

FIR FİLTRELER

Prof Dr. İnan GÜLER

ÖRNEK

- a) Alt kesim frekansı 2 kHz, üst kesim frekansı 2,4 kHz ve örnekleme oranı 8 kHz olan bir band durdurucu filtreyi Hamming pencere fonksiyonunu kullanarak tasarlayalım.
- b) Transfer fonksiyonunu bulalım.

ÇÖZÜM

- a) Normalize kesim frekanslarını hesaplayalım.

$$\Omega_L = 2\pi f_L T = 2\pi \times 2000 / 8000 = 0,5\pi \text{ radyan}$$

$$\Omega_H = 2\pi f_H T = 2\pi \times 2400 / 8000 = 0,6\pi \text{ radyan}$$

$2M+1=5$ olduğundan filtre tasarım gizelgesinden;

$$h(n) = \begin{cases} \frac{\pi - \Omega_H + \Omega_L}{\pi} & n=0 \\ -\frac{\sin(\Omega_H n)}{\pi n} + \frac{\sin(\Omega_L n)}{\pi n} & n \neq 0 \quad -2 \leq n \leq 2 \end{cases}$$

- $n=0$ olduğunda

$$h(0) = \frac{\pi - \Omega_H + \Omega_L}{\pi} = \frac{\pi - 0,6\pi + 0,5\pi}{\pi} = 0,9$$

$$h(1) = \frac{\sin[0,5\pi \times 1]}{1 \times \pi} - \frac{\sin[0,6\pi \times 1]}{1 \times \pi} = 0,001558$$

$$h(2) = \frac{\sin[0,5\pi \times 2]}{2 \times \pi} - \frac{\sin[0,6\pi \times 2]}{2 \times \pi} = 0,09355$$

- Simetriklikten;

$$h(-1) = h(1) = 0,001558$$

$$h(-2) = h(2) = 0,09355$$

- Hamming pencere fonksiyonunu kullanarak;

$$W_{ham}(0) = 0,54 + 0,46 \cos\left(\frac{0 \times \pi}{2}\right) = 1$$

$$W_{ham}(1) = 0,54 + 0,46 \cos\left(\frac{1 \times \pi}{2}\right) = 0,54$$

$$W_{ham}(2) = 0,54 + 0,46 \cos\left(\frac{2 \times \pi}{2}\right) = 0,08$$

- Simetriklikten;

$$w_{ham}(-1) = w_{ham}(1) = 0,54$$

$$w_{ham}(-2) = w_{ham}(2) = 0,08$$

- Pencerelemiş dürtü cevabının hesaplanması;

$$h_w(0) = h(0) w_{ham}(0) = 0,9 \times 1 = 0,9$$

$$h_w(1) = h(1) w_{ham}(1) = 0,001558 \times 0,54 = 0,000841$$

$$h_w(2) = h(2) w_{ham}(2) = 0,09355 \times 0,08 = 0,00748$$

- Simetriklikten;

$$h_w(-1) = h(-1) w_{ham}(-1) = 0,000841$$

$$h_w(-2) = h(-2) w_{ham}(-2) = 0,00748$$

Böylece $h_w(n)$ $M=2$ örnek geciktirmek suretiyle katsayılar;

