

## **TEST İSTATİSTİĞİ**

Test istatistiği ile ilgili bir araştırma yürütürken ilk aşamada hipotez kurulur, ikinci aşamada hangi hipotez testinin kullanılacağı belirlenip test varsayımları kontrol edilir. Son olarak da test değeri (t, F,  $\chi^2$  vb.) hesaplanıp değerlendirilerek sonuca ulaşılır. Bu aşamalar bir uygulama üzerinden örneklendirilerek aşağıda açıklanmıştır.

**1. Hipotez Belirleme:** Bir araştırmaya önce hipotez oluşturarak başlanır. Hipotez oluşturmada temel maksat örneklem verilerinden yararlanarak evren için hüküm çıkartmaktır. Örneğin 15 yaşında öğrencilerden oluşan bir örneklem grubunun bir performans testinden aldığı puanlar dikkate alındığında kız ve erkek öğrencilerin puan ortalamaları bir birinden farklı olabilir. Bu fark anlamlı ise sonuç evren için genellenir. Farkı evrene genelleştirebilmek için veya farkın anlamlı olup olmadığını değerlendirebilmek için örneklem verileri bir hipotez testine tabi tutulmalıdır. Hipotez örneklemden alınan iki değer arasında anlamlı bir farkın olup olmadığına veya örneklemden alınan iki değerler grubu arasındaki korelasyonun (ilişkinin) anlamlı olup olmadığına ilişkin olabilir. Örneklemden alınan iki değer arasında anlamlı bir farkın olmadığını veya örneklemden alınan iki değerler grubu arasındaki ilişkinin anlamlı olmadığını ileri süren hipotez  $H_0$  ile gösterilen *Null hipotez*dir. Örneklemden alınan iki değer arasında anlamlı bir farkın olduğunu veya örneklemden alınan iki değerler grubu arasındaki ilişkinin anlamlı olduğunu ileri süren hipotez ise  $H_A$  ile gösterilen *Alternatif hipotez*dir.

**Örnek Uygulama:** X bankası personelinin medeni durumlarının unvanda yükselme sınavındaki başarıları üzerine etkisi araştırılmaktadır. Yansız olarak oluşturulan evli ve bekâr banka personelinin unvanda yükselme sınavlarından aldığı puanların ortalamaları ve standart sapmaları hesaplanır. Bekâr personelin ( $n_1=12$ ) not ortalaması ve standart sapması sıraya  $\bar{x}_1=75$  ve  $S_1=10$ , evli personelin ( $n_2=14$ ) puan ortalaması ve standart sapması sıraya  $\bar{x}_2=60$  ve  $S_2=12$  olarak hesaplanır. Bu araştırma için hipotezler şu şekilde yazılır:

**Null Hipotezi:** X bankasında çalışan bekâr ve evli personelin unvanda yükselme puan (ÜYP) ortalamalarının evren değerleri arasında fark yoktur. Matematik olarak bu hipotez şu denklemle gösterilir:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad (\mu_1 \text{ ve } \mu_2 \text{ sırayla bekâr ve evli personelin evren ortalaması})$$

*Bu hipotez şu anlama gelir:* Her ne kadar evli ve bekâr personelin puan ortalamalarının örneklem değerleri birbirinden farklıysa da bu fark sadece bir tesadüf veya örnekleme hatasından kaynaklanır. Evli ve bekâr personelin ÜYP ortalamalarının evren değeri bir birine eşittir.

**Alternatif Hipotez:** X bankasında çalışan bekâr ve evli personelin ÜYP ortalamalarının evren değerleri arasında fark vardır. Matematik olarak bu hipotez şu denklemle gösterilir:

$$H_A : \mu_1 \neq \mu_2 \quad (\mu_1 \text{ ve } \mu_2 \text{ sırayla bekâr ve evli personelin evren ortalaması})$$

*Bu hipotez şu anlama gelir:* Evli ve bekâr personelin puan ortalamalarının örneklem değerleri arasındaki fark bir tesadüf değildir. Bu iki örneklemin aynı evrenden gelmesi olası değildir.

**2. Hipotez testini belirleme ve test varsayımlarını kontrol:** Araştırmanın ikinci basamağı Null veya alternatif hipotezi test etmede kullanılacak hipotez testini belirleyerek şartlarını doğrulamaktır. Aralıklı ve oransal verilerde kullanılan testler *parametrik hipotez testleridir* (z-testi, t-testi, F-testi, vb.). Kategorik yani sınıflama veya sıralı verilerde kullanılan testler *parametrik olmayan testlerdir* (ki-kare testi, Mann-Whitney U testi vb.). Parametrik hipotez test varsayımlarının ilki “verilerin aralıklı veya oransal olması”, ikincisi “verilerin normal dağılıma uygun olması” ve üçüncüsü “grup varyanslarının hemen hemen eşit olması (varyansların birbirinin dört katını geçmemesi)” şeklinde verilir. Bir araştırmada hangi parametrik testin kullanılacağına ilişkin karar verilirken grup sayısı, grupların bir biri ile ilişkisi ve hangi

