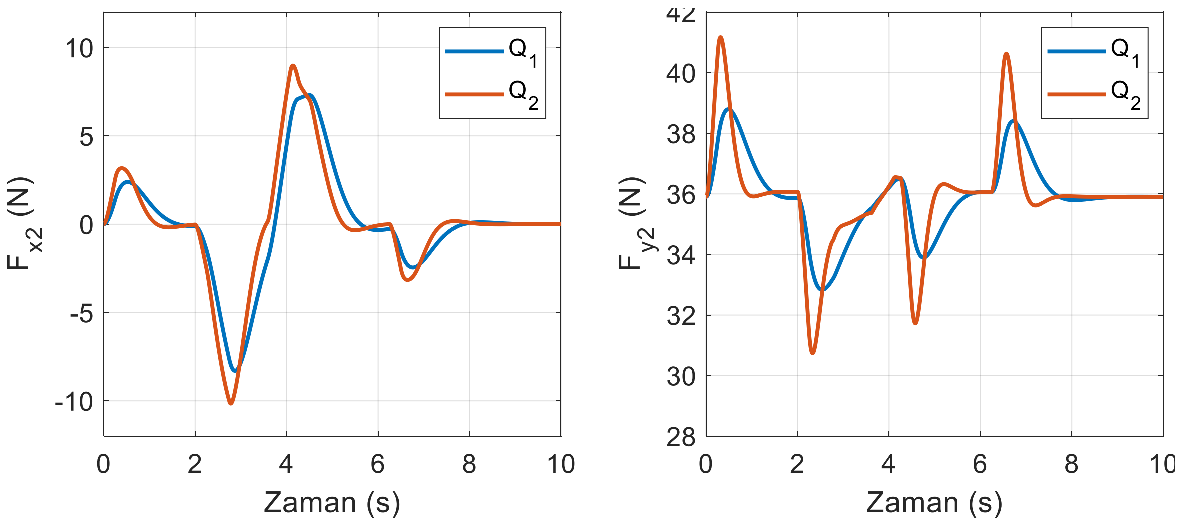
Şekil 6.84. LQR tekniğinde kabın açısı (yörünge II)



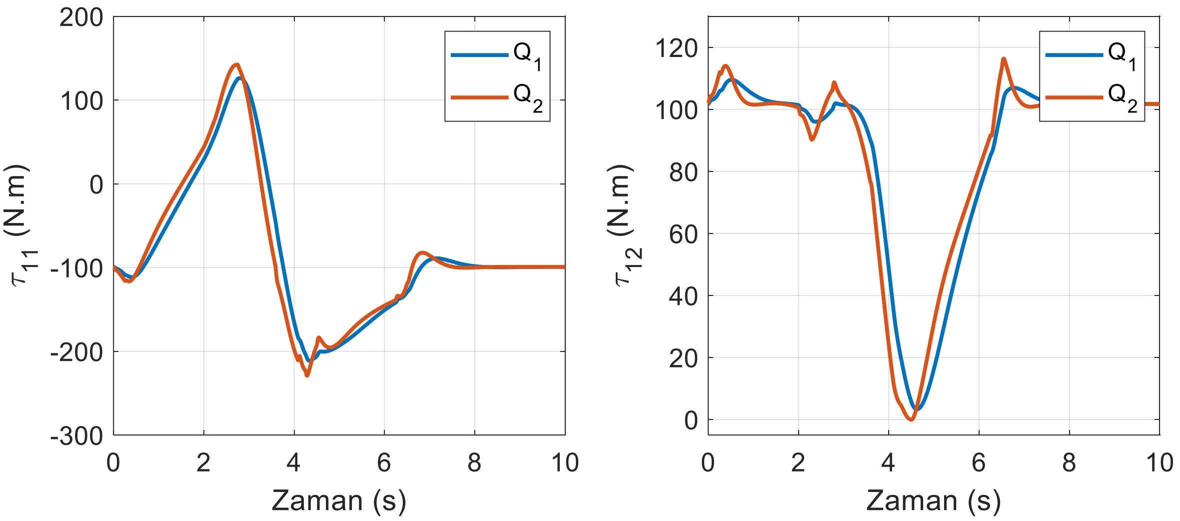
Şekil 6.85. LQR tekniğinde sıvı kabın konumu (yörünge II)



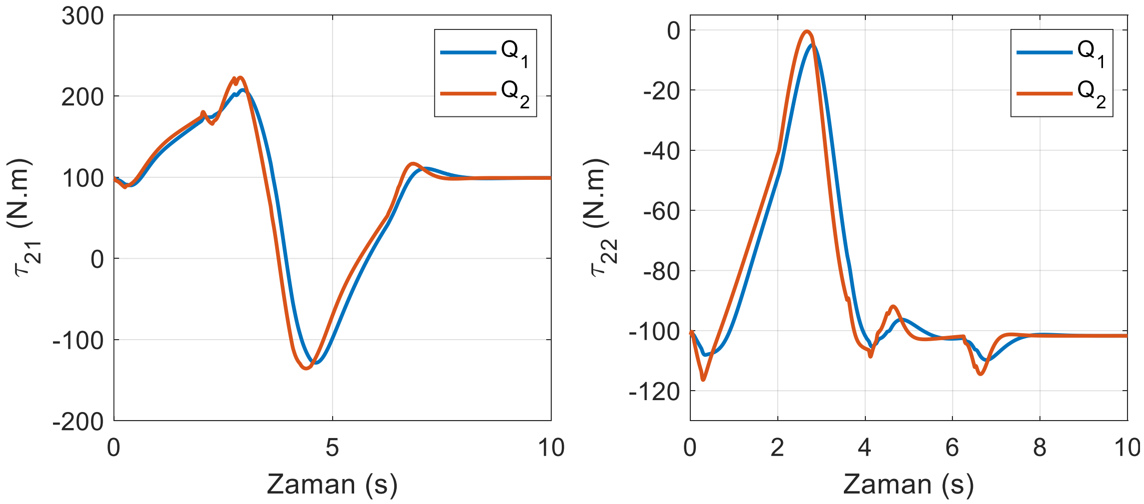
Şekil 6.86. LQR tekniğinde birinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge II)



Şekil 6.87. LQR tekniğinde ikinci robot kolundan kaba uygulanan kuvvetler (yörünge II)



Şekil 6.88. LQR tekniğinde birinci robotun eklem torkları (yörünge II)



Şekil 6.89. LQR tekniğinde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II)

6.1.6. Tasarlanan kontrolcülerin karşılaştırılması

Bu bölümde, önerilen kontrol algoritmaları iki robot kol yardımı ile sıvı taşınımı için uygulanmıştır. Benzetimlerde, kontrol algoritmalarının performansı iki farklı yörüngeye göre incelenmiş ve karşılaştırılmıştır. Benzetimlerde kullanılan kontrol parametreleri Çizelge 6.3'te listelenmiştir.

Çizelge 6.3. Kontrol parametreleri

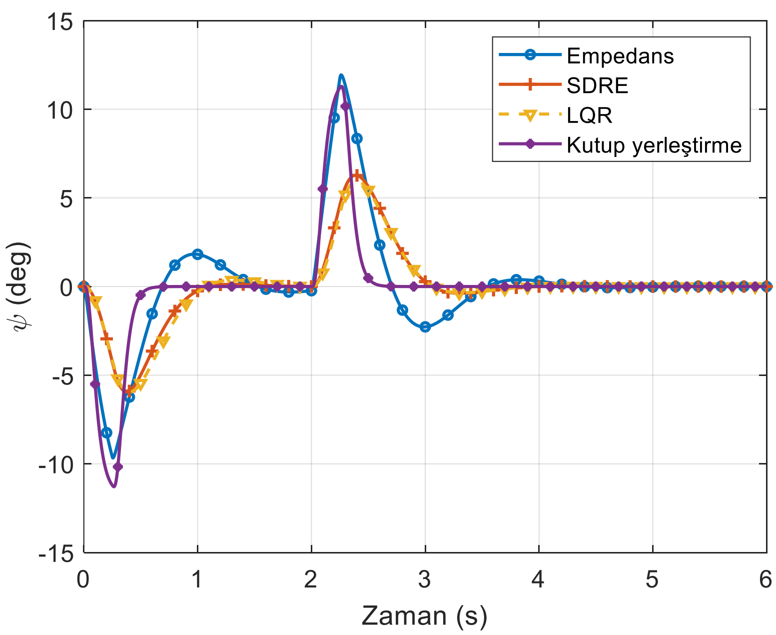
Kontrolcü	Kontrol parametreleri
Genişletilmiş Empedans kontrolcüsü	$\mathbf{M}_{di}$=$\mathbf{M}_o$ $\mathbf{D}_{di}$=diag[500, 150, 50, 0] $\mathbf{K}_{di}$=diag[2000, 800, 300, 0] $\mathbf{K}_{d\psi} = [1000, 0, 0, 0]$
SDRE Kontrolcüsü	$\mathbf{Q} = \text{diag}[5000 \quad 5000 \quad 1000 \quad 1000 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$ $\mathbf{R} = \text{diag}[0{,}001 \quad 0{,}001 \quad 0{,}001 \quad 0{,}001]$
LQR Kontrolcüsü	$\mathbf{Q} = \text{diag}[5000 \quad 5000 \quad 1000 \quad 1000 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$ $\mathbf{R} = \text{diag}[0{,}001 \quad 0{,}001 \quad 0{,}001 \quad 0{,}001]$
Kutup yerleştirme kontrolcüsü	$\mathbf{P} = [-80 \quad -60 \quad -30 \quad -30 \quad -50 \quad -50 \quad -20 \quad -20]$

Yörünge I: Doğrusal hareket

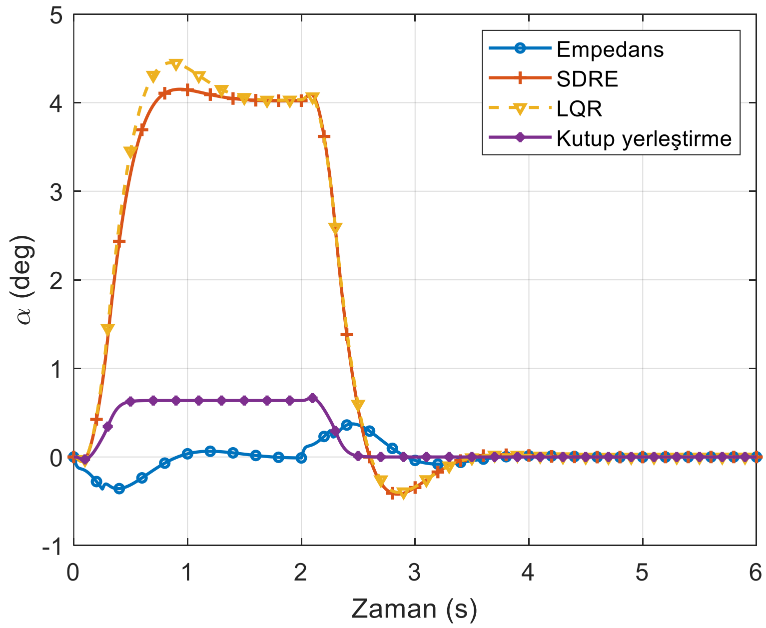
Doğrusal hareket benzetimlerinde tüm kontrolcüler sıvı çalkalanma engellemesinde başarılı olmuştur. Dolayısıyla, çalkalanmanın bozucu etkileri yok edilerek; sistemin kararlı bir davranış sergilenmesi sağlanmıştır. Ancak sıvı taşınımında, kontrol algoritmaları farklı performanslar sergilemektedirler.

Şekil 6.90 ve Şekil 6.91'de tüm kontrolcüler için sıvı kabın açısı ve sıvı çalkalanma sonuçları karşılaştırılmıştır. Şekillerde görüldüğü üzere, doğrusal kontrolcülerden kutup yerleştirme tekniğinde sıvı çalkalanma seviyesi (sarkacın açısı) LQR tekniğine göre daha yüksektir. Ancak sıvı kap açısında tam tersi bir durum oluşmaktadır. Benzer davranış doğrusal olmayan kontrolcülerin karşılaştırılmasında da görülmektedir. Empedans kontrolcüsünde sıvı çalkalanma seviyesi, SDRE kontrolcüsüne göre daha yüksek olurken kap açısında tam tersi gerçekleşmektedir. Kabın ağırlık merkezinin konumuna ilişkin, tüm kontrolcüler için benzetim sonuçları Şekil 6.92'de yer almaktadır.

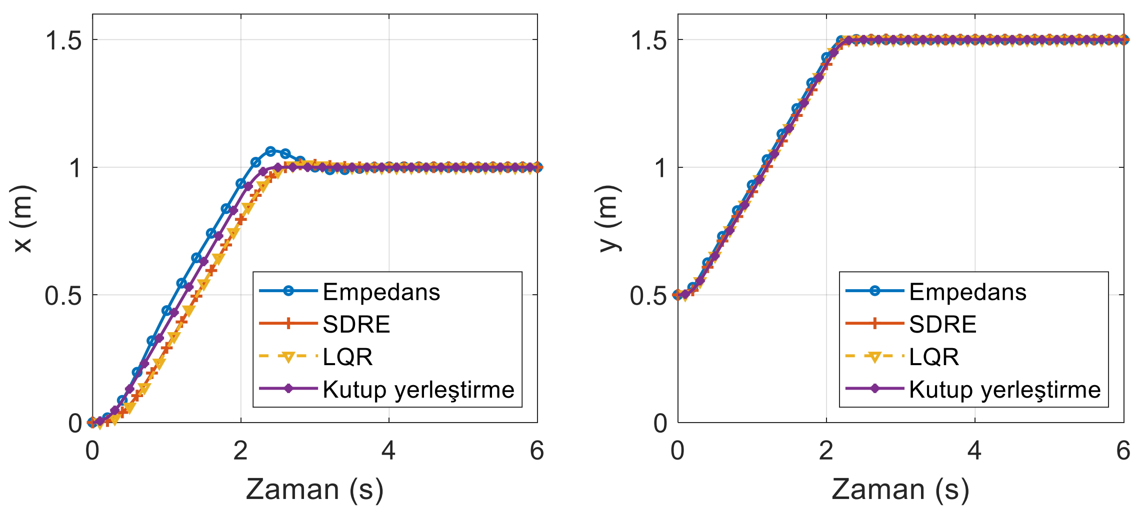
SDRE ve LQR kontrolcülerinde, kabın ağırlık merkezi x-yönünde diğer kontrolcülere göre daha yavaş kontrol edilmektedir. Şekilde görüldüğü üzere empedans kontrolünde SDRE ve LQR kontrolcülerine göre daha yüksek bir aşma gerçekleşmektedir. Ancak, kutup yerleştirmede herhangi bir aşma görülmemektedir. Kap konumunun y-yönünde ise tüm kontrolcüler birbiriyle yaklaşık aynı performansı sergilemektedirler.



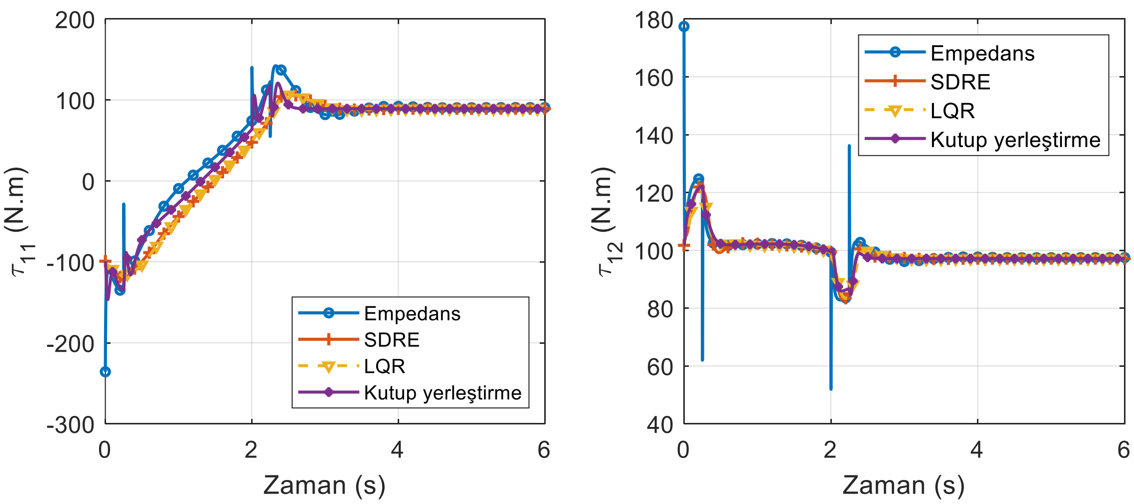
Şekil 6.90. Sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I)



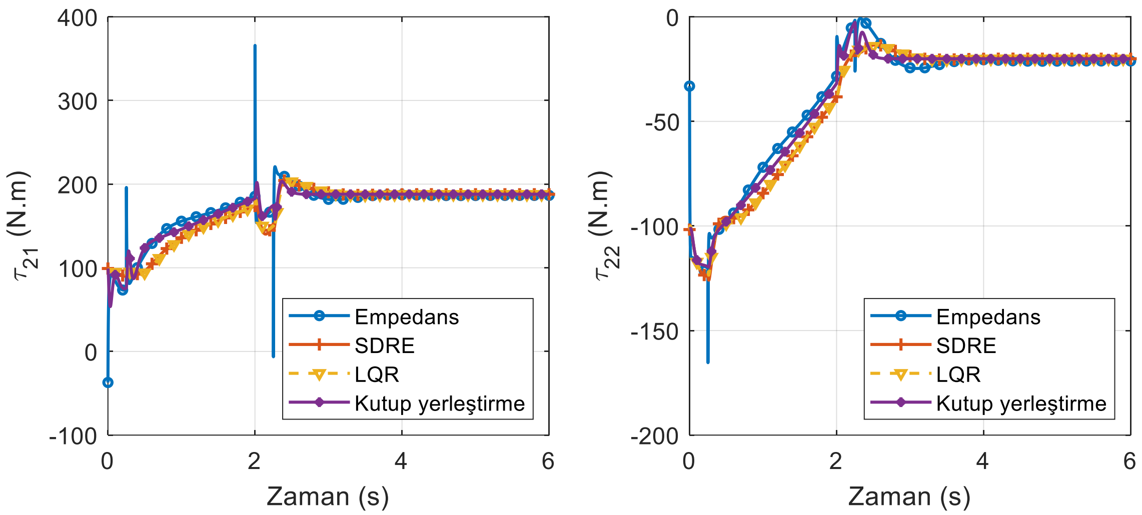
Şekil 6.91. Kabın açısı (yörünge I)



Şekil 6.92. Katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge I)



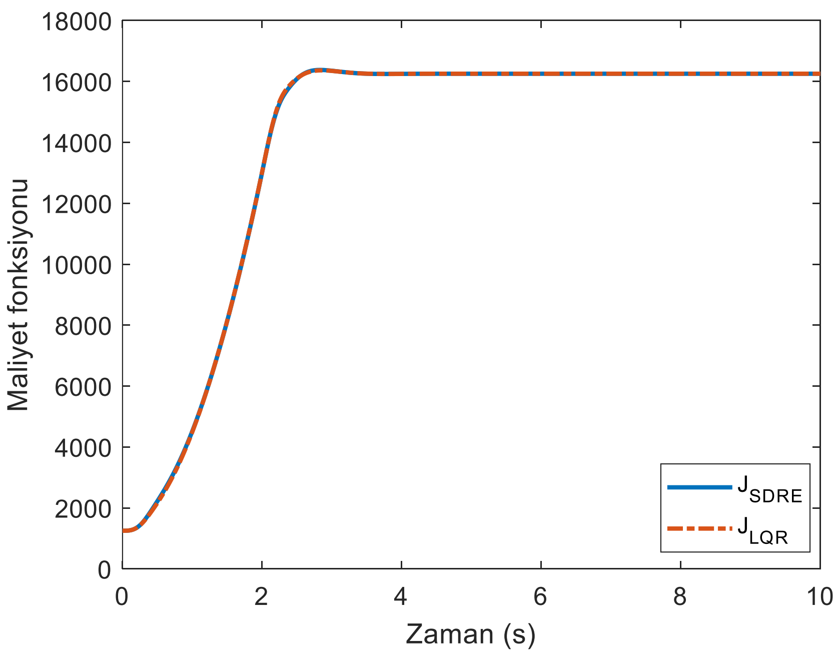
Şekil 6.93. Birinci robot kolun eklem torkları (yörünge I)



Şekil 6.94. İkinci robot kolun eklem torkları (yörünge I)

Şekil 6.93 ve Şekil 6.94'te kontrolcüler tarafından sıvı kaba uygulanan kuvvetlerin, robot kolların eklem torklarındaki etkileri gösterilmektedir. Şekillerden görüldüğü gibi, empedans kontrolcüsünün performansı diğer kontrolcülere göre daha yüksektir. Dolayısıyla, empedans kontrolcüsünde daha fazla enerji harcanmaktadır.