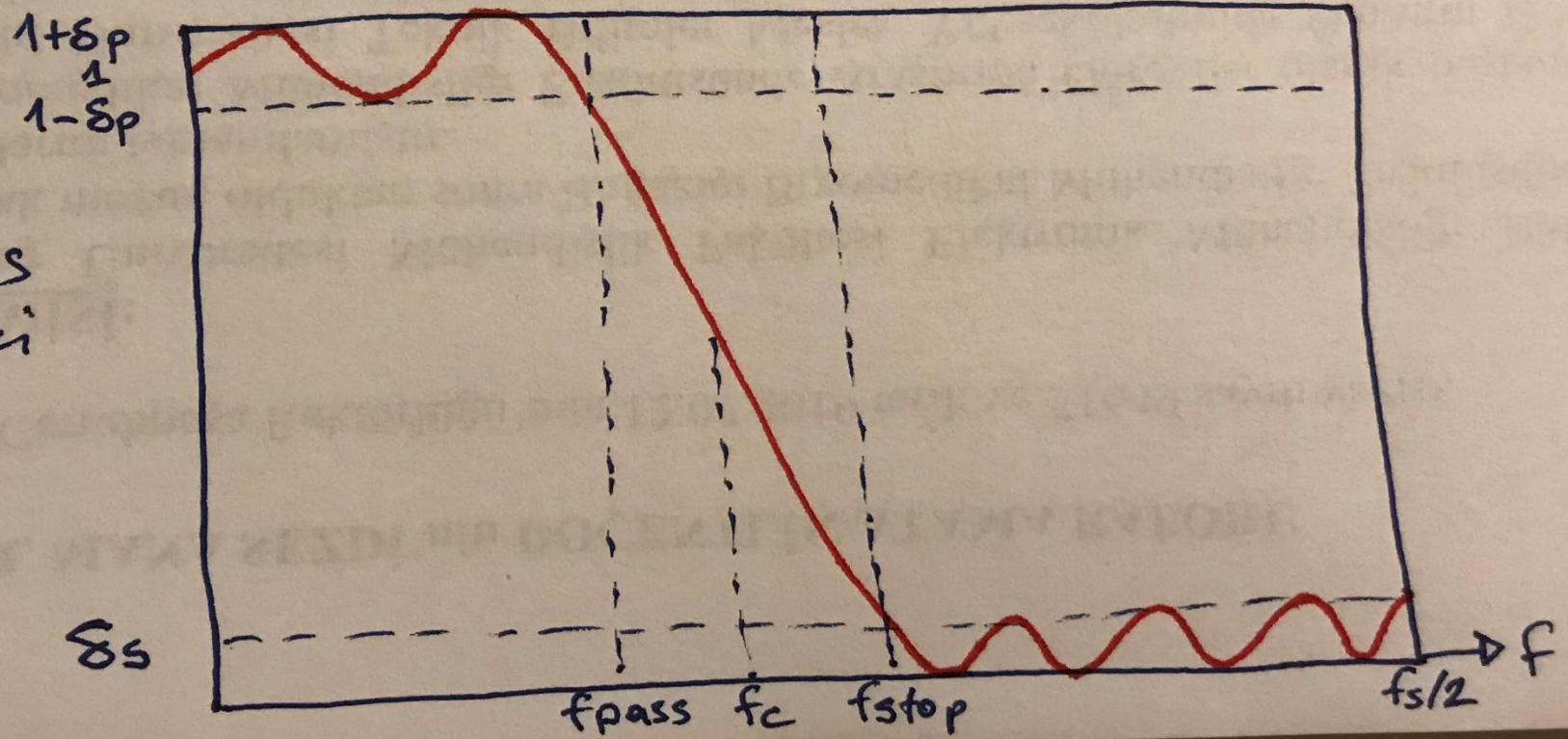
$$b_0 = b_4 = 0,00748, \quad b_1 = b_3 = 0,000841 \text{ ve } b_2 = 0,9$$

b) Transfer fonksiyonu

$$H(z) = 0,00748 + 0,000841 z^{-1} + 0,9 z^{-2} + 0,000841 z^{-3} + 0,00748 z^{-4}$$

Gibbs etkisini ortadan kaldırmak için pencere fonksiyonu uygulamak suretiyle FIR filtre frekans cevabının karakteristiği değiştirilir. Bu durumda ana öbek genişlerken yan öbeklerde zayıflama olur. Şekilde geçirme ve durdurma bandlarındaki etki AGF için gösterilmiştir.

AGF Frekans
düzlemindeki
cevabı



Uygun filtre geçirme bandgenişliğinin pencere fonksiyonlarına göre normalize dağılımı aşağıdaki çizelgede görülmektedir.

Pencere tipi	Pencere Fonksiyonu $-M \leq n \leq M$	Pencere Genlięi	Geçirme bandı ripple	Durdurma bandı zayıflatma dB
Dikdörtgen	1	$N = \frac{0,9}{\Delta f}$	0,7416	21
Hanning	$0,5 + 0,5 \cos\left(\frac{\pi n}{M}\right)$	$N = 3,1 / \Delta f$	0,0546	44
Hamming	$0,54 + 0,46 \cos\left(\frac{\pi n}{M}\right)$	$N = 3,3 / \Delta f$	0,0194	53
Blackman	$0,42 + 0,5 \cos\left(\frac{\pi n}{M}\right) + 0,08 \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right)$	$N = \frac{5,5}{\Delta f}$	0,0017	74

Örnek olarak Hamming pencere 0,0194 geçirme bantı ripple, 53 dB durdurma bantı zayıflatmasına sahiptir. Seçilen Hamming pencere ve hesaplanan normalize geçis bantı ile Δf aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\Delta f = |f_{\text{stop}} - f_{\text{pass}}| / f_s \quad (22)$$

Hamming pencere filtre genişliği

$$N = \frac{3,3}{\Delta f} \quad (23)$$

Geçirme bantı ripple tayini

$$S_p (\text{dB}) = 20 \log_{10} (1 + \delta_p) \quad (24)$$

Durdurma bantı zayıflatması ise

$$\delta_s (\text{dB}) = -20 \log_{10} (\delta_s) \quad (25)$$

Genel bir kural olarak tasarım için kullanılan kesim frekansı

$$f_c = (f_{\text{pass}} + f_{\text{stop}}) / 2 \quad (26)$$

ifadesiyle buluruz.