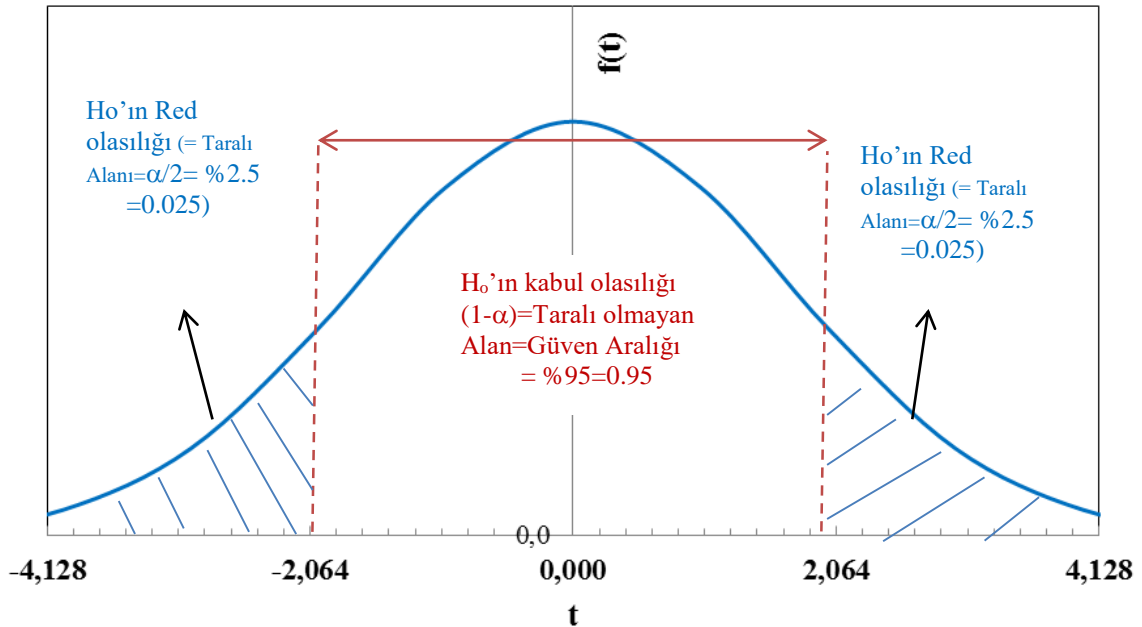
varsayımların karşılandığı dikkate alınır. **Örnek Uygulamada** “X bankasında çalışan evli ve bekâr personelin unvanda yükselme sınavı için evren ortalamaları arasında fark yoktur” Null hipotezini test etmek için “iki bağımsız örneklem için t-testi” kullanılır. Verilerin t-testi varsayımlarını sağladığı kontrol edildikten sonra (Bu test türüne ileriki konularda ayrıntılı olarak değinilecektir.) üçüncü aşamaya geçilir.

**3. Test değerinin hesaplanıp değerlendirilmesi:** Test değerinin hesaplanıp değerlendirilmesi için iki yol vardır:

**1.yol:** Belirlenen testin test değeri (t, F,  $\chi^2$  vb.) örneklem verilerinden yararlanılarak hesaplanır. Hesaplanan test değeri tablo değeri (kritik değer) ile karşılaştırılır. Test değeri tablo değerine eşit veya büyük çıkarsa Null hipotezi red edilir, alternatif hipotez kabul edilir.

**2.yol:** SPSS paket programı ile veriler analiz edilirse program *test* değerini hesaplar. *Test* değerinin yer aldığı tabloda Sig. (p) değeri yer alır.  $p < .05$  ise  $H_0$  hipotez red edilir, alternatif hipotez kabul edilir.

**Örnek Uygulamada**, test değeri  $t = 3.43$  olarak hesaplanır (ileriki konularda ayrıntısı verilecektir). Tablo değeri ( $t_{\text{kritik}}$ ) “Student t Dağılım” tablosu kullanılarak bulunur: Bunun için serbetlik derecesi ( $sd = n_1 + n_2 - 2$ ) ve anlamlılık düzeyi ( $\alpha$ ) belirlenmelidir. **Örnek Uygulamada**  $sd = 12 + 4 - 2 = 24$  olarak bulunur ve  $\alpha = 0.05$  alınır. “Student t Dağılım” tablosunda  $sd = 24$ ’e denk gelen satırla *çift yönlü*  $\alpha = 0.05$ ’e denk gelen sütun kesiştirilirse kritik değer  $t_{\text{kritik}} = \pm 2.064$  olarak bulunur.  $t (=3.43) > t_{\text{kritik}} (+ 2.064)$  olduğundan Null hipotezi red edilir, alternatif hipotez kabul edilir. Grafikteki t dağılım eğrisinin  $-2.064 < t_{\text{kritik}} < +2.064$  altında kalan alan  $H_0$ ’ın kabul olasılığını gösterir. Grafığe dikkat edilirse  $+2.064$ ’den büyük ve  $-2.064$ ’den küçük bölgeler  $H_0$ ’ın red bölgeleridir. Hesapladığımız test değerinin ( $t = 3.43$ ) bu bölgenin içine düştüğü grafikten açıkça görülmektedir. Bu durumda; X bankasında çalışan evli ve bekâr personelin ÜYP ortalamaları arasında anlamlı bir fark (0.05 anlamlılık seviyesinde) olduğu sonucuna ulaşılır. Bu sonuç  $t = 3.43$  ve  $p < .05$  olarak gösterilir.