Yörünge I'in SDRE ve LQR kontrol yöntemlerinin maliyet fonksiyonları Şekil 6.95'te gösterilmektedir. Şekilde görüldüğü gibi, her iki yöntemin maliyetleri fonksiyonlarının sonuçları yaklaşık olarak aynıdır. Yani, her iki yöntem sıvı çalkalanma önlemede eşit olarak enerji harcamıştır.

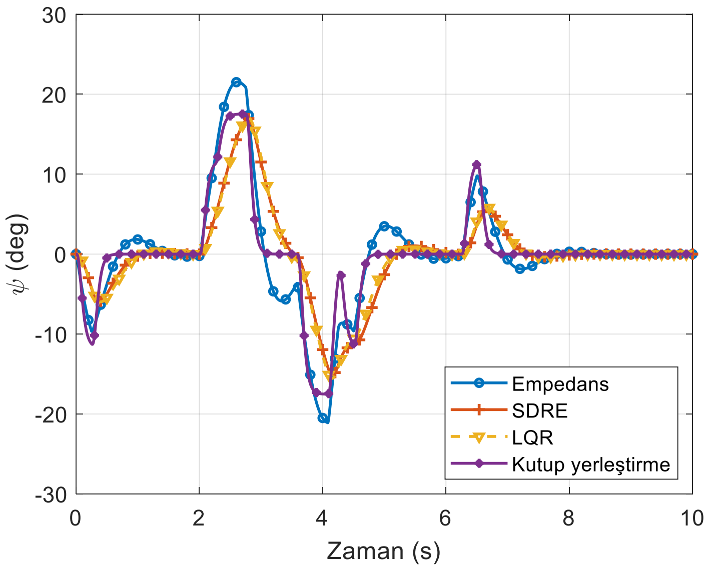


Şekil 6.95. SDRE ve LQR yöntemlerinin maliyet fonksiyonu (yörünge I)

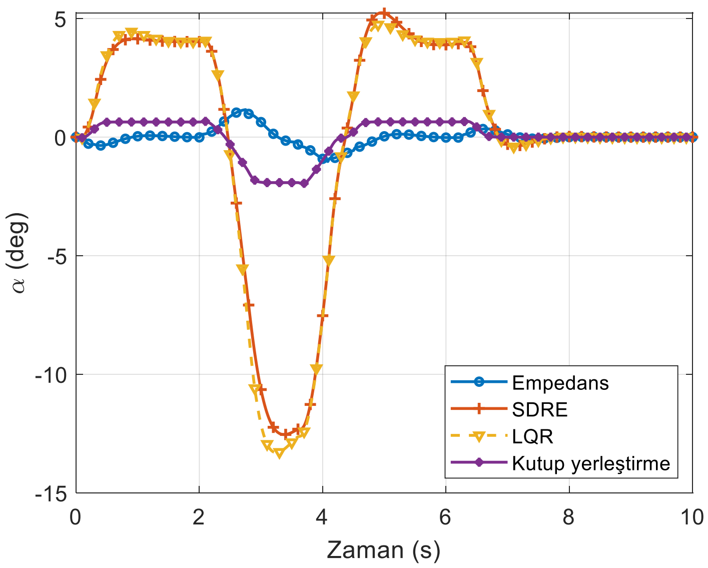
Yörünge II: Çoklu hareket

Çoklu hareket yörüngesindeki sıvı taşınımına ilişkin, tüm kontrolcüler sıvıyı çalkalamadan sıvı kabın taşınımında başarılı bir performans sergilemektedir. Benzetimlerden anlaşıldığı üzere doğrusal hareket yörüngesindeki sonuçlara benzer bir davranış gözlenmektedir.

Şekil 6.96 ve Şekil 6.97'de sıvı çalkalanma seviyesi (sarkacın açısı) ve kabın açısı gösterilmektedir. Yörüngenin ikinci kısmındaki yüksek hızlanma ve yavaşlamadan dolayı sıvı çalkalanma seviyesi ve kabın açısı artmaktadır. Bu artış doğrudan sıvı kabın konumunu ve robot eklemlerindeki torkları etkilemektedir.

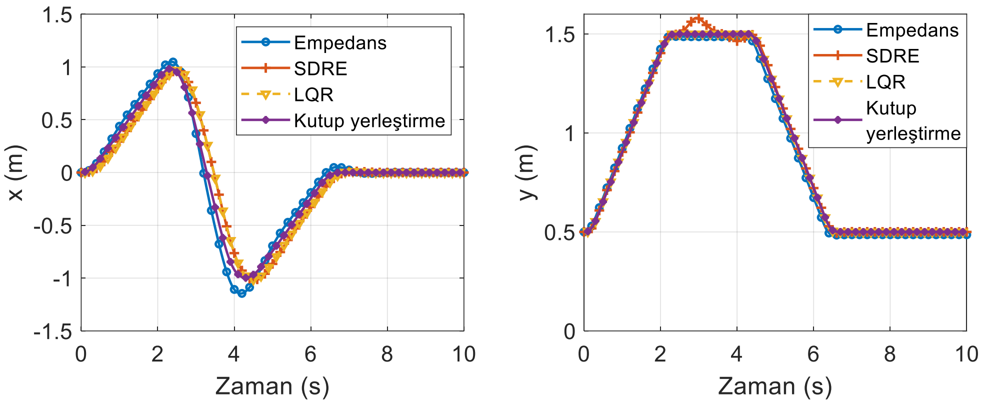


Şekil 6.96. Sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)

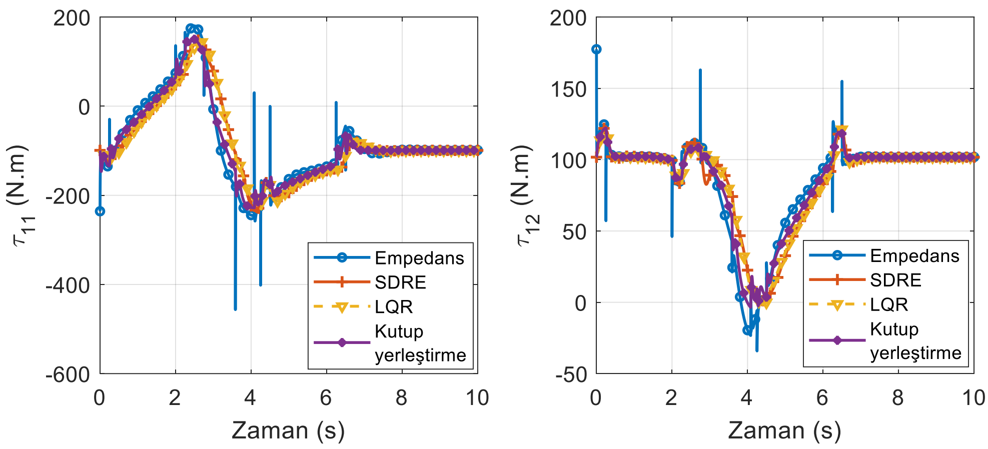


Şekil 6.97. Kabın açısı (yörünge II)

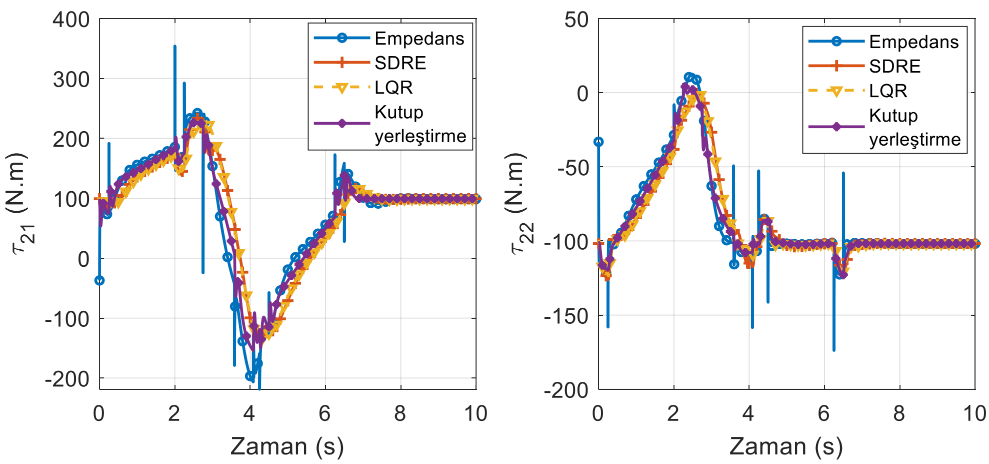
Sıvı kabın konumunun benzetim sonuçları Şekil 6.98'de sunulmaktadır. Yörünge I'dekine benzer davranış burada da gözlemlenmektedir. Ancak SDRE kontrol yönteminde, kabın konumunun y-yönünde bir aşma görülmektedir. Bu aşma kısa sürede kontrolcü tarafından sıfıra getirilmektedir. Robot kolların eklemlerindeki torklar Şekil 6.99 ve Şekil 6.100'de gösterilmektedir.



Şekil 6.98. Katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge II)

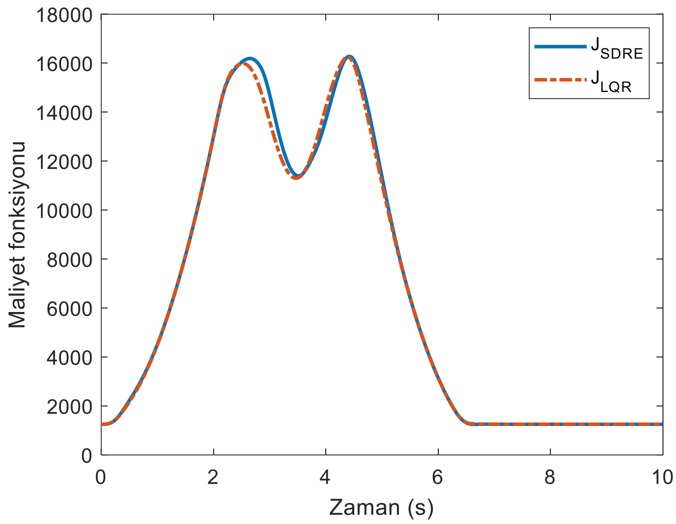


Şekil 6.99. Birinci robot kolun eklem torkları (yörünge II)



Şekil 6.100. İkinci robot kolun eklem torkları (yörünge II)

Yörünge II'nin SDRE ve LQR kontrol yöntemlerin maliyet fonksiyonları Şekil 6.101'de gösterilmektedir. Şekilde görüldüğü üzere, LQR yönteminde maliyet fonksiyonu SDRE yöntemine göre daha düşüktür. Yani LQR yönteminde SDRE yöntemine göre daha az enerji harcanmıştır.



Şekil 6.101. SDRE ve LQR yöntemlerinin maliyet fonksiyonu (yörünge II)

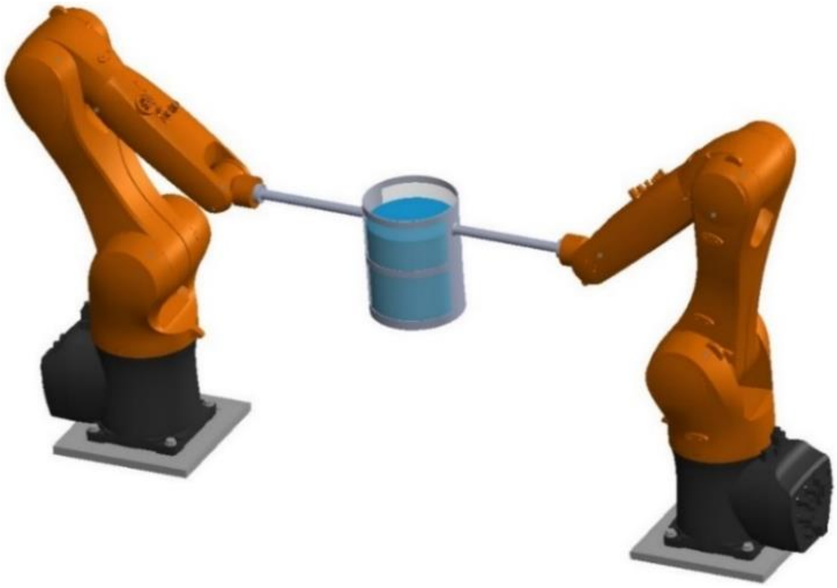
6.2. Üç Boyutlu Sıvı Taşınımı

Bu bölümde, doğrusal olmayan üç boyutlu sıvı çalkalanma modelinin benzetimi yapılmıştır. Sıvı özellikleri ve benzetiminde kullanılan sistem parametreleri Çizelge 6.4'te listelenmiştir. Benzetimlerde robot kolu olarak KUKA KR 6 R900 modeli kullanılmıştır. Robot kolların ağırlıkları ve ağırlık merkezinin konumu KUKA KR 6 R900'ün CAD datasından türetilmiştir.

Çizelge 6.4. Sistem parametreleri

Parametre	Değer	Birim
m_p	1,32	kg
m_r	6	kg
c	1,88	N.s/m
l_p	0,052126	m
g	9,81	m/s^2
I_{xx}	0,0935	$kg.m^2$
I_{yy}	0,0935	$kg.m^2$
I_{zz}	0,0271	$kg.m^2$

$$\mathbf{P}_1 \times = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}1 & 0 \\ -0{,}1 & 0 & -0{,}3 \\ 0 & 0{,}3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_2 \times = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}1 & 0 \\ -0{,}1 & 0 & 0{,}3 \\ 0 & -0{,}3 & 0 \end{bmatrix}$$



Şekil 6.102. İki KUKA KR 6 R900 robot kolu ile sıvı dolu silindirik kabın taşınımı

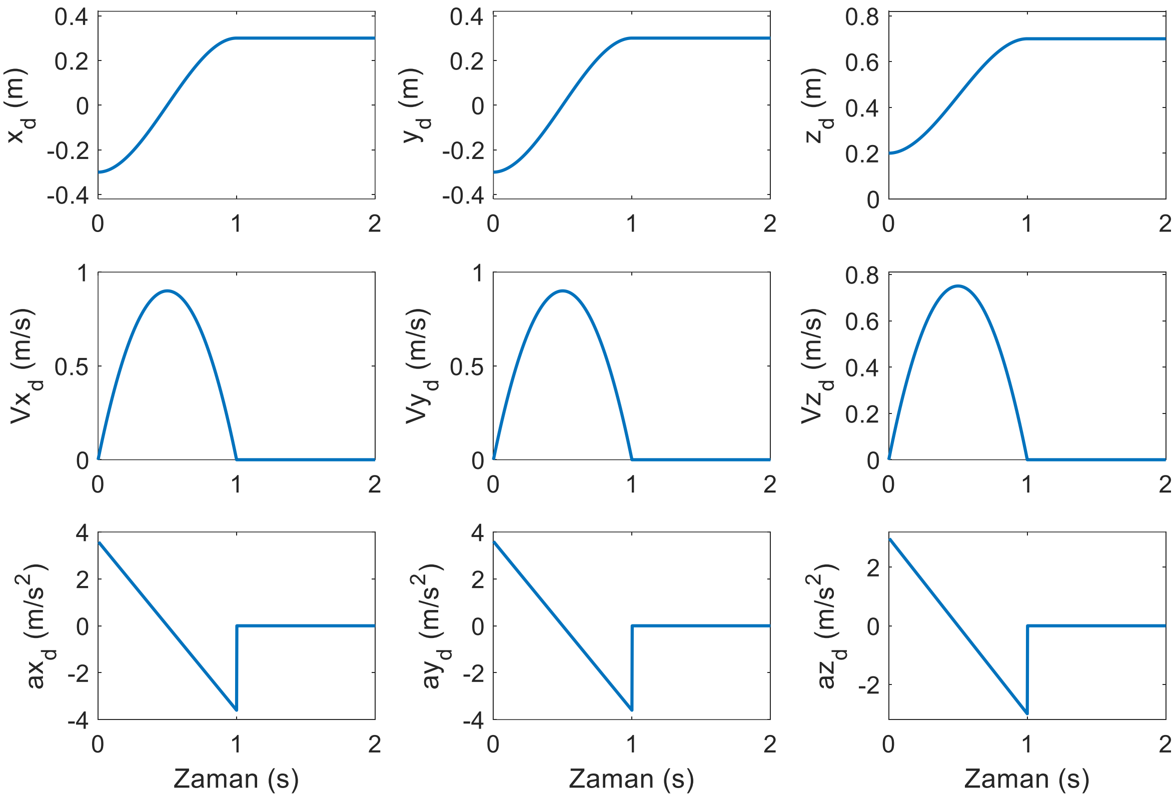
6.2.1. Kontrol uygulanmadan üç boyutlu sıvı taşınımı

Bu bölümde herhangi bir geri besleme kontrol kullanılmadan, sıvı taşıma siteminin davranışı analiz edilmektedir. Analizlerde kabın ağırlık merkezine farklı yörüngeler tanımlanarak, sıvı çalkalanma seviyesi, kabın konumu ve yönelimi taşıma süresince incelenmektedir.