ÖRNEK

Aşağıdaki özelliklere sahip bir FIR - YGF tasarlayalım.

- Durdurma bandı = 0 - 1500 Hz
- Geçirme bandı = 2500 - 4000 Hz
- Durdurma bandındaki zayıflatma = 40 dB
- Geçirme bandı ripple = 0,1 dB
- Örnekleme oranı = 8000 Hz

40 ZUM

Verilen özelliklere bağlı olarak Hanning pencereleme seçilecek çünkü geçirme bantı ripple 0,0546 dB ve durdurma bantı zayıflatması 44 dB'dir.

Buna göre;

$$\Delta f = |1500 - 2500| / 8000 = 0,125$$

$$N = 3,1 / \Delta f = 24,2$$

$$N = 25 \text{ seçelim}$$

Böylece, Hanning pencere metodu kullanarak 25 filtre katsayısı seçmiş olduk.

$$\text{Kesim frekansı} = (1500 + 2500) / 2 = 2000 \text{ Hz}$$

Normalize kesim frekansı ise;

$$\Omega_c = \frac{2000 \times 2\pi}{8000} = 0,5\pi \text{ radyan}$$

$2M+1 = 25$ olacağı dikkate alınarak hesaplamalar yapıldığında aşağıdaki sonuçlar elde edilir

Filter katsayıları (Hanning pencereleme)

$$b_0 = b_{24} = 0,000000$$

$$b_2 = b_{22} = 0,000000$$

$$b_4 = b_{20} = 0,000000$$

$$b_6 = b_{18} = 0,000000$$

$$b_8 = b_{16} = 0,000000$$

$$b_{12} = 0,500000$$

$$b_1 = b_{23} = 0,000493$$

$$b_3 = b_{21} = -0,005179$$

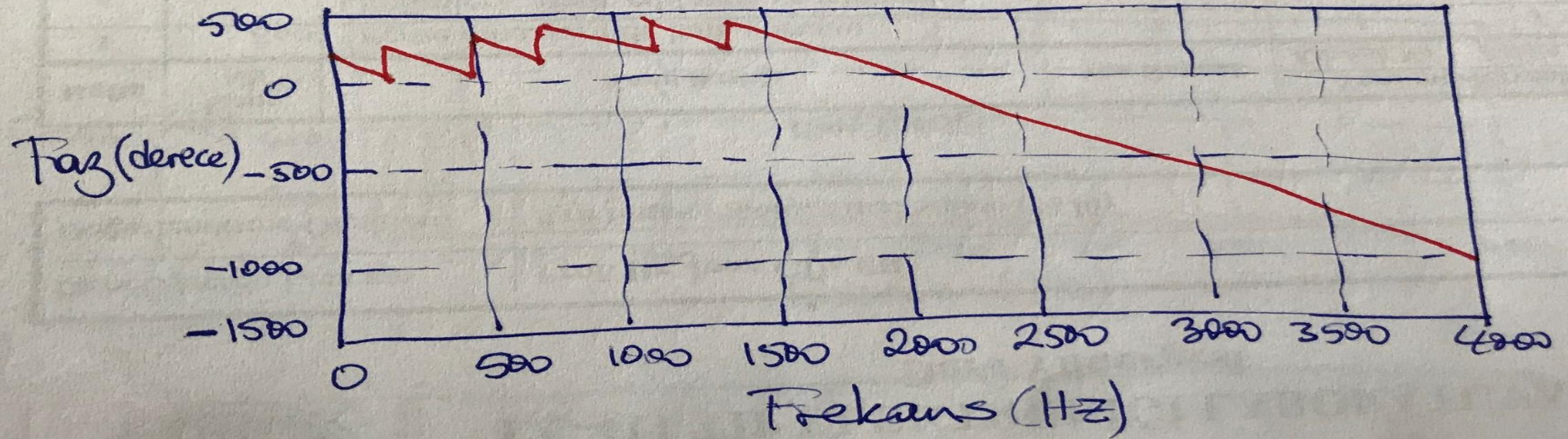
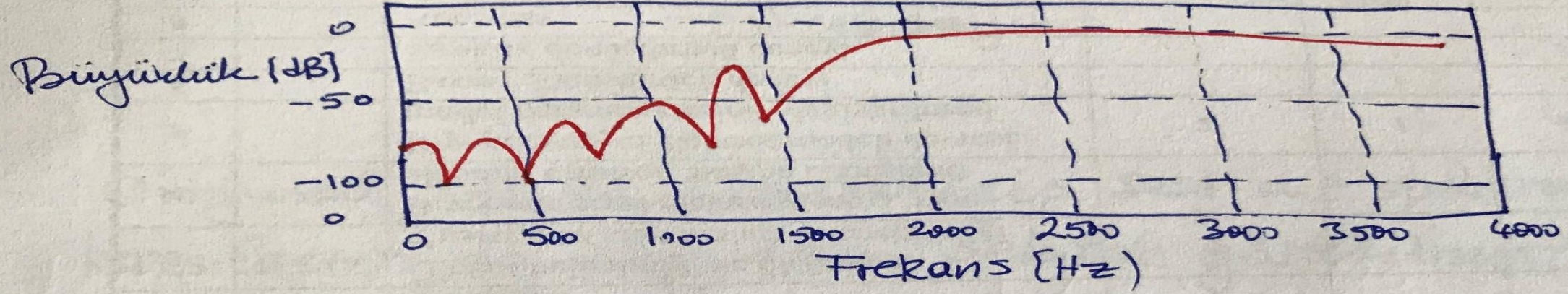
$$b_5 = b_{19} = 0,016852$$