Null Hipotezinde iki tip hata vardır: Bu hatalar anlamlılık seviyesi ( $\alpha$ ) ve güven aralığı ( $1-\alpha$ ), test gücü ( $1-\beta$ ) gibi kavramları doğurur.

**I.TİP HATA:** Doğru bir Null Hipotezinin red edilmesidir (*yanlış karar*). I. Tip hatanın ihtimali yani gerçekte doğru bir Null hipotezinin red edilme ihtimali, anlamlılık seviyesi ( $\alpha$ ) ile belirtilir. Gerçekte doğru olan bir Null hipotezinin kabul edilme (*doğru karar*) ihtimali ise güven aralığı ( $1-\alpha$ ) ile belirtilir. Bu ihtimaller grafikte eğri altında kalan alanlardır. **Örnek Uygulamada** Null hipotezi  $t > t_{\text{kritik}}$  olduğundan red edilmiştir. Bu durumda I. tür hata yapma yani gerçekte doğru bir  $H_0$  hipotezini red etme olasılığının 0.05’den küçük olduğu söylenir ( $p < .05$  veya SPSS’de sig.=.000). Başka bir deyişle bekâr ve evlilere ait ortalamaların evren değerlerinin bir birine eşit olma olasılığı %5’den küçüktür.

**II.TİP HATA:** Yanlış bir Null Hipotezinin kabul edilmesidir (*yanlış karar*). II. Tip hatanın ihtimali yani gerçekte doğru olmayan bir Null hipotezinin kabul edilme ihtimali  $\beta$  ile gösterilir. Gerçekte doğru olmayan bir Null hipotezinin red edilme (*doğru karar*) ihtimali ise testin gücü ( $1-\beta$ ) ile belirtilir. **Örnek Uygulamada;** eğer  $t < t_{\text{kritik}}$  çıksaydı  $H_0$  hipotezini kabul edilecekti. Çünkü t-değeri grafikteki  $H_0$  hipotezini kabul edilme olasılığını gösteren alan içine düşecekti. Bu durumda II.tip hata ihtimali yani yanlış bir  $H_0$  hipotezinin doğru kabul edilme olasılığının 0.05’den küçük olduğu söylenecekti. Başka bir deyişle “bekâr ve evlilere ait ortalamaların evren değerlerinin bir birine eşit olmama olasılığı %5’den küçüktür” denilecekti.

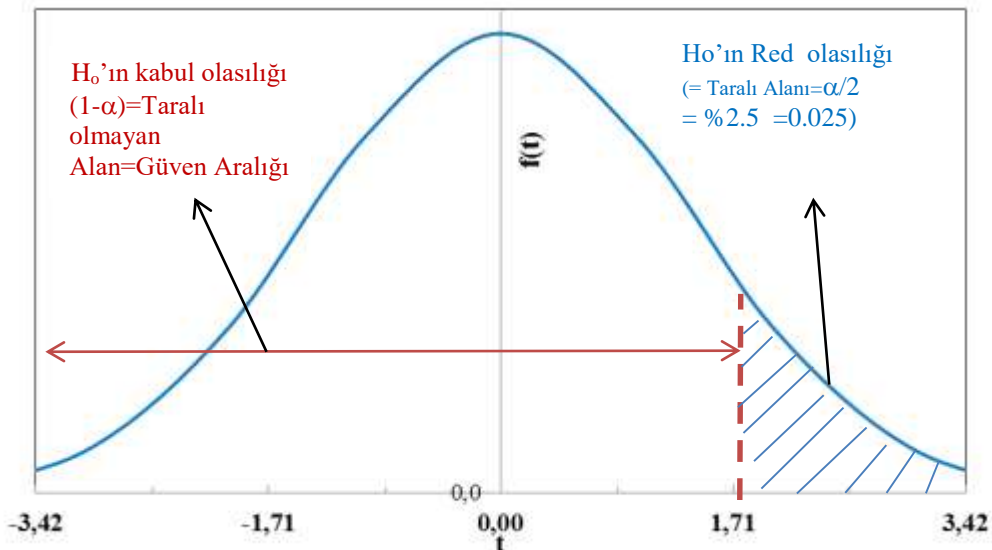
Eğer bir hipotezin red alanı **örnek uygulamada** olduğu gibi iki eşit alana bölünmüş durumdaysa hipotez iki yönlü (2-tailed) test ile sınanır. Bu durumda Null ve alternatif hipotezler sırayla  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$  ve  $H_A : \mu_1 \neq \mu_2$  şeklindedir.