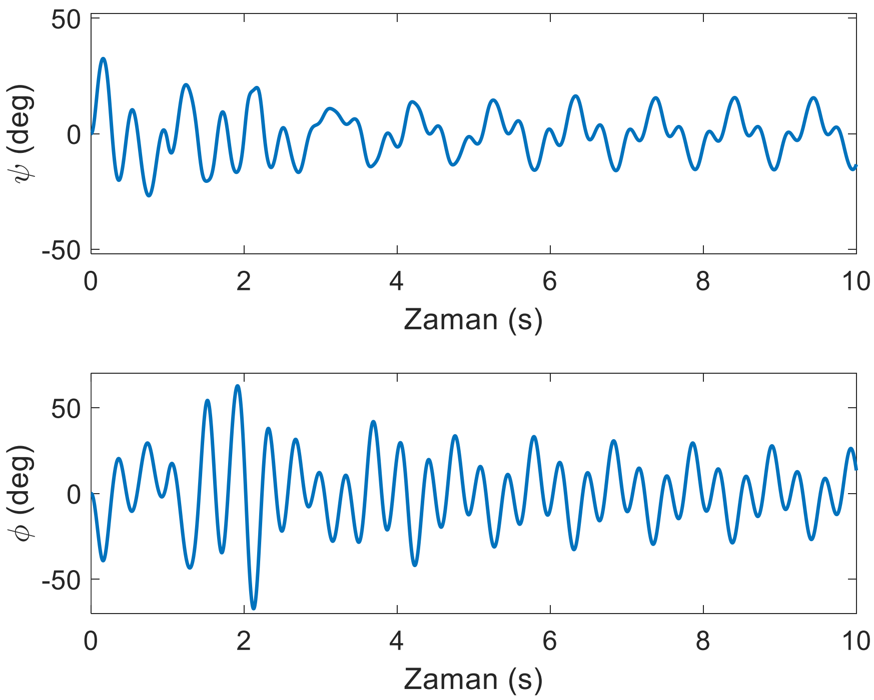
<u>Yörünge I: Doğrusal hareket</u>

Benzetimlerde üçüncü dereceden polinom bir yörünge kullanılmaktadır. Şekil 6.103'de görüldüğü üzere sıvı kabın katı kütle merkezi G (-0,3, -0,3, 0,2) konumundan (0,3, 0,3, 0,7) konumuna 1 saniyede ulaşmaktadır. Sıvı kabın yönelimi ise sıfır olarak alınmaktadır.

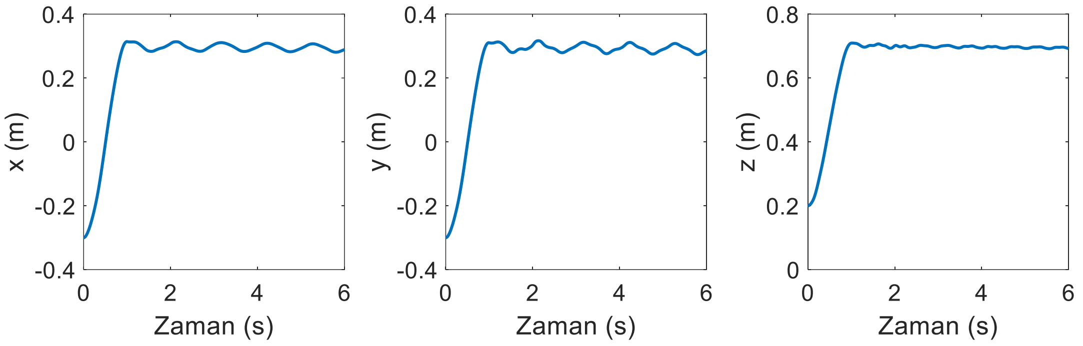
Şekil 6.104'de sıvı çalkalanmasının seviyesini (sarkacın açısı) göstermektedir. Şekilde görüldüğü gibi, kapalı çevrim bir kontrolcü kullanılmadan sıvı taşınım süresince sıvı da çalkalanma meydana gelmektedir. Bu çalkalanma, kabın konumunu ve yönelimini etkileyerek salınımına yol açmaktadır (Şekil 6.105 ve Şekil 6.106). Ayrıca sıvı çalkalanması sistemi kararsız yapan kuvvetler ve momentler oluşturarak hızlı sıvı taşınımının performansını düşürmektedir. Dolayısıyla çalkalanmadan kaynaklanan bu bozucu etkiler yok edilmelidir.



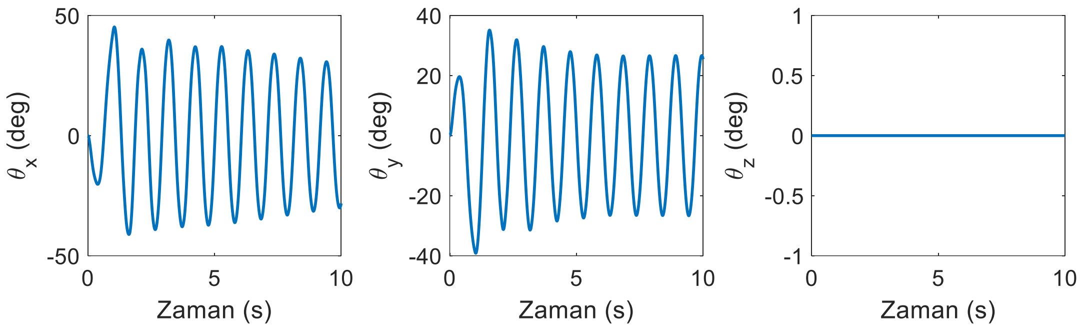
Şekil 6.103. Katı kütlenin ağırlık merkezinin izlenmesi istenen hareket profilleri



Şekil 6.104. Sıvı çalkalanmanın büyüklüğü (yörünge I)



Şekil 6.105.Katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge I)



Şekil 6.106. Katı kütlenin oryantasyonu (yörünge I)

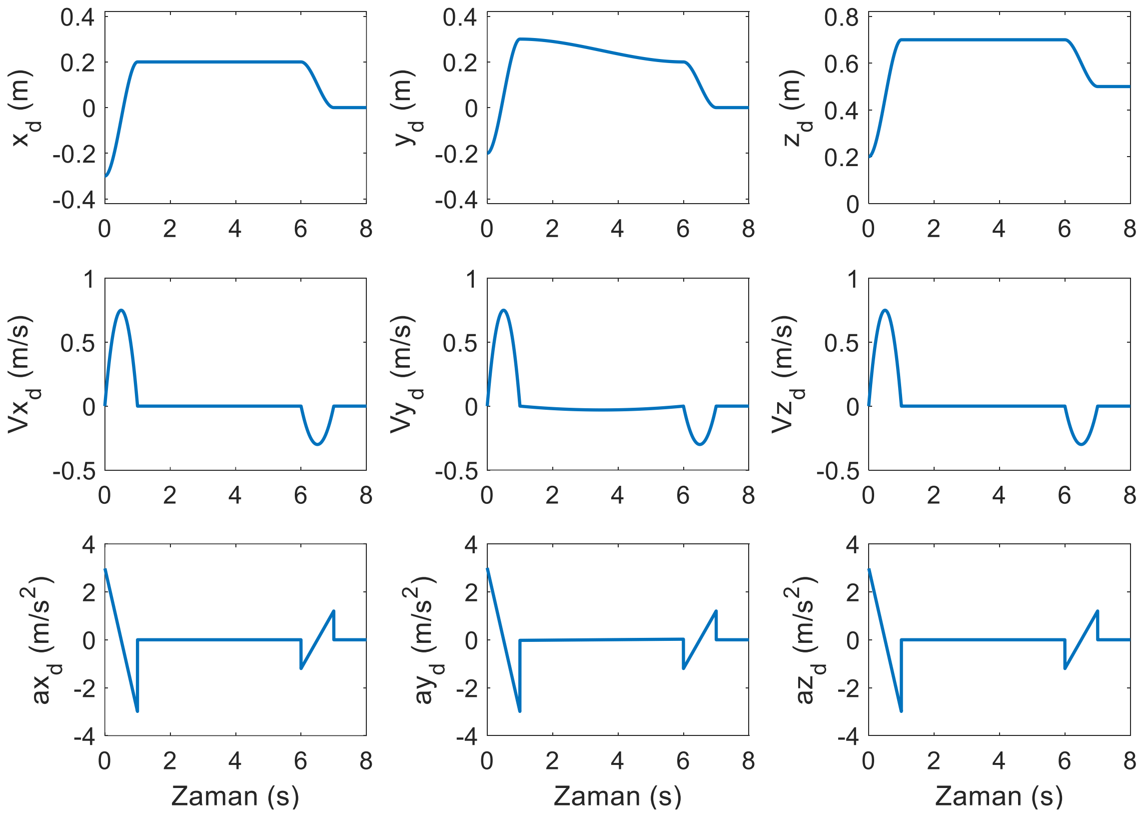
<u>Yörünge II: Çoklu hareket</u>

Daha önce anlatıldığı üzere, yörüngedeki ivme büyüklüğü sıvı çalkalanmasını doğrudan etkilemektedir. Yüksek ivmelerde sıvı da daha fazla çalkalanma oluşmaktadır. Bu kapsamda çoklu hareket bölümünde farklı ivme değerlerini kapsayan yörüngede, sıvı taşıma sisteminin davranışı incelenmektedir.

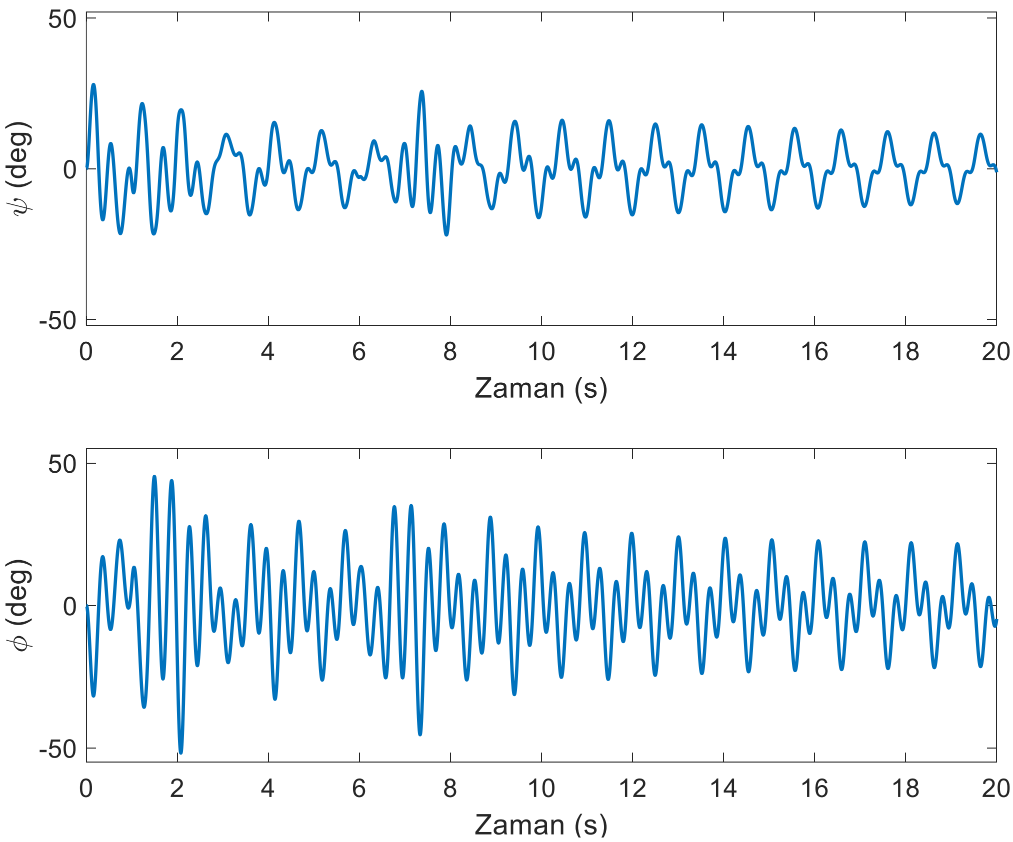
Şekil 6.107 çoklu hareket yörüngesinin konum-hız-ivme profilini göstermektedir. Yörüngede katı kütle ağırlık merkezinin konumu (-0,3, -0,2, 0,2)'den (0,2, 0,3, 0,7)'ye 1 saniyede, (0,2, 0,3, 0,7)'den (0,2, 0,2, 0,7)'ye 5 saniyede ve (0,2, 0,2, 0,7)'den (0, 0, 0,5)'e 1 saniyede ulaşması istenmektedir.

Çoklu hareket yörüngesinde sıvı çalkalanma seviyesi Şekil 6.108'da sunulmaktadır. Şekilde ivme değişikliğine göre sıvı çalkalanma seviye değişikliği ve kabın hareket etmediği sürede de sıvının viskozitesinden dolayı çalkalanma seviyesi gittikçe azaldığı görülmektedir.

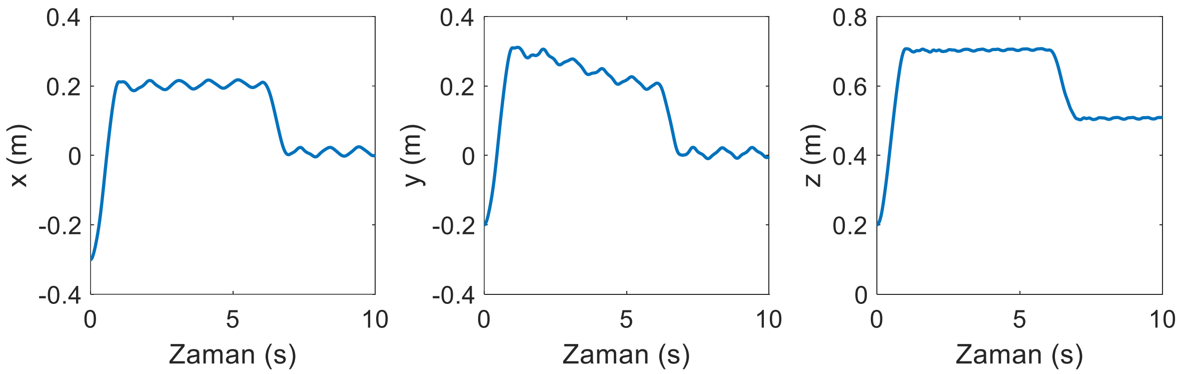
Şekil 6.109 ve Şekil 6.110'de sıvı çalkalanmasının, kabın konumu ve yönelimi üzerindeki etkisi gösterilmektedir. Şekilde görüldüğü üzere sıvı çalkalanması nedeni ile kabın konumu ve yöneliminde salınımlar oluşmaktadır.



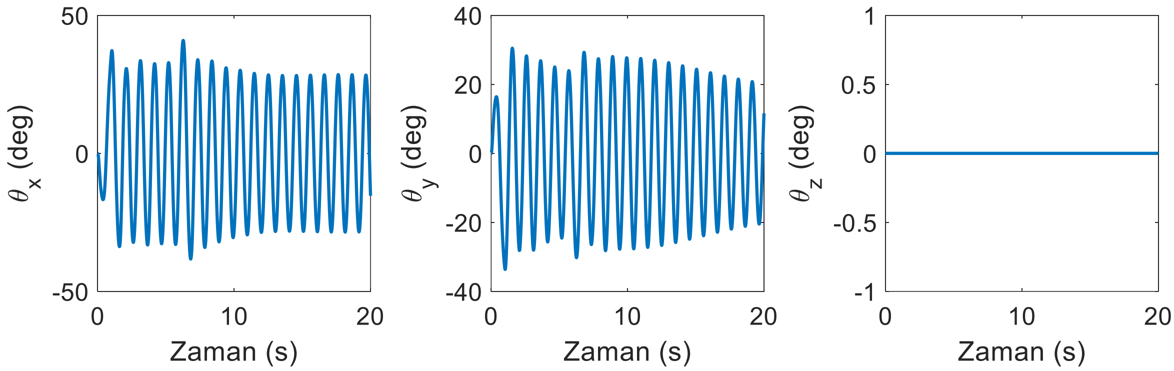
Şekil 6.107. Katı kütlenin ağırlık merkezinin izlenmesi istenen çoklu hareket profili



Şekil 6.108. Sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)



Şekil 6.109. Katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge II)



Şekil 6.110. Katı kütlenin oryantasyonu (yörünge II)

6.2.2. Genişletilmiş empedans kontrolü

Bu bölümde genişletilmiş empedans kontrol algoritması üç boyutlu sıvı taşınımı için uygulanmış ve benzetimleri MATLAB yazılımı ile gerçekleştirilmiştir. Yapılan benzetimler iki farklı yörüngeye göre sıvı dolu bir kabın taşınım sonuçları iki durum için karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalarda *Sıvı Çalkalanma Önleme Terimin* (SÇÖT) etkisi gösterilmektedir. Bu durumlar;

- Durum 1: *Sıvı Çalkalanma Önleme Terimi* (SÇÖT) olmadan geleneksel empedans kontrolü
- Durum 2: *Sıvı Çalkalanma Önleme Terimli* (SÇÖT) genişletilmiş empedans kontrolü

Sistemin sönümleme oranı $0.7 < \zeta < 1$ arasında alınarak, empedans kontrolörünün parametreleri aşağıdaki şekilde seçilmiştir:

$\mathbf{M}_{di} = \mathbf{M}_o,$

$\mathbf{D}_{di}$=diag[500, 500, 150, 150, 0, 0, 0, 0]

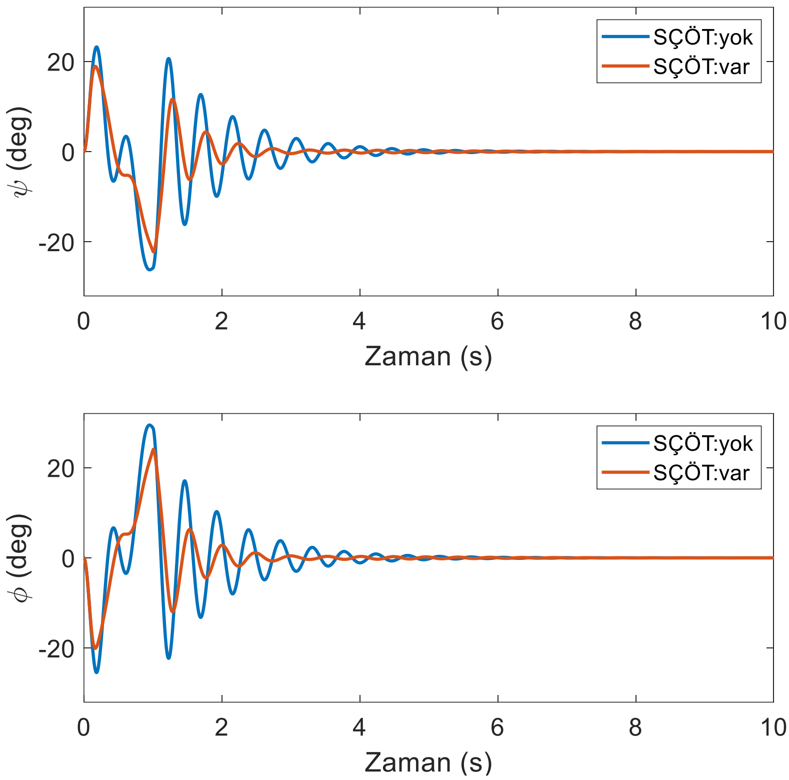
$\mathbf{K}_{di}$=diag[2000, 2000, 800, 200, 200, 50, 0, 0]

$$\mathbf{K}_{d\psi}=\begin{bmatrix} 3000 & 3000 \\ 3000 & 3000 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

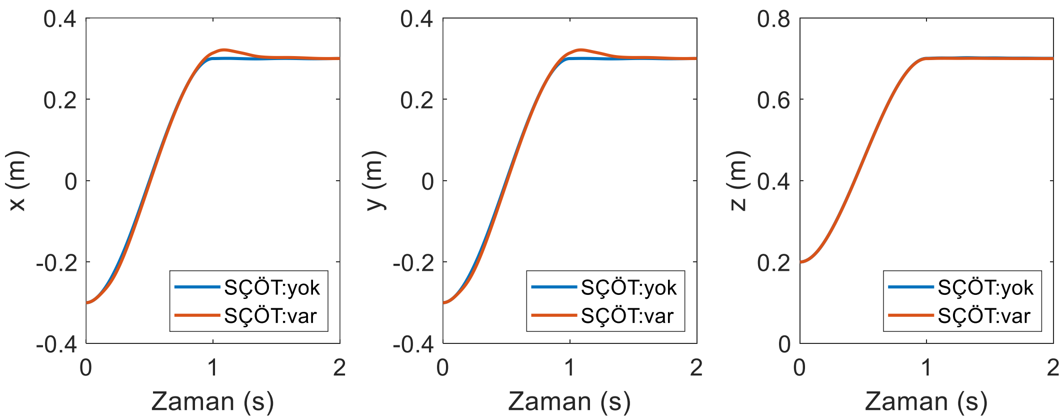
Yörünge I: Doğrusal hareket

Doğrusal hareket bölümü benzetimlerinde *Sıvı Çalkalanma Önleme Terimin* (SÇÖT) etkisi karşılaştırılmıştır. Şekillerde görüldüğü üzere, geleneksel empedans kontrolü (sıvı çalkalanma terimi içermeyen empedans kontrolü) sıvı çalkalanma önlemede başarısız olurken kabın yönelim ve konum kontrolünde başarılı olduğu gözlemlenmiştir. Genişletilmiş empedans kontrolünde (sıvı çalkalanma terimi içeren empedans kontrolü) ise sıvının kap içindeki hareketi bir kontrol parametresi olarak alınmaktadır. Bu nedenle sıvı çalkalanmasının engellenmesi çok kısa sürede başarılı şekilde gerçekleştirilmektedir. Sıvı çalkalanma seviyesi her iki durum için Şekil 6.111'da sergilenmektedir. Genişletilmiş empedans kontrolünde sıvının çalkalanma büyüklüğü, geleneksel empedans kontrolüne göre daha düşüktür. Ayrıca sıvıda salınım da gözlemlenmemektedir.