$$b_7 = b_{17} = -0,040069$$

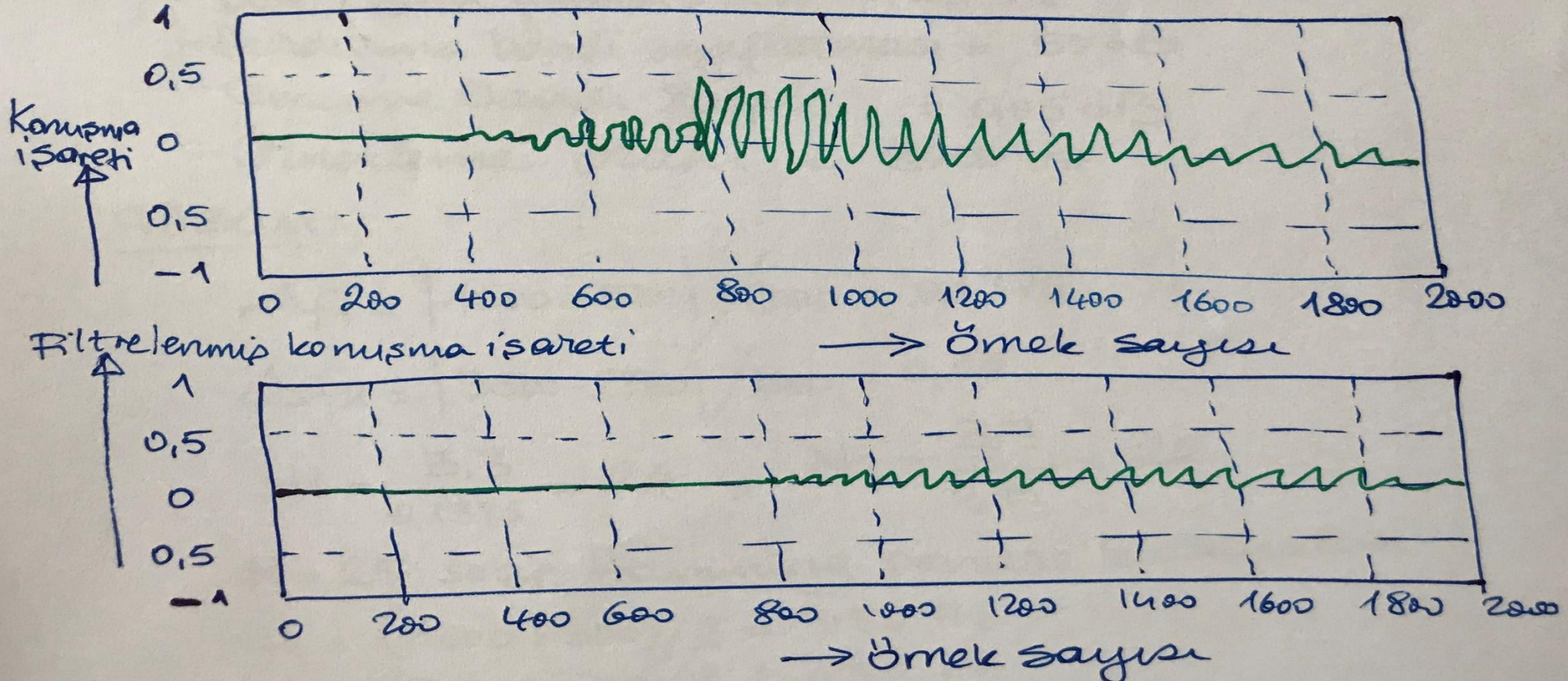
$$b_9 = b_{15} = 0,090565$$

$$b_{11} = b_{13} = -0,312887$$

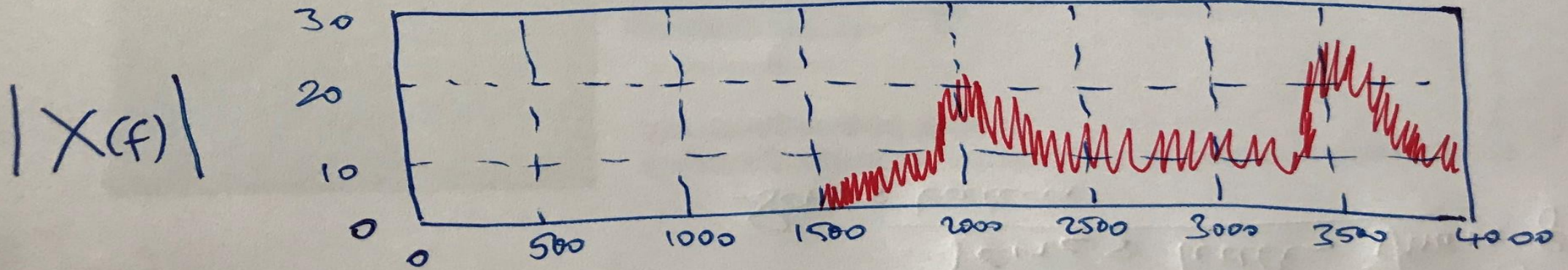
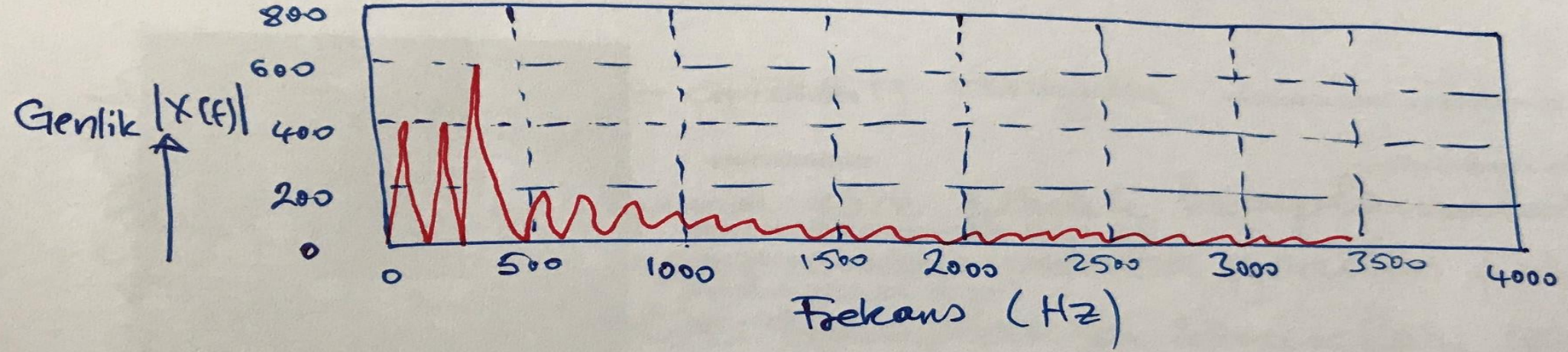
Bu hesaplamalara ait şekiller aşağıda verilmektedir.



Aşağıdaki şekilde karşılaştırma gösterilmektedir.
Original konuşma ve işlenmiş konuşma işaretinin YGF
çıktısı çizilmiştir.