Eğer bir hipotezin red alanı iki eşit alana bölünmemişse tek yönlü (1-tailed) test ile sınanır. Bu durumda Null ve alternatif hipotezler sırayla şu şekilde ifade edilir:

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$  ve  $H_A : \mu_1 > \mu_2$

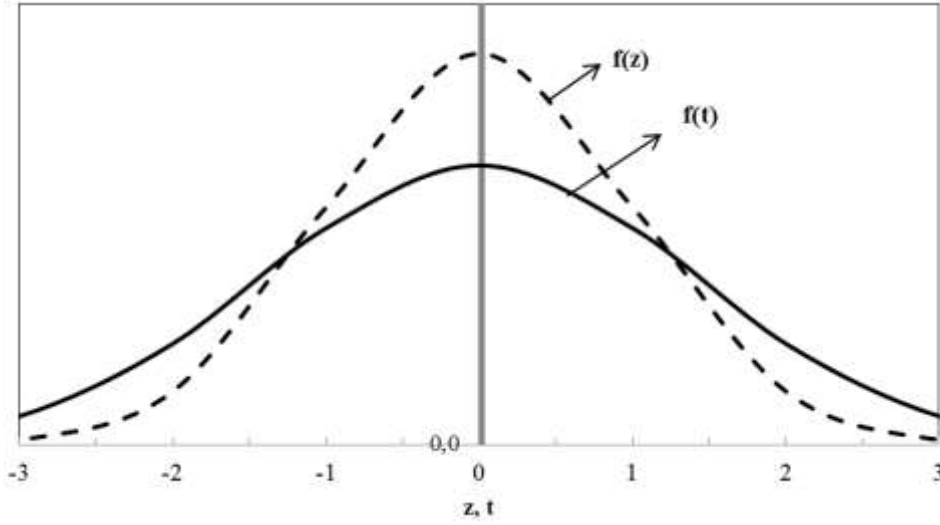
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$  ve  $H_A : \mu_1 < \mu_2$

**Örnek uygulamada** çift kuyruklu alternatif hipotezi tek kuyruklu hipoteze dönüştürülebilir: Örnekleme bekâr personelin unvanda yükselme sınav ortalaması ( $\bar{x}_1=75$ ) evli personelininkinden ( $\bar{x}_2=60$ ) daha büyüktür. O halde alternatif hipotez “X bankasında çalışan bekâr personelin unvanda yükselme sınav ortalamasının evren değeri evli personelininkinden daha büyüktür” şeklinde kurulabilir. Bu durumda  $H_A : \mu_1 > \mu_2$  ve  $H_0 : \mu_2 = \mu_1$  olarak yazılır. Daha sonra çift yönlü testteki adımlar takip edilir. “Student t Dağılımı” tablosunda  $sd=24$ ’e denk gelen satırla *tek yönlü*  $\alpha=0.05$ ’e denk gelen sütun kesiştirilirse kritik değer  $t_{\text{kritik}} = +1.711$  olarak bulunur.  $t (=3.43) > t_{\text{kritik}}(+1.71)$  olduğundan Null hipotezi red edilir, alternatif hipotez kabul edilir. Bekâr personel ortalamasının evren değerinin evli personel ortalamasının evren değerinden büyük olduğu sonucuna ulaşılır. Grafikte taralı bölge tek yönlü hipotezin red olasılığı, taralı olmayan bölge de kabul bölgesini göstermektedir.



## T-TESTİ

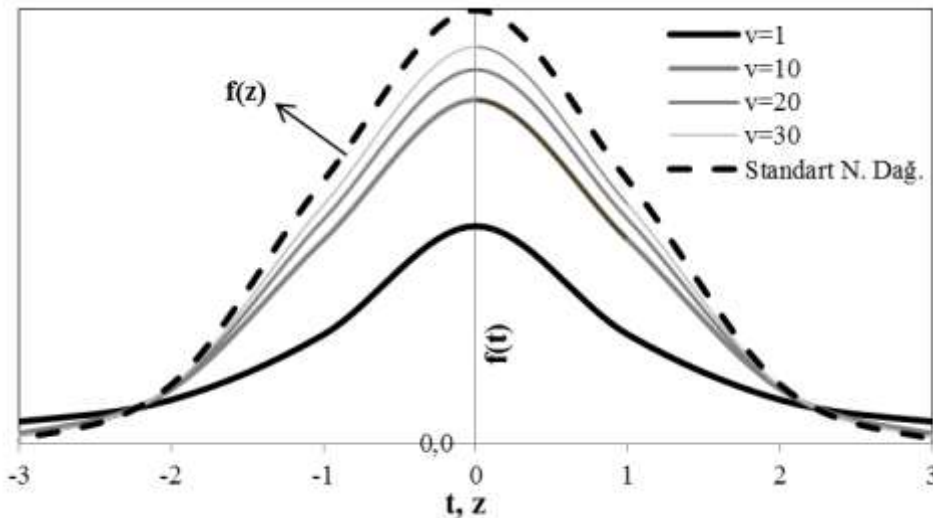
T-testi “student t dağılımı” olarak bilinen W.S. Gosset tarafından 1908’de geliştirilmiş t-dağılımına dayanır. t-değerleri ile çizilen  $t-f(t)$  grafiği t-dağılımını oluşturur ve standart normal dağılıma benzer şekilde bu dağılımı oluşturan t-değerlerinin ortalaması 0’dır. t-dağılım 0 ortalama etrafında simetrik bir eğridir. Ancak standart normal dağılımı oluşturan z-değerlerinin standart sapması 1 iken t-dağılımında t-değerlerinin standart sapması 1’den büyüktür. Bu nedenle t-dağılımı eğrisi standart normal dağılıma göre grafikte görüldüğü gibi daha yayvan ve basıktır. Bununla birlikte örneklem büyüklüğü arttıkça standart sapma 1 değerine yaklaşır dolayısıyla t-dağılımı da standart normal dağılıma yaklaşır.