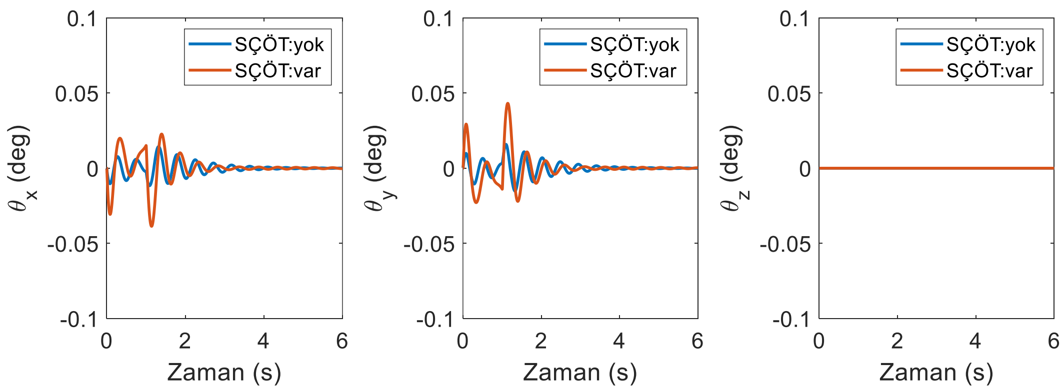
Kabın ağırlık merkezinin konumu ve yönelimine ilişkin, her iki durum için benzetim sonuçları Şekil 6.112 ve Şekil 6.113'de yer almaktadır. Şekil 6.112'de sıvı çalkalanma büyüklüğünün etkisi x ve y yönünde, z yönüne karşın daha yüksek olduğu görülmektedir. Her iki durumda kap konumu kontrol edilmektedir. Ancak, çalkalanmayı önlemek için Durum 2'de, kap x ve y-yönünde küçük aşmadan (overshoot) sonra referans konumuna geri dönmektedir. Sıvı çalkalanmasının kap yönelimi üzerindeki etkisi ise Şekil 6.113'de sergilenmektedir. Şekil 6.114 ve Şekil 6.115'te Robot kolların eklem torkları sunulmaktadır.



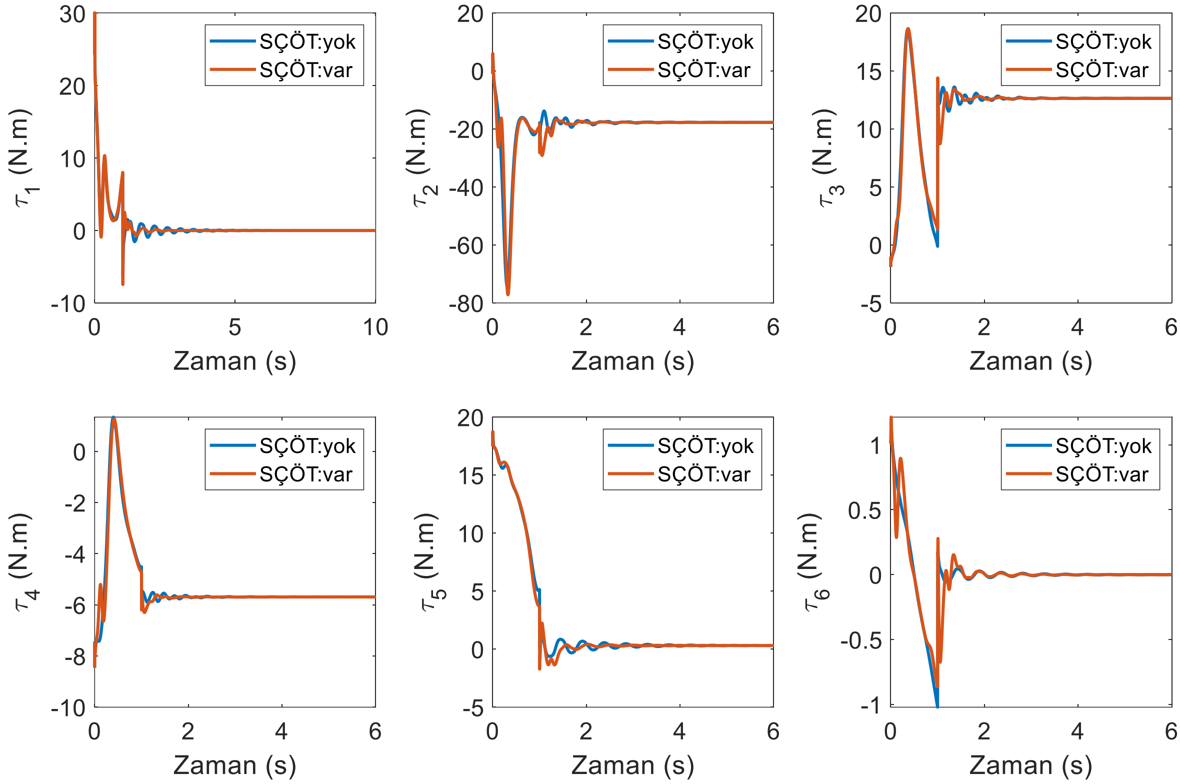
Şekil 6.111. Empedans kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge I)



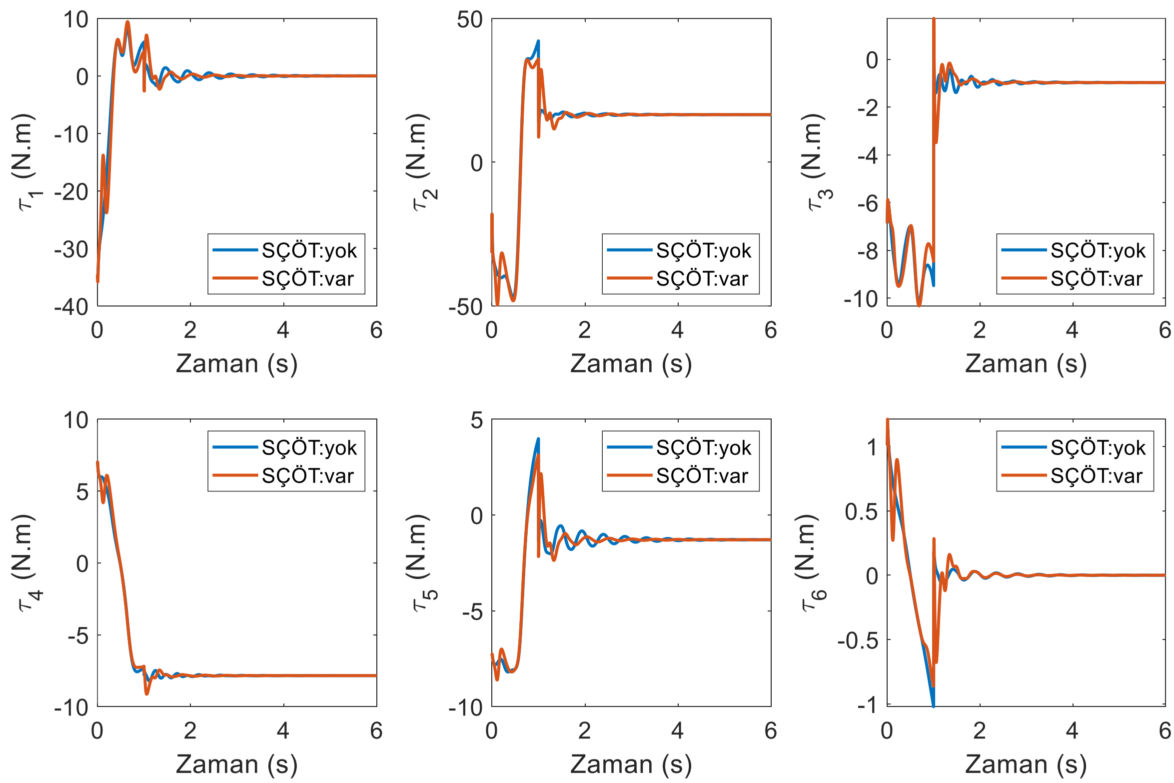
Şekil 6.112. Empedans kontrol yönteminde katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge I)



Şekil 6.113. Empedans kontrol yönteminde kabın oryantasyonu (yörünge I)



Şekil 6.114. Empedans kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge I)



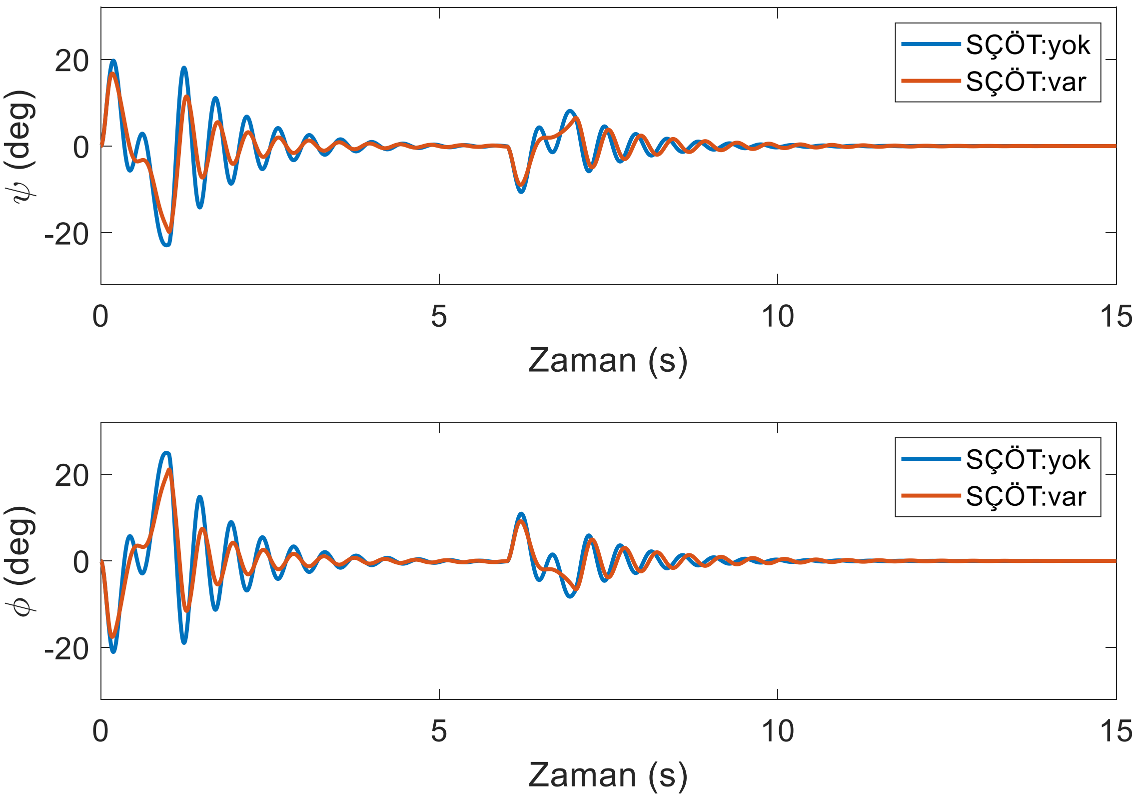
Şekil 6.115. Empedans kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge I)

<u>Yörünge II: Çoklu hareket</u>

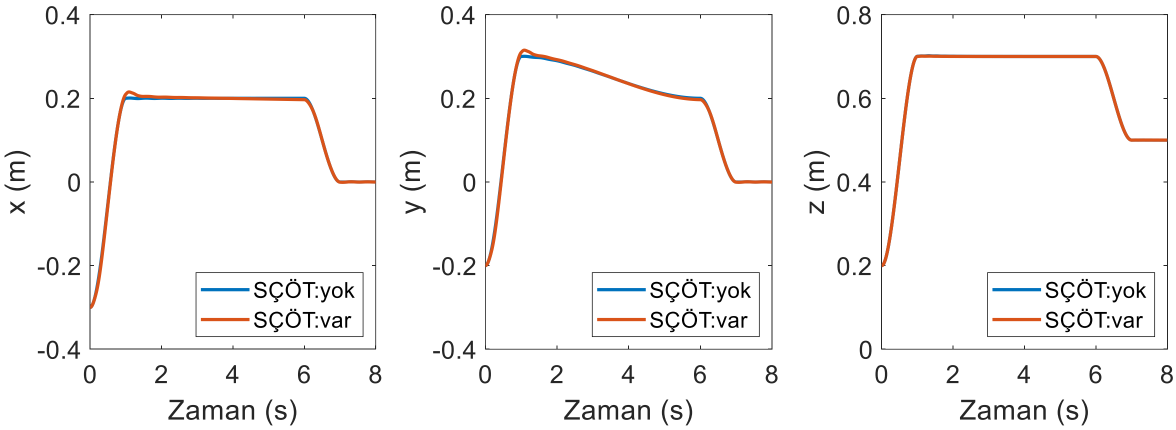
Bu bölümde de ivmedeki değişikliğinin sıvı taşıma sistemi üzerindeki etkisi incelenmektedir. Benzetimlerde Şekil 6.107'de görülen yörünge kullanılmaktadır. Bir önceki bölümde anlatılan benzer davranışlar bu bölümde de görülmektedir.

Benzetim sonuçlardan da anlaşıldığı üzere, kabın hızlanma ve yavaşlaması sıvı çalkalanmasını doğrudan etkilemektedir. Beklendiği gibi, yüksek hızlanma oranı daha fazla çalkalanmaya neden olmaktadır (Şekil 6.116). Benzetim sonuçları aynı zamanda genişletilmiş empedans kontrolünün (sıvı çalkalanma önleme terimi içeren empedans kontrolü) yörüngenin tüm parçalarında sıvı çalkalanmasını engellemede başarılı olduğunu göstermektedir.

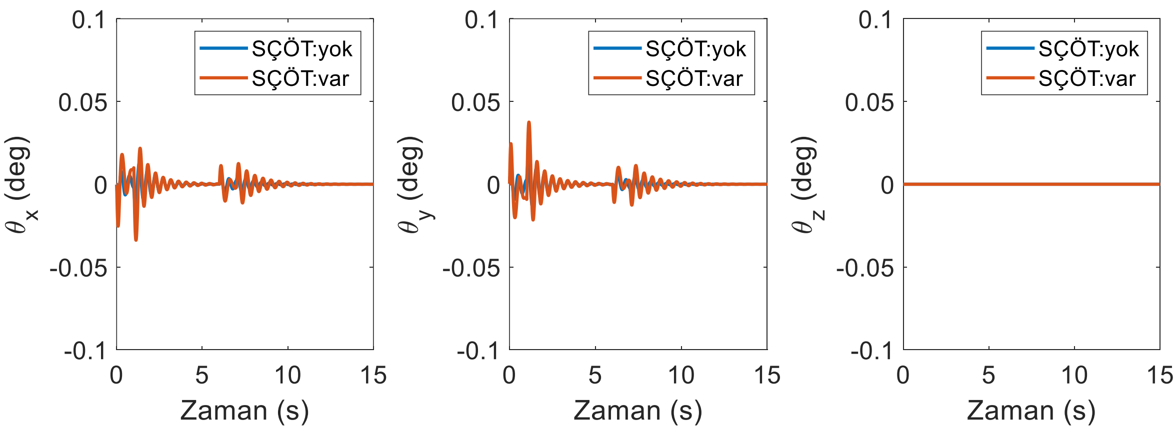
Genişletilmiş empedans kontrol ile sıvı çalkalanması engellenmeye çalışılırken, kabın konum ve yöneliminde bazı küçük hatalar meydana gelmektedir (Şekil 6.117 ve Şekil 6.118). Ancak bu hatalar kontrolcü tarafından hızla sıfıra getirilmektedir. Yörünge boyunca robot eklem torklarındaki değişim Şekil 6.119 ve Şekil 6.120'de sunulmaktadır.