Original ses ile filtrelenmiş sese ait spektral karşılaştırma aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



ÖRNEK

Aşağıda verilen özelliklere sahip bir FIR BGF tasarlayalım.

- Alt kesim frekansı = 0 - 500 Hz
- Geçirme bandı = 1600 - 2300 Hz
- Üst kesim frekansı = 3500 - 4000 Hz
- Durdurma bandı zayıflatması = 50 dB
- Geçirme bandı ripple = 0,05 dB
- Örnekleme oranı = 8000 Hz

ÇÖZÜM

$$\Delta f_1 = |1600 - 500| / 8000 = 0,1375$$

$$\Delta f_2 = |3500 - 2300| / 8000 = 0,15$$

$$N_1 = \frac{3,3}{0,1375} = 24 \quad , \quad N_2 = \frac{3,3}{0,15} = 22$$

$N = 25$ seçip Hamming pencere kullanalım.

$$f_1 = (1600 + 500) / 2 = 1050 \text{ Hz}$$

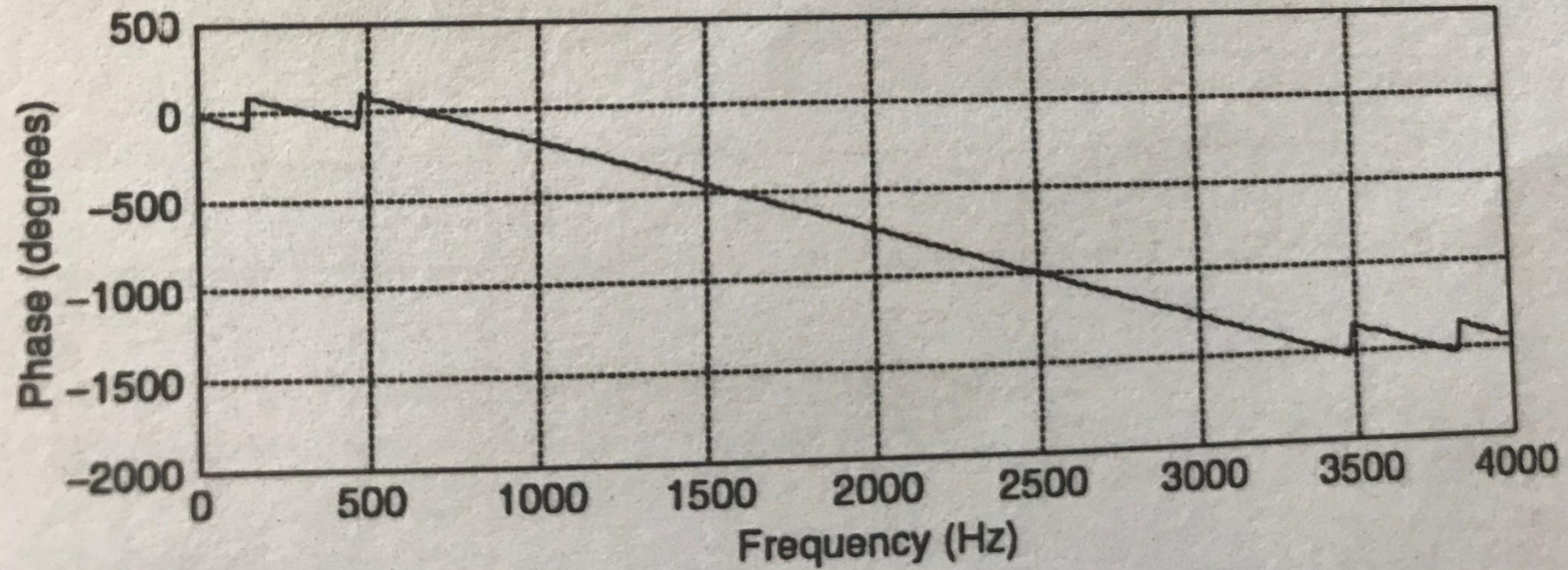
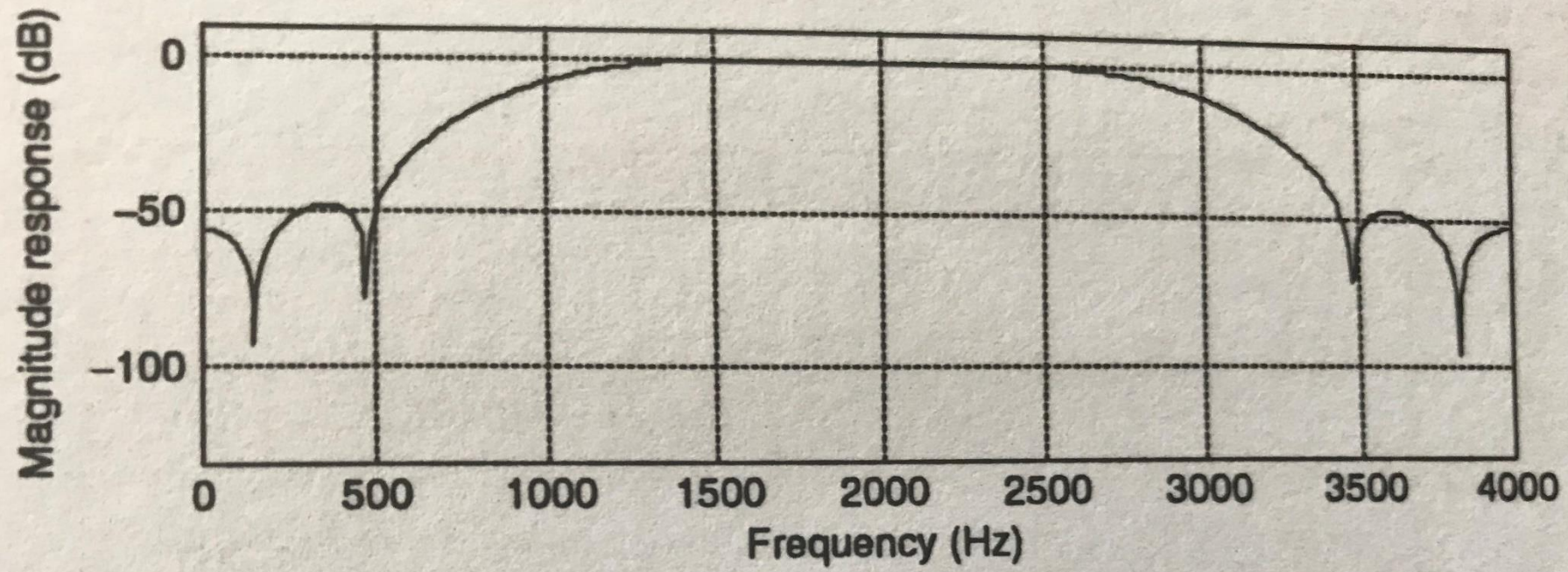
$$f_2 = (3500 + 2300) / 2 = 2900 \text{ Hz}$$