Student t-dağılım grafiğini yani  $t-f(t)$  grafiğini çizebilmek için  $f(t)$  olasılık yoğunluk fonksiyonu bilinmelidir. Bu fonksiyon

$$f(t) = \frac{\left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{-\frac{(v+1)}{2}}}{B(0.5, 0.5v)}$$

ile verilir. Bu denklemde  $B$  Beta fonksiyonu olup  $B(\alpha, \beta) = \int_0^1 t^{\alpha-1}(1-t)^{\beta-1}dt$  şeklinde verilir.  $v$  serbestlik derecesi olup  $v = n-1$  olarak ifade edilir. Bu fonksiyonun standart dağılımın yoğunluk fonksiyonundan farkı  $n$  örneklem sayısına bağlı olmasıdır. Farklı büyüklükteki örneklem için ( $n=2, n=11, n=21, n=31$ ) grafikte gösterilen t-dağılımlarında örneklem büyüklüğü arttıkça t-dağılımının standart normal dağılıma yaklaştığı görülmektedir.



t-testi iki ortalama değeri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını test etmek için kullanılan parametrik bir testtir. Örneğin iki örneklemin ortalamaları arasında bir fark olup olmadığı t-testi ile araştırılır. T-testi her ne kadar örneklemelerin yansız olarak seçilmiş olmasını gerektirse de güçlü bir parametrik teknik olması nedeniyle yansız olarak seçilmeyen örneklemelerde de kullanılabilir. Araştırma desenine bağlı olarak kullanılan üç farklı t-testi vardır: Tek örneklem için t-testi (One sample t-test), bağımsız iki örneklem için t-test (independent samples t-test) ve bağımlı iki örneklem için t-test (paired samples t-test)

## Tek Örneklem İçin T-Testi

Bir örneklemin ortalaması ile geldiği evrenin ortalamasını karşılaştırıp anlamlı bir fark olup olmadığını test etmek için kullanılır. Bu testin uygulanabilmesi için örneklem verilerinin aralıklı veya oranlı olması ve evren verilerinin normal dağılıma sahip olması gerekmektedir. Tek örneklem t-testi için hipotezler;

Null Hipotezi: Örneklemden elde edilen ortalama ile evren ortalaması arasında fark yoktur.

$$H_0 : \bar{x} = \mu \quad (\bar{x} \text{ ve } \mu \text{ sırayla örneklem ve evrenin ortalaması})$$

Çift Yönlü Alternatif Hipotez: Örneklemden elde edilen ortalama ile evren ortalaması arasında fark vardır. Bu fark bir tesadüften kaynaklanmaz

$$H_A : \bar{x} \neq \mu \quad (\bar{x} \text{ ve } \mu \text{ sırayla örneklem ve evrenin ortalaması})$$

Tek Yönlü Alternatif Hipotez: Örneklemden elde edilen ortalama evren ortalamasından daha büyüktür ( $H_A : \bar{x} > \mu$ ) veya örneklemden elde edilen ortalama evren ortalamasından daha küçüktür ( $H_A : \bar{x} < \mu$ )

Tek örneklem t-testi için test değeri ( $t$ ),

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{S_{\bar{x}}} \quad S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S_x^2}{n}} \quad S_x^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n - 1}$$

ile hesaplanır. Burada  $\bar{x}$  ve  $\mu$  sırayla örneklem ve evrenin ortalaması  $S_x^2$  örneklemin varyansı ve  $S_{\bar{x}}$  ortalamasının olası standart hatasıdır. Hesaplanan test değeri tablo değeri (kritik değer) ile karşılaştırılır. Tablo değeri ( $t_{\text{kritik}}$ ) “Student t Dağılım” tablosu kullanılarak bulunur: Bunun için serbetlik derecesi ( $sd = n - 1$ ) ve anlamlılık düzeyi ( $\alpha$ ) belirlenmelidir. Sd değerine denk gelen satırda *çift yönlü*  $\alpha=0.05$ ’e denk gelen sütun kesiştirilirse kritik değer bulunur. Eğer test değeri tablo değerinden küçük çıkarsa Null hipotezi kabul edilir. Yani örneklem ve evrenin ortalamaları arasında anlamlı bir farkın olmadığı sonucuna ulaşılır. Bununla birlikte test değeri tablo değerine eşit veya büyük çıkarsa Null hipotezi red edilir. Yani örneklem ve evrenin ortalamaları arasında anlamlı bir farkın olduğu sonucuna ulaşılır. SPSS programında t-değerinin bulunduğu çıktı dosyasında elde edilen Sig. ( $p$ ) değeri .05 den küçükse Null hipotezi red edilir.