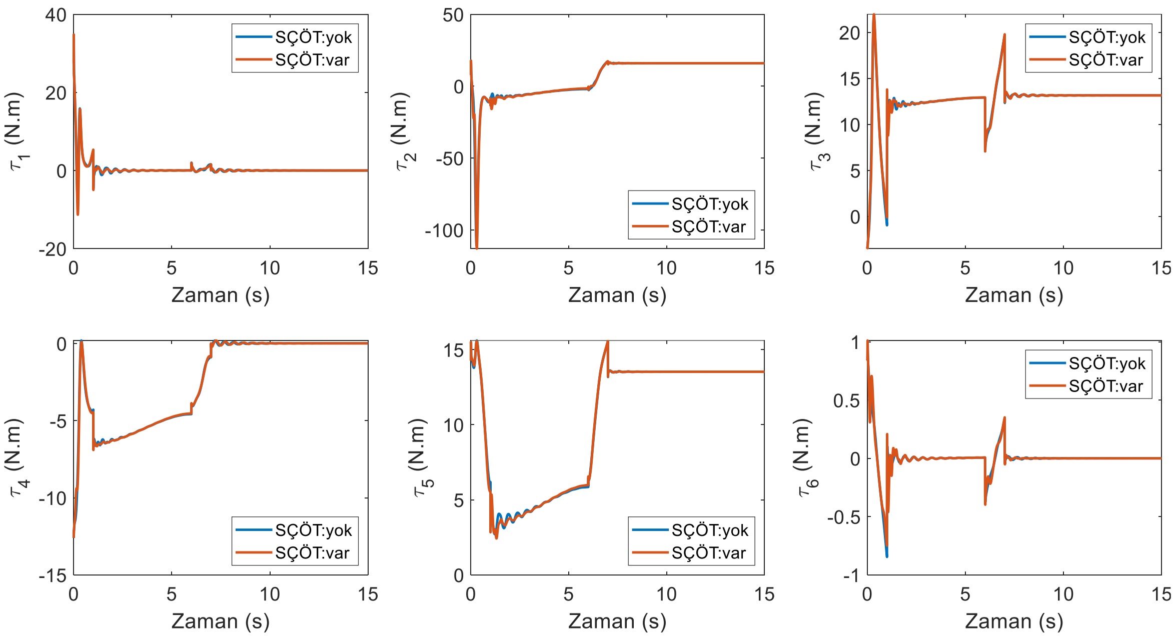
Şekil 6.116. Empedans kontrol yönteminde sıvı çalkalanma büyüklüğü (yörünge II)



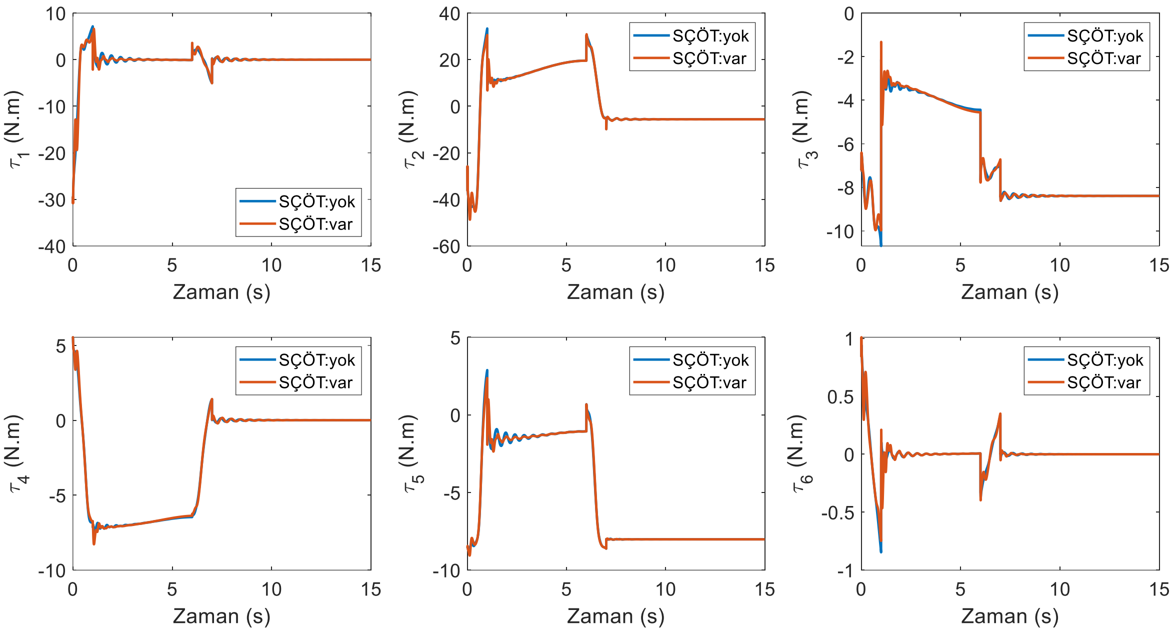
Şekil 6.117. Empedans kontrol yönteminde katı kütlenin ağırlık merkezinin konumu (yörünge II)



Şekil 6.118. Empedans kontrol yönteminde kabın oryantasyonu (yörünge II)



Şekil 6.119. Empedans kontrol yönteminde birinci robotun eklem torkları (yörünge II)



Şekil 6.120. Empedans kontrol yönteminde ikinci robotun eklem torkları (yörünge II)

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, sıvıların iki robot kolu işbirliğiyle çalkalanmadan ve dökülmeden taşınabilmesine yönelik uygun kinematik, dinamik modeli ve kontrol algoritmaları geliştirilmiştir. Tezde sıvı taşınımı iki durumda incelenmiştir:

1. İki robot kolu işbirliği ile düzlemde sıvı taşınımı
2. İki robot kolu işbirliği ile üç boyutlu üzayda sıvı taşınımı

Robot kolları kabı beraber tutuğunda kapalı kinematik zinciri oluşmuş ve bu durum robot kollarının hareketinde bazı kısıtlamaların oluşmasına yol açmıştır. Dolayısıyla, robot kollarının konum, hız ve ivme değerleri, bir dizi kısıt denklemleri kullanılarak elde edilmiştir. Çalışmada öncelikle taşıma sisteminin kinematik ve dinamik modelleri çıkarılmıştır. Modellemede, çalkalanma modeli ve kolların modeli ayrı ayrı çıkarılarak bütünsel bir matematiksel model elde edilmiştir. Daha sonra geliştirilen uygun kontrol algoritmaları matematiksel modele entegre edilerek, MATLAB ortamında farklı durumlar ve farklı yörüngelere göre benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir.

Bölüm 2'de robot kolların ileri kinematik modellenmesinde "Denavit-Hartenberg" yöntemi kullanılmıştır. Ters kinematikte ise analitik yöntem ile robot kollarının açı denklemleri hesaplanmıştır. Daha sonra robotların Jakobiyen matrisleri ve kısıt denklemleri hesaplanmıştır. Böylece sıvı taşıma sisteminin kinematik modellenmesi bütünsel olarak elde edilmiştir.

Bölüm 3'te "Newton-Euler" yöntemi kullanılarak robot kolların dinamiği elde edilmiştir. Çalışmada, doğrusal olmayan sıvı dinamiğinin hareket denklemleri iki boyutlu ve üç boyutlu olarak çıkarılmıştır. Sıvı çalkalanma modellenmesinde, mekanik benzetim daha yakınlık gösteren sarkaç modeli kullanılmıştır. Modellemede Lagrange dinamik denklemi ile sıvı çalkalanma modelinin hareket denklemi elde edilmiştir. Daha sonra doğrusal olmayan iki boyutlu sıvı dinamik denklemleri genişletilmiş Taylor Serisi (Taylor Series Expansion) fonksiyonları ile doğrusallaştırılmıştır. Ardından dinamik denklemleri durum-uzay formuna dönüştürülmüştür.

Tez kapsamında, sıvıların çalkalanmadan ve dökülmeden taşınmasına yönelik uygun kontrolcüler geliştirilmiştir. Dördüncü bölümde, oluşturulan modeller kullanılarak dört farklı kontrolcü tasarlanmıştır:

1. Genişletilmiş empedans kontrolü
2. SDRE kontrolü
3. LQR kontrolü
4. Kutup yerleştirme kontrolü

Geleneksel empedans kontrol yöntemi aralarında kuvvet etkileşimi olan sistemlerin kontrol edilmesinde oldukça verimli sonuçlar vermektedir. Bu kontrol yöntemi, katı veya esnek nesneler için tasarlanmıştır. Oysaki bu çalışmada nesnenin (sıvı taşıyan bir kap) katı veya esnek olduğu varsayılamaz. Bu nedenle, taşıma sırasında çalkalanan sıvıdan kaynaklanan kuvvetlerin etkisi, geleneksel empedans kontrolünde dikkate alınamadığından ve bu kuvvetlerin etkisi başarılı bir şekilde yok edilememektedir. Böylece istenmeyen kuvvetlerin oluşmasına neden olmaktadır.

Bu çalışmada, geleneksel empedans kontrol yöntemi, sıvı çalkalanma önleme teriminin eklenmesi ile genişletilmiştir. Bu terim, çalkalanmayı sıvı kabına uygulanan bir dış kuvvet olarak tanımlamaktadır. Böylece, kabın ve sıvının birlikte katı bir nesne gibi davranmasına ve çalkalanmanın etkilerinin hızla ortadan kaldırılmasına yol açmaktadır.

LQR kontrol yönteminde, doğrusallaştırılmış sıvı çalkalanma dinamiği kullanılarak sıvı taşma sisteminin kontrolü gerçekleştirilmiştir. Bu yöntemde cebirsel Riccati denkleminin çözülmesi ile sistemin kazanç katsayısı elde edilmiş ve maliyet fonksiyonu minimize edilmiştir.

Doğrusal olmayan sıvı taşıma sisteminin dinamiği kullanılarak, SDRE kontrol yöntemi ile sıvı taşınımı başarılı bir şekilde kontrol edilmiştir. SDRE kontrol yöntemi, genişletilmiş LQR yöntemi olarak doğrusal olmayan sistemlerin maliyet fonksiyonunun optimum olmasını sağlamaktadır. Bu yöntemde, LQR yöntemine benzer şekilde cebirsel Riccati denkleminin çözülmesi ile sistemin kazanç katsayısı elde edilmiştir. Ancak LQR yöntemine karşın SDRE yönteminde A ve B matrisleri doğrusal olmadığından, cebirsel Riccati denklemi her zaman adımı için çözülmüştür.

Kutup yerleştirme yönteminde ise sistem kutuplarını uygun konuma yerleştirerek, sistemin karakteristik denklemi istenen şekile getirilmiş ve sistemin kararlı davranması sağlanmıştır.

Tezin altıncı bölümünde, oluşturulan iki ve üç boyutlu matematiksel modellerin ve önerilen kontrolcülerin benzetim çalışmaları iki farklı yörüngeye göre gerçekleştirilmiştir. İlk yörüngede, sıvı kabı tek bir doğrusal hareketle taşınırken, ikinci yörüngede, birkaç ayrı birleşik hareketle taşınmaktadır. İkinci yörüngede kap farklı hızlanma ve yavaşlamaya maruz kalmaktadır. Bölümün ilk aşamasında kontrol uygulanmadan sıvı taşınımının benzetimi yapılmıştır. Daha sonra önerilen kontrolcülerin benzetimleri ve benzetim sonuçlarının karşılaştırılması gerçekleştirilmiştir.

Kontrol uygulanmadan sıvı taşınımının benzetim sonuçlarından görüldüğü üzere kabın ağırlık merkezine verilen hareketin hızlanma ve yavaşlama nedeniyle sıvıda çalkalanma meydana gelmektedir. Sıvıda oluşan çalkalanma kabın konum ve yönelim üzerinde doğrudan olumsuz etki yaratmakta ve sistem karasız davranmaya zorlamaktadır.

Empedans kontrol yönteminin benzetiminde sıvı çalkalanma önleme teriminin etkisi gösterilmiştir. Mevcut çalışmanın temel bulgusu, empedans kontrolü ile yalnızca katı ve esnek nesnelerin kontrol edilebilmesinin yanı sıra sıvılar gibi pasif nesneleri kontrol etmek için de kullanılabileceğidir. Sonuçlar iki açıdan önemlidir: birincisi, geleneksel empedans kontrolünün sıvı çalkanmasının önlenmesinde başarısız olduğunun; ikincisi, genişletilmiş empedans kontrolünün sıvı çalkalanması ve kaptan dökülmesini etkili bir şekilde önlediğinin gösterilmesidir. Geleneksel empedans kontrolünün kabı stabilize etmekte başarılı olurken, kabın içindeki sıvı çalkalanma kontrolünde başarısız olmuştur. Oysaki, genişletilmiş empedans kontrolünün hem kabın konum ve yönelimini kontrol etmesinde hem de sıvı çalkalanma önlenmesinde başarılı olduğu gösterilmiştir.

SDRE ve LQR kontrol yöntemlerin benzetiminde Q ve R matrislerinin değerlerinin etkisi incelenmiştir. Her iki yöntemde de R matris değerlerinin azalmasıyla sıvı seviyesi ve kap açısı hızlı kontrol edilirken büyüklükleri artmıştır. Kap konumunun kontrolünde ise küçük değerleri içeren R matrisi daha hızlı kontrol etmiştir. Ancak enerji açısından incelendiğinde daha fazla enerji harcanmıştır. Bu senaryo Q matrisinin değerlerinin artmasıyla aynen tekrarlanmıştır. Burada hızlı sıvı taşınımına yönelik uygun Q ve R matrisleri seçilmiş ve altıncı bölümün sonunda diğer kontrolcülerin sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Kutup yerleştirme yönteminde ise, kap konumunda aşma yaşanmaması için sönümleme oranı $\zeta = 1$ alınarak istenilen kutuplar seçilmiştir. Bu çalışmada, iki farklı kutup vektörü (P_1 ve P_2) seçilerek benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, kutuplar sanal eksenden uzaklaştıkça sıvı seviyesi hızlı kontrol edilmiştir. Ancak, sıvı seviyesi yükselmiştir. Kap, konum ve yöneliminde ise hız ve büyüklük açısından daha iyi performans gözlemlenmiştir.

Altıncı bölümde, tüm önerilen kontrolcülerin performansları birbirileriyle karşılaştırılmıştır. Benzetim sonuçlarından görülebileceği üzere, önerilen tüm kontrol yöntemleri sıvının çalkalanmadan taşınmasında başarılı olmuş ve sıvı çalkalanmasını engelleyerek sıvı ve sıvı kabını bir katı nesne olarak hareket etmesini sağlamıştır. Tüm kontrol yöntemlerinde de taşıma esnasında hatalar oluşmuş ancak kalıcı durum hatası gözükmemiştir.

Tüm yöntemler birbiri ile karşılaştırıldığında birbirlerine göre bazı avantajlara ve dezavantajlara sahip oldukları gözlemlenmiştir. Kabın y-yönündeki konum kontrolünde önerilen tüm kontrol yöntemleri yaklaşık bir davranış göstermiştir. Kabın x-yönünde ise empedans kontrol yöntemi taşıma boyunca diğer yöntemlere göre daha iyi performans gösterirken taşıma sonunda bir aşma gözlemlenmiştir. Kabın konum kontrolünde kutup yerleştirme yöntemi diğer yöntemlere göre daha başarılı olmuştur. Kabın açı kontrolünde, empedans kontrol yöntemi diğer yöntemlere göre daha başarılı olmuştur. Ancak, kutup yerleştirme yöntemi, daha kısa bir sürede sistemi kontrol etmeyi başarmıştır. SDRE ve LQR yöntemleri, kabın konum ve açı kontrolünde aynı davranışı göstermekle birlikte diğer yöntemlere göre daha yavaş ve düşük bir performans sergilemiştir.

Sıvı çalkanmasının engellenmesinde ise LQR ve SDRE yöntemleri diğer yöntemlere karşın daha başarılı olurken; kutup yerleştirme ve empedans kontrol yöntemleri daha hızlı şekilde sistemi kontrol etmeyi başarmışlar. Kontrolcü çabasında ise LQR ve SDRE daha az enerji harcamasına sebep olmuşlar.

Üç boyutlu sıvı taşınımının kontrol uygulanmadan ve empedans kontrolü uygulandıktan sonradaki benzetim sonuçları altıncı bölümün sonunda gerçekleştirilmiştir. Benzetimlerde kabın ağırlık merkezine üçüncü dereceden iki farklı yörünge ile hareket verilmiştir. Birinci yörünge bir doğrusal hareketten oluşurken, ikinci yörünge birkaç ayrı birleşik hareketten oluşmaktadır.

Bu benzetimlerde de geleneksel empedans kontrol yöntemi sıvı çalkalanma kontrolünde başarısız olurken, genişletilmiş empedans kontrol yöntemi başarılı bir performans sergilemiştir.

KAYNAKLAR

1. Jung, J., Yoon, H., Lee, C. and Shin, S. (2012). Effect of the vertical baffle height on the liquid sloshing in a three-dimensional rectangular tank. *Ocean Engineering*, 44, 79-89.

2. Xue, M.-A., Zheng, J. and Lin, P. (2012). Numerical simulation of sloshing phenomena in cubic tank with multiple baffles. *Journal of Applied Mathematics*, 2012, 1-21.

3. Hasheminejad, S.M., Mohammadi, M. and Jarrahi, M. (2014). Liquid sloshing in partly-filled laterally-excited circular tanks equipped with baffles. *Journal of Fluids and Structures*, 44, 97-114.

4. Panigrahy, P., Saha, U. and Maity, D. (2009). Experimental studies on sloshing behavior due to horizontal movement of liquids in baffled tanks. *Ocean Engineering*, 36(3-4), 213-222.

5. Kurode, S., Trivedi, P., Bandyopadhyay, B. and Gandhi, P. (2012). *Second order sliding mode control for a class of underactuated systems*. 12th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS), 458-462.

6. Yano, K.I. and Terashima, K. (2001). Robust liquid container transfer control for complete sloshing suppression. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 9(3), 483-493.

7. Pridgen, B., Kun, B. and Singhose, W. (2010). *Slosh suppression by robust input shaping*. 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC), 2316-2321.

8. Tzamtzi, M.P., Koumboulis, F.N. and Kouvakas, N.D. (2007). *A two stage robot control for liquid transfer*. IEEE Conference on Emerging Technologies and Factory Automation, 1324-1333.

9. Reyhanoglu, M. and Hervas, J.R. (2012). Robotically controlled sloshing suppression in point-to-point liquid container transfer. *Journal of Vibration and Control*, 1-8.

10. Naiming, Q., Kai, D., Xianlu, W. and Yunqian, L. (2009). *Spacecraft Propellant Sloshing Suppression Using Input Shaping Technique*. International Conference on Computer Modeling and Simulation, 162-166.

11. Kurode, S., Spurgeon, S.K., Bandyopadhyay, B. and Gandhi, P.S. (2013). Sliding mode control for slosh-free motion using a nonlinear sliding surface. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics,* 18(2), 714-724.

12. Aribowo, W., Yamashita, T., Terashima, K. and Kitagawa, H. (2010). *Input shaping control to suppress sloshing on liquid container transfer using multi-joint robot arm*. 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 3489-3494.

13. Yano, K.i., Higashikawa, S. and Terashima, K. (2002). Motion control of liquid container considering an inclined transfer path. *Control Engineering Practice*, 10(4), 465-472.

14. Thakar, P.S., Bandyopadhyay, B., Gandhi, P. and Kurode, S. (2012). *Robust control of rotary slosh using integral sliding modes*. 12th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS), 440-445.

15. Mishra, J.P. and Kurode, S.R. (2014). *Robust output-feedback control for container-slosh system using Variable Gain Super-twisting Algorithm*. 13th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS), 1-6.

16. Terashima, K. and Yano, K.i. (2001). Sloshing analysis and suppression control of tilting-type automatic pouring machine. *Control Engineering Practice*, 9(6), 607-620.

17. Noda, Y., Yano, K.i., Horihata, S. and Terashima, K. (2004). *Sloshing suppression control during liquid container transfer involving dynamic tilting using Wigner distribution analysis*. 43rd IEEE Conference on Decision and Control, 3045-3052.