Normalize alt ve üst kesim frekansları:

$$\Omega_L = \frac{1050 \times 2\pi}{8000} = 0,2625\pi \text{ radyan}$$

$$\Omega_H = \frac{2900 \times 2\pi}{8000} = 0,725\pi \text{ radyan}$$

$2M+1=25$ olduğuna göre gerekli hesaplamalar yapıldığında aşağıdaki şekilde görülen frekans cevabı elde edilir. Hesaplanan sonuçları ise çizelgede gösterilmiştir.



Bham: FIR Filter Coefficients (Hamming window)

$$b_0 = b_{24} = 0.002680$$

$$b_2 = b_{22} = -0.007353$$

$$b_4 = b_{20} = -0.011063$$

$$b_6 = b_{18} = 0.053382$$

$$b_8 = b_{16} = 0.028520$$

$$b_{10} = b_{14} = -0.296394$$

$$b_{12} = 0.462500$$

$$b_1 = b_{23} = -0.001175$$

$$b_3 = b_{21} = 0.000674$$

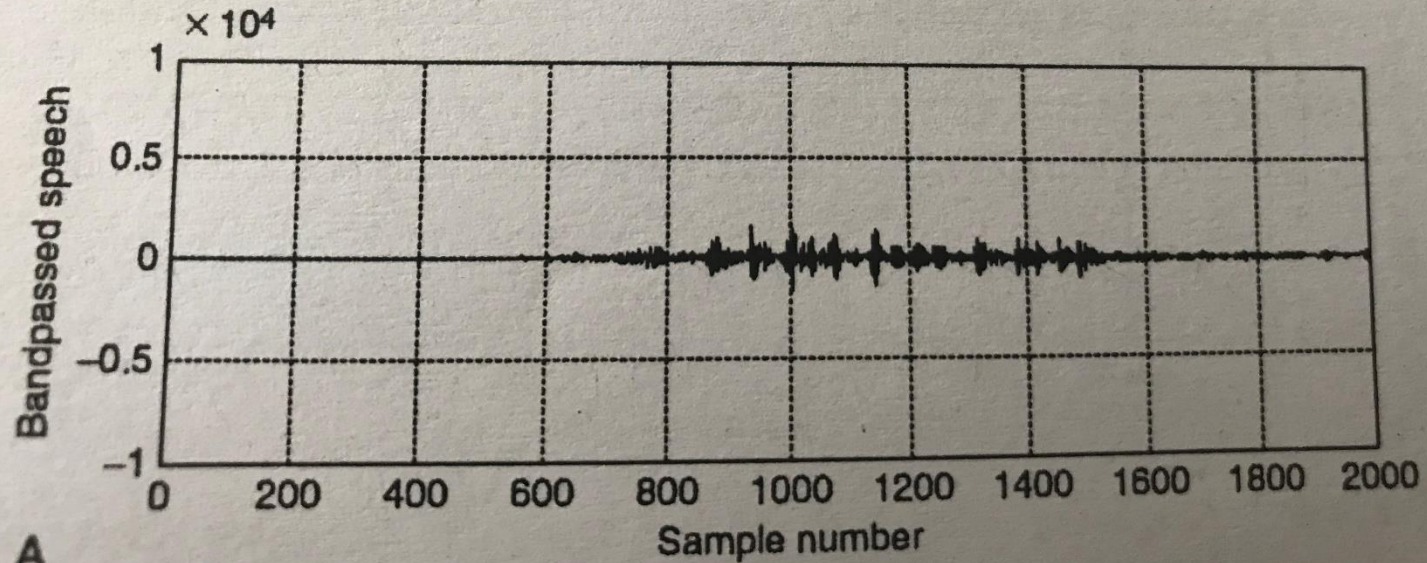
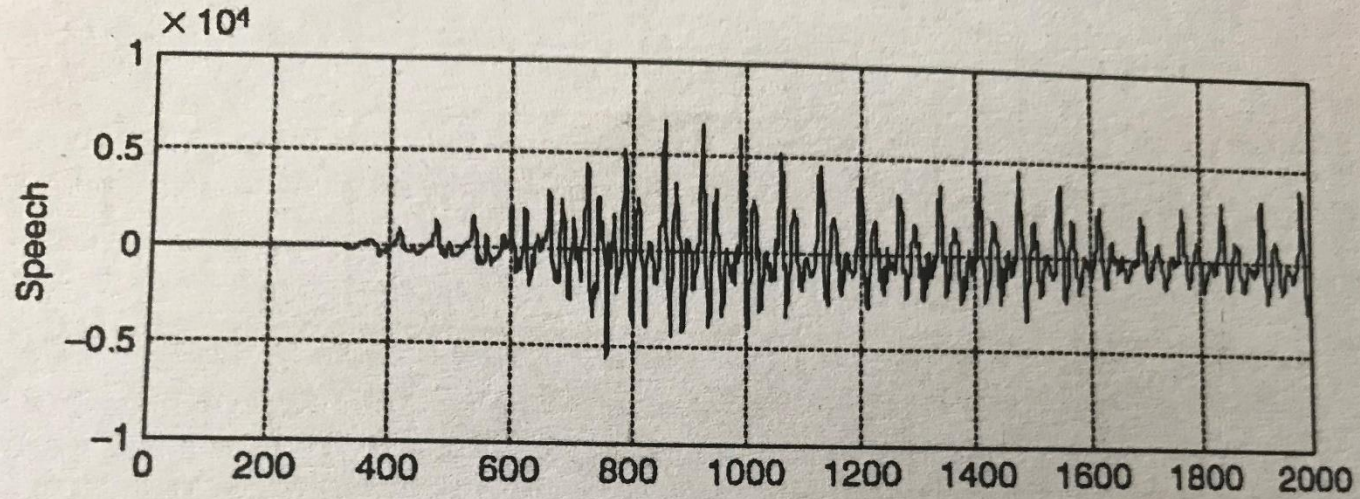
$$b_5 = b_{19} = 0.004884$$

$$b_7 = b_{17} = -0.003877$$

$$b_9 = b_{15} = -0.008868$$

$$b_{11} = b_{13} = 0.008172$$

Karşılaştırmak bakımından original konuşma
ve onun BGF'den geçirilmiş halini aşağıdaki
şekilde görebektesiniz.



Aşağıdaki şekilde alçak ve yüksek frekans bileşenlerinin BGF'de bastırıldığı görülmektedir.