**Uygulama-12:** Fizik bölümü 1. sınıf öğrencilerinin Genel Fizik dersi vize ortalamalarının 100 üzerinden 60 olduğu tahmin edilmektedir. Yansız olarak seçilen 10 öğrencinin vize puanları 55, 45, 10, 70, 25, 35, 30, 22, 10, 05 olarak belirlenmiştir. **a)** Hipotezleri kurunuz. **b)** Hipotezleri test değerini hesaplayarak ve SPSS analizi kabul veya red durumunu belirleyip sonucu yorumlayınız.

a) Hipotezler:

Null Hipotezi: Örneklemin geldiği evrenin ortalaması 60'dur.  $H_0 : \mu = 60$

Alternatif Hipotezi: Örneklemin geldiği evrenin ortalaması 60'den farklıdır.  $H_A : \mu \neq 60$

a) Test değerini hesaplamak için önce örneklemin ortalama ve standart sapması bulunur:

$$\bar{x} = \frac{55 + 45 + 10 + 70 + 25 + 35 + 30 + 22 + 10 + 5}{10} = 30.7$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum(X-\bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(55-30.7)^2 + (45-30.7)^2 + (10-30.7)^2 + (70-30.7)^2 + (25-30.7)^2 + (35-30.7)^2 + (30-30.7)^2 + (22-30.7)^2 + (10-30.7)^2 + (5-30.7)^2}{9}} = 21.04$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S_x}{\sqrt{n}}} = \frac{30.7 - 60}{\frac{21.04}{\sqrt{10}}} = -4.404 \text{ bulunur.}$$

$Sd=n-1=10-1 = 9$  ,  $\alpha=0.05$  alınır. “Student t Dağılım” tablosunda  $sd=9$ 'e denk gelen satırla *çift yönlü*  $\alpha=0.05$ 'e denk gelen sütun kesiştirilirse kritik değer  $t_{kritik} = \pm 2.262$  bulunur.  $t (= -4.404) > t_{kritik}$  ( -2.064) olduğundan Null hipotezi red edilir.  $t$  değeri +2,262 ile -2,262 arasındaki Null hipotezinin kabul bölgesine düşmemiştir. Sonuç olarak evren ortalaması 0.05 anlamlılık düzeyinde 60 değerine eşit değildir.

b) SPSS analizi için örneklem verileri veri sayfasının ilk sütununa alt alta girildikten sonra şu adımlar takip edilir: Analyze → Compare Means: One Sample T Test (açılan pencerede puan sağ ekrana aktarılır, Test Value kısmına 60 yazılır.) → OK

Çıktı dosyasında 2 adet tablo elde edilir: İlk tablo örneklemin ortalama ve standart sapma değerlerini verir.

|                 | N       | Mean    | Std. Deviation | Std. Error Mean |
|-----------------|---------|---------|----------------|-----------------|
| İkinci<br>4.404 | puan 10 | 30,7000 | 21,03991       | 6,65340         |

tabloda  $t$ -değeri -4.404'tür. Null hipotezinin kabul

veya red durumunu belirlememizi sağlayacak  $p$  değeri tablodaki Sig.(2-tailed) değeridir. Tabloda bu değer  $p=.002$  bulunmuştur. .05'den küçük çıktığı için Null hipotezi red edilir. Yani evren ortalaması 0.05 anlamlılık düzeyinde 60 değerine eşit değildir.

| Test Value = 60 |        |    |                 |                 |   |          |
|-----------------|--------|----|-----------------|-----------------|---|----------|
|                 | t      | df | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | 95% Confidence Interval of the Difference |          |
|                 |        |    |                 |                 | Lower                                     | Upper    |
| puan            | -4,404 | 9  | ,002            | -29,30000       | -44,3510                                  | -14,2490 |

### Bağımsız İki Örneklem İçin T-Testi

İki farklı örneklemin bir değişkenine ait ortalamaları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını test etmek için kullanılan parametrik bir testtir. Bu testin kullanılabilmesi için örneklemelerin



birbirinden bağımsız olması yani örneklem grupları arasında ortak üye bulunmaması, verilerinin aralıklı veya oranlı olması, evren verilerinin normal dağılıma sahip olması, örneklemelerin geldiği evren varyanslarının birbirine eşit olması gerekmektedir. T-testi kuvvetli bir test olduğundan evren varyanslarının birbirine eşit olmaması durumunda da kullanılabilir. Bağımsız iki örneklem t-testi için hipotezler:

Null Hipotezi: Her iki örneklem ortalamalarının evren değerleri arasında bir fark yoktur. İki örneklem ortalamaları birbirinden farklı bile olsa bu fark sadece bir tesadüf veya örnekleme hatasından kaynaklanır. Bu iki örneklem evreni aynıdır.