18. Reyhanoglu, M. and Hervas, J.R. (2012). Nonlinear dynamics and control of space vehicles with multiple fuel slosh modes. *Control Engineering Practice*, 20(9), 912-918.

19. Reyhanoglu, M. and Hervas, J.R. (2013). Nonlinear modeling and control of slosh in liquid container transfer via a PPR robot. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 18(6), 1481-1490.

20. Pridgen, B., Bai, K. and Singhose, W. (2010). *Slosh suppression by robust input shaping*. 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC), 2316-2321.

21. Qi, N., Dong, K., Wang, X. and Li, Y. (2009). *Spacecraft propellant sloshing suppression using input shaping technique*. International Conference on Computer Modeling and Simulation, 162-166.

22. Adli, M.A. and Hanafusa, H. (1993). Compliance control and selective compliance center via internal forces in redundantly actuated closed chain mechanisms. *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers(SICE)*, 29(3), 253-262.

23. Adli, M.A., Nagai, K., Miyata, K. and Hanafusa, H. (1991). Analysis of internal force effect in parallel manipulators. *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers (SICE)*, 27(11), 1266-1273.

24. Adli, M.A. and Hanafusa, H. (1995). Contribution of internal forces to the dynamics of closed chain mechanisms. *Robotica*, 13(05), 507-514.

25. Moosavian, S.A.A. and Papadopoulos, E. (2010). Cooperative object manipulation with contact impact using multiple impedance control. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 8(2), 314-327.

26. Tinós, R., Terra, M.H. and Ishihara, J.Y. (2006). Motion and force control of cooperative robotic manipulators with passive joints. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 14(4), 725-734.

27. Monfaredi, R., Rezaei, S.M. and Talebi, H.A. (2010). Cooperative robotic system for handling a geometrically unknown object. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part I-Journal of Systems and Control Engineering*, 224(18), 970-982.

28. Siqueira, A.A.G. and Terra, M.H. (2007). Nonlinear H(infinity) controllers for underactuated cooperative manipulators. *Robotica*, 25, 425-432.

29. Caccavale, F., Chiacchio, P., Marino, A. and Villani, L. (2008). Six-DOF impedance control of dual-arm cooperative manipulators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 13(5), 576-586.

30. Tzamtzi, M.P., Koumboulis, F.N. and Kouvakas, N.D. (2007). *A two stage robot control for liquid transfer*. Emerging Technologies and Factory Automation, 2007. ETFA. IEEE Conference on, 1324-1333.

31. Kim, D.H. and Choi, J.W. (2000). *Attitude controller design for a launch vehicle with fuel-slosh*. Proceedings of the 39th SICE Annual Conference. , 235-240.

32. Hamaguchi, M., Terashima, K. and Nomura, H. (1994). Optimal control of liquid container transfer for several performance specifications. *Journal of Advanced Automation Technology*, 6, 353-360.

33. Thakar, P.S., Bandyopadhyay, B. and Gandhi, P.S. (2014). *Sliding mode control for a class of underactuated systems using feedforward normal form: A slosh-container system*. 13th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS), 1-6.

34. Bandyopadhyay, B., Gandhi, P. and Kurode, S. (2009). Sliding mode observer based sliding mode controller for slosh-free motion through PID scheme. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(9), 3432-3442.

35. Hogan, N. (1985). Impedance control: An approach to manipulation: Part I—Theory. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 107(1), 1-7.

36. Hogan, N. (1985). Impedance control: An approach to manipulation: Part II—Implementation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 107(1), 8–16.

37. Kazerooni, H., Sheridan, T. and Houpt, P. (1986). Robust compliant motion for manipulators, part I: The fundamental concepts of compliant motion. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 2(2), 83-92.

38. Lu, Z. and Goldenberg, A.A. (1995). Robust impedance control and force regulation: Theory and experiments. *The International journal of robotics research*, 14(3), 225-254.

39. Anderson, R.J. and Spong, M.W. (1988). Hybrid impedance control of robotic manipulators. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 4(5), 549-556.

40. Akdoğan, E. and Adli, M.A. (2011). The design and control of a therapeutic exercise robot for lower limb rehabilitation: Physiotherabot. *Mechatronics*, 21(3), 509-522.

41. Tsoi, Y.H. and Xie, S.Q. (2009). *Impedance control of ankle rehabilitation robot*. IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 840-845.

42. Peng, L., Hou, Z.-G., Kasabov, N., Peng, L., Hu, J. and Wang, W. (2015). *Implementation of active training for an upper-limb rehabilitation robot based on impedance control*. 27th Chinese Control and Decision Conference (CCDC), 5453-5458.

43. Hu, J., Hou, Z., Zhang, F., Chen, Y. and Li, P. (2012). *Training strategies for a lower limb rehabilitation robot based on impedance control*. Annual International Conference of the IEEE on Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), 6032-6035.

44. Dutta, A. and Obinata, G. (2002). Impedance control of a robotic gripper for cooperation with humans. *Control Engineering Practice*, 10(4), 379-389.

45. Richardson, R., Brown, M., Bhakta, B. and Levesley, M. (2005). Impedance control for a pneumatic robot-based around pole-placement, joint space controllers. *Control Engineering Practice*, 13(3), 291-303.

46. Li, Z., Huang, Z., He, W. and Su, C.-Y. (2016). Adaptive impedance control for an upper limb robotic exoskeleton using biological signals. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(2), 1664-1674.

47. Alqaudi, B., Modares, H., Ranatunga, I., Tousif, S.M., Lewis, F.L. and Popa, D.O. (2016). Model reference adaptive impedance control for physical human-robot interaction. *Control Theory and Technology*, 14(1), 68-82.

48. Lu, W.S. and Meng, Q.H. (1991). Impedance control with adaptation for robotic manipulations. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 7(3), 408-415.

49. Bonitz, R.G. and Hsia, T.C. (1996). Internal force-based impedance control for cooperating manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(1), 78-89.

50. Yoshikawa, T. (2000). *Force control of robot manipulators*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 220-226.

51. Cetin, A.E. and Adli, M.A. (2006). Cooperative control of a human and a robot manipulator for positioning a cart on a frictionless plane. *Mechatronics*, 16(8), 461-469.

52. Lee, J., Chang, P.H. and Jamisola, R.S. (2014). Relative impedance control for dual-arm robots performing asymmetric bimanual tasks. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(7), 3786-3796.

53. Hogan, N. (1985). Impedance control: An approach to manipulation: Part II—Implementation. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 107(1), 8-16.

54. Pearson, J. (1962). Approximation methods in optimal control I. Sub-optimal control. *International Journal of Electronics*, 13(5), 453-469.

55. Wernli, A. and Cook, G. (1975). Suboptimal control for the nonlinear quadratic regulator problem. *Automatica*, 11(1), 75-84.

56. Mracek, C.P. and Cloutier, J.R. (1998). Control designs for the nonlinear benchmark problem via the state-dependent Riccati equation method. *International Journal of robust and nonlinear control*, 8(4-5), 401-433.

57. Çimen, T. (2010). Systematic and effective design of nonlinear feedback controllers via the state-dependent Riccati equation (SDRE) method. *Annual Reviews in control*, 34(1), 32-51.

58. Cloutier, J.R. and Cockburn, J.C. (2001). *The state-dependent nonlinear regulator with state constraints*. Proceedings of the 2001 American Control Conference, 390-395.

59. Çimen, T. (2008). State-dependent Riccati equation (SDRE) control: A survey. *IFAC Proceedings Volumes*, 41(2), 3761-3775.

60. Khamis, A. and Naidu, D. (2013). *Nonlinear optimal tracking using finitehorizon state dependent Riccati equation (SDRE)*. Proceedings of the 4th International Conference on Circuits, Systems, Control, Signals (WSEAS), 37-42.

61. Babaei, N. and Salamci, M.U. (2015). Personalized drug administration for cancer treatment using model reference adaptive control. *Journal of theoretical biology*, 371, 24-44.

62. Korayem, M.H. and Nekoo, S.R. (2016). The SDRE control of mobile base cooperative manipulators: Collision free path planning and moving obstacle avoidance. *Robotics and Autonomous Systems*, 86, 86-105.

63. Mracek, C.P. (2007). SDRE autopilot for dual controlled missiles. *IFAC Proceedings Volumes*, 40(7), 750-755.

64. Lee, J., Lee, Y., Kim, Y., Moon, G. and Jun, B.-E. (2018). Design of an adaptive missile autopilot considering the boost phase using the SDRE method and neural networks. *Journal of the Franklin Institute*, 355(18), 9085-9107.

65. Jin, J. (2019). Attitude Control of Underactuated and Momentum-Biased Satellite Using State-Dependent Riccati Equation Method. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 20(1), 204-213.

66. Massari, M. and Zamaro, M. (2014). Application of SDRE technique to orbital and attitude control of spacecraft formation flying. *Acta Astronautica*, 94(1), 409-420.

67. Abdelrahman, M., Chang, I. and Park, S.-Y. (2011). Magnetic torque attitude control of a satellite using the state-dependent Riccati equation technique. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 46(5), 758-771.

68. Copur, E.H., Arican, A.C., Ozcan, S. and Salamci, M.U. (2019). An update algorithm design using moving Region of Attraction for SDRE based control law. *Journal of the Franklin Institute*, 356(15), 8388-8413.

69. Bogdanov, A., Wan, E. and Harvey, G. (2004). *SDRE flight control for X-Cell and R-Max autonomous helicopters*. 43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC), 1196-1203.

70. Salamci, M.U. and Gökbilen, B. (2007). SDRE missile autopilot design using sliding mode control with moving sliding surfaces. *IFAC Proceedings Volumes*, 40(7), 768-773.

71. Merttopçuoğlu, A. and Kahvecioğlu, A. (2007). SDRE control of the control actuation system of a guided missile. *IFAC Proceedings Volumes*, 40(7), 774-779.

72. Yang, J. and Wang, Z. (2016). *Integrated guidance and control of agile missiles using the Finite-SDRE approach*. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 1877.

73. Babaie, R. and Ehyaie, A.F. (2017). Robust optimal motion planning approach to cooperative grasping and transporting using multiple UAVs based on SDRE. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 39(9), 1391-1408.

74. Korayem, M., Nekoo, S. and Korayem, A. (2016). Finite time SDRE control design for mobile robots with differential wheels. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 30(9), 4353-4361.

75. Lin, L.-G. and Xin, M. (2019). Nonlinear Control of Two-Wheeled Robot Based on Novel Analysis and Design of SDRE Scheme. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 28(3), 1140-1148.

76. Singh, N., Dubey, J. and Laddha, G. (2009). Control of pendulum on a cart with state dependent riccati equations. *International Journal of Computer, Information, and Systems Science, and Engineering*, 92-96.

77. Erdem, E.B. and Alleyne, A.G. (2001). *Experimental real-time SDRE control of an underactuated robot*. Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control, 2986-2991.

78. Do, T.D., Choi, H.H. and Jung, J.-W. (2011). SDRE-based near optimal control system design for PM synchronous motor. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59(11), 4063-4074.

79. Beikzadeh, H. and Taghirad, H.D. (2009). *Nonlinear sensorless speed control of PM synchronous motor via an SDRE observer-controller combination*. 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 3570-3575.

80. De Souza, L.C.G. and de Souza, A.G. (2014). Satellite attitude control system design considering the fuel slosh dynamics. *Shock and Vibration*, 2014, 1-8.

81. Sever, M., Şendur, H.S. and Arslan, M.S. (2019). Biodinamik sürücü modeli içeren bir taşıt süspansiyon sisteminin durum türevi geri beslemeli LQR ile aktif titreşim kontrolü. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 34(3), 1573-1584.

82. Kumar, E.V. and Jerome, J. (2013). Robust LQR controller design for stabilizing and trajectory tracking of inverted pendulum. *Procedia Engineering*, 64, 169-178.

83. Prasad, L.B., Tyagi, B. and Gupta, H.O. (2014). Optimal control of nonlinear inverted pendulum system using PID controller and LQR: performance analysis without and with disturbance input. *International Journal of Automation and Computing*, 11(6), 661-670.

84. Argentim, L.M., Rezende, W.C., Santos, P.E. and Aguiar, R.A. (2013). *PID, LQR and LQR-PID on a quadcopter platform*. International Conference on Informatics, Electronics and Vision (ICIEV), Dhaka-Bangladesh, 1-6.

85. Zhang, T. and Yang, J. (2019). Nonlinear dynamics and robust control of sloshing in a tank. *Journal of Vibration and Control*, 25(1), 132-140.

86. Dafeng, S., Chuqi, S., Xiaohua, Z. and Nannan, Y. (2018). LQR Based Battery Charge Sustaining Strategy for Hybrid Electric Vehicle. *IFAC-PapersOnLine*, 51(31), 601-605.

87. Alaimo, A., Artale, V., Barbaraci, G., Milazzo, C., Orlando, C. and Ricciardello, A. (2016). LQR-PID control applied to hexacopter flight. *Journal of Numerical Analysis, Industrial and Applied Mathematics*, 9(3–4), 47-56.

88. Mason, S., Rotella, N., Schaal, S. and Righetti, L. (2016). *Balancing and walking using full dynamics LQR control with contact constraints*. IEEE-RAS 16th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids), 63-68.

89. Fang, J. (2014). The LQR controller design of two-wheeled self-balancing robot based on the particle swarm optimization algorithm. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014.

90. Ackermann, J. (1972). Der entwurf linearer regelungssysteme im zustandsraum. *at-Automatisierungstechnik*, 20(1-12), 297-300.

91. Valasek, M. and Olgac, N. (1995). Efficient pole placement technique for linear time-variant SISO systems. *IEEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 142(5), 451-458.

92. Valášek, M. and Olgac, N. (1995). Efficient eigenvalue assignments for general linear MIMO systems. *Automatica*, 31(11), 1605-1617.

93. Yang, K. and Orsi, R. (2006). Generalized pole placement via static output feedback: A methodology based on projections. *Automatica*, 42(12), 2143-2150.

94. Konigorski, U. (2012). Pole placement by parametric output feedback. *Systems & control letters*, 61(2), 292-297.

95. Chan, R.P.M., Stol, K.A. and Halkyard, C.R. (2013). Review of modelling and control of two-wheeled robots. *Annual reviews in control*, 37(1), 89-103.

96. Feng, T., Liu, T., Wang, X., Xu, Z., Zhang, M. and Han, S.-c. (2011). *Modeling and implementation of two-wheel self-balancing robot equipped with supporting arms*. 2011 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 713-718.

97. Shehu, M., Ahmad, M.R., Shehu, A. and Alhassan, A. (2015). *LQR, double-PID and pole placement stabilization and tracking control of single link inverted pendulum*. 2015 IEEE International Conference on Control System, Computing and Engineering (ICCSCE), 218-223.

98. Nath, V. and Mitra, R. (2014). *Swing-up and control of Rotary Inverted Pendulum using pole placement with integrator*. 2014 Recent Advances in Engineering and Computational Sciences (RAECS), 1-5.

99. Zubov, N., Mikrin, E., Misrikhanov, M.S., Ryabchenko, V. and Timakov, S. (2013). The use of the exact pole placement algorithm for the control of spacecraft motion. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 52(1), 129-144.

100. AB Wahab, A., Mamat, R. and Shamsudin, S.S. (2011). The effectiveness of pole placement method in control system design for an autonomous helicopter model in hovering flight. *International Journal of Integrated Engineering*, 1(3), 33-46.

101. Saad, M.S., Jamaluddin, H. and Mat Darus, I.Z. (2015). Online monitoring and self-tuning control using pole placement method for active vibration control of a flexible beam. *Journal of Vibration and Control*, 21(3), 449-460.

102. Robu, B., Baudouin, L. and Prieur, C. (2012). Active vibration control of a fluid/plate system using a pole placement controller. *International journal of control*, 85(6), 684-694.

103. Muñoz-Poblete, C. (2018). *Pole placement controller applied to a Rotary Inverted Pendulum System. A didactic view*. 2018 IEEE International Conference on Automation/XXIII Congress of the Chilean Association of Automatic Control (ICA-ACCA), 1-6.

104. Ghandchi-Tehrani, M., Wilmshurst, L.I. and Elliott, S.J. (2015). Bifurcation control of a Duffing oscillator using pole placement. *Journal of Vibration and Control*, 21(14), 2838-2851.

105. de Oliveira Evald, P.J.D., Mór, J.L., da Costa Botelho, S.S. and Azzolin, R.Z. (2017). *Control of linear welding robot plant by pole placement control based on discrete Kalman Filter*. 2017 IEEE 26th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), 442-447.

106. Tzamtzi, M., Koumboulis, F. and Skarpetis, M. (2007). *On the controller design for the outpouring phase of the pouring process*. 6th WSEAS International Conference on Circuits, Systems, Electronics, Control & Signal Processing (CSECS'07), 270-277.

107. Smith, C., Karayiannidis, Y., Nalpantidis, L., Gratal, X., Qi, P., Dimarogonas, D.V. and Kragic, D. (2012). Dual arm manipulation—A survey. *Robotics and Autonomous systems*, 60(10), 1340-1353.

108. Krüger, J., Schreck, G. and Surdilovic, D. (2011). Dual arm robot for flexible and cooperative assembly. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 60(1), 5-8.

109. Bjerkeng, M., Schrimpf, J., Myhre, T. and Pettersen, K.Y. (2014). *Fast dual-arm manipulation using variable admittance control: Implementation and experimental results*. 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2014), 4728-4734.

110. Kraus, W. and McCarragher, B.J. (1997). *Hybrid position/force coordination for dual-arm manipulation of flexible materials*. Proceedings of the 1997 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 202-207 vol.1.

111. Fukuda, T., Matsuno, T. and Arai, F. (2000). *Flexible object manipulation by dual manipulator system*. 2000 Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1955-1960.

112. Al-Yahmadi, A.S., Abdo, J. and Hsia, T. (2007). Modeling and control of two manipulators handling a flexible object. *Journal of the Franklin Institute*, 344(5), 349-361.

113. İnternet: YuMi-The future of human-robot collaboration. URL: http://new.abb.com/products/robotics/yumi, Son Erişim Tarihi:03.02.2021.

114. İnternet: The new intelligent dual arm robot from EPSON. URL: http://www.epson.de/de/en/viewcon/corporatesite/cms/index/11075/, Son Erişim Tarihi:03.02.2021.

115. İnternet: Two arms are better than one – Motoman Dual Arm robots. URL: https://www.used-robots.com/articles/viewing/two-arms-are-better-than-one-motoman-dual-arm-robots, Son Erişim Tarihi:03.02.2021.

116. Ibrahim, R.A. (2005). *Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications*. New York: Cambridge University Press, 296-311.

117. Dodge, F.T. (2000). *The new dynamic behavior of liquids in moving containers*. San Antonio: Southwest Research Institut, 43-50.

118. Yoshikawa, T. (1990). *Foundations of robotics: analysis and control*. London: MIT press, 211-222.

119. Song, P., Yu, Y. and Zhang, X. (2019). A tutorial survey and comparison of impedance control on robotic manipulation. *Robotica*, 37(5), 801-836.