Çift Yönlü Alternatif Hipotez: Her iki örneklem ortalamalarının evren değerleri birbirinden farklıdır. (Bu fark bir tesadüften kaynaklanmaz.) Hipotez denklemleri aşağıdaki gibidir.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 ; H_A : \mu_1 \neq \mu_2 \quad (\mu_1 \text{ ve } \mu_2 \text{ sırayla 1. ve 2. örneklem deldiği evren ortalaması})$$

Tek Yönlü Alternatif Hipotez: Birinci örnekleme ortalamasının evren değerleri ikinci örneklem ortalamasının evren değerinden büyüktür ( $H_A : \mu_1 > \mu_2$ ) veya birinci örnekleme ortalamasının evren değerleri ikinci örneklem ortalamasının evren değerinden küçüktür ( $H_A : \mu_1 < \mu_2$ )

Bağımsız iki örneklem t-testi için test değeri ( $t$ ),

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} \quad S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S_{ort}^2}{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}} = \sqrt{S_{ort}^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

ile hesaplanır. Burada  $\bar{x}_1$  ve  $\bar{x}_2$  sırayla 1. ve 2. örneklem ortalaması,  $\mu_1$  ve  $\mu_2$  sırayla 1. ve 2. evren ortalaması,  $n_1$  ve  $n_2$  sırayla 1. ve 2. örneklem sayısı ve  $S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$  ortalama farkının olası standart hatasıdır.  $S_{ort}^2$  ise ortak ortalamasının varyansı olup

$$S_{ort}^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}$$

olarak verilir.  $S_1^2$  ve  $S_2^2$  sırayla 1. ve 2. örneklem varyanslarıdır.lem sayısı, t-denkleminde Null hipotezi nedeniyle  $\mu_2 - \mu_1 = 0$  olur ve t-denklemini yeniden yazılırsa,

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{S_{ort}^2}{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

hâline gelir. Hesaplanan test değeri tablo değeri (kritik değer) ile karşılaştırılır. Tablo değeri ( $t_{kritik}$ ) “Student t Dağılım” tablosu kullanılarak bulunur: Bunun için serbetlik derecesi ( $sd = n_1 + n_2 - 2$ ) ve anlamlılık düzeyi ( $\alpha$ ) belirlenir. Sd değerine denk gelen satırda *çift yönlü*  $\alpha=0.05$ ’e denk gelen sütun kesiştirilirse kritik değer bulunur. Tek yönlü hipotez test ediliyorsa sd değerine denk gelen satırda *tek yönlü*  $\alpha=0.05$ ’e denk gelen sütun kesiştirilirse kritik değer bulunur. Eğer test değeri tablo değerinden küçük çıkarsa Null hipotezi kabul edilir. Yani örneklem ortalamalarının evren değerleri arasında anlamlı bir farkın olmadığı sonucuna ulaşılır. Bununla birlikte test değeri tablo değerine eşit veya büyük çıkarsa Null hipotezi red edilir. Yani örneklem ortalamalarının evren değerleri arasında anlamlı bir farkın olduğu sonucuna ulaşılır. SPSS programında Sig. ( $p$ ) değeri .05 den küçükse Null hipotezi red edilir.

**Uygulama-13:** Yansız olarak seçilen bir kurum personeline ( $n=50$ ) performans testi uygulanıyor. Puan ranjı 0-100 olan performans testinin verileri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Personelin iş performansının medeni duruma göre anlamlı bir fark gösterip göstermediğini **a)** Hipotezleri test değerini hesaplayarak **b)** SPSS analizi ile belirleyip sonucu yorumlayınız.