120. Baruh, H. (2014). *Applied dynamics*. New York: CRC press.

121. Ogata, K. (2009). *Modern control engineering* (5th edition). Upper Saddle River NJ: Prentice Hall 722-806.

EKLER

EK-1. Birinci robotun (soldaki robot) ileri kinematiği

$$ {}^{B}_{6}\mathbf{T} = {}^{B}_{0}\mathbf{T}^{0}_{1}\mathbf{T}^{1}_{2}\mathbf{T}^{2}_{3}\mathbf{T}^{3}_{4}\mathbf{T}^{4}_{5}\mathbf{T}^{5}_{6}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ r_{11} = \sin(\theta_{16})\left(\cos(\theta_{14})\sin(\theta_{11}) + \sin(\theta_{14})\left(\cos(\theta_{11})\cos(\theta_{12})\sin(\theta_{13}) + \cos(\theta_{11})\cos(\theta_{13})\sin(\theta_{12})\right)\right) + \cos(\theta_{16})\Big(\cos(\theta_{15})\left(\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{14}) - \cos(\theta_{14})\left(\cos(\theta_{11})\cos(\theta_{12})\sin(\theta_{13}) + \cos(\theta_{11})\cos(\theta_{13})\sin(\theta_{12})\right)\right) - \sin(\theta_{15})\left(\cos(\theta_{11})\cos(\theta_{12})\cos(\theta_{13}) - \cos(\theta_{11})\sin(\theta_{12})\sin(\theta_{13})\right)\Big) $$

$$ r_{21} = -\sin(\theta_{16})\left(\cos(\theta_{11})\cos(\theta_{14}) - \sin(\theta_{14})\left(\cos(\theta_{12})\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{13}) + \cos(\theta_{13})\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{12})\right)\right) - \cos(\theta_{16})\Big(\cos(\theta_{15})\left(\cos(\theta_{11})\sin(\theta_{14}) + \cos(\theta_{14})\left(\cos(\theta_{12})\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{13}) + \cos(\theta_{13})\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{12})\right)\right) - \sin(\theta_{15})\left(\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{12})\sin(\theta_{13}) - \cos(\theta_{12})\cos(\theta_{13})\sin(\theta_{11})\right)\Big) $$

$$ r_{31} = -\cos(\theta_{16})\left(\sin(\theta_{12} + \theta_{13})\sin(\theta_{15}) - \cos(\theta_{12} + \theta_{13})\cos(\theta_{14})\cos(\theta_{15})\right) - \cos(\theta_{12} + \theta_{13})\sin(\theta_{14})\sin(\theta_{16}) $$

$$ r_{12} = \cos(\theta_{16})\left(\cos(\theta_{14})\sin(\theta_{11}) + \sin(\theta_{14})\left(\cos(\theta_{11})\cos(\theta_{12})\sin(\theta_{13}) + \cos(\theta_{11})\cos(\theta_{13})\sin(\theta_{12})\right)\right) - \sin(\theta_{16})\Big(\cos(\theta_{15})\left(\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{14}) - \cos(\theta_{14})\left(\cos(\theta_{11})\cos(\theta_{12})\sin(\theta_{13}) + \cos(\theta_{11})\cos(\theta_{13})\sin(\theta_{12})\right)\right) - \sin(\theta_{15})\left(\cos(\theta_{11})\cos(\theta_{12})\cos(\theta_{13}) - \cos(\theta_{11})\sin(\theta_{12})\sin(\theta_{13})\right)\Big) $$

$$ r_{22} = \sin(\theta_{16})\Big(\cos(\theta_{15})\left(\cos(\theta_{11})\sin(\theta_{14}) + \cos(\theta_{14})\left(\cos(\theta_{12})\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{13}) + \cos(\theta_{13})\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{12})\right)\right) - \sin(\theta_{15})\left(\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{12})\sin(\theta_{13}) - \cos(\theta_{12})\cos(\theta_{13})\sin(\theta_{11})\right)\Big) - \cos(\theta_{16})\left(\cos(\theta_{11})\cos(\theta_{14}) - \sin(\theta_{14})\left(\cos(\theta_{12})\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{13}) + \cos(\theta_{13})\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{12})\right)\right) $$

$$ r_{32} = \sin(\theta_{16})\left(\sin(\theta_{12} + \theta_{13})\sin(\theta_{15}) - \cos(\theta_{12} + \theta_{13})\cos(\theta_{14})\cos(\theta_{15})\right) - \cos(\theta_{12} + \theta_{13})\cos(\theta_{16})\sin(\theta_{14}) $$

EK-1. (devam) Birinci robotun (soldaki robot) ileri kinematiği

$$r_{13} = \sin(\theta_{15})\left(\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{14}) - \cos(\theta_{14})(\cos(\theta_{11})\cos(\theta_{12})\sin(\theta_{13}) + \cos(\theta_{11})\cos(\theta_{13})\sin(\theta_{12}))\right) + \cos(\theta_{15})(\cos(\theta_{11})\cos(\theta_{12})\cos(\theta_{13}) - \cos(\theta_{11})\sin(\theta_{12})\sin(\theta_{13}))$$

$$r_{23} = -\sin(\theta_{15})\left(\cos(\theta_{11})\sin(\theta_{14}) + \cos(\theta_{14})(\cos(\theta_{12})\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{13}) + \cos(\theta_{13})\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{12}))\right) - \cos(\theta_{15})(\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{12})\sin(\theta_{13}) - \cos(\theta_{12})\cos(\theta_{13})\sin(\theta_{11}))$$

$$r_{33} = \sin(\theta_{12} + \theta_{13})\cos(\theta_{15}) + \cos(\theta_{12} + \theta_{13})\cos(\theta_{14})\sin(\theta_{15})$$

$$p_x = a_1\cos(\theta_{11}) - l_B + d_4\cos(\theta_{12} + \theta_{13})\cos(\theta_{11}) - a_3\sin(\theta_{12} + \theta_{13})\cos(\theta_{11}) - a_2\cos(\theta_{11})\sin(\theta_{12}) + d_6\cos(\theta_{12} + \theta_{13})\cos(\theta_{11})\cos(\theta_{15}) + d_6\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{14})\sin(\theta_{15}) - d_6\cos(\theta_{11})\cos(\theta_{12})\cos(\theta_{14})\sin(\theta_{13})\sin(\theta_{15}) - d_6\cos(\theta_{11})\cos(\theta_{13})\cos(\theta_{14})\sin(\theta_{12})\sin(\theta_{15})$$

$$p_y = a_1\sin(\theta_{11}) + d_4\cos(\theta_{12} + \theta_{13})\sin(\theta_{11}) - a_3\sin(\theta_{12} + \theta_{13})\sin(\theta_{11}) - a_2\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{12}) + d_6\cos(\theta_{12} + \theta_{13})\cos(\theta_{15})\sin(\theta_{11}) - d_6\cos(\theta_{11})\sin(\theta_{14})\sin(\theta_{15}) - d_6\cos(\theta_{12})\cos(\theta_{14})\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{13})\sin(\theta_{15}) - d_6\cos(\theta_{13})\cos(\theta_{14})\sin(\theta_{11})\sin(\theta_{12})\sin(\theta_{15})$$

$$p_z = d_1 + a_2\cos(\theta_{12}) + a_3\cos(\theta_{12} + \theta_{13}) + d_4\sin(\theta_{12} + \theta_{13}) + d_6\cos(\theta_{15})\sin(\theta_{12} + \theta_{13}) + d_6\cos(\theta_{14})\sin(\theta_{15})\cos(\theta_{12} + \theta_{13})$$

EK-2. İkinci robotun (sağdaki robot) ileri kinematiği

$$ {}^{B}_{6}\mathbf{T} = {}^{B}_{0}\mathbf{T}{}^{0}_{1}\mathbf{T}{}^{1}_{2}\mathbf{T}{}^{2}_{3}\mathbf{T}{}^{3}_{4}\mathbf{T}{}^{4}_{5}\mathbf{T}{}^{5}_{6}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ r_{11} = -\sin(\theta_{26})\left(\cos(\theta_{24})\sin(\theta_{21}) + \sin(\theta_{24})\left(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{22})\sin(\theta_{23}) + \cos(\theta_{21})\cos(\theta_{23})\sin(\theta_{22})\right)\right) - \cos(\theta_{26})\Big(\cos(\theta_{25})\left(\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{24}) - \cos(\theta_{24})\left(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{22})\sin(\theta_{23}) + \cos(\theta_{21})\cos(\theta_{23})\sin(\theta_{22})\right)\right) - \sin(\theta_{25})\left(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{22})\cos(\theta_{23}) - \cos(\theta_{21})\sin(\theta_{22})\sin(\theta_{23})\right)\Big) $$

$$ r_{21} = \sin(\theta_{26})\left(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{24}) - \sin(\theta_{24})\left(\cos(\theta_{22})\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{23}) + \cos(\theta_{23})\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{22})\right)\right) + \cos(\theta_{26})\Big(\cos(\theta_{25})\left(\cos(\theta_{21})\sin(\theta_{24}) + \cos(\theta_{24})\left(\cos(\theta_{22})\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{23}) + \cos(\theta_{23})\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{22})\right)\right) - \sin(\theta_{25})\left(\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{22})\sin(\theta_{23}) - \cos(\theta_{22})\cos(\theta_{23})\sin(\theta_{21})\right)\Big) $$

$$ r_{31} = -\cos(\theta_{26})\left(\sin(\theta_{22} + \theta_{23})\sin(\theta_{25}) - \cos(\theta_{22} + \theta_{23})\cos(\theta_{24})\cos(\theta_{25})\right) - \cos(\theta_{22} + \theta_{23})\sin(\theta_{24})\sin(\theta_{26}) $$

$$ r_{12} = \sin(\theta_{26})\Big(\cos(\theta_{25})\left(\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{24}) - \cos(\theta_{24})\left(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{22})\sin(\theta_{23}) + \cos(\theta_{21})\cos(\theta_{23})\sin(\theta_{22})\right)\right) - \sin(\theta_{25})\left(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{22})\cos(\theta_{23}) - \cos(\theta_{21})\sin(\theta_{22})\sin(\theta_{23})\right)\Big) - \cos(\theta_{26})\left(\cos(\theta_{24})\sin(\theta_{21}) + \sin(\theta_{24})\left(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{22})\sin(\theta_{23}) + \cos(\theta_{21})\cos(\theta_{23})\sin(\theta_{22})\right)\right) $$

$$ r_{22} = \cos(\theta_{26})\left(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{24}) - \sin(\theta_{24})\left(\cos(\theta_{22})\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{23}) + \cos(\theta_{23})\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{22})\right)\right) - \sin(\theta_{26})\Big(\cos(\theta_{25})\left(\cos(\theta_{21})\sin(\theta_{24}) + \cos(\theta_{24})\left(\cos(\theta_{22})\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{23}) + \cos(\theta_{23})\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{22})\right)\right) - \sin(\theta_{25})\left(\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{22})\sin(\theta_{23}) - \cos(\theta_{22})\cos(\theta_{23})\sin(\theta_{21})\right)\Big) $$

$$ r_{32} = \sin(\theta_{26})\left(\sin(\theta_{22} + \theta_{23})\sin(\theta_{25}) - \cos(\theta_{22} + \theta_{23})\cos(\theta_{24})\cos(\theta_{25})\right) - \cos(\theta_{22} + \theta_{23})\cos(\theta_{26})\sin(\theta_{24}) $$

EK-2. (devam) İkinci robotun (sağdaki robot) ileri kinematiği

$$r_{13} = -\sin(\theta_{25})\left(\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{24}) - \cos(\theta_{24})\left(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{22})\sin(\theta_{23}) + \cos(\theta_{21})\cos(\theta_{23})\sin(\theta_{22})\right)\right) - \cos(\theta_{25})\left(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{22})\cos(\theta_{23}) - \cos(\theta_{21})\sin(\theta_{22})\sin(\theta_{23})\right)$$

$$r_{23} = sin(\theta_{25})\left(cos(\theta_{21})\,sin(\theta_{24}) + cos(\theta_{24})\left(cos(\theta_{22})\,sin(\theta_{21})\,sin(\theta_{23}) + cos(\theta_{23})\,sin(\theta_{21})\,sin(\theta_{22})\right)\right) + cos(\theta_{25})\left(sin(\theta_{21})\,sin(\theta_{22})\,sin(\theta_{23}) - cos(\theta_{22})\,cos(\theta_{23})\,sin(\theta_{21})\right)$$

$$r_{33} = \sin(\theta_{22} + \theta_{23})\cos(\theta_{25}) + \cos(\theta_{22} + \theta_{23})\cos(\theta_{24})\sin(\theta_{25})$$

$$p_x = l_b - a_1\cos(\theta_{21}) - d_6\Big(\sin(\theta_{25})\left(\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{24}) - \cos(\theta_{24})\left(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{22})\sin(\theta_{23}) + \cos(\theta_{21})\cos(\theta_{23})\sin(\theta_{22})\right)\right) + \cos(\theta_{25})\left(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{22})\cos(\theta_{23}) - \cos(\theta_{21})\sin(\theta_{22})\sin(\theta_{23})\right)\Big) + a_3(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{22})\sin(\theta_{23}) + \cos(\theta_{21})\cos(\theta_{23})\sin(\theta_{22})) - d_4(\cos(\theta_{21})\cos(\theta_{22})\cos(\theta_{23}) - \cos(\theta_{21})\sin(\theta_{22})\sin(\theta_{23})) + a_2\cos(\theta_{21})\sin(\theta_{22})$$

$$p_y = a_3\sin(\theta_{22} + \theta_{23})\sin(\theta_{21}) - d_4\cos(\theta_{22} + \theta_{23})\sin(\theta_{21}) - a_1\sin(\theta_{21}) + a_2\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{22}) - d_6\cos(\theta_{22} + \theta_{23})\cos(\theta_{25})\sin(\theta_{21}) + d_6\cos(\theta_{21})\sin(\theta_{24})\sin(\theta_{25}) + d_6\cos(\theta_{22})\cos(\theta_{24})\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{23})\sin(\theta_{25}) + d_6\cos(\theta_{23})\cos(\theta_{24})\sin(\theta_{21})\sin(\theta_{22})\sin(\theta_{25})$$

$$p_z = d_1 + a_2\cos(\theta_{22}) + a_3\cos(\theta_{22} + \theta_{23}) + d_4\sin(\theta_{22} + \theta_{23}) + d_6\cos(\theta_{25})\sin(\theta_{22} + \theta_{23}) + d_6\cos(\theta_{24})\sin(\theta_{25})\cos(\theta_{22} + \theta_{23})$$

EK-3. Endüstriyel robotun Jakobiyen matrisi (KUKA KR 6 R 900)

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} & J_{16} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} & J_{26} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} & J_{46} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} & J_{56} \\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & J_{64} & J_{65} & J_{66} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} J_{11} = a_2 \sin(q_1)\sin(q_2) - a_1 \sin(q_1) - d_4 \cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1) \\ + a_3 \cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_3) + a_3 \cos(q_3)\sin(q_1)\sin(q_2) \\ + d_6 \cos(q_1)\sin(q_4)\sin(q_5) + d_4 \sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_3) \\ - d_6 \cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_5)\sin(q_1) + d_6 \cos(q_5)\sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_3) \\ + d_6 \cos(q_2)\cos(q_4)\sin(q_1)\sin(q_3)\sin(q_5) \\ + d_6 \cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{21} = a_1 \cos(q_1) - a_2 \cos(q_1)\sin(q_2) + d_4 \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3) \\ - a_3 \cos(q_1)\cos(q_2)\sin(q_3) - a_3 \cos(q_1)\cos(q_3)\sin(q_2) \\ - d_4 \cos(q_1)\sin(q_2)\sin(q_3) + d_6 \sin(q_1)\sin(q_4)\sin(q_5) \\ + d_6 \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_5) \\ - d_6 \cos(q_1)\cos(q_5)\sin(q_2)\sin(q_3) \\ - d_6 \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_4)\sin(q_3)\sin(q_5) \\ - d_6 \cos(q_1)\cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_2)\sin(q_5) \end{aligned}$$

$$J_{31} = 0$$

$$J_{41} = 0$$

$$J_{51} = 0$$

$$J_{61} = 1$$

$$\begin{aligned} J_{12} = -\cos(q_1)\,(a_2 \cos(q_2) + a_3 \cos(q_2)\cos(q_3) + d_4 \cos(q_2)\sin(q_3) \\ + d_4 \cos(q_3)\sin(q_2) - a_3 \sin(q_2)\sin(q_3) + d_6 \cos(q_2)\cos(q_5)\sin(q_3) \\ + d_6 \cos(q_3)\cos(q_5)\sin(q_2) + d_6 \cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_5) \\ - d_6 \cos(q_4)\sin(q_2)\sin(q_3)\sin(q_5)) \end{aligned}$$

EK-3. (devam) Endüstriyel robotun Jakobiyen matrisi (KUKA KR 6 R 900)

$$J_{22} = -\sin(q_1)\,(a_2\cos(q_2) + a_3\cos(q_2)\cos(q_3) + d_4\cos(q_2)\sin(q_3) + d_4\cos(q_3)\sin(q_2) - a_3\sin(q_2)\sin(q_3) + d_6\cos(q_2)\cos(q_5)\sin(q_3) + d_6\cos(q_3)\cos(q_5)\sin(q_2) + d_6\cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_5) - d_6\cos(q_4)\sin(q_2)\sin(q_3)\sin(q_5))$$

$$J_{32} = d_4\cos(q_2)\cos(q_3) - a_2\sin(q_2) - a_3\cos(q_2)\sin(q_3) - a_3\cos(q_3)\sin(q_2) - d_4\sin(q_2)\sin(q_3) + d_6\cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_5) - d_6\cos(q_5)\sin(q_2)\sin(q_3) - d_6\cos(q_2)\cos(q_4)\sin(q_3)\sin(q_5) - d_6\cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_2)\sin(q_5)$$

$$J_{42} = \sin(q_1)$$

$$J_{52} = -\cos(q_1)$$

$$J_{62} = 0$$

$$J_{13} = -\cos(q_1)\,(a_3\cos(q_2)\cos(q_3) + d_4\cos(q_2)\sin(q_3) + d_4\cos(q_3)\sin(q_2) - a_3\sin(q_2)\sin(q_3) + d_6\cos(q_2)\cos(q_5)\sin(q_3) + d_6\cos(q_3)\cos(q_5)\sin(q_2) + d_6\cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_5) - d_6\cos(q_4)\sin(q_2)\sin(q_3)\sin(q_5))$$

$$J_{23} = -\sin(q_1)\,(a_3\cos(q_2)\cos(q_3) + d_4\cos(q_2)\sin(q_3) + d_4\cos(q_3)\sin(q_2) - a_3\sin(q_2)\sin(q_3) + d_6\cos(q_2)\cos(q_5)\sin(q_3) + d_6\cos(q_3)\cos(q_5)\sin(q_2) + d_6\cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_5) - d_6\cos(q_4)\sin(q_2)\sin(q_3)\sin(q_5))$$

$$J_{33} = d_4\cos(q_2)\cos(q_3) - a_3\cos(q_2)\sin(q_3) - a_3\cos(q_3)\sin(q_2) - d_4\sin(q_2)\sin(q_3) + d_6\cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_5) - d_6\cos(q_5)\sin(q_2)\sin(q_3) - d_6\cos(q_2)\cos(q_4)\sin(q_3)\sin(q_5) - d_6\cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_2)\sin(q_5)$$

$$J_{43} = \sin(q_1)$$

EK-3. (devam) Endüstriyel robotun Jakobiyen matrisi (KUKA KR 6 R 900)

$$J_{53} = -\cos(q_1)$$

$$J_{63} = 0$$

$$J_{14} = d_6 \sin(q_5)\left(\cos(q_4)\sin(q_1) + \cos(q_1)\cos(q_2)\sin(q_3)\sin(q_4) + \cos(q_1)\cos(q_3)\sin(q_2)\sin(q_4)\right)$$

$$J_{24} = d_6 \sin(q_5)\left(\cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_3)\sin(q_4) - \cos(q_1)\cos(q_4) + \cos(q_3)\sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)\right)$$

$$J_{34} = -d_6 \cos(q_2 + q_3)\sin(q_4)\sin(q_5)$$

$$J_{44} = \cos(q_2 + q_3)\cos(q_1)$$

$$J_{54} = \cos(q_2 + q_3)\sin(q_1)$$

$$J_{64} = \sin(q_2 + q_3)$$

$$J_{15} = d_6\cos(q_5)\sin(q_1)\sin(q_4) - d_6\cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_5) + d_6\cos(q_1)\sin(q_2)\sin(q_3)\sin(q_5) - d_6\cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_4)\cos(q_5)\sin(q_3) - d_6\cos(q_1)\cos(q_3)\cos(q_4)\cos(q_5)\sin(q_2)$$

$$J_{25} = d_6\sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_3)\sin(q_5) - d_6\cos(q_2)\cos(q_3)\sin(q_1)\sin(q_5) - d_6\cos(q_1)\cos(q_5)\sin(q_4) - d_6\cos(q_2)\cos(q_4)\cos(q_5)\sin(q_1)\sin(q_3) - d_6\cos(q_3)\cos(q_4)\cos(q_5)\sin(q_1)\sin(q_2)$$

$$J_{35} = d_6\cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_4)\cos(q_5) - d_6\cos(q_3)\sin(q_2)\sin(q_5) - d_6\cos(q_2)\sin(q_3)\sin(q_5) - d_6\cos(q_4)\cos(q_5)\sin(q_2)\sin(q_3)$$

$$J_{45} = \cos(q_4)\sin(q_1) + \cos(q_1)\cos(q_2)\sin(q_3)\sin(q_4) + \cos(q_1)\cos(q_3)\sin(q_2)\sin(q_4)$$