| Personel No | Medeni hal<br>1=bekar<br>2=evli | Performans puanı | Personel No | Medeni hal<br>1=bekar<br>2=evli | Performans puanı |
|-------------|---------------------------------|------------------|-------------|---------------------------------|------------------|
| 1           | 1                               | 40               | 26          | 1                               | 73               |
| 2           | 2                               | 50               | 27          | 2                               | 74               |
| 3           | 1                               | 50               | 28          | 1                               | 95               |
| 4           | 2                               | 60               | 29          | 2                               | 100              |
| 5           | 1                               | 65               | 30          | 1                               | 95               |
| 6           | 2                               | 65               | 31          | 2                               | 91               |
| 7           | 1                               | 66               | 32          | 1                               | 76               |
| 8           | 2                               | 70               | 33          | 2                               | 77               |
| 9           | 2                               | 73               | 34          | 2                               | 64               |
| 10          | 2                               | 74               | 35          | 1                               | 33               |
| 11          | 2                               | 74               | 36          | 2                               | 43               |
| 12          | 2                               | 85               | 37          | 2                               | 55               |
| 13          | 2                               | 85               | 38          | 2                               | 66               |
| 14          | 2                               | 88               | 39          | 2                               | 77               |
| 15          | 1                               | 90               | 40          | 1                               | 89               |
| 16          | 1                               | 35               | 41          | 1                               | 10               |
| 17          | 1                               | 30               | 42          | 1                               | 29               |
| 18          | 1                               | 25               | 43          | 1                               | 55               |
| 19          | 2                               | 39               | 44          | 2                               | 56               |
| 20          | 2                               | 49               | 45          | 2                               | 58               |
| 21          | 2                               | 58               | 46          | 2                               | 60               |
| 22          | 1                               | 68               | 47          | 1                               | 74               |
| 23          | 2                               | 79               | 48          | 2                               | 88               |
| 24          | 1                               | 79               | 49          | 1                               | 65               |
| 25          | 2                               | 79               | 50          | 2                               | 65               |

**a)** Personelin iş performansının medeni duruma göre anlamlı bir fark gösterip göstermediğini araştırmak için kurulan hipotezler aşağıdaki gibidir:

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$  ( $\mu_1$  ve  $\mu_2$  sırayla bekâr ve evli personelin evren ortalaması)

$H_A : \mu_1 \neq \mu_2$

t-değerinin hesaplamak için tablodaki bekar (1.) ve evli (2.) personel değişkenleri exel programında hesaplanır daha sonra  $t$  denkleminde yerine yazılarak t-değeri hesaplanır.

| $n_1$ | $n_2$ | $\bar{x}_1$ | $\bar{x}_2$ | $S_1^2$ | $S_2^2$ |
|-------|-------|-------------|-------------|---------|---------|
| 21    | 29    | 59.143      | 69.034      | 638.629 | 223.963 |

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\left(\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{(59.143 - 69.034)}{\sqrt{\left(\frac{(21 - 1)638.629 + (29 - 1)223.963}{(21 - 1) + (29 - 1)}\right)\left(\frac{1}{21} + \frac{1}{29}\right)}}$$

$t = -1.733$  olarak hesaplanır.

$Sd=21+29-2=48$  olarak bulunur ve  $\alpha=0.05$  alınır. “Student t Dağılımı” tablosunda  $sd=48$ ’e denk gelen satırla *çift yönlü*  $\alpha=0.05$ ’e denk gelen sütun kesiştirilirse kritik değer  $t_{kritik} = \pm 2.021$  olarak bulunur.  $t (= -1.733) < t_{kritik} (-2.021)$  olduğundan Null hipotezi kabul edilir. Yani evli ve bekar personelin performans puan ortalamaları arasında anlamlı bir fark yoktur.



b) SPSS analizi için örneklem verileri girildikten sonra şu adımlar takip edilir: Analyze → Compare Means: Independent Samples T Test (açılan pencerede puan sağ ekrana aktarılır, Grouping Variable kısmına Medeni\_hal değişkeni aktarılır. ) → Define Groups (açılan pencerede Group 1 kısmına 1 yazılır, Group 2 kısmına da 2 yazılır) → Continue → OK

Çıktı dosyasında 2 adet tablo elde edilir: İlk tablo örneklemelerin ortalama, standart sapma değerlerini verir.

|                  | medeni_hal | N  | Mean  | Std. Deviation | Std. Error |
|------------------|------------|----|-------|----------------|------------|
|                  |            |    |       |                | Mean       |
| İkinci<br>değeri | Puan bekar | 21 | 59,14 | 25,271         | 5,515      |
|                  | evli       | 29 | 69,03 | 14,965         | 2,779      |

tabloda t-  
-1.733

bulunur (varyansların eşit kabul edildiği durumda). Null hipotezinin kabul veya red durumunu belirlememizi sağlayacak  $p$  değeri tablodaki Sig.(2-tailed) değeridir. Tabloda bu değer  $p=.089$  bulunmuştur. .05'den büyük çıktığı için Null hipotezi kabul edilir. Yani evli ve bekar personelin

|      |                             | Levene's Test for Equality of Variances |      | t-test for Equality of Means |        |                 |                 |                       | 95% Confidence Interval of the Difference |       |
|------|-----------------------------|---|------|------------------------------|--------|-----------------|-----------------|-----------------------|---|-------|
|      |                             | F                                       | Sig. | t                            | df     | Sig. (2-tailed) | Mean Difference | Std. Error Difference | Lower                                     | Upper |
| Puan | Equal variances assumed     | 9,817                                   | ,003 | -1,733                       | 48     | ,089            | -9,892          | 5,707                 | -21,367                                   | 1,584 |
|      | Equal variances not assumed |   |      | -1,602                       | 30,063 | ,120            | -9,892          | 6,175                 | -22,502                                   | 2,719 |

performans puan ortalamaları arasında anlamlı bir fark yoktur.