EK-3. (devam) Endüstriyel robotun Jakobiyen matrisi (KUKA KR 6 R 900)

$$J_{55} = \cos(q_2)\sin(q_1)\sin(q_3)\sin(q_4) - \cos(q_1)\cos(q_4) + \cos(q_3)\sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_4)$$

$$J_{65} = -\cos(q_2 + q_3)\sin(q_4)$$

$$J_{16} = 0$$

$$J_{26} = 0$$

$$J_{36} = 0$$

$$J_{46} = \sin(q_1)\sin(q_4)\sin(q_5) + \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_5) - \cos(q_1)\cos(q_5)\sin(q_2)\sin(q_3) - \cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_4)\sin(q_3)\sin(q_5) - \cos(q_1)\cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_2)\sin(q_5)$$

$$J_{56} = \cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_5)\sin(q_1) - \cos(q_1)\sin(q_4)\sin(q_5) - \cos(q_5)\sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_3) - \cos(q_2)\cos(q_4)\sin(q_1)\sin(q_3)\sin(q_5) - \cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_1)\sin(q_2)\sin(q_5)$$

$$J_{66} = \cos(q_2)\cos(q_5)\sin(q_3) + \cos(q_3)\cos(q_5)\sin(q_2) + \cos(q_2)\cos(q_3)\cos(q_4)\sin(q_5) - \cos(q_4)\sin(q_2)\sin(q_3)\sin(q_5)$$

EK-4. Doğrusallaştırılmış sistemin A ve B matrislerinin elemanları

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & 0 & 0 & a_{57} & a_{58} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{73} & a_{74} & 0 & 0 & a_{77} & a_{78} \\ 0 & 0 & a_{83} & a_{84} & 0 & 0 & a_{87} & a_{88} \end{bmatrix}$$

$$a_{54} = \frac{m_p g}{m_r}$$

$$a_{57} = -\frac{c}{l_p m_r}$$

$$a_{58} = \frac{c}{l_p m_r}$$

$$a_{73} = \frac{1}{I_r}\left(m_p g l_o - m_p g l_c \sin\beta - m_r g l_c \sin\beta\right)$$

$$a_{74} = -\frac{m_p g l_o}{Ir}$$

$$a_{77} = \frac{c\left(l_o - l_p\right)}{I_r l_p}$$

$$a_{78} = -\frac{c\left(l_o - l_p\right)}{I_r l_p}$$

$$a_{83} = -\frac{g l_o}{I_r l_p}\left(m_p l_c \sin\beta - m_p l_o + m_r l_c \sin\beta\right)$$

$$a_{84} = -\frac{g}{I_r l_p m_r}\left(m_p m_r l_o^2 + I_r m_p + I_r m_r\right)$$

$$a_{87} = \frac{c}{m_p m_r I_r l_p^2}\left(m_p m_r l_o^2 - m_p m_r l_p l_o + I_r m_p + I_r m_r\right)$$

EK-4. (devam) Doğrusallaştırılmış sistemin A ve B matrislerinin elemanları

$$a_{88} = -\frac{c}{m_p m_r I_r l_p^2}\left(m_p m_r l_o^2 - m_p m_r l_p l_o + I_r m_p + I_r m_r\right)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{51} & 0 & b_{53} & 0 \\ 0 & b_{62} & 0 & b_{64} \\ b_{71} & b_{72} & b_{73} & a_{74} \\ b_{81} & b_{82} & b_{83} & a_{84} \end{bmatrix}$$

$$b_{51} = \frac{1}{m_r}$$

$$b_{71} = -\frac{1}{I_r} l_c \sin\beta$$

$$b_{81} = -\frac{1}{I_r l_p m_r}(I_r + l_c l_o m_r \sin\beta)$$

$$b_{62} = \frac{1}{m_p + m_r}$$

$$b_{72} = -\frac{l_c \cos\beta}{I_r}$$

$$b_{82} = -\frac{l_c l_o \cos\beta}{I_r l_p}$$

$$b_{53} = \frac{1}{m_r}$$

$$b_{73} = -\frac{l_c \sin\beta}{I_r}$$

EK-4. (devam) Doğrusallaştırılmış sistemin A ve B matrislerinin elemanları

$$b_{83} = -\frac{1}{I_r l_p m_r}(I_r + l_c l_o m_r \sin\beta)$$

$$b_{64} = \frac{1}{m_p + m_r}$$

$$b_{74} = \frac{l_c \cos\beta}{I_r}$$

$$b_{84} = \frac{l_c l_o \cos\beta}{I_r l_p}$$

EK-5. Üç boyutlu sıvı dinamiğinin denklemleri

$$
\begin{aligned}
&(m_p + m_r)(\ddot{x}) + l_c m_p(\ddot{\theta}_y)\cos(\theta_y) - l_p m_p(\ddot{\psi})\cos(\psi) + l_p m_p \sin(\psi)\,(\dot{\psi})^2 \\
&\qquad - l_c m_p \sin(\theta_y)\,(\dot{\theta}_y)^2 = f_{R1} + f_{L1}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(m_p + m_r)(\ddot{y}) - l_c m_p(\ddot{\theta}_x)\cos(\theta_x)\cos(\theta_y) + l_c m_p(\ddot{\theta}_y)\sin(\theta_x)\sin(\theta_y) \\
&\qquad + l_p m_p(\ddot{\phi})\cos(\phi)\cos(\psi) - l_p m_p(\ddot{\psi})\sin(\phi)\sin(\psi) \\
&\qquad - l_p m_p \cos(\psi)\sin(\phi)\,(\dot{\phi})^2 - 2 l_p m_p \cos(\phi)\sin(\psi)\,(\dot{\phi})(\dot{\psi}) \\
&\qquad - l_p m_p \cos(\psi)\sin(\phi)\,(\dot{\psi})^2 + l_c m_p \cos(\theta_y)\sin(\theta_x)\,(\dot{\theta}_x)^2 \\
&\qquad + 2 l_c m_p \cos(\theta_x)\sin(\theta_y)\,(\dot{\theta}_x)(\dot{\theta}_y) + l_c m_p \cos(\theta_y)\sin(\theta_x)\,(\dot{\theta}_y)^2 \\
&\qquad = f_{R2} + f_{L2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(m_p + m_r)(\ddot{z}) - l_c m_p(\ddot{\theta}_x)\cos(\theta_y)\sin(\theta_x) - l_c m_p(\ddot{\theta}_y)\cos(\theta_x)\sin(\theta_y) \\
&\qquad + l_p m_p(\ddot{\phi})\cos(\psi)\sin(\phi) + l_p m_p(\ddot{\psi})\cos(\phi)\sin(\psi) \\
&\qquad + l_p m_p \cos(\phi)\cos(\psi)\,(\dot{\phi})^2 - 2 l_p m_p \sin(\phi)\sin(\psi)\,(\dot{\phi})(\dot{\psi}) \\
&\qquad + l_p m_p \cos(\phi)\cos(\psi)\,(\dot{\psi})^2 - l_c m_p \cos(\theta_x)\cos(\theta_y)\,(\dot{\theta}_x)^2 \\
&\qquad + 2 l_c m_p \sin(\theta_x)\sin(\theta_y)\,(\dot{\theta}_x)(\dot{\theta}_y) - l_c m_p \cos(\theta_x)\cos(\theta_y)\,(\dot{\theta}_y)^2 + (m_p \\
&\qquad + m_r) g = f_{R3} + f_{L3}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\left(I_{xx} + l_c^2 m_p \cos^2\theta_y\right)(\ddot{\theta}_x) - l_c m_p(\ddot{y})\cos(\theta_x)\cos(\theta_y) - l_c m_p(\ddot{z})\cos(\theta_y)\sin(\theta_x) \\
&\qquad - l_c l_p m_p(\ddot{\phi})\cos(\phi)\cos(\psi)\cos(\theta_x)\cos(\theta_y) \\
&\qquad - l_c l_p m_p(\ddot{\phi})\cos(\psi)\cos(\theta_y)\sin(\phi)\sin(\theta_x) \\
&\qquad - l_c l_p m_p(\ddot{\psi})\cos(\phi)\cos(\theta_y)\sin(\psi)\sin(\theta_x) \\
&\qquad + l_c l_p m_p(\ddot{\psi})\cos(\theta_x)\cos(\theta_y)\sin(\phi)\sin(\psi) - l_c^2 m_p(\dot{\theta}_x)(\dot{\theta}_y)\sin(2\,\theta_y) \\
&\qquad - l_c l_p m_p(\dot{\phi})^2\cos(\phi)\cos(\psi)\cos(\theta_y)\sin(\theta_x) \\
&\qquad + l_c l_p m_p(\dot{\phi})^2\cos(\psi)\cos(\theta_x)\cos(\theta_y)\sin(\phi) \\
&\qquad - l_c l_p m_p(\dot{\psi})^2\cos(\phi)\cos(\psi)\cos(\theta_y)\sin(\theta_x) \\
&\qquad + l_c l_p m_p(\dot{\psi})^2\cos(\psi)\cos(\theta_x)\cos(\theta_y)\sin(\phi) \\
&\qquad + 2 l_c l_p m_p(\dot{\phi})(\dot{\psi})\cos(\theta_y)\sin(\phi)\sin(\psi)\sin(\theta_x) \\
&\qquad + 2 l_c l_p m_p(\dot{\phi})(\dot{\psi})\cos(\phi)\cos(\theta_x)\cos(\theta_y)\sin(\psi) - g l_c m_p \cos(\theta_y)\sin(\theta_x) \\
&\qquad = \tau_{R1} + \tau_{L1}
\end{aligned}
$$

EK-5. (devam) Üç boyutlu sıvı dinamiğinin denklemleri

$$
\begin{aligned}
&\left(I_{yy} + l_c^2 m_p\right)(\ddot{\theta}_y) + l_c m_p(\ddot{x})\cos(\theta_y) + l_c m_p(\ddot{y})\sin(\theta_x)\sin(\theta_y) \\
&\quad - l_c m_p(\ddot{z})\cos(\theta_x)\sin(\theta_y) + l_c l_p m_p(\ddot{\phi})\cos(\phi)\cos(\psi)\sin(\theta_x)\sin(\theta_y) \\
&\quad - l_c l_p m_p(\ddot{\phi})\cos(\psi)\cos(\theta_x)\sin(\phi)\sin(\theta_y) - l_c l_p m_p(\ddot{\psi})\cos(\psi)\cos(\theta_y) \\
&\quad - l_c l_p m_p(\ddot{\psi})\cos(\phi)\cos(\theta_x)\sin(\psi)\sin(\theta_y) \\
&\quad - l_c l_p m_p(\ddot{\psi})\sin(\phi)\sin(\psi)\sin(\theta_x)\sin(\theta_y) + \frac{l_c^2 m_p(\dot{\theta}_x)^2\sin(2\,\theta_y)}{2} \\
&\quad + l_c l_p m_p(\dot{\psi})^2\cos(\theta_y)\sin(\psi) - l_c l_p m_p(\dot{\phi})^2\cos(\phi)\cos(\psi)\cos(\theta_x)\sin(\theta_y) \\
&\quad - l_c l_p m_p(\dot{\psi})^2\cos(\phi)\cos(\psi)\cos(\theta_x)\sin(\theta_y) \\
&\quad - l_c l_p m_p(\dot{\phi})^2\cos(\psi)\sin(\phi)\sin(\theta_x)\sin(\theta_y) \\
&\quad - l_c l_p m_p(\dot{\psi})^2\cos(\psi)\sin(\phi)\sin(\theta_x)\sin(\theta_y) \\
&\quad - 2 l_c l_p m_p(\dot{\phi})(\dot{\psi})\cos(\phi)\sin(\psi)\sin(\theta_x)\sin(\theta_y) \\
&\quad + 2 l_c l_p m_p(\dot{\phi})(\dot{\psi})\cos(\theta_x)\sin(\phi)\sin(\psi)\sin(\theta_y) - g l_c m_p\cos(\theta_x)\sin(\theta_y) \\
&\quad = \tau_{R2} + \tau_{L2}
\end{aligned}
$$

$$
I_{zz}(\ddot{\theta}_z) = \tau_{R3} + \tau_{L3}
$$

$$
\begin{aligned}
&l_p^2 m_p(\ddot{\psi}) - l_p m_p(\ddot{x})\cos(\psi) - l_p m_p(\ddot{y})\sin(\phi)\sin(\psi) \\
&\quad + l_p m_p(\ddot{z})\cos(\phi)\sin(\psi) - l_c l_p m_p(\ddot{\theta}_x)\cos(\phi)\cos(\theta_y)\sin(\psi)\sin(\theta_x) \\
&\quad + l_c l_p m_p(\ddot{\theta}_x)\cos(\theta_x)\cos(\theta_y)\sin(\phi)\sin(\psi) \\
&\quad - l_c l_p m_p(\ddot{\theta}_y)\cos(\psi)\cos(\theta_y) - l_c l_p m_p(\ddot{\theta}_y)\cos(\phi)\cos(\theta_x)\sin(\psi)\sin(\theta_y) \\
&\quad - l_c l_p m_p(\ddot{\theta}_y)\sin(\phi)\sin(\psi)\sin(\theta_x)\sin(\theta_y) + \frac{l_p^2 m_p(\dot{\phi})^2\sin(2\,\psi)}{2} \\
&\quad + l_c l_p m_p\left(\dot{\theta}_y\right)^2\cos(\psi)\sin(\theta_y) - l_c l_p m_p(\dot{\theta}_x)^2\cos(\theta_y)\sin(\phi)\sin(\psi)\sin(\theta_x) \\
&\quad - l_c l_p m_p\left(\dot{\theta}_y\right)^2\cos(\theta_y)\sin(\phi)\sin(\psi)\sin(\theta_x) \\
&\quad - l_c l_p m_p(\dot{\theta}_x)^2\cos(\phi)\cos(\theta_x)\cos(\theta_y)\sin(\psi) \\
&\quad - l_c l_p m_p\left(\dot{\theta}_y\right)^2\cos(\phi)\cos(\theta_x)\cos(\theta_y)\sin(\psi) \\
&\quad + 2 l_c l_p m_p(\dot{\theta}_x)\left(\dot{\theta}_y\right)\cos(\phi)\sin(\psi)\sin(\theta_x)\sin(\theta_y) \\
&\quad - 2 l_c l_p m_p(\dot{\theta}_x)\left(\dot{\theta}_y\right)\cos(\theta_x)\sin(\phi)\sin(\psi)\sin(\theta_y) + c\, l_p^2(\dot{\psi}) \\
&\quad + g l_p m_p\cos(\phi)\sin(\psi) = 0
\end{aligned}
$$

EK-5. (devam) Üç boyutlu sıvı dinamiğinin denklemleri

$$
\begin{aligned}
& l_p^2 m_p \cos(\psi)^2 (\ddot{\phi}) + l_p m_p (\ddot{y}) \cos(\phi)\cos(\psi) + l_p m_p (\ddot{z}) \cos(\psi)\sin(\phi) \\
&\qquad - l_c l_p m_p (\ddot{\theta}_x) \cos(\phi)\cos(\psi)\cos(\theta_x)\cos(\theta_y) \\
&\qquad - l_c l_p m_p (\ddot{\theta}_x) \cos(\psi)\cos(\theta_y)\sin(\phi)\sin(\theta_x) \\
&\qquad + l_c l_p m_p (\ddot{\theta}_y) \cos(\phi)\cos(\psi)\sin(\theta_x)\sin(\theta_y) \\
&\qquad - l_c l_p m_p (\ddot{\theta}_y) \cos(\psi)\cos(\theta_x)\sin(\phi)\sin(\theta_y) \\
&\qquad - 2 l_p^2 m_p (\dot{\phi})(\dot{\psi}) \cos(\psi)\sin(\psi) \\
&\qquad + l_c l_p m_p (\dot{\theta}_x)^2 \cos(\phi)\cos(\psi)\cos(\theta_y)\sin(\theta_x) \\
&\qquad - l_c l_p m_p (\dot{\theta}_x)^2 \cos(\psi)\cos(\theta_x)\cos(\theta_y)\sin(\phi) \\
&\qquad + l_c l_p m_p (\dot{\theta}_y)^2 \cos(\phi)\cos(\psi)\cos(\theta_y)\sin(\theta_x) \\
&\qquad - l_c l_p m_p (\dot{\theta}_y)^2 \cos(\psi)\cos(\theta_x)\cos(\theta_y)\sin(\phi) \\
&\qquad + 2 l_c l_p m_p (\dot{\theta}_x)(\dot{\theta}_y) \cos(\psi)\sin(\phi)\sin(\theta_x)\sin(\theta_y) \\
&\qquad + 2 l_c l_p m_p (\dot{\theta}_x)(\dot{\theta}_y) \cos(\phi)\cos(\psi)\cos(\theta_x)\sin(\theta_y) + c l_p^2 (\dot{\phi}) \cos(\psi)^2 \\
&\qquad + g l_p m_p \cos(\psi)\sin(\phi) = 0
\end{aligned}
$$

GAZİ GELECEKTİR...